

энергосберегающие мероприятия» / В.Г. Баштовой, Е.А. Милаш; – Мн: БНТУ. – 2012. – 88 с.

УДК 537.6

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ МАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ В НЕПОДВИЖНОМ МАГНИТОЖИДКОСТНОМ УПЛОТНЕНИИ**

Краков М.С., Шарина С.Г.  
Белорусский государственный университет

В работе проведен численный расчет задачи диффузии магнитных наночастиц в магнитожидкостном уплотнении.

Магнитная жидкость представляет собой уникальное вещество, объединяющее в себе свойство жидкости (текучесть) и способность взаимодействовать с магнитным полем. Одним из важнейших технических приложений магнитных жидкостей является их использование в качестве рабочего тела в магнитожидкостных уплотнениях. Магнитожидкостные уплотнения (МЖУ) представляют собой устройства, в которых для разделения двух сред используется магнитная жидкость, удерживаемая в заданном положении высокоградиентным магнитным полем.

Магнитные жидкости состоят из жидкости-носителя, магнитных наночастиц магнетита ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) или феррита ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) и стабилизатора (полимер или поверхностно-активное вещество). Поскольку магнитная жидкость – это коллоид из твердых частиц ферромагнетика, то в важными являются процессы диффузии и магнитофореза. Наиболее сильно такие процессы проявляются в магнитожидкостных уплотнениях. При неоднородном распределении напряженности магнитного поля в магнитной жидкости магнитные наночастицы концентрируются в области максимального магнитного поля.

*Постановка задачи.* Основными элементами МЖУ являются полюсные наконечники, изготовленных из твердого магнитного материала, между которыми удерживается магнитная жидкость. Полюсные наконечники могут иметь разную форму.

Рассмотрим магнитную жидкость в зазоре между полюсными наконечниками в отсутствие вращения вала. Закон сохранения массы для стационарного случая определяется следующим образом

$$\text{div} \mathbf{j} = 0, \quad (1)$$

где плотность потока частиц равна  $\mathbf{j} = -D\nabla c + cb\mathbf{F}_e$ , где  $c$  – концентрация частиц,  $\mathbf{F}_e$  – внешняя сила, действующая на отдельную частицу, для данного случая:  $F_e = \mu_0 m_p \nabla H$ ,  $m_p$  – магнитный момент частицы,  $b = D/kT$  –

подвижность частицы,  $D$  – коэффициент диффузии,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

Перепишем уравнение (1), подставив все величины

$$\operatorname{div}\left(D\nabla c - D\frac{\mu_0 m_p}{kT}c\nabla H\right) = 0 \quad (2)$$

Так как коэффициент диффузии обратно пропорционален вязкости жидкости, а вязкость жидкости  $\eta$  зависит от объемной концентрации частиц  $\eta = \eta_0 f(c)$ , где  $\eta_0$  – динамическая вязкость жидкости в отсутствии частиц, то коэффициент диффузии  $D = D_0/f(c)$ , где  $D_0$  – коэффициент диффузии частиц при минимальной концентрации. Тогда уравнение (2) преобразуется к виду

$$\operatorname{div}\left[\frac{D_0}{f(c)}\nabla c - \frac{D_0}{f(c)}\frac{\mu_0 m_p}{kT}c\nabla H\right] = 0 \quad (3)$$

Концентрационная зависимость вязкости магнитной жидкости описывается с использованием модифицированной формулы Чонга [1]. Она лучше других совпадает с экспериментальными данными для диапазона концентраций высоких концентраций  $0.6 \leq c/c_p < 1$

$$f(c) = \left(1 + 2.25\frac{c}{1 - \frac{c}{c_p}}\right)^2 \quad (4)$$

где  $c_p$  – концентрация предельно плотной упаковки частиц. Для случайной плотной упаковки  $c_p = 0.605$ .

