

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ  
С НЕСТАБИЛЬНЫМИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ  
В КАНАЛАХ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ**

*Варфоломеева О.И., Хворенков Д.А., Попов Д.Н.  
Ижевский государственный технический университет  
имени М. Т. Калашникова*

Известно [1-3], что внутренние течения с теплообменом в каналах с препятствиями характеризуются особенной структурой потока, содержащей существенные изменения проекций скорости и циркуляционные зоны. Вместе с тем подобные течения нефтепродуктов в проточных частях технических устройств нефтедобычи, нефтепереработки и топливных хозяйств могут иметь нестабильные вязкопластичные показатели. Так, движущийся мазут марки М100 при температуре менее 50°C рассматривается уже как псевдопластичная жидкость [4], что вносит определенные коррективы в структуру течения и может оказывать обратное влияние инерционных процессов на тепловые [5, 6].

Для расчета процессов гидродинамики и теплообмена, происходящих в классических системах хранения и подачи жидкого топлива, авторами применялась математическая модель [6], разработанная на основе двухмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса, записанных в естественных (скорость-давление) переменных. В настоящей статье рассматривается несколько иной подход, основанный на использовании уравнений динамики несжимаемой ( $\rho = const$ ) неньютоновской жидкости в преобразованных ( $\omega$  - завихренность,  $\psi$  - функция тока) переменных и степенного реологического закона:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial(u\omega)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial(v\omega)}{\partial \eta} = \frac{\xi_x^2}{\rho} \frac{\partial^2(\mu_{eff}\omega)}{\partial \xi^2} + \frac{\xi_{xx}}{\rho} \frac{\partial(\mu_{eff}\omega)}{\partial \xi} + \frac{\eta_y^2}{y\rho} \frac{\partial^2(y\mu_{eff}\omega)}{\partial \eta^2} + \\ + \frac{1}{y\rho} \left( \eta_{yy} - \frac{\eta_y}{y} \right) \frac{\partial(y\mu_{eff}\omega)}{\partial \eta} - \beta g \eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} \\ \xi_x^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \xi_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \eta_y^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \left( \eta_{yy} - \frac{\eta_y}{y} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -\omega \cdot y, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u$  и  $v$  - проекции вектора скорости по осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $T$  - температура;  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ,  $\lambda$  и  $\beta$  - коэффициенты температуропроводности, теплоемкости и температурного расширения жидкости;  $c$  - теплоемкость;  $\mu_{eff} = k\Phi^{0,5(n-1)}$  - эффективная вязкость;  $k = p \{ \exp_{10}[\exp_{10}(9,855 - 3,745 \lg T) - 0,8] 10^{-6} \}$  и  $n$  - мера консистенции и показатель неньютоновского поведения жидкости;

$\Phi = 2 \left[ \left( \xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{v}{y} \right)^2 \right] + \left( \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2$  - интенсивность сдвиговых деформаций.

За счет введения новых независимых переменных  $\xi$  и  $\eta$  система (1) с коэффициентами  $\xi_x$ ,  $\eta_y$ ,  $\xi_{xx}$ ,  $\eta_{yy}$  (где  $\xi_x = \frac{\partial \xi}{\partial x}$  и т. д.) адаптирована для расчетных областей покрытых прямолинейной ортогональной неравномерной сеткой со сгущением узлов в продольном и поперечном направлениях в местах, где ожидаются большие градиенты искомых величин. Кроме того, систему уравнений необходимо дополнить начальными и следующими граничными условиями:

- на входе в расчетную область задаются условия невозмущенного потока

$$u = V_0(y), \quad \psi = V_0(y)(Ay + By^2), \quad v = \omega = 0, \quad T = T_0;$$

- на оси (плоскости) симметрии ставятся условия

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = \psi = v = \omega = 0;$$

- на выходе задаются «мягкие» условия

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0;$$

на твердых поверхностях выставляются граничные условия I, либо III рода для температуры и условие Тома для вихря.

