

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

УДК 537.84:621.03

В. Г. БАШТОВОЙ, А. Г. РЕКС, АЛЬ-ДЖАИШ ТАХА МАЛИК МАНСУР

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

Белорусский национальный технический университет

(Поступила в редакцию 21.06.2013)

Одной из интересных особенностей магнитных жидкостей является то, что при определенных условиях во внешнем однородном магнитном поле их объемы, обладающие свободной поверхностью (пленки, капли, струи), теряют свою целостность и распадаются на отдельные части, существующие в последующем как самостоятельные образования [1, 2]. Особый интерес представляет при этом распад на части капли магнитной жидкости, лежащей на горизонтальной твердой плоской поверхности в перпендикулярном к ней однородном магнитном поле, определяемый как ее топологическая неустойчивость [3, 4]. Подобное поведение магнитной жидкости кроме чисто научного интереса привлекает к себе внимание и с прикладной точки зрения, являясь важным при использовании капельных объемов магнитной жидкости в различного рода технических устройствах, например, в магнитожидкостных акустических контактах [5], подвесах и виброзащитных системах [6, 7].

Однако известные к настоящему времени экспериментальные результаты охватывают достаточно узкий диапазон изменения магнитных свойств жидкостей и напряженностей магнитного поля, а теоретические данные не обладают достаточной степенью наглядности и простоты, пригодной для широкого практического применения. В связи с этим цель настоящей работы – описание процесса топологической неустойчивости на модельных задачах, выяснение роли отдельных механизмов и определение условий, при которых получают аналитические соотношения, доступные для непосредственных вычислений, а также расширение спектра экспериментальных данных по этому явлению.

Топологическая неустойчивость капли магнитной жидкости, лежащей на горизонтальной твердой поверхности и находящейся под действием силы тяжести и внешнего однородного магнитного поля, перпендикулярного этой поверхности, проявляется в том, что с увеличением напряженности магнитного поля капля, вытягиваясь вдоль поля, при определенном его критическом значении распадается на две примерно равные по объему капли.

С точки зрения принципа минимума энергии это означает, что при определенных условиях суммарная полная энергия двух капель становится меньше энергии одной капли суммарного объема. Основными видами энергии, из которых складывается полная энергия капли, являются потенциальная энергия в поле силы тяжести (гравитационная энергия) и поверхностная энергия, определяемая коэффициентом поверхностного натяжения σ на свободной поверхности жидкости.

Физической предпосылкой к топологической неустойчивости является тот известный факт, что во внешнем однородном магнитном поле капля магнитной жидкости деформируется, удлиняясь вдоль направления поля [8,9], что также связано с ее стремлением минимизировать свою магнитную энергию. Однако, если это удлинение происходит вдоль действия силы тяжести, оно

приводит к повышению положения центра тяжести капли и увеличению ее потенциальной гравитационной энергии. Именно это обстоятельство становится определяющим для последующего распада капли на две части меньшей высоты с более низкими положениями центров тяжести и с меньшей суммарной гравитационной энергией. На то, что гравитационная энергия играет ключевую роль в топологической неустойчивости капли, указывает и тот факт, что эта неустойчивость не наблюдается в условиях гидроневесомости [8, 9].

При распаде капли суммарная площадь свободной поверхности двух капель становится больше, чем у исходной капли. Соответственно становится больше и их суммарная поверхностная энергия, что является фактором, препятствующим распаду.

Распад капли произойдет в том случае, когда полное изменение энергии в результате распада приведет к ее уменьшению (когда уменьшение гравитационной энергии будет больше, чем увеличение поверхностной энергии).

До распада капля имеет осесимметричную форму с осью симметрии, параллельной направлению поля [1]. Она вытянута вдоль поля так, что ее высота h много больше радиуса основания R . Это дает возможность считать размагничивающий фактор капли близким к нулю и не учитывать изменения ее магнитной энергии.

В соответствии с вышесказанным в дальнейшем рассматривается капля магнитной жидкости в форме вытянутого полуэллипсоида вращения высотой h и объемом V , в основании которой лежит круг радиуса R , расположенная на плоской горизонтальной поверхности и находящаяся под действием гравитационного поля с ускорением g и однородного магнитного поля H , направленного вертикально, как изображено в левой части рис. 1.

