https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-3-222-228

УДК 537.86

Электромагнитные волны в теории Максвелла

Докт. физ.-мат. наук, проф. В. В. Невдах[1)]

[1)]Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

Реферат. Существующее в физической литературе описание плоской бегущей электромагнитной волны одинаковыми решениями волновых уравнений для напряженностей электрического и магнитного полей является физически некорректным, поскольку такие решения противоречат физическому смыслу уравнений Максвелла и нарушают закон сохранения энергии. В статье дано физически корректное описание электромагнитных волн в рамках теории Максвелла. Предложены новые решения волновых уравнений Максвелла для бегущей электромагнитной волны, в которых напряженности ее электрической и магнитной компонент изменяются во времени со сдвигами на четверть периода и на четверть длины волны по координате. Решения описывают бегущую электромагнитную волну, в которой последовательно происходит преобразование энергии электрической компоненты в энергию магнитной компоненты и обратно; плотность полной энергии волны без потерь остается постоянной в пространстве в любой момент времени; взаимная ориентация векторов напряженностей электрического, магнитного полей и фазовой скорости изменяется с левовинтовой тройки на правовинтовую тройку через каждую четверть длины волны; плотность потока энергии бегущей волны описывается вектором Умова. Показано, что для образования стоячей электромагнитной волны не требуется потеря полуволны одной из компонент отраженной на границе раздела сред волны. В стоячей волне плотность полной энергии остается постоянной по времени, но является функцией координат: в пространстве есть точки, в которых плотность полной энергии волны в любой момент времени равна нулю, – это узлы, и есть точки, в которых она имеет максимальное значение, – это пучности. Из-за неоднородности распределения плотности полной энергии волны в пространстве стоячая электромагнитная волна не может рассматриваться как гармонический осциллятор, а бегущая электромагнитная волна без потерь – может.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, решения волновых уравнений, бегущая электромагнитная волна, стоячая электромагнитная волна, закон сохранения энергии, вектор Умова

Для цитирования: Невдах, В. В. Электромагнитные волны в теории Максвелла / В. В. Невдах // *Наука и техника*. 2022. Т. 21, № 3. С. 222–228. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-3-222-228

Electromagnetic Waves in Maxwell’s Theory

V. V. Nevdakh[1)]

[1)]Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The description of a plane traveling electromagnetic wave existing in the physical literature by identical solutions of wave equations for the strengths of electric and magnetic fields is physically incorrect, since such solutions contradict the physical meaning of Maxwell’s equations and violate the energy conservation law. The paper gives a physically correct

Адрес для переписки
Невдах Владимир Владимирович
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 22,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-93-42
v.v.nev@bk.ru

Address for correspondence
Nevdakh Vladimir V.
Belarusian National Technical University
22, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-93-42
v.v.nev@bk.ru

description of electromagnetic waves in the framework of Maxwell's theory. New solutions of Maxwell's wave equations for traveling electromagnetic wave are proposed, in which the strength of its electric and magnetic components change in time with shifts of a quarter of the period and a quarter of the wavelength along coordinate. The solutions describe a traveling electromagnetic wave, in which the energy of the electrical component is sequentially converted into the energy of the magnetic component and vice versa; the total energy density of the lossless wave remains constant in space at any time; the mutual orientation of the intensity vectors of the electric, magnetic fields and phase velocity changes from a left-handed three to a right-handed three every quarter of the wavelength; the energy flux density of the traveling wave is described by the Umov vector. It is shown that the formation of a standing electromagnetic wave does not require the loss of half a wave of one of the components of the wave reflected at the interface between the media. In a standing wave, the total energy density remains constant in time, but it is a function of coordinates: there are points in space where the total energy density of the wave at any time is zero – these are nodes, and there are points where it has a maximum value – these are antinodes. Due to the inhomogeneity of the distribution of the total energy density of the wave in space, a standing electromagnetic wave cannot be considered as a harmonic oscillator, but a lossless traveling electromagnetic wave can.