Приведем полученное уравнение к безразмерному виду и выберем в качестве масштаба координаты ширину зазора между полюсом и валом  $a$ , времени -  $\frac{a^2}{D_0}$ , напряженности магнитного поля -  $H_0$ . Взаимосвязь между размерными и безразмерными величинами:  $x = a\hat{x}$ ,  $t = \frac{a^2}{D_0}\hat{t}$ ,  $H = H_0\hat{H}$ ,  $\nabla = \frac{1}{a}\hat{\nabla}$ . Тогда после подстановки получаем уравнение (крышечки для удобства убраны)

$$\operatorname{div}\left[\frac{1}{f(c)}\nabla c - \frac{1}{f(c)}uc\nabla H\right] = 0, \quad u = \frac{\mu_0 m_p H_0}{kT} \quad (5)$$

Вычислительная область представляет собой участок межполюсного пространства. Геометрия области представлена на рис.1. В варианте 1(а) размер вычислительной области 1.5 мм на 1.45 мм, в варианте 1(б) – 0.5 мм на 1.45 мм. Начальным условием для концентрации является  $c = c_0$ , граничные условия – равенство нулю потока  $j$  на границах.

*Численный метод.* Одним из вариантов численного решения задачи диффузии в МЖУ является метод контрольных объемов на треугольной сетке. Метод контрольных объемов подробно описан в [2], [3].

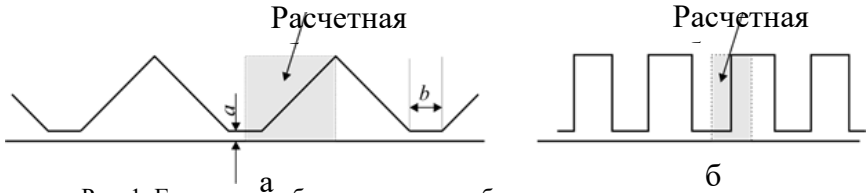


Рис. 1. Геометрий зуба: зазор между зубом и уплотняемым валом  $a = 0.1$  мм, ширина поверхности зуба  $b = 0.3$  мм, угол зуба  $45^\circ$ .

Данный метод хорошо использовать для задач со сложными геометриями, так как он не накладывает ограничений на форму области. Для дискретизации дифференциального уравнения введем локальную систему координат на каждом треугольном элементе сетки

$$X = (x - x_c) \cos \alpha + (y - y_c) \sin \alpha$$

$$Y = -(x - x_c) \sin \alpha + (y - y_c) \cos \alpha$$

где  $x_c$ ,  $y_c$  – значения координат в центре элемента,  $\sin \alpha = \frac{H_y}{|\nabla H|}$ ,  $\cos \alpha = \frac{H_x}{|\nabla H|}$ , и используем интерполяционную функцию для концентрации вида

$$c = Ae^{U(X_1 - X_{max})} + BY + D \quad (6)$$

где  $X_{max}$  – максимальное значение локальной координаты, индексы 0,1,2 относятся к узлам треугольного элемента.

Неизвестные константы  $A$ ,  $B$ ,  $D$  находятся из системы уравнений для значений концентрации в каждом узле треугольного элемента, и можно определить как отношение определителей  $B = \frac{\Delta_B}{\Delta}$ ,  $D = \frac{\Delta_D}{\Delta}$ .

Тогда уравнение (5) для нахождения концентрации на треугольной сетке сводится к системе уравнений:

$$c_i = \frac{-\sum_{nb} (k_{nb} c_{nb})}{\sum_{nb} k_0} \quad (7)$$

где индекс  $i$  относится к искомому узлу, а индекс  $nb$  – соседние узлы относительно центрального. Коэффициенты уравнения (7)

$$k_0 = \frac{a_{Bc}(E_2 - E_1) + a_{Dc}(E_1 Y_2 - E_2 Y_1)}{\Delta}$$

$$k_1 = \frac{a_{Bc}(E_0 - E_2) + a_{Dc}(E_2 Y_0 - E_0 Y_2)}{\Delta},$$

$$k_2 = \frac{a_{Bc}(E_1 - E_0) + a_{Dc}(E_0 Y_1 - E_1 Y_0)}{\Delta},$$

где введены следующие обозначения:  $a_{Bc} = U \frac{1}{f(c)} \left( \frac{Y_{12} Y_0}{8} + \frac{Y_{12}}{2} \right)$ ,  
 $a_{Dc} = U \frac{1}{f(c)} \frac{Y_{12}}{2}$ ,  $U = u \nabla H$ ,  $E_0 = \exp(U(X_0 - X_{max}))$ ,  
 $E_1 = \exp(U(X_1 - X_{max}))$ ,  $E_2 = \exp(U(X_2 - X_{max}))$ .

