УДК 519.1

КОМБИНАТОРИКА И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ПРАКТИЧЕСКИХ ЦЕЛЯХ

Студентки гр. 11309120 Беганская В.Э., Кравчук А.Е.
Д-р физ.-мат. наук, профессор Князев М.А.
Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Раздел математики, называемый комбинаторикой, изучает задачи выбора и расположения элементов из некоторого основного множества в соответствии с заданными правилами. Принципы комбинаторики используются в теории вероятностей для подсчета вероятностей случайных событий и на их основании – изучения законов распределения случайных величин. Слово «комбинаторика» происходит от латинского combinare (соединять, сочетать).

Термин «комбинаторика» был введен в обиход Г. В. Лейбницем, который издал «Рассуждения о комбинаторном искусстве» в 1666 г. В дальнейшем значительный вклад в комбинаторику внесли Л. Эйлер и Я. Бернулли. В XX веке комбинаторика получила развитие благодаря работам Дж.-К. Рота и Р. Стенли.

В задачах комбинаторики рассматривают составление различных комбинаций из элементов множеств. Выделяют три типа комбинаций: перестановки, размещения, сочетания.

1. Перестановки. Комбинации из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называют перестановками. Перестановки обозначают как Pn, где n- число элементов, входящих в перестановку. Число перестановок вычисляют по формуле: $P\,n= n!$

2. Размещения. Размещениями из m элементов в n называют такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком их расположения. Размещения обозначают как Anm , где m — число всех имеющихся элементов, n – число элементов в каждой комбинации. При это полагают, что $n \leq m$ Число размещений можно вычислить по формуле : $Anm = m!/(m–n)!$

3. Сочетания. Сочетаниями называют все возможные комбинации из m элементов по n , которые отличаются друг от друга, по крайней мере, хотя бы одним элементом (здесь m и n – натуральные числа, $n \leq m$). Число сочетаний из m элементов по n обозначают как Cnm. В общем случае оно равно числу размещений из m элементов по n, деленному на число перестановок из n элементов: $Cnm = Anm/ Pn = m!/(m-n)!\cdot n!$

На практике часто используются следующие формулы , выражающие основные свойства сочетаний : $C^n{}_m = C^{m-n}{}_m$ $(0 \leq n \leq m)$ (по определению $C^n{}_n = 1$ и $C^0{}_n = 1$), $C^n{}_m + C^{n+1}{}_m = C^{n+1}{}_{m+1}$.

Правило суммы. Если действия А и В взаимно исключают друг друга, причем А можно выполнить m способами, а В – n способами, то выполнить любое из них (А или В) можно $n + m$ способами.

Правило произведения. Если надо выполнить последовательно k действий, и первое действие можно выполнить n_1 способами, второе – n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k-го, которое можно выполнить n_k способами, то все действия можно выполнить $N= n_1 n_2 \ldots n_k$ способами.

Комбинаторика широко применяется в разных областях. Приведем различные примеры этого: производство (распределение разных работ между рабочими), агротехника (размещение посевов на нескольких полях), учебные заведения (составление расписаний), химия (анализ возможных связей между химическими элементами), лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв), азартные игры (подсчет частоты выигрышей), экономика (анализ вариантов купли-продажи акций), криптография (разработка методов шифрования), сфера общественного питания (составление меню), доставка почты (рас-смотрение путей пересылки), спортивные соревнования (расчет количества игр между участниками), биология (расшифровка кода ДНК), военное дело (расположение подразделений), география (раскраска карт) и т.д.

Литература

1. Виленкин, Н.Я. Комбинаторика. / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. – М.: ФИМА. МЦНМО, 2006. – 400 с.

2. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика. / Дж. Андерсон. –М.: «Вильямс», 2006. – 960 с.