*УДК 535 012.2: 621.373.826.038.82*

*Л. П. СВИРИНА*

# ФОРМАЛИЗМ ВЕКТОРОВ И МАТРИЦ ДЖОНСА В ДИНАМИКЕ АНИЗОТРОПНЫХ ЛАЗЕРНЫХ СИСТЕМ

*Белорусский национальный технический университет*

*(Поступила в редакцию 25.03.2013)*

**Введение.** Методические основы лазерной физики, заложенные в работах [1], получили свое развитие при создании теоретических подходов для описания характеристик излучения лазеров с различными активными средами. Одним из таких подходов является матричный метод расчета характеристик лазерного излучения, разработанный для атомарных газовых лазеров с анизотропными резонаторами [2–6]. В его рамках была создана самосогласованная по поляризации теория, и на основе разработанных теоретических моделей впервые был описан ряд наблюдаемых в эксперименте поляризационных эффектов, как в условиях стационарной [7], так и нестационарной генерации [8], учтена линейная связь для волн с произвольными состояниями поляризации [9], обнаружены эффекты симметрии и режимы со сложной динамикой [10, 11].

В настоящее время в лазерах с анизотропными резонаторами известно два физических механизма, приводящих в отсутствие какого-либо внешнего, зависящего от времени воздействия на систему, к возникновению автоколебательных режимов генерации – это линейная связь волн генерации, вызывающая фазовую неустойчивость (см., напр, [12]), и конкуренция анизотропии нелинейной активной среды и анизотропии резонатора, вызывающая поляризационную неустойчивость [13].

Отличие от нуля эллиптичности электромагнитной волны приводит к появлению дополнительного, зависящего от поляризации, сдвига ее фазы. Этот простой и хорошо известный факт (см., напр., [14]), свидетельствующий о связи поляризационных и фазовых характеристик электромагнитной волны, в условиях нестационарной генерации может оказывать существенное влияние на поведение генерируемого поля в лазере, создавая предпосылки для обнаружения эффектов поляризационно-фазовой динамики.

Целью данной работы является описание эффектов поляризационно-фазовой динамики в линейном газовом лазере с поляризационной неустойчивостью и в кольцевом лазере с фазовой неустойчивостью, а также дальнейшее развитие матричного формализма и разработка модели кольцевого лазера, учитывающей одновременное влияние поляризационной и фазовой неустойчивостей, что послужит основой для систематических исследований поляризационно-фазовой динамики генерации лазерных систем.

**1. Основные положения матричного метода.** Электромагнитное поле в лазере в рамках матричного подхода представлется в виде суперпозиции плоских бегущих волн, каждая из которых описывается вектором Джонса, компоненты которого выражаются через характеристики этой волны и который в декартовом базисе принимает вид [3]:

$$\vec{E}_j^{\pm} = \left[\frac{I_j^{\pm}(t)}{ch2\beta_j^{\pm}(t)}\right]^{1/2} \begin{pmatrix} \cos z_j^{\pm}(t) \\ \sin z_j^{\pm}(t) \end{pmatrix} \exp[i(\Psi_j^{\pm}(t) - \omega_j^{\pm}t], \Psi = \Psi_x + arctg(\xi\, tg\gamma), \quad (1)$$

где $I = |E|^2$ – интенсивность, $\Psi$ – фаза, $\omega/2\pi$ (Гц) – частота генерации $z = \gamma + i\beta$, $\gamma$ – азимут, $\xi = th\beta$ – эллиптичность электромагнитной волны; индекс $j$ отнесен к однонаправленным, а знаки ($\pm$) – к встречным волнам.

