*УДК 530.12*

*А. П. РЯБУШКО[1], И. Т. НЕМАНОВА[2], Т. А. ЖУР[2]*

# РЕШЕНИЕ ЛАГРАНЖЕВОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ ПРИ УЧЕТЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ГАЗОПЫЛЕВОЙ СРЕДЫ

*[1]Белорусский национальный технический университет*
*[2]Белорусский государственный аграрный технический университет*

*(Поступила в редакцию 28.12.2012)*

**1. Постановка задачи.** Хорошо известно частное треугольное решение Лагранжа ограниченной задачи трех тел [1, 2]. Для решения соответствующей задачи с учетом гравитационного поля газопылевой материи, заполняющей пространство, т. е. для нахождения траектории пробного тела, находящегося под действием гравитационного поля тяготеющих точечных масс $m_a$, $m_b$ и газопылевой среды, необходимо воспользоваться решением соответствующей задачи двух тел. В работах [3, 4] найдена относительная траектория тел $a$ и $b$, движущихся в газопылевом шаре радиуса $R$ малой плотности $\rho$ порядка $10^{-22}$ г/см$^3$. Выражение для величины радиус-вектора $\vec{r}^{\,\text{ОТ}} = \vec{a} - \vec{b}$, удовлетворяющее начальным условиям $\varphi' = 0$, $r^{\text{ОТ}} = r_0^{\text{ОТ}}$, где $r_0^{\text{ОТ}}$ – расстояние между точечными массами $m_a$ и $m_b$ в задаче двух тел без учета гравитационного поля газопылевой среды, в ньютоновском приближении имеет вид

$$r^{\text{ОТ}} = \frac{1}{A}\left\{1 - e\cos\varphi' + e^2\cos^2\varphi' + \frac{\alpha}{A^4}\left[-1 - 3e^2 + \cos\varphi'(1 + 2e + 2e^2) + \frac{3}{2}e\varphi'\sin\varphi' - \right.\right.$$
$$\left.\left. 3e^2\varphi'\sin\varphi'\cos\varphi' + e^2\cos 2\varphi' - 2e\cos^2\varphi'\right]\right\}, \tag{1}$$

где $\varphi'$ – угол поворота оси $ab$ при $t = 0$, $\varphi' = 0$; $A = \dfrac{\gamma(m_a + m_b)}{L_{\text{ОТ}}^2}$, $L_{\text{ОТ}}$ – постоянный момент импульса относительного движения (тела $a$ относительно тела $b$)

$$L_{\text{ОТ}} = \left(r^{\text{ОТ}}\right)^2 \frac{d\varphi'}{dt} = \left(r_0^{\text{ОТ}}\right)^2 \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_0 = \text{const};$$

$e$ –эксцентриситет относительной орбиты в отсутствии газопылевой среды; $\alpha = \dfrac{4\pi\gamma\rho}{3L_{\text{ОТ}}^2}$.

Если в плоскости движения тел выбрать ось $Ox^1$ декартовой системы координат по направлению вектора $\vec{a}$ в начальный момент времени, то координаты вектора $\vec{r}^{\,\text{ОТ}}$ будут равны $x_{\text{ОТ}}^1 = r^{\text{ОТ}}\cos\varphi'$, $x_{\text{ОТ}}^2 = r^{\text{ОТ}}\sin\varphi'$. Переход к барицентрическим координатам осуществляется по формулам

$$a^i = \frac{m_b}{m_a + m_b}x_{\text{ОТ}}^i, \quad b^i = -\frac{m_a}{m_a + m_b}x_{\text{ОТ}}^i. \tag{2}$$

Решение ограниченной треугольной задачи трех тел основывается на решении соответствующей задачи двух тел для круговых орбит. Последнее получается из выражения (1) при условии $e = 0$:

$$r^{\text{ОТ}} = \frac{1}{A}\left[1 + \frac{\alpha}{A^4}(\cos\varphi' - 1)\right] = r_0^{\text{ОТ}} + \frac{\alpha}{A^4}(\cos\varphi' - 1)r_0^{\text{ОТ}} = r_0^{\text{ОТ}} + r_1^{\text{ОТ}}, \tag{3}$$

