

УДК 517.98

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

студент Мойсиевич А.Ю.

Научный руководитель – ст. преподаватель Кленовская И.С.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Операционное исчисление играет важную роль в автоматике, механике, электротехнике. В основе этого метода лежит идея подмены изучаемых функций (оригиналов $f(t)$) другими функциями (изображениями $F(p)$), получаемыми по определенным правилам, причем действия над оригиналами заменяются более простыми действиями над изображениями.

Наибольшее применение в электротехнике операционное исчисление получило при исследовании переходных процессов в линейных цепях с сосредоточенными параметрами r , L и C , поскольку явления, происходящие в таких цепях, описываются обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями их системами, которые легко решаются с помощью операционного исчисления.

Переходным процессом называется явление, наблюдающееся в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому. Переходные процессы возникают в электрических цепях в результате коммутаций (включения или выключения э. д. с, различных переключений, короткого замыкания в цепи, внезапного изменения параметров цепи и т. д.).

Пусть в электрической цепи, изображенной на рисунке 1, рубильник p переключается из положения 1 в положение 2. Тогда в контуре r , L и C возникнет переходный процесс. Примем, что его начальные условия ненулевые: $i_L(0) \neq 0$ и $u_C(0) \neq 0$.

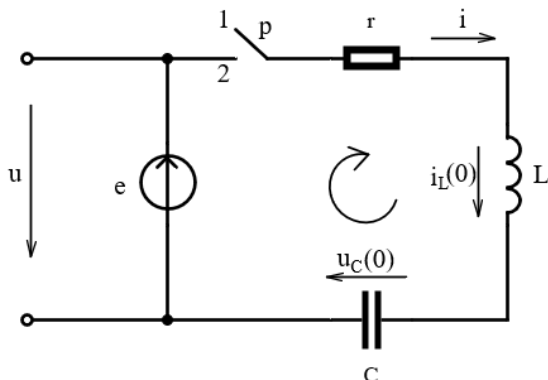


Рис. 1. Схема электрической цепи

Возьмем направление мгновенного значения тока переходного процесса $i = i(t)$, совпадающим с направлением обхода контура. Так как направление источника э.д.с. $e = e(t)$, действующего в контуре r , L и C во время переходного процесса, совпадает с направлением обхода этого контура, то по второму закону Кирхгофа получаем уравнение:

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_C(0) = e.$$

Обозначим:

$i(p) = i = I(p)$ – изображение тока переходного процесса в контуре;

$e(p) = e = E(p)$ – изображение внешней э. д. с, действующей в контуре. Тогда уравнение цепи r , L и C в операторной форме примет вид:

$$rI(p) + L(pI(p) - i_L(0)) + \frac{1}{pC} I(p) + \frac{u_C(0)}{p} = E(p).$$

Это уравнение можно записать так:

$$\left(r + Lp + \frac{1}{pC}\right)I(p) = E(p) + Li_L(0) - \frac{u_C(0)}{p}.$$

Откуда находится выражение для изображения тока переходного процесса в виде:

$$I(p) = \frac{E(p) + Li_L(0) - \frac{u_C(0)}{p}}{r + Lp + \frac{1}{pC}}.$$

Полученная зависимость представляет собой закон Ома в операторной форме. Его можно записать так:

$$I(p) = \frac{F(p)}{Z(p)},$$

где:

$F(p) = E(p) + Li_L(0) - \frac{u_C(0)}{p}$ – изображение всех (внешних и внутренних) э. д. с, действующих в контуре;

$Z(p) = r + Lp + \frac{1}{pC}$ – операторное сопротивление контура r , L и C ;
 $-\frac{u_C(0)}{p}$ – изображение начальной э. д. с. емкости, уравновешивающей начальное напряжение на обкладках конденсатора и направленной навстречу $u_C(0)$.

Операторное сопротивление $Z(p) = r + Lp + \frac{1}{pC}$ контура r , L и C получено из выражения комплекса полного сопротивления $Z = r + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$ путем замены $i\omega$ на p .

Закон Ома в операторной форме позволяет, непосредственно следовать переходные процессы только в неразветвленных электрических цепях. При рассмотрении переходных процессов в разветвленных и сложных электрических цепях необходимо использовать первый и второй законы Кирхгофа.

Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме имеют тот же вид, что и при установившихся режимах в цепях постоянного и переменного тока. Поэтому, применяя операционное исчисление для расчета переходных процессов, можно использовать все методы расчета сложных линейных электрических цепей с постоянными параметрами.

При исследовании переходных процессов в сложных и разветвленных электрических цепях наиболее применение получили метод уравнений Кирхгофа, метод контурных токов и метод наложения. При расчете переходных процессов в неразветвленных цепях, также в простых разветвленных цепях при нулевых начальных условиях применяется закон Ома в операторной форме. При этом в разветвленной цепи определяется только ток переходного режима в ветви, содержащей источник э.д.с. Во всех случаях расчета переходных процессов в электрических цепях операторным методом сохраняется такая последовательность операций: сначала определяются начальные условия, затем записывается уравнение или система уравнений для заданной цепи в операторной форме, что позволяет найти изображения искомого тока или напряжений. По полученным изображениям отыскиваются оригиналы – мгновенные значения токов или напряжений переходного режима.

Подводя итог, отметим, что операционное исчисление используется в физических и технических задачах достаточно широко, позволяет в ряде случаев сводить исследование дифференциальных и некоторых интегральных операторов, и решение линейных дифференциальных уравнений к рассмотрению более простых алгебраических задач.

Литература

1. Егорова И.П. Высшая математика. Элементы операционного исчисления и его приложения: учебное пособие / И.П. Егорова. Сызрань: Сызранский филиал Самарского гос. техн. ун-та., 2008. – 58 с.
2. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А.С. Якимова. – М.: Высшая школа, 2001. – 445 с.