Keywords: Maxwell's equations, wave equation solutions, traveling electromagnetic wave, standing electromagnetic wave, law of energy conservation, Umov vector

For citation: Nevdakh V. V. (2022) Electromagnetic Waves in Maxwell's Theory. *Science and Technique*. 21 (3), 222–228. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-3-222-228 (in Russian)

Введение

В современной физической литературе по электродинамике и оптике разного уровня – от энциклопедической до учебной – электромагнитные волны в различных средах описываются с помощью электромагнитной теории Максвелла. Так, для однородного диэлектрика, не содержащего объемных зарядов и токов, записывается система уравнений Максвелла в дифференциальной форме (здесь и далее используется международная система единиц СИ):

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \tag{1}$$

$$rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \tag{2}$$

$$div\vec{D} = 0; \tag{3}$$

$$div\vec{B} = 0, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ – векторы индукции электрического и магнитного полей соответственно.

Векторы $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ связаны между собой так называемыми материальными уравнениями:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{E};\; \boldsymbol{B} = \mu\mu_0 \boldsymbol{H}, \tag{5}$$

где ε, μ – относительная диэлектрическая и относительная магнитная проницаемости среды; ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума [1–13].

Применив к (1) и (2) операцию *rot*, из системы уравнений (1)–(5) получаем волновые уравнения для $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$:

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \tag{6}$$

$$\Delta\vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \tag{7}$$

где $u = 1\big/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} = c\big/\sqrt{\varepsilon\mu}$ – фазовая скорость волн в среде; $c = 1\big/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость света в вакууме.

Решениями уравнений (6) и (7) обычно выбираются одинаковые гармонические функции, описывающие изменение во времени и в пространстве величин $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$.

Свойства электромагнитных волн анализируются на примере плоской волны, распространяющейся вдоль одной оси координат, например $0Z$ [14]. Из уравнений Максвелла следует, что в плоской волне векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ ортогональны друг другу и направлению ее распространения. Выберем $\boldsymbol{E} || 0X$ и $\boldsymbol{H} || 0Y$. Уравнения Максвелла (1) и (2) упрощаются:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \tag{1'}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}. \tag{2'}$$

Волновые уравнения также принимают другой вид:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}; \tag{6'}$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}. \qquad (7')$$

Решениями (6’) и (7’), описывающими волну, распространяющуюся в положительном направлении оси 0*Z*, выберем, как это делается например в [1–13], одинаковые гармонические решения:

$$E_x = E_{x0}\cos(\omega t - kz); \qquad (8)$$

$$H_y = H_{y0}\cos(\omega t - kz), \qquad (9)$$

где $\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота; T – период колебаний; k – волновое число.

Подставляя решения (8) и (9) в (1’) и (2’), получим соотношения между:

– амплитудами электрической и магнитной компонент волны

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_{x0} = \sqrt{\mu\mu_0}H_{y0}; \qquad (10)$$

– величинами u, ω, k

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = u, \text{ или } k = \frac{2\pi}{\lambda}, \qquad (11)$$

где $\lambda = uT$ – длина волны.

Плотность энергии электромагнитной волны (8), (9) описывается выражением

$$\begin{aligned} w(t,z) &= w_E + w_H = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\vec{D} + \vec{H}\vec{B}\right) = \\ &= \cdots\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E_{x0}^2\cos^2(\omega t - kz) + \\ &+ \frac{\mu\mu_0}{2}H_{y0}^2\cos^2(\omega t - kz), \end{aligned} \qquad (12)$$

или с учетом (10)

$$\begin{aligned} w(t,z) &= \varepsilon\varepsilon_0 E_{x0}^2\cos^2(\omega t - kz) = \\ &= \mu\mu_0 H_{y0}^2\cos^2(\omega t - kz). \end{aligned} \qquad (13)$$