где $r_0^{\text{ОТ}} = \dfrac{1}{A} = a_0 + b_0$ постоянное для кругового решения, совпадающее с начальным расстояние между массами $m_a$ и $m_b$; $r_1^{\text{ОТ}}$ – малая добавка, обязанная гравитационному полю газопылевой среды. С помощью выражений (2) и (3) легко получить координаты и модули радиус-векторов тел $a$ и $b$:

$$\left|\vec{a}\right| = a = \frac{m_b}{m_a + m_b}\cdot\frac{1}{A}\left[1 + \frac{\alpha}{A^4}(\cos\varphi' - 1)\right] = a_0 + a_1,\ a_0 = \frac{m_b}{m_a + m_b}\cdot\frac{1}{A};$$

$$\left|\vec{b}\right| = b = \frac{m_a}{m_a + m_b}\cdot\frac{1}{A}\left[1 + \frac{\alpha}{A^4}(\cos\varphi' - 1)\right] = b_0 + b_1,\ b_0 = \frac{m_a}{m_a + m_b}\cdot\frac{1}{A}, \tag{4}$$

где $a_0, b_0$ – постоянные величины радиус-векторов тел $a$ и $b$ в круговом решении задачи двух тел без учета газопылевой материи. Малые добавки $a_1$ и $b_1$ учитывают изменение круговых траекторий тел под воздействием гравитационного поля газопылевой среды.

**2. Уравнения движения пробного тела и его первые интегралы.** Классические уравнения движения третьего (пробного) тела $c$ относительно барицентрической системы отсчета, связанной с центром масс системы тел $a, b$, в плоской ограниченной задаче трех тел имеют вид

$$\frac{d^2x^1}{dt^2} = -\frac{1}{2}\frac{\partial \underset{2}{h}_{00}}{\partial x^1},\quad \frac{d^2x^2}{dt^2} = -\frac{1}{2}\frac{\partial \underset{2}{h}_{00}}{\partial x^2}. \tag{5}$$

В системе уравнений (5) $x^1$, $x^2$ – декартовы координаты пробного тела $c$ в плоскости движения $x^1Ox^2$, $t$ – время,

$$\underset{2}{h}_{00} = 4\pi\gamma\rho\left(\frac{r^2}{3} - R^2\right) - \frac{2\gamma m_a}{\left|\vec{r} - \vec{a}\right|} - \frac{2\gamma m_b}{\left|\vec{r} - \vec{b}\right|} \tag{6}$$

является компонентой метрического тензора рассматриваемой системы в ньютоновском приближении [3], где $\gamma$ – ньютоновская постоянная тяготения, $r = \sqrt{\left(x^1\right)^2 + \left(x^2\right)^2}$ – расстояние пробного тела $c$ до начала координат.

Умножая первое из уравнений (5) на $-x^2$, второе – на $x^1$ и складывая полученные равенства, приходим к дифференциальному уравнению для величины момента импульса $L_c$ тела $c$, которое, с учетом явного вида (6) гравитационного потенциала, можно записать в следующем виде:

$$\frac{dL_c}{dt} = \gamma m_a\left(a^2x^1 - a^1x^2\right)\left(\frac{1}{\left|\vec{r} - \vec{a}\right|^3} - \frac{1}{\left|\vec{r} - \vec{b}\right|^3}\right),\quad L_c \equiv x^1\frac{dx^2}{dt} - x^2\frac{dx^1}{dt}. \tag{7}$$

В отсутствие газопылевой среды справедливо частное треугольное решение Лагранжа, при котором $\left|\vec{r} - \vec{a}\right| = \left|\vec{r} - \vec{b}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \text{const}$, так как в этом случае тела $a, b, c$ в каждый момент времени находятся в вершинах равностороннего треугольника. Тогда из равенства (7) следует постоянство момента импульса пробного тела: $L_c = \underset{0}{L}_c = \text{const}$ (интеграл площадей). Учет гравитационного поля газопылевой материи приводит к изменению величины момента импульса пробного тела. Для того чтобы найти изменение этой величины, перейдем к полярным координатам $r, \varphi$ тела $c$, выбирая полярную ось вдоль оси $Ox^1$, и представим величину $r$ в виде суммы $r = r_0 + r_1$, где $r_0$ – радиус круговой орбиты тела $c$ в отсутствие газопылевой среды, $r_1$ – подлежащее определению изменение величины $r_0$, пропорциональное плотности газопылевой среды и, следовательно, параметру $\alpha$. На основании указанного разложения величины $r$ и соответствующих выражений (4) для тел $a$ и $b$, воспользовавшись теоремой косинусов, можно получить с точностью до первой степени плотности среды (или величины $\alpha$) следующие равенства:

$$\left|\vec{r} - \vec{a}\right| = \left|r_0 - a_0\right|\left(1 + \frac{r_1r_0 + a_1a_0 - (r_0a_1 + r_1a_0)\cos\varphi_0}{\left|r_0 - a_0\right|^2}\right),\ \left|\vec{r}_0 - \vec{a}_0\right| = \left(r_0^2 + a_0^2 - 2r_0a_0\cos\varphi_0\right)^{\frac{1}{2}}; \tag{8}$$

$$\left|\vec{r}-\vec{b}\right|=\left|\vec{r}_0-\vec{b}_0\right|\left(1+\frac{r_1r_0+b_1b_0+(r_0b_1+r_1b_0)\cos\varphi_0}{\left|\vec{r}_0-\vec{b}_0\right|^2}\right),\ \left|\vec{r}_0-\vec{b}_0\right|=\left(r_0^2+b_0^2+2r_0b_0\cos\varphi_0\right)^{\frac{1}{2}},$$

где $\varphi_0$ – угол между векторами и $\vec{r}$ è $\vec{a}$, $\varphi_0=\varphi-\varphi'$. Обозначим постоянную при круговом движении угловую скорость тел $a$, $b$, $c$ буквой $\omega$, $\omega=\frac{d\varphi'}{dt}$. После подстановки выражений (8) в (7) и интегрирования по времени $\left(dt=\frac{d\varphi'}{\omega}\right)$ получим следующее выражение для величины момента импульса пробного тела, удовлетворяющее начальным условиям $\varphi'=0$, $r_1=0$, $L_c=\underset{0}{L}_c$:

$$L_c=-3\gamma m_a a_0 r_0\sin\varphi_0\left[\frac{\alpha}{\omega}(b_0-a_0+r_0\cos\varphi_0)(\sin\varphi'-\varphi')+\frac{\cos\varphi_9}{\omega\left|\vec{r}_0-\vec{a}_0\right|^4}\int r_1(\varphi')d\varphi'\right]+\underset{0}{L}_c. \tag{9}$$

Выражение для интеграла энергии получается, как обычно, путем умножения уравнений (5) соответственно на компоненты скорости $\frac{dx^1}{dt}$, $\frac{dx^2}{dt}$ и сложения полученных равенств. Приходим к уравнению

$$\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2\right)=-\frac{\partial\underset{2}{h}_{00}}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dt}. \tag{10}$$

Как следует из выражения (6), компонента метрического тензора $\underset{2}{h}_{00}$ зависит также от координат тел $a$, $b$, создающих вместе с газопылевой материей рассматриваемое гравитационное поле. Полная производная по времени величины $\underset{2}{h}_{00}$ слагается из трех частей:

$$\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{dt}=\frac{\partial\underset{2}{h}_{00}}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dt}+\frac{\partial\underset{2}{h}_{00}}{\partial a^i}\frac{da^i}{dt}+\frac{\partial\underset{2}{h}_{00}}{\partial b^i}\frac{db^i}{dt}=\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{d\underset{c}{t}}+\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{d\underset{a}{t}}+\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{d\underset{b}{t}}. \tag{11}$$

Из (6) следует, что производные по времени гравитационного потенциала в точке с координатами $r$, $\varphi$, вызванные движением тел $a$ и $b$, равны:

$$\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{d\underset{a}{t}}=-\frac{2\gamma m_a}{\left|\vec{r}-\vec{a}\right|^3}(x^i-a^i)\frac{da^i}{dt},\ \frac{d\underset{2}{h}_{00}}{d\underset{b}{t}}=-\frac{2\gamma m_b}{\left|\vec{r}-\vec{b}\right|^3}(x^i-b^i)\frac{db^i}{dt}. \tag{12}$$

