

ФРАКТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Магистр техн. наук АЛИ М. АБЕД АЛЬ-ЗОБАЙДЕ, ЧИГАРЕВА Ю. А.

Белорусский национальный технический университет

E-mail: ali_minsk@mail.ru

Рассмотрена модель накопления повреждений в деталях машин и конструкциях, основанная на теории фракталов. Скрытый процесс разрушения, предшествующий образованию макроскопической трещины, связывается обычно с накоплением микрповреждений. Разработаны различные модели накопления повреждений и роста трещин под действием силовых и температурных нагрузок. Однако моделей, описывающих процесс накопления микрповреждений и перерастания их в макротрещину, практически нет. Фрактальные структуры, обладающие самоподобием, являются адекватной моделью процесса разрушения. Корреляционная функция Макдональда, описывающая структуру среды, позволяет в определенном диапазоне масштабов описать самоподобие структур.

В статье рассмотрены модели накопления повреждений около отверстия в композитной среде и на границах слоев. Используются модель Кантора в прямом алгоритме и обратный алгоритм для описания модели накопления повреждений. Как известно, фрактал Кантора (канторова пыль) получается с помощью рекурсивного алгоритма, который применительно к механике разрушения можно рассматривать как модель пошагового образования рассеянных микрповреждений. Процесс накопления повреждения (скрытая фаза разрушения) и его переход в процесс образования макротрещин и их объединения в сквозную трещину могут быть описаны, например, законом Париса.

Ключевые слова: повреждение конструкций, функция Макдональда, модель Кантора, накопление повреждений.

Ил. 4. Библиогр.: 13 назв.

FRactal Model of Damage Accumulation in Solid Bodies

ALI M. ABED AL-ZOBAEDE, CHIGAREVA Yu. A.

Belarusian National Technical University

The paper considers a model of damage accumulation in parts of machines and structures which is based on a theory of fractals. Hidden process of destruction prior to the formation of macroscopic cracks is usually associated with the accumulation of micro-damages. Various models of damage accumulation and crack growth under the influence of power and thermal loads. However, models describing the accumulation process of micro-damages and their outgrowth into macro-crack are practically non-existent. Fractal structures with self-similarity are an adequate model of the fracture process. The MacDonald correlation function describing the medium structure allows to present the self-similarity of structures within a certain range of scales.

The paper reviews models of damage accumulation near an opening in a composite medium and at layer boundaries. The Cantor model in a forward algorithm and a backward algorithm have been used in order to describe the model of damage accumulation. As it is known, the Cantor fractal (Cantor dust) is obtained by using a recursive algorithm being applied to fracture mechanics can be regarded as a model of stepwise formation of dispersed micro-damages. The process of damage accumulation (latent destruction phase) and its transition in the formation process of macro-cracks and their unification in a through-thickness crack can be described, for example, by the Paris' law.

Keywords: structure damage, MacDonald function, Cantor model, damage accumulation.

Fig. 4. Ref.: 13 titles.

Введение. Разрушение деталей машин, приборов, конструкций наступает при образовании сквозной трещины, разделяющей тело на отдельные части. Скрытый процесс разрушения, предшествующий образованию макроскопической трещины, связывается обычно с накоплением микрповреждений. Разработаны различные модели накопления повреждений и роста трещин под действием силовых и температурных нагрузок. Однако моделей, описывающих процесс накопления микрповреждений и перерастания их в макротрещину, практически

нет. Перспективный подход к описанию этих процессов должен быть основан на алгоритмах рекурсивного типа, описывающих получение самоподобных структур на каждом этапе [1–3]. Фрактальные структуры, обладающие самоподобием, являются адекватной моделью процесса разрушения, на что указывал еще основоположник теории фракталов Мандельброт [3]. Как известно, фрактал Кантора (канторова пыль) [4] получается с помощью рекурсивного алгоритма, который применительно к механике разрушения можно рассматривать как модель поша-

гового образования рассеянных микроповреждений. Процесс накопления повреждения (скрытая фаза разрушения) и его переход в процесс образования макротрещин и их объединения в сквозную трещину могут быть описаны, например, законом Пэриса [1].