В матричном виде уравнения генерации записываются в виде [15]:

$$\frac{d\vec{E}_j^{\pm}}{dt'} = \hat{Q}_j^{\pm}\vec{E}_j^{\pm} - \vec{E}_j^{\pm}, \tag{2}$$

где $t' = tc/L$ – число полных обходов светом резонатора (из начальной точки в начальную) за время $t$, $L$ – длина резонатора за обход (для линейного лазера это удвоенная длина резонатора), $c$ – скорость света, $\hat{Q}_j^{\pm} = \hat{S}_j^{\pm}\hat{M}_j^{\pm}$ – матрица Джонса лазера, $\hat{S}_j^{\pm}$ и $M_j^{\pm}$ – матрицы Джонса нелинейной активной среды и резонатора, $\hat{S}_j^{\pm} = \exp\left(-i\frac{\omega l}{c}\sqrt{\hat{\varepsilon}_j^{\pm}}\right) = \exp\left(-i\frac{\omega l}{c}(1+2\pi\hat{\chi}_j^{\pm})\right)$, $\hat{\varepsilon}_j^{\pm}$ и $\hat{\chi}_j^{\pm}$ – тензоры диэлектрической проницаемости и диэлектрической восприимчивости для волны с напряженностью электрического поля $\vec{E}_j^{\pm}$, $l$ – длина активной среды.

В рамках матричного метода были разработаны и экспериментально апробированы модели одномодового двухчастотного линейного газового лазера с произвольной величиной и типом анизотропии резонатора, где возможна поляризационная неустойчивость [16, 17] и одномодового четырехчастотного кольцевого газового лазера (ЧКГЛ), где возможна фазовая неустойчивость [9, 11].

**2. Поляризационно-фазовая динамика генерации лазеров.** В двухчастотном линейном газовом лазере поляризационная неустойчивость проявляется как автоколебательные режимы I рода с периодическими колебаниями интенсивностей $I_{1,2}$, азимутов $\gamma_{1,2}$ и эллиптичностей $\xi_{1,2}$ генерируемых волн и автоколебания II рода с периодическими колебаниями интенсивностей, эллиптичностей и с вращающимися азимутами генерируемых волн.

Эффект поляризационно-фазовой динамики был обнаружен при описании результатов эксперимента по наблюдению поляризационной неустойчивости в He-Ne лазере, работающем на длине волны $\lambda = 1{,}15$ мкм (переход $j \to j+1$) с эллиптической поляризацией мод резонатора [8].

Одной из специфических особенностей динамики генерации лазеров с изменяющимися во времени состояниями поляризации является невозможность экспериментально отслеживать эволюцию эллиптичностей и азимутов волн генерации. Экспериментально регистрируется суммарная интенсивность $I$ и интенсивности ортогональных компонент сигнала $I_x$, $I_y$ в линейном (рис. 1, *а*) и $I_{\sigma+}, I_{\sigma-}$ в циркулярном базисах. Теоретически регистрируемый сигнал (рис. 1, *б*) представляет собой результат когерентного сложения $x$ ($y$) компонент векторов Джонса двух генерируемых волн в линейном базисе регистрации или $\sigma_+$ ($\sigma_-$) компонент этих волн в циркулярном базисе, и поэтому зависит от разности фаз волн генерации, которая изменяется при прохождении преобразующих поляризацию элементов.

На рис. 1 представлены временные реализации для суммарной интенсивности $I$, интенсивностей ортогональных компонент сигнала $I_x$, $I_y$, а также интенсивностей $I_{1,2}$, азимутов $\gamma_{1,2}$ и эллиптичностей $\xi_{1,2}$ генерируемых волн. Сплошными линиями обозначены характеристики волны 1, пунктирными – волны 2.

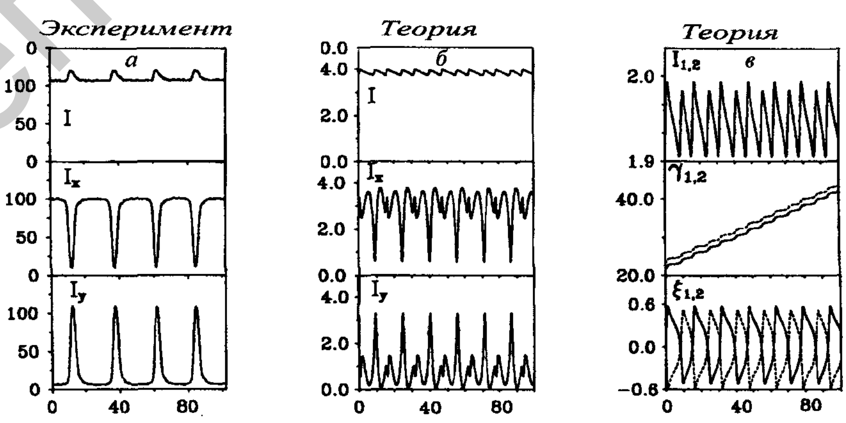


Рис. 1. Результаты сопоставления теории с экспериментом в линейном базисе регистрации