Считается, что эта волна переносит энергию, поэтому ее называют бегущей. Вводится понятие плотности потока энергии бегущей волны, для описания которого используют выражение для вектора Пойнтинга ([1], с. 560)

$$\vec{S} = \vec{E}_x \times \vec{H}_y. \qquad (14)$$

Если бегущая электромагнитная волна падает перпендикулярно на границу раздела двух сред, то возникает отраженная волна. Считается, что отраженная волна должна обладать такими же свойствами, что и падающая – если, например, в падающей волне векторы $\boldsymbol{E_x}$, $\boldsymbol{H_y}$, $\boldsymbol{u}$ образовывали правовинтовую тройку, то и в отраженной волне они должны образовывать такую же тройку. Для этого нужно, чтобы при отражении один из векторов $\boldsymbol{E_x}$ или $\boldsymbol{H_y}$ оказывался сдвинутым по фазе на величину π, или, как говорят, при отражении один из них должен потерять полволны. Пусть, к примеру, полволны теряет электрический вектор. В этом случае интерференция падающей и отраженной волн дает новую электромагнитную волну, выражения для векторов $\boldsymbol{E_{xc}}$ и $\boldsymbol{H_{yc}}$ которой имеют вид:

$$E_{xc} = \left(2E_{x0}\sin kz\right)\sin\omega t; \qquad (15)$$

$$H_{yc} = \left(2H_{y0}\cos kz\right)\cos\omega t. \qquad (16)$$

Полная плотность энергии такой волны описывается выражением

$$\begin{aligned} w(t,z) &= \left(2\varepsilon\varepsilon_0 E_{x0}^2\sin^2 kz\right)\sin^2\omega t + \\ &+ \left(2\mu\mu_0 H_{y0}^2\cos^2 kz\right)\cos^2\omega t. \end{aligned} \qquad (17)$$

Из (15) и (16) следует, что есть точки в пространстве, в которых амплитуды полученной волны всегда равны нулю, – это узлы, и точки, в которых амплитуды всегда имеют максимальное значение, – это пучности, причем положение данных точек для векторов $\boldsymbol{E_{xc}}$ и $\boldsymbol{H_{yc}}$ сдвинуто в пространстве на λ/4. Из (17) также следует, что через каждую четверть периода энергия электрической компоненты волны преобразуется в энергию ее магнитной компоненты и обратно.

Электромагнитную волну (15)–(17) принято называть стоячей. Описанное выше «общепринятое» получение электромагнитных волн из уравнений Максвелла вызывает вопросы.

Во-первых, почему из всех возможных решений волновых уравнений (6’) и (7’) выбраны софазные решения типа (8), (9)? Из них, в частности, видно, что амплитуды $E_x(t)$ и $H_y(t)$ достигают своих максимальных значений одновременно. В такие моменты производные по времени от этих величин равны нулю. Рассмотрим моменты времени, в которые $\partial E_x/\partial t = 0$. Из уравнения (2’) следует, что в данном случае магнитного поля не должно быть, а согласно (9), напряженность магнитного поля в эти моменты принимает максимальное значение. Если рассмотрим моменты времени, в которые $\partial E_x/\partial t = \max$, то из (2’) следует, что в данном случае магнитное поле должно быть максимальным, тогда как, согласно (9), в эти моменты времени $H_y(t) = 0$. Следовательно, выбранные софазные решения (8) и (9) противоречат физическому смыслу уравнений Максвелла (1') и (2'), и поэтому являются физически некорректными.

Во-вторых, из (13) следует, что есть моменты времени, в которые полная плотность энергии бегущей волны становится равной нулю. Это противоречит закону сохранения энергии. Куда девается энергия волны в такие моменты времени и откуда она появится в волне в следующие моменты?

В-третьих, из того же выражения (13) следует, что существуют точки пространства, в которых полная плотность энергии бегущей волны становится равной нулю. Как переносится энергия волны через такие точки пространства? Почему волну (8), (9) называют бегущей электромагнитной волной?