Уравнение (10) с учетом равенств (11), (12) выражает следующий закон изменения механической энергии пробного тела:

$$\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2+\underset{2}{h}_{00}\right)=-\frac{2\gamma m_a}{\left|\vec{r}-\vec{a}\right|^3}(x^i-a^i)\frac{da^i}{dt}-\frac{2\gamma m_b}{\left|\vec{r}-\vec{b}\right|^3}(x^i-b^i)\frac{db^i}{dt}. \tag{13}$$

В случае отсутствия газопылевой материи правая часть уравнения (13) обращается в нуль, так как выполняются следующие равенства: $a^i da^i=b^i db^i=0$, $m_a a^i+m_b b^i=0$ (начало координат находится в центре масс системы) и, как было сказано выше, $\left|\vec{r}-\vec{a}\right|=\left|\vec{r}-\vec{b}\right|$. Следовательно, механическая энергия пробного тела $c$, движущегося в гравитационном поле двух взаимодействующих точечных масс $a$ и $b$ таким образом, что указанные тела образуют в каждый момент времени равносторонний треугольник в неизменной плоскости движения, остается постоянной (см. [1]):

$$\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2+\underset{2}{h}_{00}=2\underset{c}{h}_0=\mathrm{const}.$$

При учете гравитационного поля газопылевой среды для нахождения интеграла энергии пробного тела необходимо учесть изменения координат, величин радиус-векторов каждого из трех тел и расстояний между ними. Использование равенств (4) и (8) приводит к следующему выражению для стоящих в правой части (13) слагаемых:

$$\begin{aligned}\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{\underset{a}{dt}} = -\frac{2\gamma m_a}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^3}\Bigg\{ & r_0 a_0\sin\varphi_0 + \frac{\alpha}{A^4}\Bigg[r_0 a_0\sin\varphi_0(\cos\varphi'-1)\left(1-3\frac{a_0^2-a_0 r_0\cos\varphi_0}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^2}\right)+ \\ & \frac{a_0}{2}(a_0+b_0)\sin\varphi'\Bigg] + r_1 a_0\sin\varphi_0\left[1-3\frac{r_0^2-r_0 a_0\cos\varphi_0}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^2}\right]\Bigg\}\frac{d\varphi'}{dt},\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\underset{2}{h}_{00}}{\underset{b}{dt}} = -\frac{2\gamma m_b}{\left|\vec r_0-\vec b_0\right|^3}\Bigg\{ & -r_0 b_0\sin\varphi_0 + \frac{\alpha}{A^4}\Bigg[r_0 b_0\sin\varphi_0(\cos\varphi'-1)\left(-1+3\frac{b_0^2+b_0 r_0\cos\varphi_0}{\left|\vec r_0-\vec b_0\right|^2}\right)+ \\ & \frac{b_0}{2}(a_0+b_0)\sin\varphi'\Bigg] + r_1 b_0\sin\varphi_0\left[-1+3\frac{r_0^2+r_0 b_0\cos\varphi_0}{\left|\vec r_0-\vec b_0\right|^2}\right]\Bigg\}\frac{d\varphi'}{dt}.\end{aligned} \tag{15}$$

Подстановка выражений (14) и (15) в уравнение (13) и последующее интегрирование по времени приводит к интегралу энергии рассматриваемой системы:

$$\begin{aligned}2\underset{c}{h} = \left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2 + \underset{2}{h}_{00} = -\frac{2\gamma}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^3}\Bigg\{ & \frac{\alpha}{A^4}\Bigg[3m_a a_0 r_0\sin\varphi_0\frac{b_0-a_0+r_0\cos\varphi_0}{a_0+b_0}(\sin\varphi'-\varphi') - \\ & m_a a_0(a_0+b_0)\cos\varphi'\Bigg] + \frac{3m_a a_0 r_0\sin\varphi_0\cos\varphi_0}{a_0+b_0}\int r_1(\varphi')d\varphi'\Bigg\} + \mathrm{const}.\end{aligned}$$