Определим условия, при которых существование двух одинаковых полуэллипсоидальных капель меньших размеров будет энергетически более выгодным, чем одной капли при сохранении их суммарного объема.

Полуэллипсоид вращения характеризуется следующими геометрическими параметрами:

площадь боковой поверхности $S = \pi R \left[R + \frac{h^2}{\sqrt{h^2 - R^2}} \arcsin \left(\frac{\sqrt{h^2 - R^2}}{h} \right) \right]$, объем $V = (2\pi/3)R^2 h$,

координата центра тяжести $h_{ц.т.} = (3/8)h$. Для сильно вытянутого полуэллипсоида вращения ($h \gg R$) $S = (\pi^2/2)Rh$. Соответственно его потенциальная энергия в поле силы тяжести есть $E_g = \rho V g h_{ц.т.} = (3/8)\rho g V h$, а поверхностная энергия $E_\sigma = \sigma S = (\pi^2/2)\sigma R h$.

В результате топологической неустойчивости исходная капля распадается на две капли, как изображено в правой части рис. 1.

Величины, относящиеся к исходной капле объема V , будут отмечаться нижним индексом 1, а к отдельной конечной капле половинного объема $V/2$ – индексом 2. Тогда разность энергий $\Delta E = E_1 - 2E_2$ одной капли и системы двух капель половинного объема будет описываться следующими соотношениями: для гравитационной энергии $\Delta E_g = (3/8)\rho g V (h_1 - h_2)$, для поверхностной энергии $\Delta E_\sigma = (\pi^2/2)\sigma (R_1 h_1 - 2R_2 h_2)$.

Радиусы оснований и высоты капель связаны между собой соотношениями для их объемов $R_1 = \sqrt{3V/(2\pi h_1)}$, $R_2 = \sqrt{3V/(4\pi h_2)}$. Тогда $\Delta E_\sigma = \sqrt{3\pi^3 V \sigma^2 / 8} (\sqrt{h_1} - \sqrt{2h_2})$.

Как показывают исследования, распад капли происходит таким образом, что высота вторичных капель меньше высоты исходной капли, но больше, чем ее половина, $h_1 > h_2 > h_1/2$. С учетом этого из полученных соотношений следует, что распад капли приводит к уменьшению гравитационной энергии системы $\Delta E_g > 0$ и увеличению поверхностной энергии $\Delta E_\sigma < 0$.

Существование двух капель вместо одной будет всегда энергетически более выгодным, когда по модулю уменьшение гравитационной энергии системы будет больше увеличения поверхностной энергии, $|\Delta E_g| > |\Delta E_\sigma|$, а условием, определяющим порог наступления топологической неустойчивости, будет равенство изменений этих энергий, $|\Delta E_g| = |\Delta E_\sigma|$:

$$(3/8)\rho g V (h_1 - h_2) = \sqrt{3\pi^3 V \sigma^2 / 8} (\sqrt{2h_2} - \sqrt{h_1}). \quad (1)$$

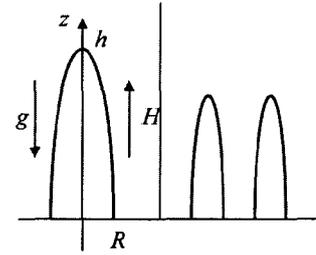


Рис. 1. Геометрия задачи

Как было отмечено, высота капли зависит от величины напряженности магнитного поля. Эту зависимость можно определить, воспользовавшись результатами [9], где для сильно вытянутых вдоль поля капель, когда $h \gg R$, получено следующее выражение:

$$h = \sqrt{3V\mu_0 M^2 / (8\pi\sigma)}. \quad (2)$$

Здесь μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, равная $1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $M=M(H)$ – магнитный момент единицы объема (намагниченность) жидкости.

У каплю, сильно вытянутых вдоль магнитного поля, размагничивающий фактор близок к нулю, поэтому будем считать, что напряженность магнитного поля внутри исходной капли и во вторичных каплях, а соответственно и их намагниченности M одинаковы.