Макроскопически поврежденность среды описывается зависимостью эффективных упругих модулей от концентрации повреждений, а геометрия кластеров повреждений интегрально характеризуется корреляционной (структурной) функцией [5–7]. Акустические методы позволяют оценить вид корреляционной функции, которая аппроксимируется степенной зависимостью с показателем степени, зависящим от фрактальной размерности. Идентификация фрактальных структур осуществляется акустическими, оптическими, рентгеновскими и гамма-методами [8].

Методы идентификации позволяют на основе измерений интегральных характеристик структуры волны (затухание, дисперсия скорости) определить структурную (корреляционную) функцию материальных коэффициентов среды. На интервале расстояний, в котором корреляционная функция может быть представлена скейлинговым соотношением, вводится величина, связанная с евклидовой размерностью объемлющего пространства и фрактальной размерностью объекта (кластера). Оценка этой величины дает возможность получить оценку фрактальной размерности структуры накопления повреждений.

Моделирование структуры среды с повреждениями. Целью работы является применение рекурсивного алгоритма построения фрактала Кантора в качестве модели рассеянных повреждений в деталях машин строительных конструкций различного оборудования, приборов, их прорастания и объединения воздействием силовых и температурных нагрузок. Выбор фрактала Кантора обусловлен тем, что в любом твердом деформируемом теле всегда есть рассеянные микроповреждения, которые имеют меру нуль и в процессе нагружения растут, объединяются в кластеры, превращаются в макротрещины. Прямой алгоритм построения фрактала Кантора хорошо известен [4]. Авторы статьи использовали обратный алгоритм, определяемый законом Пэриса [1], который описы-

вает процесс непрерывной кластеризации повреждений, заканчивающийся образованием сплошной линии, соединяющей границы области, что механически соответствует образованию сквозной макротрещины.

Рассмотрим среду, в которой к заданному моменту времени сформировалась некоторая структура повреждений. Опишем ее с помощью индикаторной функции $\eta(\bar{x})$

$$\eta(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{x} \in V_0; \\ 0, & \text{если } \bar{x} \in V_p; \end{cases} \quad V = V_0 + V_p, \quad (1)$$

где V_0 – объем тела без повреждений; V_p – объем повреждений; V – объем всего тела.

Индикаторная функция является обобщением характеристической функции Хевисайда, которая в одномерном случае определяется на действительной оси [9, 10]. Тензор упругих модулей можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \lambda_{ijkl}^{(x)} &= \lambda_{ijqp}^{(0)} (I_{apkl} - \eta_{apkl}); \\ I_{apkl} &= \frac{1}{2} (\delta_{aq} \delta_{pl} + \delta_{ql} \delta_{pk}). \end{aligned} \quad (2)$$

Корреляционная функция для $\eta(\bar{x})$ вычисляется обычным образом

$$\langle \eta'(x) \eta'(x+r) \rangle = R_\eta(r); \quad \eta' = \eta - \langle \eta \rangle, \quad (3)$$

а ее вид определяется характером распределения повреждений во всем диапазоне структур от полностью упорядоченных (дальний порядок) до полностью разупорядоченных (отсутствует ближний порядок). В случае дальнего порядка корреляционная функция является периодической функцией r , отсутствие ближнего порядка описывается корреляционной функцией экспоненциального типа.

Процесс накопления повреждений происходит по следующей схеме [11]. Рассмотрим модель накопления повреждений по предлагаемому сценарию. Начальные повреждения появляются в точках тела достаточно независимо друг от друга. В дальнейшем около начальных повреждений формируются кластеры, в которых имеет место ближний порядок. В случае, когда кластеры достигают относительно больших размеров и распределены по характерному объему достаточно плотно, положим, что корреля-

ционная функция может быть представлена в виде [5, 6]

$$R_{\eta}(r) = r^{\aleph}, \quad (4)$$

где \aleph – коэффициент, представляющий собой разность между d (евклидовой размерностью объемлющего пространства) и D (фрактальной размерностью)

$$\aleph = D - d. \quad (5)$$

Если удастся вычислить \aleph , то можно оценить D . В процессе объединения (кластеризации) микротрещины перерастают в макротрещину, что выражается $D \rightarrow 0$.