При переходе от линейного базиса регистрации к циркулярному свет проходит через развернутую на угол π/4 четвертьволновую пластинку. При этом не только преобразуется поляризация компонент векторов Джонса $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \exp i\Psi$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \exp[i\Psi] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} E_x - iE_y \\ E_x + iE_y \end{pmatrix} \exp\left[i(\Psi + \Psi_{op}\right], \qquad (3)$$

но и возникает дополнительный фазовый набег для каждой из волн, величина которого в соответствии с [14] определяется как

$$\Psi_{op} = \arg\left[\frac{E_x - iE_y}{E_x}\right]. \qquad (4)$$

Таким образом, переход от линейного к круговому базису сопровождается появлением дополнительной разности фаз генерируемых волн 1 и 2, возникающей из-за различия их состояний поляризации:

$$\Delta\Psi_{op} = \Psi_{1op} - \Psi_{2op}. \qquad (5)$$

С учетом разности фаз $\Delta\Psi_{op}$ рассчитанные в циркулярном базисе ортогональные компоненты регистрируемого сигнала совпадают с обнаруженными в эксперименте [8] и аналогичны полученным в линейном базисе (см. рис. 1).

В четырехчастотном кольцевом газовом лазере с эллиптической поляризацией генерируемых волн эффект поляризационно-фазовой динамики был обнаружен в режиме автоколебаний при изучении зависимостей от отстройки интенсивностей $I_1^{\pm}(I_2^{\pm})$ и разностей фаз $\Psi_1(\Psi_2)$ встречных волн, принадлежащих модам резонатора 1 и 2 [18].

В случае линейной поляризации генерируемых волн в зависимостях от отстройки интенсивностей встречных волн $I_1^{\pm}(I_2^{\pm})$ переключения интенсивностей, обусловленные различием превышений накачки над потерями на частоте генерации при переходе из области отрицательных в область положительных отстроек $x$, наблюдались вблизи центра линии (рис. 2).

Отличительной особенностью генерации электромагнитной волны с ненулевой эллиптичностью по сравнению с линейно поляризованной волной является появление дополнительного сдвига фазы, задаваемого в соответствии с (1) выражением:

$$\Psi_p = \mathrm{arctg}(\xi\ \mathrm{tg}\gamma). \qquad (6)$$

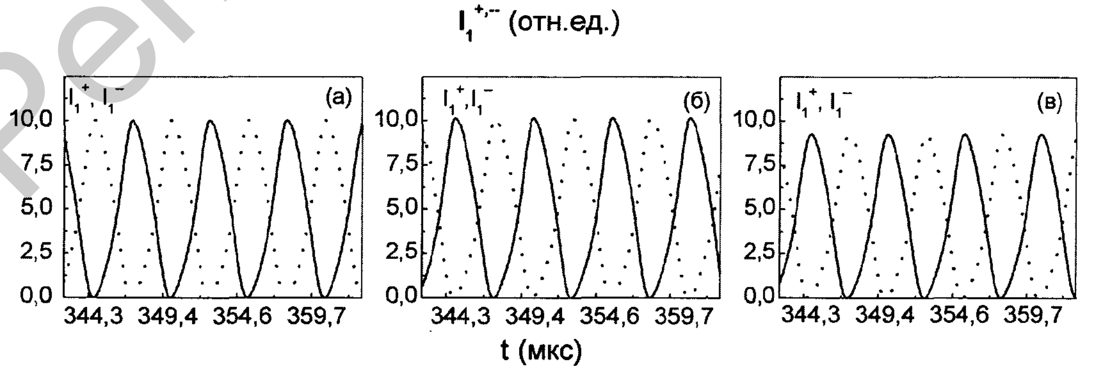


Рис. 2. Автоколебания интенсивностей встречных волн $I_1^+$ (сплошные линии) и $I_1^-$ (пунктирные линии) при $x = -43{,}2$ Мгц (*а*), $x = 0$ (*б*), $x = 43{,}2$ Мгц (*в*); начальные значения $I_{1,2}^{\pm}|_{\tau=0} = \Psi_{1,2}|_{\tau=0} = 0$