*Результаты.* Стационарное распределение концентрации в рабочей области уплотнения представлено на рис. 2 для обеих исследованных геометрий. Начальное значение концентрации  $c_0=0.3$ , значение напряженности магнитного поля  $H_0=10^4$  А/м<sup>2</sup>. Видно, что даже в не самом сильном поле максимальная концентрация достигает значения  $c = 0.6$ , соответствующего плотной случайной упаковке частиц.

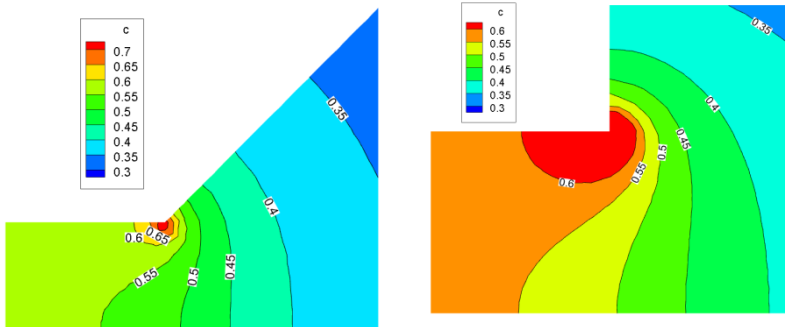


Рис.2 – Распределение концентрации частиц под треугольным и прямоугольным полюсом МЖУ.

*Заключение.* Проведены расчеты распределения концентрации магнитной жидкости в МЖУ с значением напряженности магнитного поля  $H_0=10^4$  А/м<sup>2</sup>. Показано, что даже в таком небольшом значении магнитного поля частицы магнитной жидкости устремляются в область максимального значения поля. Это может привести к образованию плотной упаковки частиц в этой области, что влечет за собой увеличение момента сил трения при вращении уплотняемого вала, и проблемы в работе МЖУ.

## Литература

1. Лебедев А.В. Вязкость концентрированных коллоидных растворов магнетита // Коллоидный журнал. — 2009. — Рр. 78–83.

2. S.V. Patankar. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. — McGraw-Hill, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. — Pp. 1–197.

3. Krakov M. S. Control volume finite-element method for Navier-Stokes equations in vortex-streamfunction formulation // Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals. — 1992. — Vol. 21, no. 2. — Pp. 125–145.

УДК 681.32

## ЭНЕРГООЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ШТИЛЕЙ

Червинский В.Л., Погирницкая С.Г., Латушкин С.  
Белорусский национальный технический университет

Энергия ветра является одним из самых перспективных источников возобновляемой энергетики, проблема его использования не равномерное распределение ветра. В работе анализируются вероятности появления энергетических штилей и их длительности для расчета моточасов работы дизель-генераторов и емкости аккумуляторов- накопителей энергии, работающих совместно с ВЭУ.

Энергия ветра является одним из самых перспективных источников возобновляемой энергетики. Такой источник присутствует практически в любой точке местности. Однако, он не везде равномерно распределен.

Как известно, энергетический потенциал определенной точки местности определяется по вероятностному распределению скоростей ветра. График этого распределения показывает зависимость вероятности существования определенной скорости ветра в течение определенного периода от величины самой скорости ветра.

Такая зависимость служит для выбора основных параметров ветроэнергостановки (ВЭУ), а именно, рабочих характеристик ее ветроколеса и генератора. Однако, ветер дует не всегда.

Для ВЭУ, особенно малой мощности и не подключенной к энергосистеме, а работающей на индивидуального потребителя, важно знать величину периодов отсутствия ветра, т.е. энергетических штилей. Это позволит рассчитать параметры накопителей-аккумуляторов, работающих совместно с ВЭУ.

В нашем понимании, **энергетический штиль** – это время, в течение которого ВЭУ не работает из-за:

- 1) метеоусловий;
- 2) особенностей конструкции.

Факт наличия энергетического штиля означает: