

$$M_u = \frac{E_1}{\rho} \int_{A_1} y_1^2 \cdot dA_1 + \frac{E_2}{\rho} \int_{A_2} y_2^2 \cdot dA_2 \quad (4)$$

Из последнего уравнения следует:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_u}{(E \cdot I_x)_{np}} \quad (5)$$

Подставим выражение (5) в выражения (2) для определения напряжений в сечении неоднородного стержня окончательно получим:

$$\sigma_1 = \frac{M_u \cdot E_1}{(E \cdot I_x)_{np}} \cdot y_1 \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{M_u \cdot E_2}{(E \cdot I_x)_{np}} \cdot y_2 \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) позволяют определить напряжения в сечениях балок переменной жесткости.

В случае, когда композиционный материал состоит из «n» числа разнородных материалов, формула для определения нормальных напряжений будет иметь вид:

$$\sigma_i = \frac{M_u \cdot E_i}{(E \cdot I_x)_{np}} \cdot y_i \quad (8)$$

Приведенная методика позволяет определять изменение нормальных напряжений в стержневых конструкциях, составленных из материалов с различными физико-механическими свойствами и жестко соединенных между собой по длине. Подобная методика приводится для стержней из композиционных материалов.

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. –10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1999 – С. 103-122.
2. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М.Д. Подскребко. – Минск: Вышш. шк., 2007 – С. 203-238.
3. Старовойтов, Э.И. Сопротивление материалов: учебное пособие для студентов технических вузов / Э.И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 1999 – С. 49-55.

**УДК 539.3**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ СТЕРЖНЯ ИЗ ДВУХ РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

**Дудяк А.И., Хвасько В.М., Дикан Ж.Г.**

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь

В классическом курсе сопротивления материалов кручение рассматривается как такой вид деформации стержня, при котором в его

поперечных сечениях возникают только крутящие моменты, а все остальные внутренние силовые факторы (изгибающие моменты, поперечные и продольные силы) равны нулю [1]. При этом рассматриваются только стержни круглого поперечного сечения, которые называются валами [2].

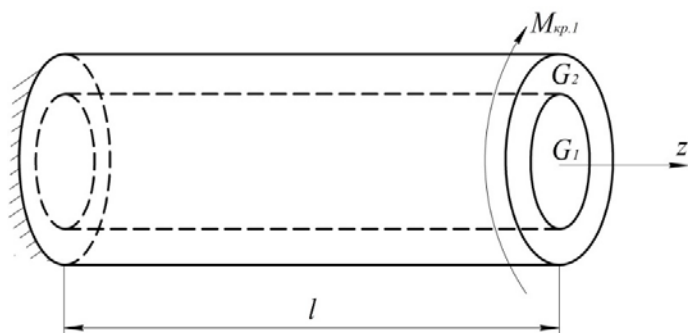


Рис. 1. Цилиндрический стержень, выполненный из двух разнородных материалов, под действием крутящего момента  $M_{кр.1}$

Рассмотрим стержень длиной  $l$ , составленный из двух разнородных материалов и прочно соединенных друг с другом. Центральный стержень выполнен в виде сплошного цилиндра и изготовлен из материала с модулем сдвига  $G_1$ . Наружный стержень изготовлен в виде полого цилиндра из материала с модулем сдвига  $G_2$ . В дальнейшем условимся, что

$G_1 > G_2$  (рис. 1). В этом случае оба стержня при кручении будут работать как единое целое.

Нагрузим стержень с торца крутящим моментом  $M_{кр.1}$ . Тогда в поперечных сечениях стержня возникает внутренний крутящий момент  $m_z$ , представляющий собой сумму моментов, действующих в каждом его слое:

$$m_z = (G_1 I_{\rho 1} + G_2 I_{\rho 2}) \frac{d\varphi}{dz}, \quad (1)$$

или

$$m_z = (GI_{\rho})_{np} \cdot \frac{d\varphi}{dz}, \quad (2)$$

где  $(GI_{\rho})_{np} = G_1 I_{\rho 1} + G_2 I_{\rho 2}$  - приведенная жесткость поперечного сечения вала;

$I_{\rho 1}$  и  $I_{\rho 2}$  - полярные моменты инерции отдельных частей вала;

$d\varphi$  - элементарный угол закручивания вала;

$dz$  - элементарная длина сечения вала.