Подставляя соответствующие значения высот каплю из выражения (2) в условие (1), получаем следующее условие наступления топологической неустойчивости рассматриваемой полуэллипсоидальной капли:

$$\rho g^4 \sqrt{\frac{\mu_0 M^2 V^3}{\sigma^5}} = \frac{8\pi^{7/4}}{(1 + \sqrt[4]{2})3^{3/4}2^{1/4}} \approx 10. \quad (3)$$

Это условие может быть обобщено на случай произвольной осесимметричной капли высотой h и с радиусом основания R , параметры которой можно описать следующими обобщенными соотношениями: площадь боковой поверхности $S = \alpha R h$, объем $V = \beta R^2 h$, координата центра тяжести $h_{ц.т} = \gamma h$. Для такой капли условие ее топологической неустойчивости при сохранении соотношения (2) примет вид

$$\rho g^4 \sqrt{\frac{\mu_0 M^2 V^3}{\sigma^5}} = A, \quad A = \frac{\alpha}{\gamma \sqrt{\beta}} \frac{2}{(1 + \sqrt[4]{2})} \sqrt[4]{\frac{2\pi}{3}}. \quad (4)$$

Для каплю классической формы в виде уже рассмотренного полуэллипсоида вращения, а также кругового конуса и цилиндра получаемые из условия (4) результаты расчета коэффициентов представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Расчетные коэффициенты для каплю разных форм

Форма капли	α	β	γ	A
Сильно вытянутый полуэллипсоид вращения ($h \gg R$)	$\frac{\pi^2}{2}$	$2\pi/3$	$3/8$	$\frac{8\pi^{7/4}}{(1 + \sqrt[4]{2})3^{3/4}2^{1/4}} \approx 10$
Круговой конус	π	$\pi/3$	$1/4$	$\frac{8\sqrt[4]{6}\pi^{3/4}}{(1 + \sqrt[4]{2})} \approx 13$
Круговой цилиндр	2π	π	$1/2$	$\frac{8\sqrt[4]{2}\pi^{3/4}}{(1 + \sqrt[4]{2})3^{1/4}} \approx 7,8$

Выражение (4) может быть записано в безразмерном виде, если ввести известные магнитный критерий $S = \mu_0 M^2 R_0 / \sigma$ и магнитное число Бонда $Bo = \rho g R_0^2 / \sigma$ [9], а в качестве характерного размера R_0 взять следующий радиус сферической капли объема V : $R_0 = \sqrt[3]{3V/4\pi}$. Тогда условие (4) примет вид

$$Bo S^{1/4} = A(3/4\pi)^{3/4}.$$

В соотношении (4) обращает на себя внимание следующий результат, описанный на основе экспериментальных исследований в [4], а именно наличие минимального объема жидкости V_{min} , меньше которого капля магнитной жидкости не подвержена топологической неустойчивости. Это связано с тем, что намагниченность жидкости имеет предельное значение, равное намагниченности насыщения M_S . Значение этого объема определяется из соотношения (4) следующим образом:

$$V_{\min} = \left(\frac{A}{\rho g} \right)^{4/3} \left(\frac{\sigma^5}{\mu_0 M_s^2} \right)^{1/3}. \quad (5)$$

Из этого выражения, в частности, следует, что минимальный с точки зрения топологической неустойчивости объем магнитной жидкости обратно пропорционален намагниченности насыщения жидкости в степени $2/3$. Таким образом, жидкости с менее сильными магнитными свойствами требуют увеличенных объемов капель для проявления топологической неустойчивости.

Из условия (4) также следует зависимость критического значения намагниченности жидкости $M_{\text{кр}}$, соответствующего наступлению топологической неустойчивости, от объема капли V :

$$\mu_0 M_{\text{кр}}^2 = \frac{A^4 \sigma^5}{(\rho g)^4 V^3}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) видно, что капли большего объема распадаются при меньших значениях намагниченности жидкости. Поскольку намагниченность жидкости растет с увеличением напряженности внешнего магнитного поля, это означает, что капли большего объема распадаются при меньших значениях этого поля, т. е. критические значения напряженности магнитного поля $H_{\text{кр}}$, соответствующие критическим значениям намагниченности жидкости $M_{\text{кр}}$, уменьшаются с увеличением объема капли.

При одном и том же значении напряженности магнитного поля намагниченность жидкости тем больше, чем сильнее ее магнитные свойства, т. е. чем большая ее намагниченность насыщения. Поэтому капли одного объема испытывают топологическую неустойчивость при меньших значениях напряженности внешнего магнитного поля для жидкостей с большей намагниченностью насыщения. Следовательно, критические значения напряженности магнитного поля для капель одного объема уменьшаются для жидкостей с большей намагниченностью насыщения.