Конечно-разностные аппроксимации производных, входящих в уравнения (1) традиционно [7] выражаются в виде:

- $\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t}$  (где  $\phi = (\omega, T)$ ) для производных по времени;
- центральных разностей для производных уравнения Пуассона, проекций скоростей, а также диффузионных и источниковых членов уравнений переноса;
- схемы Торранса [8] для конвективных производных в первом и третьем уравнении системы.

Полученные таким образом конечно-разностные аналоги уравнения переноса завихренности и энергии удобно решать продольно-поперечной прогонкой. Для решения уравнения Пуассона для функции тока вполне приемлемо использовать метод последовательной верхней релаксации. Представленные ниже результаты были получены методом установления по времени.

На рис. 1 показано сравнение профилей скорости ламинарного стабилизированного течения в трубе с различными показателями степени, полученных численно и расчетом по формуле [9];

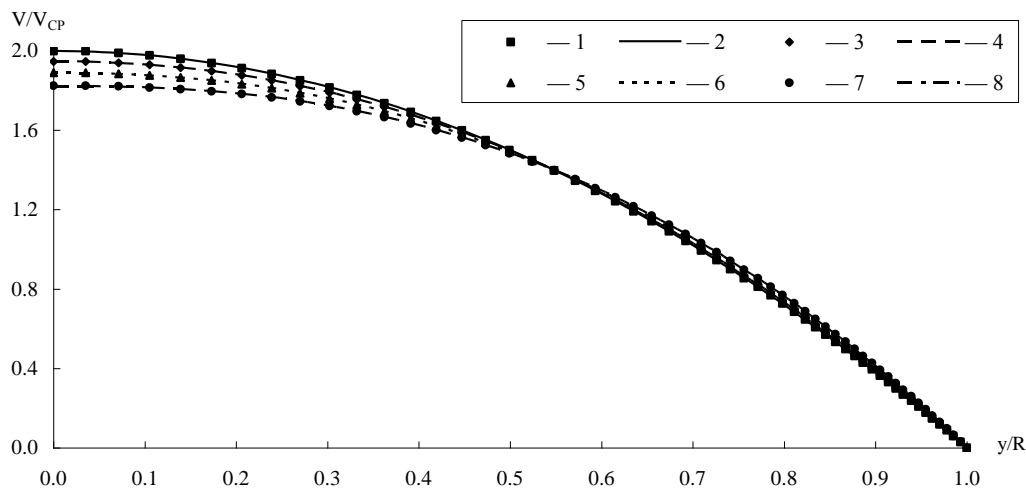


Рис. 1 - Расчетные профили скорости:

- 1, 3, 5, 7 – численный расчет при  $n=1.0$ ,  $n=0.9$ ,  $n=0.8$ ,  $n=0.7$  соответственно;  
 2, 4, 6, 8 – результаты расчетов по формуле (2) при  $n=1.0$ ,  $n=0.9$ ,  $n=0.8$ ,  $n=0.7$  соответственно

$$V = V_{CP} \cdot \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{y}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (2)$$