В-четвертых, из (17) следует, что положение узлов и пучностей электромагнитной волны в пространстве с течением времени меняется. Тогда почему волна, описываемая выражениями (15), (16), называется стоячей электромагнитной волной?

Необходимо также отметить, что в том же самом положительном направлении оси $0Z$ может распространяться и другая электромагнитная волна, у которой $\boldsymbol{E} || 0Y$, а $\boldsymbol{H} || 0X$. В этой волне векторы $\boldsymbol{E_y}$, $\boldsymbol{H_x}$, $\boldsymbol{u}$ будут образовывать левовинтовую тройку. Следовательно, к описанию потока энергии такой волны вектор Пойнтинга уже не применим.

Сформулированные выше вопросы и отсутствие ответов на них свидетельствуют о том, что существующее в физической литературе описание электромагнитных волн в рамках теории Максвелла является физически некорректным. Цель исследований автора – показать, что есть решения волновых уравнений, не противоречащие физическому смыслу уравнений Максвелла и физически корректно описывающие электромагнитные волны и их свойства.

Бегущая электромагнитная волна

Любая электромагнитная волна является переменным электромагнитным полем, в котором изменение во времени электрического поля порождает вихревое магнитное поле, а изменение во времени магнитного поля порождает вихревое электрическое поле. Поэтому волновые уравнения (6') и (7'), полученные из системы уравнений Максвелла, нужно решать не по отдельности, а как систему уравнений, решения которой должны быть не только математически корректными, но и соответствовать физическому смыслу решаемых уравнений. Поскольку решения (8) и (9) являются не единственными решениями уравнений (6') и (7') [14], то из всех возможных решений следует выбрать именно такие, которые не противоречат физическому смыслу уравнений Максвелла. Поэтому, если решение волнового уравнения (6') берется в виде

$$E_x = E_{x0}\cos(\omega t - kz), \tag{18}$$

то физически корректным решением волнового уравнения (7') будет [15, 16]

$$H_y = -H_{y0}\sin(\omega t - kz). \tag{19}$$

Изменения во времени напряженностей электрического E и магнитного H полей, плотностей энергий электрического W_E и магнитного W_H полей, плотности полной энергии W согласно новым решениям уравнений Максвелла для бегущей электромагнитной волны показаны на рис. 1.

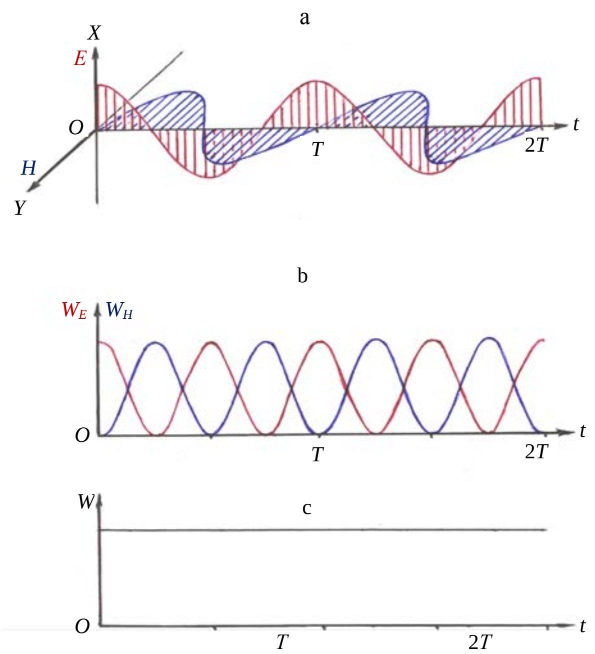

Рис. 1. Изменение во времени: a – напряженностей электрического E и магнитного H полей; b – плотностей энергий электрического W_E и магнитного W_H полей; c – плотности полной энергии W

Fig. 1. Change in time: a – tension of electric E and magnetic H fields; b – energy density of electric W_E and magnetic W_H fields; c – total energy density W

Нетрудно убедиться, что подстановка (18) и (19) в уравнения (1') и (2') позволяет получить соотношения (10) и (11) между амплитудами волн E_{x0}, H_{y0} и величинами ω, *k*, *u*.