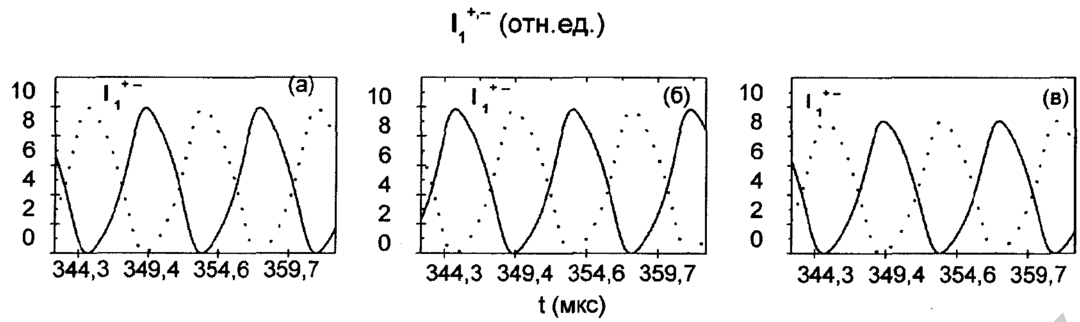


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при начальных данных, определяемых анизотропией пустого резонатора: $I_{1,2}^{\pm}|_{\tau=0} = 0, \Psi_1|_{\tau=0} = 2,2\cdot10^{-4}, \Psi_2|_{\tau=0} = -3,13$

Если в качестве начальных значений для разностей фаз выбрать их величины, определяемые на основании (6) поляризацией мод резонатора, то характер автоколебаний существенно изменится. В зависимостях интенсивностей волн $I_1^{\pm}(I_2^{\pm})$ в широком диапазоне отстроек справа и слева от центра автоколебания имеют ту же форму, что в на центре, а переключение интенсивностей происходит при симметричных относительно центра отстройках $x$ вблизи крыльев линии (рис. 3). Переключение интенсивностей волн $I_2^{\pm}$ происходит анологично переключениям интенсивностей волн $I_2^{\pm}$, приведенным на рис. 2.

Обнаружение отдельных поляризационно-фазовых эффектов обусловливает актуальность дальнейшего развития теории и проведения систематических исследований поляризационно-фазовой динамики генерации лазерных систем.

**3. Математическая модель одномодового ЧКГЛ с поляризационной и фазовой неустойчивостями.** На основе матричного формализма получим уравнения генерации одномодового ЧКГЛ с произвольной величиной и типом анизотропии резонатора (что создает предпосылки для возникновения поляризационной неустойчивости) и с учетом линейной связи встречных волн за счет обратного рассеяния на неоднородностях среды и резонатора (что обеспечивает возможность возникновения фазовой неустойчивости). Таким образом, в данном лазере возможно одновременное существование как поляризационной, так и фазовой неустойчивости.

При выводе уравнений для интенсивностей и фаз волн генерации воспользуемся подходом, подробно описанным в [9, 11]. В данном лазере генерируемое поле представляется в виде суперпозиции четырех плоских монохроматических волн $1^{\pm}$ и $2^{\pm}$ с произвольными интенсивностями, частотами и состояниями поляризации, описываемых выражением (1).