Экспериментальные исследования выполнены в вертикальном однородном магнитном поле, источником которого служили катушки Гельмгольца. В области расположения капли объемом до 400 мм^3 неоднородность поля не превышает $0,05 \%$. Исследования выполнены в диапазоне магнитных полей от нуля до 30 кА/м .

В экспериментах использован набор магнитных жидкостей на основе керосина МК-26, МК-34, МК-43, МК-52, МК-72. Магнитная фаза у всех образцов жидкости – магнетит. Основные физические свойства жидкостей приведены в табл. 2. В качестве горизонтальной плоской подложки для капли использовалась стеклянная пластина.

Таблица 2. Свойства магнитных жидкостей

Тип жидкости	M_s , кА/м	ρ , кг/м ³	σ , Н/м
МК-23	23,7	1191	0,029
МК-34	34,2	1335	0,028
МК-43	42,8	1432	0,026
МК-52	52,1	1476	0,027
МК-72	72,5	1650	0,023

Методика эксперимента состояла в следующем. При некотором начальном значении напряженности магнитного поля капля магнитной жидкости формировалась на поверхности пластины. Величина поля выбиралась так, чтобы капля не растекалась по поверхности, а принимала вертикальный пикообразный вид. Затем магнитное поле небольшими ступенями квазистатически изменялось до тех пор, пока не происходил распад капли на две части.

Типичные нейтральные кривые устойчивости капель – зависимости критической напряженности внешнего магнитного поля $H_{\text{кр}}$ от объема капли V приведены на рис. 2. Серия фотографий иллюстрирует форму капель магнитной жидкости МК-52 объемом 243 мм^3 при соответствующих напряженностях магнитного поля. Область вне этих кривых соответствуют распаду капли, внутри кривых – устойчивому существованию одной капли.

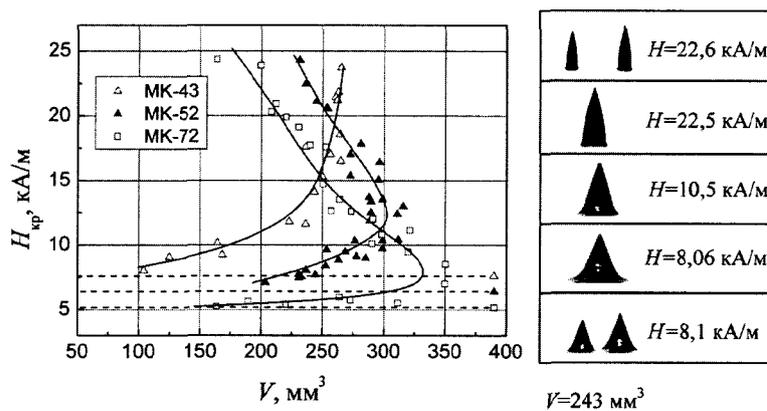


Рис. 2. Нейтральные кривые устойчивости капель магнитной жидкости с различной намагниченностью насыщения

Прежде всего, эксперимент показал, что распад капли может происходить как при увеличении напряженности магнитного поля, так и при ее уменьшении. Это проявляется в том, что нейтральные кривые устойчивости (рис. 2) имеют две смыкающиеся справа ветви, наиболее выраженные для жидкостей с большой намагниченностью насыщения МК-52 и МК-72. Верхняя ветвь соответствует распаду капли при увеличении магнитного поля, нижняя ветвь – распаду капли при уменьшении магнитного поля. Таким образом, неустойчивость капли характеризуется верхним и нижним критическими значениями напряженности, величина которых зависит от намагниченности насыщения жидкости и начального объема капли.

При этом только верхняя ветвь этих кривых соответствует представленному выше теоретическому описанию и полностью качественно соответствует теоретическим результатам: 1) стремлению с ростом напряженности магнитного поля этих кривых к некоторому минимальному объему V_{\min} , причем с уменьшением намагниченности насыщения жидкости верхняя ветвь кривой неустойчивости становится круче; 2) монотонному убыванию критических значений напряженности магнитного поля с ростом объема капли; 3) более низкими критическими значениями напряженности магнитного поля для жидкости с более высокой намагниченностью насыщения. Капли сильно вытянуты вдоль направления магнитного поля, но, как показали экспериментальные исследования, непосредственно перед распадом они теряют осевую симметрию и их основание имеет форму, близкую к эллипсу. Распад происходит в направлении, перпендикулярном направлению поля.