Плотности энергий электрической (18) и магнитной (19) компонент волны описываются соответственно следующими выражениями:

$$W_E(t,z)=\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E_{x0}^2\cos^2(\omega t-kz); \quad (20)$$

$$W_H(t,z)=\frac{1}{2}\mu\mu_0 H_{y0}^2\sin^2(\omega t-kz). \quad (21)$$

Из (18), (19) и рис. 1a видно, что электрическая и магнитная компоненты волны колеблются с одинаковой амплитудой, со сдвигом относительно друг друга по времени на четверть периода и со сдвигом в пространстве на четверть длины волны. При этом в любой фиксированный момент времени взаимная ориентация тройки векторов ***E***, ***H***, ***u*** изменяется в пространстве с правовинтовой на левовинтовую через четверть длины волны.

Учитывая уравнение (10), из (20), (21) и рис. 1b видно, что максимальные значения плотностей энергий электрической $W_E^{\max}$ и магнитной $W_H^{\max}$ компонент волны одинаковы и сдвинуты относительно друг друга по времени на четверть периода и в пространстве на четверть длины волны. Следовательно, в такой волне энергия электрической компоненты последовательно преобразуется в энергию магнитной компоненты и обратно, по направлению вектора скорости волны переносится энергия, поэтому это действительно бегущая волна. Из (20), (21) и рис. 1c также видно, что плотность полной энергии бегущей электромагнитной волны без потерь

$$W=W_E^{\max}=W_H^{\max}=\text{const}. \quad (22)$$

То есть плотность полной энергии бегущей электромагнитной волны не зависит ни от времени, ни от координат. Такими же свойствами обладает полная энергия свободного маятника без затухания, совершающего гармонические колебания. Поэтому бегущую электромагнитную волну без потерь можно рассматривать как гармонический осциллятор.

С учетом изменения характера взаимной ориентации тройки векторов ***E***, ***H***, ***u*** в бегущей волне, описываемой выражениями (18) и (19), вектор Пойнтинга (14) не может применяться для описания плотности потока энергии такой волны. Для этой цели нужно использовать вектор Умова

$$\vec{I}=W\vec{u}. \quad (23)$$

Стоячая электромагнитная волна

Если бегущая электромагнитная волна (18), (19), распространяющаяся в положительном направлении оси 0*Z*, падает нормально на границу раздела двух сред, то зеркально отраженная волна, т. е. волна такой же амплитуды, но распространяющаяся в отрицательном направлении оси 0*Z*, будет описываться выражениями:

$$E''=E_0\cos(\omega t+kz); \quad (24)$$

$$H''=-H_0\sin(\omega t+kz). \quad (25)$$

Отраженная волна интерферирует с падающей волной, образуя результирующую волну, описываемую выражениями:

$$E_{cm}=\left(2E_0\cos kz\right)\cos\omega t; \quad (26)$$

$$H_{cm}=-\left(2H_0\cos kz\right)\sin\omega t. \quad (27)$$

Следует отметить, что отраженная волна обладает точно такими же физическими свойствами, что и падающая. Поскольку плотности полной энергии падающей и отраженной волн не зависят от времени, плотность полной энергии результирующей волны также должна быть независимой от времени.

Плотности энергий электрической (26) и магнитной компонент (27) результирующей волны можно записать в следующем виде:

$$W_E(t,z)=\left(2\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2\cos^2 kz\right)\cos^2\omega t; \quad (28)$$

$$W_H(t,z)=\left(2\mu\mu_0 H_0^2\cos^2 kz\right)\sin^2\omega t. \quad (29)$$

Из (26)–(29) видно, что напряженности электрической и магнитной компонент результирующей волны и плотности их энергий в пространстве изменяются в одинаковой фазе, а во времени – со сдвигом по фазе на π/2. Также это можно видеть на рис. 2a, b, где, согласно новым решениям уравнений Максвелла для стоячей электромагнитной волны, показано распределение напряженностей электрического *E* и магнитного *H* полей и плотностей энергий этих полей в разные моменты периода колебаний *T*.