Предположим, что действие всех неоднородностей среды и резонатора эквивалентно действию одного эффективного отражателя с различными для встречных направлений комплексными коэффициентами отражения $r^{\pm}$ и пропускания $t^{\pm}$, которые в общем случае могут зависеть от состояний поляризации генерируемых волн. Тогда, подставляя выражение (1) в уравнения (2), воспользовавшись условием стационарной генерации и явным видом матрицы, резонатора $\hat{M}$, элементы которой выражены через поляризационные характеристики собственных мод резонатора, а также проведя стандартные процедуры, описанные в [9,11], запишем уравнение генерации для волны $1^{+}$ в виде:

$$\operatorname{ctg}(z_1^+ - z_{2M}^+)\frac{dz_1^+}{dt'} + \frac{d}{dt'}\left(\ln\sqrt{\frac{I_1^+}{ch2\beta_1^+}} + i\Psi_1^+\right) = h_1^+ + \ln\lambda_{1M}^+ + r_1^-\frac{\sin(z_{2M}^+ - z_1^-)}{\sin(z_{2M}^+ - z_1^+)}\frac{\sqrt{I_1^-/\operatorname{ch}2\beta_1^-}\,e^{i\Psi_1^-}}{\sqrt{I_1^+/\operatorname{ch}2\beta_1^+}\,e^{i\Psi_1^+}} +$$
$$\alpha t_2^+\frac{\sin(z_{2M}^+ - z_2^+)}{\sin(z_{2M}^+ - z_1^+)}\frac{\sqrt{I_2^+/ch2\beta_2^+}\,e^{i\Psi_2^+}}{\sqrt{I_1^+/ch2\beta_1^+}\,e^{i\Psi_1^+}} + \frac{(\cos z_{2M}^+, \sin z_{2M}^+)\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\hat{H}_1^+\begin{pmatrix}\cos z_1^+\\ \sin z_1^+\end{pmatrix}}{\sin(z_{2M}^+ - z_1^+)}. \quad (7)$$

Здесь $I = |E|^2$, матрица Джонса активной среды для волны $1^+$ представлена в виде $S_1^+ = \exp(h_1^+ + \hat{H}_1^+)$, использовано соотношение, отвечающее приближению третьего порядка по полю теории возмущений $\exp(h_1^+ + \hat{H}_1^+ + \ln\lambda_{1M}) \approx 1 + h_1^+ + \ln\lambda_{1M} + \hat{H}_1^+$, а также равенство $\det\hat{M}^+ = \lambda_{1M}^+\lambda_{2M}^+$. Индексом $M$ обозначены собственные значения и собственные типы колебаний матрицы резонатора, коэффициент $\alpha$ характеризует рассеяние из одной резонаторной моды в другую.

Уравнения (7) записаны в предположении, что коэффициенты отражения и пропускания для встречных волн, принадлежащих одной моде резонатора, удовлетворяют условиям: $|t| \approx 1, |r| << 1, |\alpha| << 1$, так что в (7) учтены только члены первого порядка малости по $r$, $\alpha$. Уравнения генерации для волны $1^-$ получаются из (7) при замене индексов $(+) \leftrightarrow (-)$, уравнения для волн $2^+$ $(2^-)$ следуют из уравнений для волн $1^+(1^-)$ при замене индексов $1 \leftrightarrow 2$.

Принимая во внимание явный вид выражений для $h_1^+$ и $H_1^+$, приведенных в [9, 11], полагая $t = 1$ и вводя обозначения для экспериментально измеряемых величин, запишем уравнения генерации для интенсивностей и фаз ЧКГЛ в следующем виде:

$$\operatorname{ctg}(z_1^\pm - z_{2M}^\pm)\frac{dz_1^\pm}{d\tau} - th2\beta_1^\pm\frac{d\beta_1^\pm}{d\tau} + \frac{1}{2I_1^\pm}\frac{dI_1^\pm}{d\tau} + i\frac{d\Psi_1^\pm}{d\tau} =$$

$$i(\omega_1^\pm - \omega_{1M}^\pm)\frac{L}{c\tau_0} + i\frac{\bar{V}_1^\pm}{P} + \frac{\bar{P}_1^\pm}{P} + i\frac{\Delta W_1^\pm}{P}\operatorname{ctg}(z_1^\pm - z_{2M}^\pm) - \left(\theta_{11}^{\pm\pm}I_1^\pm + \theta_{11}^{\pm\mp}I_1^\mp + \theta_{12}^{\pm\pm}I_2^\pm + \theta_{12}^{\pm\mp}I_2^\mp + \theta_{1k}^\pm I_{1k}\right) + \quad (8)$$