При выбранных начальных условиях ($\varphi'=0, r_1=0$) энергия пробного тела в начальный момент времени отличается от соответствующей величины в задаче движения трех тел в пустоте только на потенциальную энергию пробного тела в гравитационном поле газопылевой среды. С учетом этого из предыдущего равенства легко находится постоянная интегрирования

$$\mathrm{const} = 2\underset{c}{h}_0 + 4\pi\gamma\rho\left(\frac{r_0^2}{3}-R^2\right) - \frac{2\gamma\alpha m_a a_0}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^2 A^4},$$

подставляя которую в предыдущее уравнение, получаем уравнение движения пробного тела в следующем виде:

$$\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2 + \underset{2}{h}_{00} = 2\underset{c}{h}_0 - \frac{2\gamma}{\left|\vec r_0-\vec a_0\right|^3}\left[Z_1(\sin\varphi'-\varphi') + Z_2(\cos\varphi'-1) + Z_3\int r_1 d\varphi'\right] + 4\pi\gamma\rho\left(\frac{r_0^2}{3}-R^2\right), \tag{16}$$

где гравитационный потенциал $\underset{2}{h}_{00}$ выражается формулой (6) и введены следующие обозначения постоянных коэффициентов:

$$Z_1 = \frac{\alpha}{A^4}\cdot 3m_a a_0 r_0\sin\varphi_0\frac{b_0-a_0+r_0\cos\varphi_0}{a_0+b_0},\quad Z_2 = -\frac{\alpha}{A^4}m_a a_0(a_0+b_0),\quad Z_3 = \frac{3m_a a_0 r_0\sin\varphi_0\cos\varphi_0}{a_0+b_0}.$$

**3. Уравнение траектории пробного тела. Численные оценки.** Переходя в уравнении (16) к полярным координатам $r$, $\varphi$ пробного тела и преобразуя данное уравнение движения в уравнение траектории с помощью величины момента импульса $L_c = r^2\frac{d\varphi}{dt}$, явный вид которого дается выражением (9), после преобразований получим следующее уравнение для искомой функции $u(\varphi) = \frac{1}{r(\varphi)} = u_0 + u_1$ ($u_0 = \frac{1}{r_0}, u_1 = -\frac{r_1}{r_0^2}$) с точностью до «газопылевой» добавки $u_1$ в первой степени:

$$u_1\left[2u_0-\frac{2\gamma r_0^3\alpha(m_a+m_b)}{(a_0+b_0)^3\,\underset{0}{L}{}_c^2}\right]+\left[\frac{12\gamma m_a a_0 r_0^3\cos\varphi_0}{\underset{0}{L}{}_c^3\,\omega(a_0+b_0)^4}\left(\frac{\gamma(m_a+m_b)\sin\varphi_0}{a_0+b_0}+h_c^{0}\right)-\right.$$

$$\left.\frac{2\gamma r_0^2 Z_3}{(a_0+b_0)^3\,\underset{0}{L}{}_c^2}\right]\int u_1 d\varphi'=\left[\frac{12\alpha\gamma m_a a_0 r_0}{\underset{0}{L}{}_c^3\,\omega}\left(b_0-a_0+r_0\cos\varphi_0\right)\left(\frac{\gamma(m_a+m_b)}{a_0+b_0}+h_c^{0}\right)-\right.$$

$$\left.\frac{2\gamma Z_1}{(a_0+b_0)^3\,\underset{0}{L}{}_c^2}\right](\sin\varphi'-\varphi'). \tag{17}$$

При выводе уравнения (17) было использовано соответствующее уравнение, которому удовлетворяет постоянная величина $u_0$, обратная радиусу круговой орбиты пробного тела в треугольном частном решении Лагранжа ограниченной задачи трех тел, а именно:

$$u_0^2-\frac{2\gamma m_a}{\left|\vec{r}_0-\vec{a}_0\right|\underset{0}{L}{}_c^2}-\frac{2\gamma m_b}{\left|\vec{r}_0-\vec{b}_0\right|\underset{0}{L}{}_c^2}=\frac{2h_c^{0}}{\underset{0}{L}{}_c^2}.$$