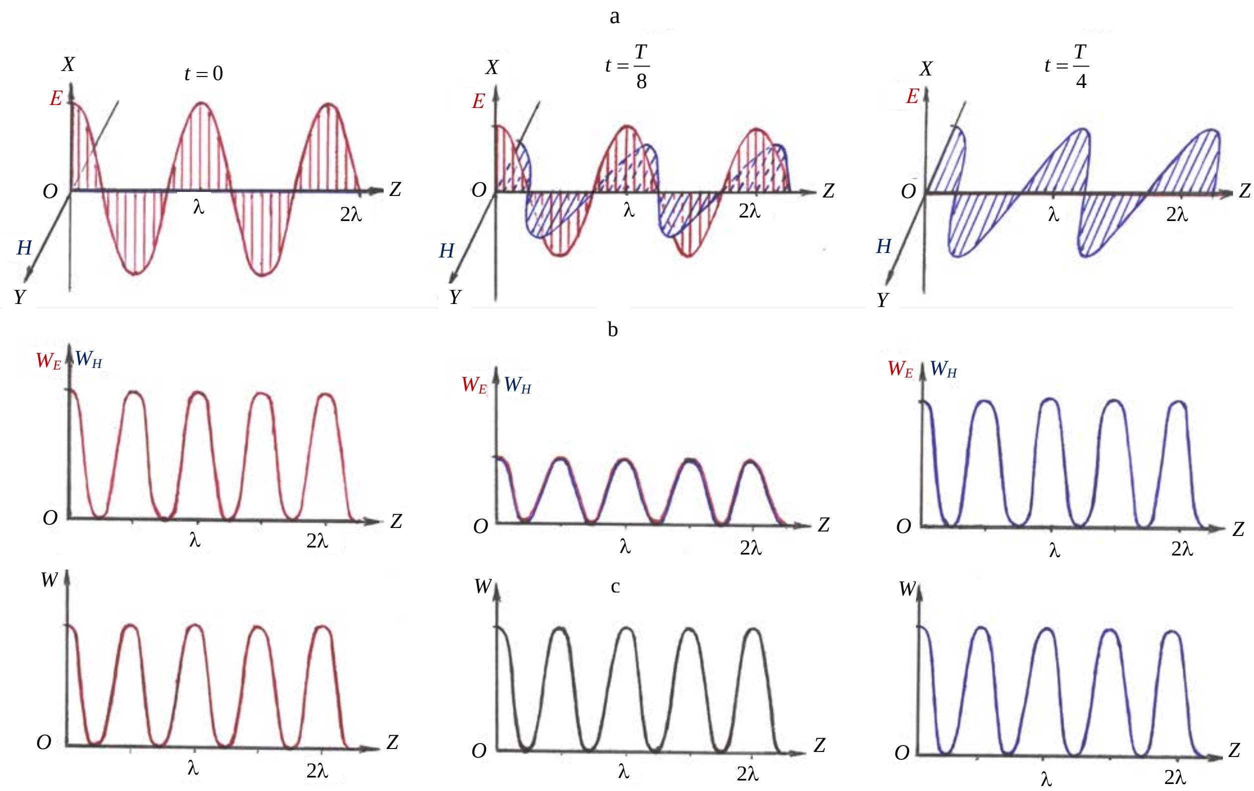

Рис. 2. Пространственное распределение: a – напряженностей электрического *E* и магнитного *H* полей; b – плотностей энергий электрического W_E и магнитного W_H полей; c – плотности полной энергии *W* в разные моменты периода колебаний *T*

Fig. 2. Spatial distribution: a – tension of electric *E* and magnetic *H* fields; b – energy density of electric W_E and magnetic W_H fields; c – total energy density *W* at different moments of the *T* oscillation period