$$\frac{r_1^\mp}{\tau_0}\frac{\sin(z_{2M}^\pm - z_1^\mp)}{\sin(z_{2M}^\pm - z_1^\pm)}\sqrt{\frac{I_1^\mp \operatorname{ch}2\beta_1^\pm}{I_1^\pm \operatorname{ch}2\beta_1^\mp}}\exp[i(\Psi_1^\mp - \Psi_1^\pm) + \frac{\alpha^\pm}{\tau_0}\frac{\sin(z_{2M}^\pm - z_2^\pm)}{\sin(z_{2M}^\pm - z_1^\pm)}\sqrt{\frac{I_2^\pm \operatorname{ch}2\beta_1^\pm}{I_1^\pm \operatorname{ch}2\beta_2^\pm}}\exp[i(\Psi_2^\pm - \Psi_1^\pm).$$

Здесь $I_{12}^\pm = |E_{12}^\pm|^2 |d_{ab}|^2 / 3\hbar^2\gamma_a\gamma_b P$, остальные обозначения аналогичны принятым в [9, 11]. Уравнения (8), в отличие от уравнений генерации, записанных для сильно анизотропных резонаторов [9,11], учитывают возможность изменения во времени поляризационных характеристик генерируемых волн, обусловленную конкуренцией анизотропии среды и резонатора.

Коэффициенты само- и кросснасыщения определяются следующим образом:

$$\theta_{11}^{\pm\pm} = c_1'^\pm + ic_1''^\pm\operatorname{ctg}\left(z_1^\pm - z_{2M}^\pm\right), \theta_{11}^{\pm\mp} = a_{11}^{\pm\mp} - \frac{b_{11}'^{\pm\mp}\sin\left(z_1^\pm + z_{2M}^\pm\right) - b_{11}''^{\pm\mp}\cos\left(z_1^\pm + z_{2M}^\pm\right)}{\operatorname{ch}2\beta_1^\mp \sin\left(z_1^\pm - z_{2M}^\pm\right)} + id_{11}^{\pm\mp}\operatorname{ctg}\left(z_1^\pm - z_{2M}^\pm\right),$$

$$\theta_{11}^{\pm\mp} = a_{11}^{\pm\mp} - \frac{b_{11}'^{\pm\mp}\sin\left(z_1^\pm + z_{2M}^\pm\right) - b_{11}''^{\pm\mp}\cos\left(z_1^\pm + z_{2M}^\pm\right)}{\operatorname{ch}2\beta_1^\mp \sin\left(z_1^\pm - z_{2M}^\pm\right)} + id_{11}^{\pm\mp}\operatorname{ctg}\left(z_1^\pm - z_{2M}^\pm\right). \quad (9)$$

Выражения для $\theta_{12}^{\pm\pm}$ записываются на основании $\theta_{11}^{\pm\mp}$ при формальной замене индексов при $a,b,d$, ch $2\beta$: $1^\mp \to 2^\pm$; для $\theta_{12}^{\pm\mp}$ – при $1^\mp \to 2^\mp$;; величины $\theta_{1k}^\pm$, описывающие комбинационное взаимодействие, получаются из $\theta_{11}^{\pm\mp}$ при замене $1^\mp \to k$, $\operatorname{ch}2\beta_2^\pm = \operatorname{ch}2\beta_k$. Формулы для $\theta_{22}^{\pm\pm}$, $\theta_{22}^{\pm\mp}, \theta_{21}^{\pm\pm}, \theta_{21}^{\pm\mp}, \theta_{2k}^\pm$ следуют из $\theta_{11}^{\pm\pm}, \theta_{11}^{\pm\mp}, \theta_{12}^{\pm\pm}, \theta_{12}^{\pm\mp}, \theta_{1k}^\pm$ при замене $1 \leftrightarrow 2$. Явный вид коэффициентов $a$, $b$, $c$, $d$ в приближении предельного доплеровского уширения приведен в [11].