Определение вида корреляционной функции акустическим методом. Корреляционная функция характеризует микроструктуру среды интегральным образом. На основе вида корреляционной функции можно сделать вывод о фрактальной структуре кластеров. Оценку корреляционной функции можно получить на основе вычисления коэффициента затухания акустической волны, прошедшей через фрактальную среду [4, 5]. Рассмотрим вопрос об определении корреляционной функции по измерениям коэффициентов затухания волн в среде.

Коэффициент затухания δ можно представить в виде [5, 6, 10]:

$$\delta = 2\pi k^4 Q(\bar{q}); \quad (6)$$

$$Q(q) = (2\pi)^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} R(\bar{r}) \exp(iq\bar{r}) d\bar{r}. \quad (7)$$

В одномерном случае, когда среда является микрослоистым композитом, представим корреляционную функцию в виде

$$R(r) = R(0)R_1(\bar{r}_{11})R_2(\bar{r}_{\perp}), \quad \bar{r} = (\bar{r}_{11}, \bar{r}_{\perp}), \quad (8)$$

где $R_1(\bar{r}_{11})$ описывает корреляцию крупномасштабных флуктуаций упругих модулей в слое, а $R_2(\bar{r}_{\perp})$ – корреляцию мелкомасштабных флуктуаций между слоями. Нахождение $R(r)$ по измерениям δ согласно формулам (6) и (7) представляет некорректную задачу, для решения которой разработаны методы получения устойчивых решений [12].

Рассмотрим метод подгонки, в котором не требуется применять алгоритмы регуляризации. Выберем корреляционную функцию $R_2(\bar{r}_{11})$ в виде [5]

$$R_2(\bar{r}_{11}) = [2^{v-1} \Gamma(v)]^{-1} \left(\frac{r_{11}}{a_{11}} \right)^v K_v \left(\frac{r_{11}}{a_{11}} \right), \quad (9)$$

где K_v – функция Макдональда; a_{11} – радиус корреляции.

Положим, что в формулах (6), (7)

$$Q(\bar{q}) = Q(0)Q_1(\bar{q}_{11})Q_2(q_{\perp}), \quad q = (\bar{q}_{11}, q_{\perp}). \quad (10)$$

Тогда

$$Q_1(q_{11}) = v a_{11}^2 \left[\pi (1 + q_{11}^2 a_{11}^2)^{v+1} \right]^{-1}; \quad (11)$$

$$q_{11} = k(\cos^2 \chi_i + \cos^2 \chi_s - 2 \cos \chi_i \cos \chi_s \cos(\varphi_s - \varphi_i))^{1/2}, \quad (12)$$

где (χ_i, φ_i) – углы, характеризующие направление распространения падающей, а (χ_s, φ_s) – рассеянной волн.

Для мелкомасштабных флуктуаций имеет место оценка

$$G_2(q_{\perp}) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} R_2(r_{\perp}) \exp(iq_{\perp} r_{\perp}) dr_{\perp} \approx \frac{a_{\perp}}{\pi}. \quad (13)$$

Таким образом, получаем

$$\delta = \frac{2}{\pi} R(0) v k^4 a_{\perp} a_{11}^2 (1 + q_{11}^2 a_{11}^2)^{-(v+1)}. \quad (14)$$

Для крупномасштабных флуктуаций $(q_{11} a_{11})^2 \gg 1$ и из (14) следует

$$\delta = \frac{2}{\pi} R(0) v k^4 a_{\perp} a_{11}^2 (a_{11} q_{11})^{-2(v+1)}. \quad (15)$$

В формуле (15) параметр v выбираем так, чтобы получить зависимость коэффициента затухания, наблюдаемую в экспериментах для конкретных материалов.

Оценка фрактальной размерности и расстояния между кластерами. Пусть повреждения образуют кластеры, в которых может иметь место локальный порядок в распределении микротрещин. Обозначим средний линейный

масштаб кластера $b_{\text{кл}}$, а среднее расстояние между кластерами $R_{\text{кл}}$.