Обозначая в уравнении (17) постоянные величины в квадратных скобках в порядке следования символами $B_1$, $B_2$, $B_3$, перепишем его в виде

$$B_1u_1+B_2\int u_1 d\varphi'=B_3(\sin\varphi'-\varphi'), \tag{18}$$

или после дифференцирования

$$\frac{du_1}{d\varphi'}+\frac{B_2}{B_1}u_1=\frac{B_3}{B_1}\cos\varphi'-\frac{B_3}{B_1}. \tag{19}$$

Решением линейного дифференциального уравнения (19) является функция

$$u_1=\frac{B_3}{B_1^2+B_2^2}\left(B_2\cos\varphi'+B_1\sin\varphi'\right)-\frac{B_3}{B_2}. \tag{20}$$

Таким образом, траектория пробного тела в частном треугольном решении ограниченной задачи трех тел в присутствии газопылевой среды описывается выражением

$$u(\varphi')=\frac{1}{r}=u_0+u_1=\frac{1}{r_0}+u_1,$$

где $u_1$ выражается формулой (20) и, следовательно, «газопылевая» добавка к полярной координате $r$ третьего пробного тела в треугольной задаче равна $-r_0^2u_1$. Вид функции $u_1$ указывает на периодические синусоидальные изменения расстояния от центра масс системы двух массивных тел $a$ и $b$ до третьего пробного тела при том, что в отсутствие газопылевой среды указанное расстояние остается неизменным. Угол $\varphi$, составляемый радиус-вектором пробного тела с неподвижной осью $Ox^1$ барицентрической системы отсчета равен $\varphi=\varphi'+\varphi_0$.

В частном случае равенства тяготеющих масс, т. е. при $m_a=m_b$, угол $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$, постоянные коэффициенты $B_2=B_3=0$, $B_1\neq 0$, и из уравнения (18) следует, что $u_1=0$. Значит, в этом симметричном случае справедливо решение Лагранжа.

Для численной оценки полученного результата принимаем следующие порядки входящих в выражение (20) величин: плотность $\rho$ порядка $10^{-22}\,г\cdot см^{-3}$; расстояния $a_0$, $b_0$, $r_0$ – порядка $10^{17}$ м (10 световых лет); массы тяжелых тел $m_a$, $m_b$ – порядка $10^{31}$ кг; скорости тел $a$, $b$, $c$ – порядка $10^4$ м/с. В этом случае порядок величины $u_1$, вычисляемой по формуле (20), определяется порядком отношения

$$\frac{B_3}{B_2}=\frac{\alpha(b_0-a_0+r_0\cos\varphi_0)}{r_0^2\cos\varphi_0}(a_0+b_0)^4,$$

равным $10^{-21}$ м$^{-1}$, т. е. можно считать, что $u_1$ есть величина указанного порядка. Тогда $r_1$ будет иметь порядок $10^{13}$ м. При многократном увеличении масс $m_a$ и $m_b$ тяготеющих тел этот результат не изменяется. Если же для оценки результата выбрать расстояния от центра масс до тел $a$, $b$, $c$, и, следовательно, расстояния между ними в 10 раз большие, то получим добавку $u_1$ порядка $10^{-18}$ м$^{-1}$. В таком случае смещение пробного тела от точки Лагранжа, т. е. величина $r_1$, возрастет до величины порядка $10^{18}$ м.

## Литература

1. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1968.
2. *Рябушко А. П.* Движение тел в общей теории относительности. Минск, 1979.
3. *Рябушко А. П., Неманова И. Т.* // Докл. АН БССР. 1987. Т. 31, № 6. С. 519–522.
4. *Неманова И. Т.* Релятивистское движение тел в среде: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Минск, 1987.

*A. P. RYABUSHKO, I. T. NEMANOVA, T. A. ZHUR*

**SOLUTION OF THE LAGRANGIAN LIMITED TRIANGULAR THREE-BODY PROBLEM WITH ALLOWANCE FOR THE GRAVITY FIELD OF THE GASEOUS DUST MEDIUM**

## Summary

It has been shown, that with allowance for the gravity field of the gaseous dust medium, the Lagrangian triangular solution in the limited three-body problem does not exist. It exists only in the symmetric case, when the masses of heavy bodies are equal.