Согласно (28), (29), плотность полной энергии полученной волны

$$W = W_E(t,z) + W_H(t,z) = 2\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 kz = \\ = 2\mu\mu_0 H_0^2 \cos^2 kz = W(z). \quad (30)$$

Уравнение (30) демонстрирует, что эта величина действительно остается постоянной во времени, но является функцией координат: в пространстве есть точки, в которых плотности энергий обеих компонент волны в любой момент времени равны нулю, – это узлы, и есть точки, в которых они имеют максимальное значение, – это пучности (рис. 2c). Следовательно, переноса энергии в пространстве такой волной не происходит – это действительно стоячая электромагнитная волна. Из-за неоднородности распределения плотности полной энергии волны в пространстве стоячая электромагнитная волна не может рассматриваться как гармонический осциллятор.

ВЫВОДЫ

1. Проанализированы свойства общепринятых в физической литературе софазных решений волновых уравнений Максвелла для векторов ***E*** и ***H*** бегущей электромагнитной волны. Показано, что эти решения являются физически некорректными, так как находятся в противоречии с физическим смыслом уравнений Максвелла. Кроме того, в электромагнитной волне, описываемой этими решениями, постоянной величиной остается только усредненная по периоду плотность полной энергии, что является нарушением закона сохранения энергии.

2. Предложены другие решения волновых уравнений, не противоречащие физическому смыслу уравнений Максвелла, которые описывают действительно бегущую электромагнитную волну без потерь со следующими свойствами:

– напряженности электрической и магнитной компонент волны изменяются во времени со сдвигом на четверть периода и в пространстве со сдвигом на четверть длины волны;

– энергия электрической компоненты волны преобразуется в энергию ее магнитной компоненты и обратно через четверть периода;

– плотность полной энергии волны не зависит от времени и координат, поэтому такая волна может рассматриваться как гармонический осциллятор;

– характер взаимной ориентации тройки векторов $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{u}$ изменяется в пространстве с правовинтовой на левовинтовую через каждую четверть длины волны;

– плотность потока энергии волны описывается вектором Умова.

3. Показано, что образование действительно стоячей электромагнитной волны происходит без потери полуволны одним из векторов волны, отраженной от границы раздела сред. Свойства стоячей волны:

– напряженности электрической и магнитной компонент и плотности их энергий изменяются со сдвигом относительно друг друга по времени на четверть периода или по фазе на $\pi/2$, а в пространстве они изменяются в одинаковой фазе;

– плотность полной энергии не зависит от времени и является функцией координаты: есть точки в пространстве, в которых она всегда равна нулю, и точки, в которых она всегда имеет максимальное значение, поэтому такая волна не является гармоническим осциллятором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Сов. энцикл., 1983. 928 с.
2. Зоммерфельд, А. Оптика / А. Зоммерфельд. М.: Иностр. лит-ра, 1953. 490 с.
3. Калитеевский, Н. И. Волновая оптика / Н. И. Калитеевский. М.: Наука, 1971. 376 с.
4. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. М.: Наука, 1973. 720 с.
5. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. М.: Наука, 1976. 928 с.
6. Ахманов, С. А. Физическая оптика / С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин. М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004. 654 с.
7. Джексон, Дж. Классическая электродинамика / Дж. Джексон. М.: Мир, 1965. 702 с.
8. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. 9-е изд. М.: URSS, 2016. Т. 6: Электродинамика. 352 с.
9. Тамм, И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. М.: Наука, 1976. 616 с.
10. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1988. 504 с.
11. Кроуфорд, Ф. С. Берклеевский курс физики / Ф. С. Кроуфорд. М.: Наука, 1984. Т. 3: Волны. 512 с.
12. Орир, Дж. Физика / Дж. Орир. М.: Мир, 1981. Т. 1. 336 с.
13. Holiday, D. Fundamentals of Physics / D. Holiday, R. Resnick, J. Walker. 9th ed. John Wiley & Sons, 2010. 1330 p.
14. Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю. В. Прохоров М.: Сов. энцик., 1988. 847 с.
15. Невдах, В. В. Описание световых волн в электромагнитной теории Максвелла / В. В. Невдах // Сб. тр. XI Междунар. конф. «Фундаментальные проблемы оптики – 2019», Санкт-Петербург, 21–25 окт. 2019 г. / под ред. проф. С. А. Козлова. СПб.: ИТМО, 2019. С. 98–100.
16. Невдах, В. В. Описание бегущих и стоячих электромагнитных волн в теории Максвелла / В. В. Невдах // Приборостроение – 2019: материалы 12-й Междунар. науч.-техн. конф., 13–15 нояб. 2019 г. Минск: БНТУ, 2019. С. 402–404.