С учетом выражения (2) получим формулы для определения касательных напряжений в отдельных частях сечения вала:

$$\tau_1 = \frac{m_z G_1}{(GI_{\rho})_{np}} \cdot \rho_1, \quad \tau_2 = \frac{m_z G_2}{(GI_{\rho})_{np}} \cdot \rho_2. \quad (3)$$

Если вал состоит из нескольких отдельных частей разнородных материалов, то выражение для определения касательных напряжений в любом слое стержня можно выразить в виде формулы:

$$\tau_i = \frac{m_z G_i}{(GI_{\rho})_{np}} \cdot \rho_i, \quad (4)$$

где  $G_i$  - модуль сдвига материала слоя, в котором определяют величину касательных напряжений;

$\rho_i$  – радиус кривизны слоя материала с модулем сдвига  $G_i$ .

Условием статической прочности вала следует считать такое условие, когда максимальные касательные напряжения не превосходят допусковых напряжений для любого материала слоя [2].

Согласно формулам (3) на рис. 2б приведено распределение касательных напряжений по сечению вала. При этом касательные напряжения по высоте сечения изменяются по линейному закону и в зоне сопряжения разнородных материалов эпюра напряжений терпит разрыв.

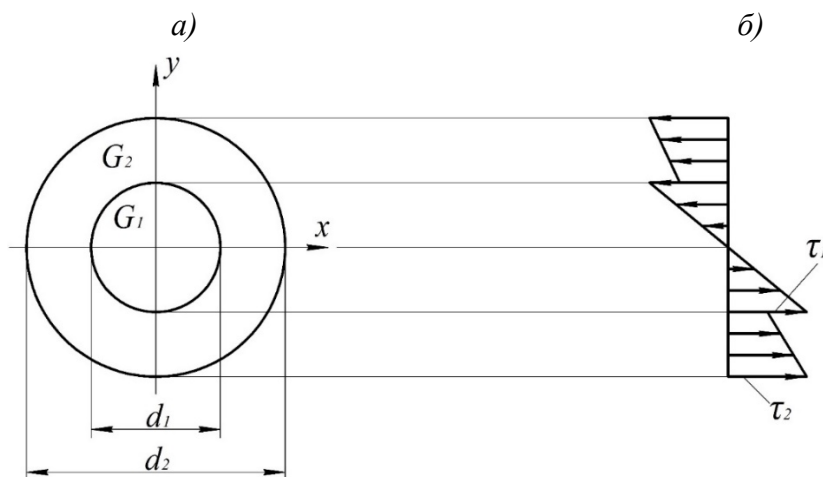


Рис. 2. а) Поперечное сечение вала, состоящее из двух разнородных материалов:  $d_1$  – диаметр сплошного цилиндра;  $d_2$  – наружный диаметр полого цилиндра; б) Эпюра распределения касательных напряжений по высоте сечения

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. –10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1999. – С. 103-122.
2. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М.Д. Подскребко. – Минск: Высш. шк., 2007. – С. 203-238.
3. Старовойтов, Э.И. Сопротивление материалов: учебное пособие для студентов технических вузов / Э.И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 1999. – С. 49-55.

УДК 621.762.8

## ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ ИЗДЕЛИЙ ИЗ АНТИФРИКАЦИОННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОРОШКОВЫХ ИНФИЛЬТРИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ЖЕЛЕЗА

Зверко А.А.<sup>1</sup>, Дьячкова Л.Н.<sup>2</sup>, Шелег В.К.<sup>1</sup>

1) Белорусский национальный технический университет

2) Институт порошковой металлургии имени академика О.В.Романа  
Минск, Республика Беларусь