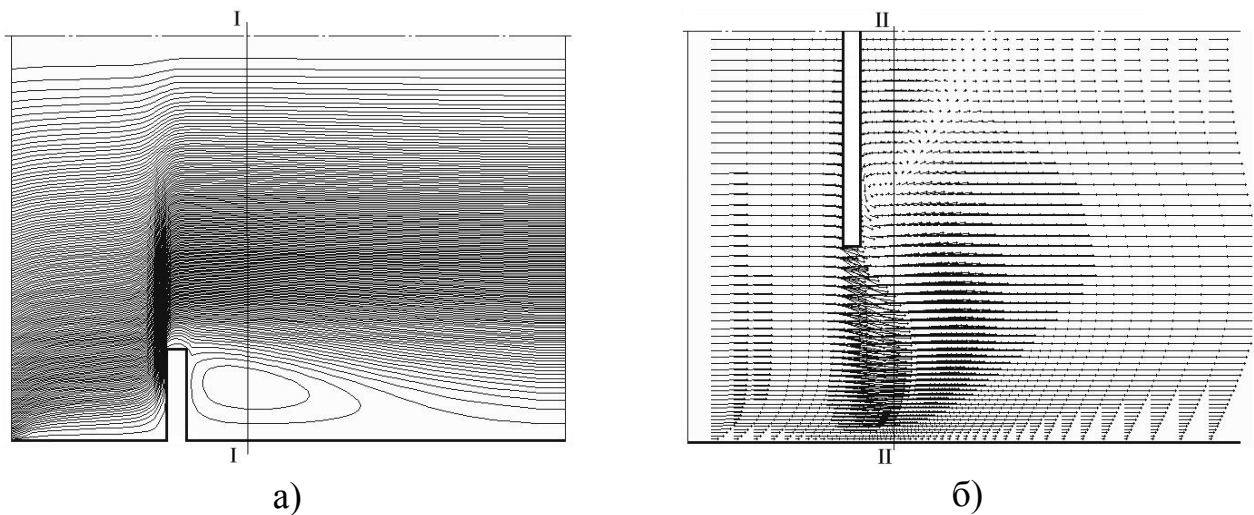


Рис. 2 - Результаты расчетов обтекания препятствий в трубе: а) – линии тока при обтекании выступа на стенке; б) – векторное поле при обтекании центрального тела (горизонтальный масштаб в пять раз меньше масштаба по вертикали)

Относительное расхождение значений во всех случаях не превысило 0,15 %.

На рис. 2 показаны гидродинамические ситуации, полученные в результате расчетов течений относительно выступа высотой на поверхности стенки трубы (рис. 2, а) и центрального тела радиусом при значении обобщенного числа Рейнольдса:

$$Re' = \frac{(2R)^n V_{CP}^{2-n} \rho}{\frac{k}{8} \left( \frac{6n+2}{n} \right)^n};$$

равного 2000. Здесь наглядно представляются области локального повышения скорости и зоны возвратно-циркуляционного движения жидкости. Для характерных сечений «I-I» и «II-II» построены графики изменения осевой скорости по радиальной координате (рис. 3, 4).

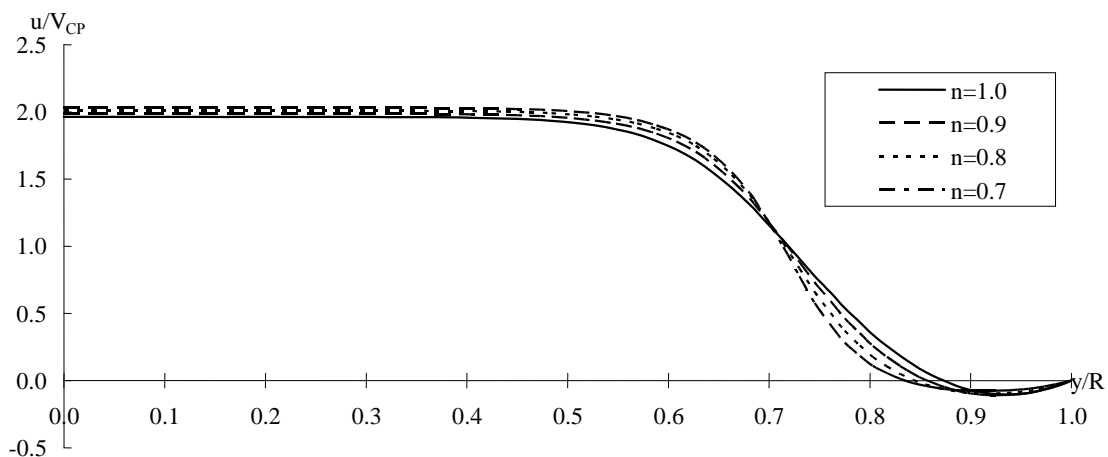


Рис. 3 - Изменение продольной скорости по радиусу трубы за препятствием в виде выступа в сечении «I-I» (рис. 2, а)