Запишем уравнения для поляризационных характеристик волны $1^+$. Для этого умножим уравнение генерации (2) слева на вектор-строку $\vec{e}_{\perp 1}^+ = (-\sin z_1^+ \cos z_1^+)$, который ортогонален вектору $\vec{E}_1^+$, задаваемому выражением (1), что позволит исключить производные по интенсивности и по фазе волны:

$$\sqrt{\frac{I_1^{+}}{\mathrm{ch}2\beta_1^{+}}}e^{i\Psi_1^{+}}\frac{dz_1^{+}}{dt'}=\left(-\sin z_1^{+}\quad \cos z_1^{+}\right)\hat{M}^{+}\hat{S}_1^{+}\times$$
$$\left[\sqrt{\frac{I_1^{+}}{\mathrm{ch}2\beta_1^{+}}}e^{i\Psi_1^{+}}\begin{pmatrix}\cos z_1^{+}\\ \sin z_1^{+}\end{pmatrix}+r_1^{-}\sqrt{\frac{I_1^{-}}{\mathrm{ch}2\beta_1^{1}}}e^{i\Psi_1^{-}}\begin{pmatrix}\cos z_1^{-}\\ \sin z_1^{-}\end{pmatrix}+\alpha t_2^{+}\sqrt{\frac{I_2^{+}}{\mathrm{ch}2\beta_1^{1}}}e^{i\Psi_1^{-}}\begin{pmatrix}\cos z_2^{+}\\ \sin z_2^{+}\end{pmatrix}\right]. \tag{10}$$

Уравнение (10) записано с точностью до первого порядка малости величин $r$ , $\alpha$, $I = |E|^2$. Подставляя в (10) выражения для матриц среды и резонатора, записанные в явном виде, в оговоренных выше приближениях и принятых обозначениях получим

$$\frac{dz_1^{\pm}}{d\tau}=\frac{1}{2\tau_0}\left(1-\frac{\lambda_{2M}^{\pm}}{\lambda_{1M}^{\pm}}\right)\left[\frac{\cos\left(z_{1M}^{\pm}+z_{2M}^{\pm}-2z_1^{\pm}\right)}{\sin\left(z_{1M}^{\pm}-z_{2M}^{\pm}\right)}-ctg\left(z_{1M}^{\pm}-z_{2M}^{\pm}\right)\right]+$$
$$\frac{i\Delta W_1^{\pm}}{P}-ic''^{\pm}I_1^{\pm}+\rho_{11}^{\pm\mp}I_1^{\mp}+\rho_{12}^{\pm\pm}I_2^{\pm}+\rho_{12}^{\pm\mp}I_2^{\mp}+\rho_{1k}^{\pm\pm}I_{1k}^{\pm}+ \tag{11}$$
$$\frac{r_1^{\mp}\sqrt{I_1^{\mp}ch2\beta_1^{\pm}}}{\tau_0\sqrt{I_1^{\pm}ch2\beta_1^{\mp}}}\exp\left[i\left(\Psi_1^{\mp}-\Psi_1^{\pm}\right)\right]\sin\left(z_1^{\mp}-z_1^{\pm}\right)+\frac{\alpha t_1^{\pm}\sqrt{I_2^{\pm}ch2\beta_1^{\pm}}}{\tau_0\sqrt{I_1^{\pm}ch2\beta_2^{\pm}}}\exp\left[i\left(\Psi_2^{\pm}-\Psi_1^{\pm}\right)\right]\sin\left(z_2^{\pm}-z_1^{\pm}\right).$$

Коэффициенты $\rho$ задаются выражениями

$$\rho_{11}^{\pm\mp}=\frac{b_{11}^{'\pm\mp}\sin 2z_1^{\pm}-b_{11}^{''\pm\mp}\cos 2z_1^{\pm}}{ch2\beta_1^{\mp}\sin\left(z_1^{\pm}-z_{2M}^{\pm}\right)}-id_{11}^{\pm\mp}. \tag{12}$$

Коэффициенты $\rho_{12}^{\pm\pm},\rho_{12}^{\pm\mp},\rho_{1k}^{\pm}$ записываются на основании $\rho_{11}^{\pm\mp}$ при формальных заменах, описанных выше. Уравнения для поляризационных характеристик, принадлежащих второй резонаторной моде, следуют из (11), (12) при замене индексов $1\leftrightarrow 2$.

