

Рис. 2. График многочлена третьей степени и табличных данных

Литература

1. В.Т. Федин, М.И. Фурсанов. Основы проектирования энерго-систем. 41. БНТУ, Минск, 2010

УДК 517.98

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В РАСЧЁТАХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

студент Винник Д.А.

Научный руководитель – ст. преподаватель, Кленовская И.С.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Принцип операторного метода заключается в том, что функции $f(t)$ вещественной переменной t (оригинал), соответствует функции $F(p)$ комплексной переменной $p = s + j\omega$, называемая изображением. В следствии чего производные и интегралы от оригиналов заменяются алгебраическими функциями от соответствующих изображений. Этоопределяет преобразованиеот системы интегро-дифференциальных уравнений к системеалгебраических уравнений относительно изображений искомым переменных.

Изображение $F(p)$ заданной функции $f(t)$ определяется в соответствии с прямым преобразованием Лапласа:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

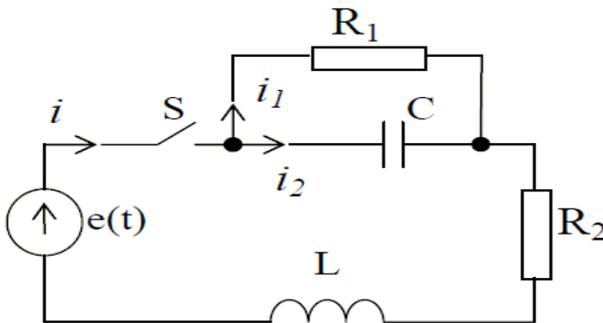
В сокращенной записи соответствие обозначается, как:

$$F(p) = f(t) \text{ или } F(p) = L\{f(t)\}$$

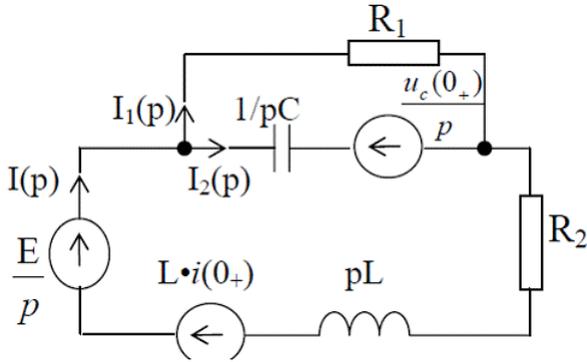
Также нужно обозначить, что если оригинал $f(t)$ увеличивается с ростом t , то для сходимости интеграла необходимо более быстрое убывание модуля e^{-St} . Функции, с которыми встречаются на практике при расчете переходных процессов, этому условию удовлетворяют.

Пример использования операторного метода в расчёте переходных процессов

Дано: $e(t) = E = 24 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 9 \text{ Ом}$, $L = 11 \text{ мГн}$, $C = 360 \text{ мкФ}$



1) Изобразим операторную схему замещения для режима после коммутации:



Запишем для неё систему уравнений по законам Кирхгофа в операторной форме:

$$\begin{cases} -I(p) + I_1(p) + I_2(p) = 0 \\ R_2 * I(p) + pL * I(p) + \frac{1}{p * C} * I_2(p) = \frac{E}{p} + L * i(0_+) - \frac{U_c(0_+)}{p} \\ R_1 * I_1(p) - \frac{1}{p * C} * I_2(p) = \frac{U_c(0_+)}{p} \end{cases}$$

Решаем её относительно тока $I(p)$

$$\begin{cases} -I(p) + I_1(p) + I_2(p) = 0 \\ (R_2 + pL) * I(p) + \frac{1}{p * C} * I_2(p) = \frac{E}{p} + L * i(0_+) - \frac{U_c(0_+)}{p} \\ R_1 * I_1(p) - \frac{1}{p * C} * I_2(p) = \frac{U_c(0_+)}{p} \end{cases}$$

После преобразований получаем:

$$I(p) = \frac{E * C(1 + R_1 C * p) + L * i(0_+) C * p(1 + R_1 C * p) - U_c(0_+) C(1 + R_1 C * p)}{R_1 C^2 L p^3 + R_1 R_2 C^2 p^2 + C L p^2 + R_1 C * p + R_2 C * p}$$

Учтём независимые начальные условия, которые были рассчитаны в первой части:

$$i(0_+) = 0 \text{ и } U_c(0_+)$$

В таком случае:

$$I(p) = \frac{E(1 + R_1 C * p)}{R_1 C L p^3 + (R_1 R_2 C + L)p^2 + (R_1 + R_2)p}$$

Нам требуется определить $U_{R_2}(p)$:

Это напряжение равно:

$$U_{R_2}(p) = \frac{U_{R_2}(p) = R_2 * I_2(p)}{R_2 * E(1 + R_1 C * p)} = \frac{R_2 * E(1 + R_1 C * p)}{R_1 C L p^3 + (R_1 R_2 C + L)p^2 + (R_1 + R_2)p}$$

После подстановки числовых значений по полученному изображению найдём оригинал, применим теорему разложения.

$U_{R_2}(p)$ приобретает вид:

$$U_{R_2}(p) = \frac{0,168p + 234}{p(7,92 * 10^{-6}p^2 + 17,48 * 10^{-3}p + 11)} = \frac{F_1(p)}{p * F_3(p)}$$

Найдём корни уравнения: $F_3(p) = 0$, т.е.

$$7,92 * 10^{-6}p^2 + 17,48 * 10^{-3}p + 11 = 0$$

Получаем:

$$P_{1,2} = (-1105 \pm j410) \cdot 1/c$$

$$F_3(p) = 15,84 * 10^{-6} + 17,48 * 10^{-3}.$$

$$F_3(p_1) = 15,84 * 10^{-6}(-1105 + j410) + 17,48 * 10^{-3} = j6,49 * 10^{-3}.$$

$$F_1(p_1) = 0,168(-1105 + j410) + 234 = -185,64 + j68,88 + 234 = 48,36 + j68,88 = 84,16e^{j54,93^\circ}.$$

$$F_1(0) = 234.$$

$$F_3(0) = 11.$$

По теореме разложения:

$$U_{R2}(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + 2\operatorname{Re} \left(\frac{F_1(p_1)}{p_1 * F_3(p_1)} e^{p_1 t} \right) = \frac{234}{11} + 2\operatorname{Re} \left(\frac{84,16 * e^{j54,93^\circ} * e^{(-1105 + j410)t}}{(-1105 + j410) * j6,49 * 10^{-3}} \right) = 21,27 + e^{-1105t} * 22 \cos(410t - 194,71^\circ) = 21,27 + 22 * e^{-1105t} \sin(410t + 75,29^\circ), \text{ В.}$$

Ответ:

$$U_R(t) = 21,87 + 22 * e^{-1105t} \sin(410t + 75,29^\circ), \text{ В.}$$

Если решать любыми другими известными способами, то ответы практически совпадают, не считая погрешностей при округлениях.

В таком случае мы можем сделать вывод, что операторный метод полностью подходит для решения переходных процессов.

Литература

1. Основы теории цепей: Учеб. для вузов /Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Негушил, С.В.Страхов. -5-е изд., перераб. -М.: Энергоатомиздат, 1989. -528с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. -7-е изд., перераб. и доп. -М.: Высш. шк., 1978. -528с.
3. Теоретические основы электротехники. Учеб. для вузов. В трех т. Под общ. ред. К.М.Поливанова. Т.1. К.М.Поливанов. Линейные электрические цепи с сосредоточенными постоянными. -М.: Энергия- 1972. -240с.