Тройной интеграл от дивергенции векторного поля, распространенный по объему V, равен потоку вектора через поверхность. Эту формулу можно записать в таком виде:

$$\int\left(\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}y}+\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}z}\right)\mathrm{d}\omega=\int(P\cos\alpha+Q\cos\beta+R\cos\gamma)\mathrm{d}s, \quad (2)$$

где $\mathrm{d}\omega$ и $\mathrm{d}s$ – соответственно дифференциалы объема V и поверхности S; $P = P(x; y; z)$, $Q = Q(x; y; z)$, $S = S(x; y; z)$ – функции, на которые наложено условие непрерывности в замкнутой области пространства, ограниченного замкнутой гладкой поверхностью. В этой области частные производные первого порядка данных функций также должны быть непрерывны.

В физике теорему Остроградского-Гаусса используют при расчете электростатического поля в случае, когда поле имеет симметрию цилиндрическую, сферическую или плоскую. Поэтому можно сказать, что симметрия и конфигурация поля влияют на результативность применения теоремы. Необходимо, чтобы характеристики поля удовлетворяли требованиям:

- заряженное тело должно быть окружено простой замкнутой поверхностью;
- вычисление потока вектора напряженности E сводится к умножению E на площадь поверхности S или ее части.

Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность в вакууме равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0:

$$\Phi=\oint(E\mathrm{d}S)=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_{i.} \quad (3)$$

Иными словами, теорема устанавливает точное соотношение между потоком напряженности электрического поля через замкнутую поверхность и суммарным зарядом внутри этой поверхности.

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, то теорема Остроградского-Гаусса имеет вид:

$$\oint E_{\text{п}}\mathrm{d}S=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\mathrm{d}V. \quad (4)$$

Теорема Остроградского-Гаусса применяется в случаях, если поле обладает следующими характеристиками, иначе она не дает эффективного решения задачи:

1. Поле, созданное бесконечно длинным заряженным цилиндром.
2. Поле объемного заряженного шара.
3. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.
4. Поле, созданное заряженной сферической поверхностью.
5. Поле, созданное двумя цилиндрическими поверхностями, заряженными одинаковыми разноименными зарядами.
6. Поле, созданное двумя разноименными заряженными плоскостями (бесконечно большими).

Литература

1. The Univerlib [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://univerlib.com/mathematical_analysis/field_theory/ostrogradsky_gauss_formula/ – Время доступа: 15.03.2022.

2. Студопедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studopedia.ru/6_158467_teorema-ostrogradskogo-gaussa.html. – Время доступа: 15.03.2022.

УДК 621.3.078.4

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ НАЛИЧИИ СУХОГО И ВЯЗКОГО ТРЕНИЙ

Магистрант гр. 140811/15 Прокопец С.А.
Кандидат техн. наук Телухин С.В.
Тульский государственный университет, Тула, Россия

Минимальная длительность переходных процессов при отсуствии перерегулирования обеспечивается в оптимальных по быстродействию системах управления. Одним из видов электроприводов постоянного тока являются безредукторные электроприводы.

Уравнения движения электродвигателя постоянного тока малой мощности при наличии на его валу момента сухого и вязкого трений, при пренебрежении электромагнитной постоянной времени, записываются в следующем виде [1]:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left(\frac{C_{\text{м}}}{R}(u - C_{\text{е}}\omega) - b\omega - M_{\text{тр}} \cdot \text{sign}(\omega)\right), \end{cases} \quad (1)$$

где φ, ω – угол и угловая скорость вала электродвигателя соответственно, $C_{\text{е}}$, $C_{\text{м}}$, R – коэффициент противо-ЭДС, коэффициент по моменту и активное сопротивления якорной цепи электродвигателя соответственно, J, b, $M_{\text{тр}}$ – момент инерции, коэффициент сил вязкого трения и величина момента сухого трения соответственно.

Для системы второго порядка оптимальное управление задается в виде [2]:

$$u = -U \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi_{\text{зад}} - f(\varphi, \omega)), \quad (2)$$

где $\varphi_{\text{зад}}$ – заданный угол поворота вала, U – максимально допустимое напряжение, подаваемое на электродвигатель, $f(\omega)$ – линия переключения управления.

Для объекта, описываемого системой уравнений (1), линия переключения согласно принципу максимума Понтрягина [2], получает следующий вид:

$$f(\varphi, \omega) = \frac{-JR}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + Rb}\omega + JR \cdot \text{sign}(\omega)\frac{M_{\text{тр}}R + C_{\text{м}}U}{(C_{\text{е}}C_{\text{м}} + Rb)^2}\ln\left(\frac{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + Rb}{M_{\text{тр}}R + C_{\text{м}}U}\omega \cdot \text{sign}(\omega) + 1\right). \quad (3)$$

На рис. 1 приведен пример переходного процесса, полученный путем моделирования системы уравнений (1) с учетом выражения (2).

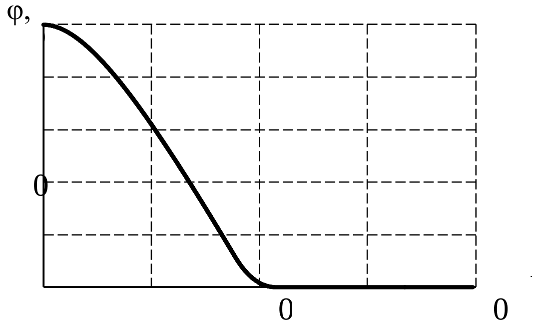

Рис. 1. График переходного процесса

Литература

1. Копылов, И.П. Электрические машины: Учеб. пособие для вузов / И.П. Копылов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – 607 с.

2. Иванов, В.А., Фалдин, Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления / В.А. Иванов, Н.В. Фалдин; под ред. Е.П. Попова. – М.: Наука, 1981. – 336 с.

УДК 004.94

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ AUTOCAD В ИНЖЕНЕРНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Студент гр. 31302221 Рабецкий А.Г.
Ст. преподаватель Кондратьева Н.А.
Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Автоматизированное проектирование – это организационно-техническая система, предназначенная для автоматизации процесса проектирования, состоящая из персонала и комплекса технических, программных и других средств автоматизации его деятельности. Цель автоматизации проектирования: снижение материальных затрат; увеличение производительности труда для