Система обыкновенных дифференциальных комплексных уравнений (8), (11) содержит в общем случае 16 скалярных уравнений для интенсивностей, фаз, эллиптичностей и азимутов волн генерации. Она позволяет изучать влияние поляризационной и фазовой неустойчивостей, а также магнитного поля Земли на работу приборов, использующих газовые лазеры.

Разработанная модель открывает перспективы для систематических теоретических и экспериментальных исследований поляризационно-фазовой динамики генерации лазерных систем, а также регулярной и сложной динамики нелинейных систем высокой размерности, имеющих различную физическую природу.

**Заключение.** На основе разработанных в рамках формализма векторов и матриц Джонса теоретических моделей, получивших экспериментальное подтверждение, рассмотрены эффекты поляризационно-фазовой динамики, обнаруженные в линейном двухчастотном газовом лазере с поляризационной неустойчивостью и в четырехчастотном кольцевом газовом лазере с фазовой неустойчивостью.

Выведены уравнения генерации одномодового четырехчастотного кольцевого газового лазера, учитывающие возможность одновременного существования поляризационной и фазовой неустойчивостей, что послужит началом систематических исследований поляризационно-фазовой динамики генерации лазерных систем, а также регулярной и сложной динамики нелинейных систем высокой размерности, имеющих различную физическую природу.

## Литература


1. Методы расчета оптических квантовых генераторов: В 2 т. / Под ред. Б. И. Степанова. Минск, 1966–1968.
2. *Рубанов В. С.* // ЖПС. 1969. Т. 10, № 5. С. 725–731.
3. *Севериков В. Н.* Методы расчета поляризации собственных типов колебаний лазерных резонаторов / Препринт Института физики НАН Беларуси № 165. Минск, 1978.

4. *Рубанов В. С., Свирина Л. П,. Севериков В. Н.* // Доклады АН БССР. 1982. Т. 26, № 7. С. 616–620.
5. *Ильющенко Н. В., Свирина Л. П., Севериков В. Н.* // Опт. и спектр. 1983. Т. 54, № 2. С. 380–383.
6. *Войтович А. П., Севериков В. Н.* Лазеры с анизотропными резонаторами. Минск, 1988.
7. *Кузнецов В. М., Рубанов В. С., Свирина Л. П., Севериков В. Н.* // Квант. электрон. 1986. Т. 13, № 1. С. 66–75.
8. *Svirina L. P., Gudelev V. G., Zhurik Yu. P.* // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 56, N 6. P. 5053–5064.
9. *Svirina L. P.* // Quantum & Semiclassical Optics, JEOS, part B. 1998. Vol. 10, N 1. P. 213 – 222.
10. *Svirina L. P.* // Journal of Optics B: Quantum & Semiclassical Optics, 2001. Vol. 3, N 1. S133 – S138.
11. *Свирина Л. П.* // Квантовая электроника. 2008. Т. 38, № 1. С. 1 – 15.
12. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах / Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М., 1974.
13. *Svirina L. P.* // Quantum and Semiclassical Optics, JEOS, part B. 1998. Vol. 10, N 2. P. 425–439.
14. *Аззам Р., Башара Н.* Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981.
15. *Raterink H. J., Van der Stadt H., Velsel C. H. P., and Dijkstra G.* // Appl. Opt. 1967. Vol. 6, N 5. P. 813–821.
16. *Svirina L. P.* // Optics Communications. 1994. Vol. 111, № 2. С. 380 – 390.
17. *Свирина Л. П.* // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 77, № 1. С. 124–133.
18. *Свирина Л. П.* // ЖПС. 2006. Т. 73, № 5. С. 620–625.

*L. P. SVIRINA*

**JONES VECTORS AND MATRICIES FORMALISM IN THE DYNAMICS OF ANISOTROPIC LASER SYSTEMS**

## Summary

The equations for lasing have been derived of a four-frequency ring gas laser where both the polarization and phase instabilities could exist. This gives rise to systematical studies of the polarization-phase dynamics in lasers as well as the regular and complicated dynamics of multidimensional nonlinear systems, having different physical origins.