Поступила 21.05.2021
Подписана в печать 11.01.2022
Опубликована онлайн 31.05.2022

REFERENCES

1. Prokhorov A. M. (ed.) (1983) *Physical Encyclopedic Dictionary*. Moscow, Sovetskaya Entsiklopedia Publ. 928 (in Russian).
2. Sommerfeld A. (1964) *Optics*. Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-395500-5.X5001-3.
3. Kaliteevsky N. I. (1971) *Wave Optics*. Moscow, Nauka Publ. 376 (in Russian).
4. Born M., Wolf E. (1973) *Fundamentals of Optics*. Moscow, Nauka Publ. 720 (in Russian).
5. Landsberg G. S. (1976) *Optics*. Moscow, Nauka Publ. 928 (in Russian).
6. Akhmanov S. A., Nikitin S. Yu. (2004) *Physical Optics*. Moscow, Publishing House of Moscow State University; Nauka Publ. 654 (in Russian).
7. Jackson J. (1962) *Classical Electrodynamics*. NY, John Wiley & Sons. 641.
8. Feynman R., Leighton R., Sands M. (2016) *The Feyman Lectures on Physics. Vol. 6: Electrodynamics.* Moscow, URSS Publ. 352 (in Russian).
9. Tamm I. E. (1976) *Fundamentals of the Theory of Electricity*. Moscow, Nauka Publ. 616 (in Russian).
10. Landau L. D., Lifshitz E. M. (1988) *Theory of Fields*. Moscow, Nauka Publ. 504 (in Russian).
11. Crawford F. S. (1984) *The Berkeley Physics Course. Vol. 3: Waves*. Moscow, Nauka Publ. 512 (in Russian).
12. Orear J. (1979) *Physics*. New York, Macmillan. 752.
13. Holiday D., Resnick R., Walker J. (2010) *Fundamentals of Physics*. 9th ed. John Wiley & Sons. 1330.
14. Prokhorov Yu. V. (ed.) (1988) *Mathematical Encyclopedic Dictionary*. Moscow, Sovetskaya Entsiklopedia Publ. 847 (in Russian).
15. Nevdakh V. V. (2019) Description of Light Waves in Maxwell's Electromagnetic Theory. *Sb. tr. XI Mezhdunar. Konf. "Fundamental'nye Problemy Optiki – 2019", Sankt-Peterburg, 21–25 okt. 2019 g.* [Proceedings of the XI International Conference "Fundamental Problems of Optics – 2019", Saint Petersburg, Oct. 21–25, 2019]. Saint Petersburg, ITMO, 98–100 (in Russian).
16. Nevdakh V. V. (2019) Description of Traveling and Standing Electromagnetic Waves in Maxwell's Theory. *Priborostroenie – 2019: Materialy 12-i Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf., 13–15 Noyab. 2019 g.* [Instrument-Making – 2019. Proceedings of the 12th International Scientific and Technical Conference, Nov. 13–15, 2019]. Minsk: Belarusian National Technical University, 402–404 (in Russian).

Received: 21.05.2021
Accepted: 11.01.2022
Published online: 31.05.2022