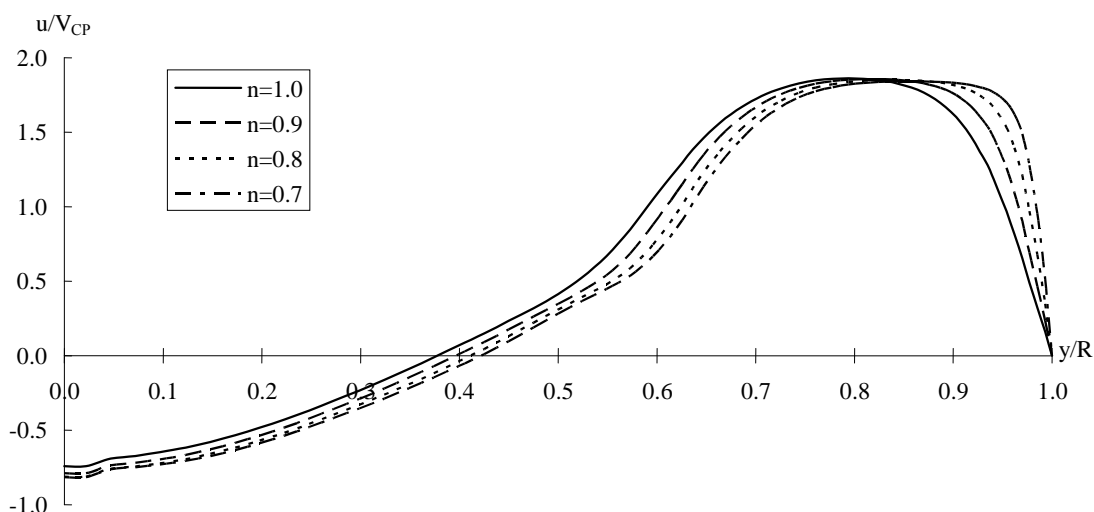


Рис. 4 - Изменение продольной скорости по радиусу трубы за препятствием в виде центрального тела в сечении «II-II» (рис. 2, б)

Как следует из рис. 3, при снижении показателя наблюдается увеличение осевой составляющей скорости примерно до уровня среза препятствия. В силу баланса массового расхода это приводит к увеличению циркуляционной области в продольном направлении. При движении жидкости за цилиндрическим центральным телом уменьшение приводит к более существенным градиентам скорости вблизи стенки, в то время как аналогичные изменения вблизи оси симметрии в области возвратно-циркуляционного течения становятся менее заметными, начиная с  $n=0.8$ .

#### Список использованных источников

1. Чжен П. Отрывные течения. Т. 1. – М.: Мир, 1972. – 300 с.
2. Белов И. А., Исаев С. А., Коробков В. А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. – М.: Судостроение, 1989. – 256 с.
3. Дурст Ф., Растиги А. К. Турбулентное течение за двумерными перегородками // Турбулентные сдвиговые течения. – М.: Машиностроение, 1983. – С.229-246.
4. Назмеев Ю. Г. Мазутные хозяйства ТЭС. – М.: Изд-во МЭИ, 2002. – 612 с.
5. Вахрушев А. А. Численное исследование влияния локальных зон изменения вязкости на параметры течения жидкостей // Проблемы термогазодинамики и прочности механических систем. – Ижевск: Изд-во ИПМ УрО РАН, 2005. – С.40-50.
6. Варфоломеева О. И., Попов Д. Н. Численное моделирование неизотермических течений жидкого топлива с переменной вязкостью в теплоэнергетическом оборудовании // Промышленная энергетика. - №12. – 2011. – С. 11-13.
7. Белов И. А. Емельянов В. Н. Разностное моделирование течений газа и жидкости: Учебн. пособие. – Л.: Изд-во ЛМИ, 1982. – 92 с.
8. Torrance K. E. Comparison of finite-difference computations of natural convection // Journal Res. N. B. S., Math. Sci. – 1968. – № 72B.
9. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. Гидромеханика, перемешивание и теплообмен. – М.: Мир, 1964. – 216 с.