Распад же капель при уменьшении магнитного поля (нижняя ветвь нейтральных кривых) по механизму близок к поверхностной неустойчивости плоского слоя [2]. Характерной особенностью трансформации капли в этом случае является изменение формы ее боковой поверхности с выпуклой на вогнутую. При этом в момент перед распадом капля имеет широкое основание и значительную часть поверхности, где имеется нормальная к ней составляющая намагниченности M_n (рис. 2, нижние фотографии). При достижении этой составляющей критического значения на поверхности капли развивается неустойчивость. Поскольку горизонтальный размер капли близок к длине волны поверхностной неустойчивости, то распад происходит на две капли. Нижняя ветвь кривых неустойчивости с уменьшением объема капли стремится к пределу, близкому к критическому значению поля для неустойчивости плоского слоя с толщиной порядка высоты центра тяжести капли. На рис. 2 эти предельные значения поля отмечены горизонтальными штриховыми линиями для соответствующих жидкостей и определены экспериментально.

В соответствии с данными эксперимента при увеличении объема капли верхний и нижний пороги неустойчивости сближаются и становятся равными при некотором предельном значении объема V_b^* . При $V > V_b^*$ капля магнитной жидкости, лежащая на плоской горизонтальной магнитной подложке, не может существовать ни при каких значениях напряженности магнитного поля. Для каждой жидкости существует свой предельный объем. С увеличением намагниченности насыщения этот предельный объем растет.

Предельный объем также может быть значительно увеличен частичной компенсацией силы тяжести при помещении капли в прозрачный раствор с плотностью, близкой к плотности магнитной жидкости. Так, например, для жидкости МК-52 при разности плотностей $\Delta\rho = 450 \text{ кг/м}^3$ предельный объем V_B^* достигает 630 мм^3 , а при $\Delta\rho = 200 \text{ кг/м}^3$ $V_B^* = 1500 \text{ мм}^3$.

В исследуемом диапазоне магнитных полей до 30 кА/м для жидкостей с пониженными значениями намагниченности насыщения (МК-43, МК-34, МК-23) верхняя ветвь кривой устойчивости практически не достигается и полученные зависимости соответствуют нижним ветвям кривых неустойчивости, что иллюстрируется на рис. 2 соответствующей кривой для жидкости МК-43.

Работа выполнена при поддержке Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь.

Литература

1. Berkovsky B., Bashtovoi V. // IEEE Transactions on Magnetics. 1980. Vol.16, N 2. P. 288–296.
2. Баштовой В. Г., Краков М. С., Рекс А. Г. // Магнитная гидродинамика. 1985. № 1. С. 19–24.
3. Berkovsky B. M., Kalikmanov V. I. // J. Phys. Lett. 1985. Vol.46. P. L483-L491.
4. Berkovsky B., Bashtovoi V., Mikhalev V., Reks A. // J. Magnetism and Magnetic Materials. 1987. Vol.65. P. 239–241.
5. Бабев А. Р., Коновалов Г. Е., Майоров А. Л. Магнитные жидкости в технической акустике и неразрушающем контроле. Мн., 1999.
6. Bashtovoi V., Reks A., Kuzhir P. et al. Patent FR 2 894 004-A1. Bulletin 07/22. 2006.
7. Magnetic Fluids and Applications Handbook. / B. Berkovsky, V. Bashtovoi, eds. New York: Begell House Inc. Publishers, 1996.
8. Архипенко В. И., Барков Ю. Д., Баштовой В. Г. // Магнитная гидродинамика. 1978. № 3. С. 131–134.
9. Баштовой В. Г., Погирницкая С. Г., Рекс А. Г. // Магнитная гидродинамика. 1990. № 2. С. 2–26.

V. G. BASHTOVOI, A. G. REKS, AL-DJAISH TAHAN MALIK MANSUR

TOPOLOGICAL INSTABILITY OF MAGNETIC FLUID SEMI-BOUNDED DROP

Summary

Disintegration of magnetic fluid drops in two parts in an external homogeneous magnetic field (topological instability) is investigated theoretically and experimentally. The role of individual mechanisms leading to disintegration is analyzed, and analytical relationships and experimental dependences for critical parameters are established.