Пусть на основе акустических измерений определена корреляционная функция в виде [8]. Тогда в областях $b_{\text{кл}} < r < R_{\text{кл}}$ можно приблизить $R(r)$ зависимостью (4), и определяют коэффициент \aleph и фрактальная размерность D (рис. 1).

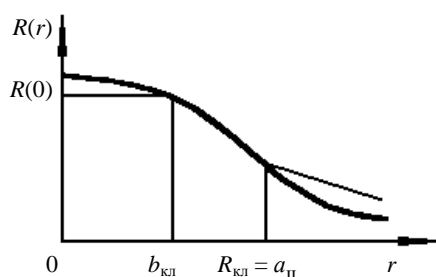


Рис. 1. Корреляционная функция распределения кластеров: 1 – $0 \leq r \leq b_{\text{кл}}$ – область ближнего порядка повреждений (кластер); 2 – $b_{\text{кл}} \leq r \leq R_{\text{кл}}$ – средний масштаб расстояния между кластерами

Таким образом, имея информацию о том, что структура повреждений является фрактальной, рассмотрим процесс образования сквозной (магистральной) трещины.

Фрактальная модель прорастания трещин. В механике разрушения трещина представляет собой разрез в сплошной среде, который распространяется при выполнении определенных условий. Появлению макроскопической трещины предшествует процесс накопления повреждений, которые представляют собой микропоры, микротрещины, рассеянные в теле. Под действием приложенных силовых, температурных нагрузок идет процесс прорастания микротрещин, их объединения, образования макротрещин, их слияния в сквозную макротрещину. В реальных телах начальные микротрещины случайные распределены по объему, имеют случайные ориентации и длины, что в общем случае требует привлечения методов случайных полей для их описания. Как известно, наиболее активно растут те трещины разрыва, направление роста которых ортогонально направлению приложенной нагрузки. Усталостное разрушение под действием циклических нагрузок происходит по прошествии некоторого рабочего количества циклов (времени), которое определяет ресурс деталей [1]. разрабо-

тано много различных моделей накопления повреждений ростом макроскопической трещины, позволяющих оценить время до разрушения в зависимости от вида действующей нагрузки, физико-механических параметров среды, геометрии [1, 2, 13].

Рассмотрим простейшую модель фрактальной геометрии – фрактал Кантора, с помощью которого опишем кинематику накопления повреждений и прорастания макротрещин в магистральную. В описываемой модели считаем, что микротрещины распределены в теле вдоль отрезка некоторой прямой, перпендикулярной направлению действующей нагрузки. Например, пластины единичной ширины $[-0,5; 0,5]$, длины L (рис. 2а) деформируются циклической силой, приложенной вдоль оси Oy . Другим примером может служить балка единичной толщины $x \in [-0,5; 1,5]$, длины L , заделанная на конце $y = 0$, циклически изгибаемая силой, приложенной в точке $y = L$.

Начальное распределение микротрещин, моделируемых микроразрывами вдоль оси Ox , получим на основании прямого алгоритма Кантора, согласно которому отрезок единичной ширины делится на три части и средняя часть исключается, т. е. линия стирается (среда остается сплошной). Далее процесс повторяется для двух крайних отрезков. Тогда через n делений (шагов) получим 2^n штрихов (рис. 2а, б), которые связаны с разрезами (микротрещинами) в сплошном теле, каждый длиной 3^{-n} , а общая длина полученных разрезов равна $(2/3)^n$. Как известно, мера полученного множества при $n \rightarrow \infty$ равна 0, вследствие чего оно называется пылью Кантора [6]. Эта идеальная модель реальной среды с системой распределенных дефектов, полученных с помощью рекурсивного алгоритма, позволяет в первом приближении описать исходную систему трещин в теле.

Таким образом, если на основании экспериментальных данных по оцениванию вида корреляционной (структурной) функции методами акустического, рентгеновского, гамма-анализа получаем, что оценка корреляционной функции имеет вид (2) (рис. 1), тогда общее число микротрещин равно 2^n , а их суммарная длина – $(2/3)^n$. Это означает, что их общая длина для достаточно большого n близка к нулю, т. е. топологическая размерность нулевая, а фрактальная размерность $D = 0$.

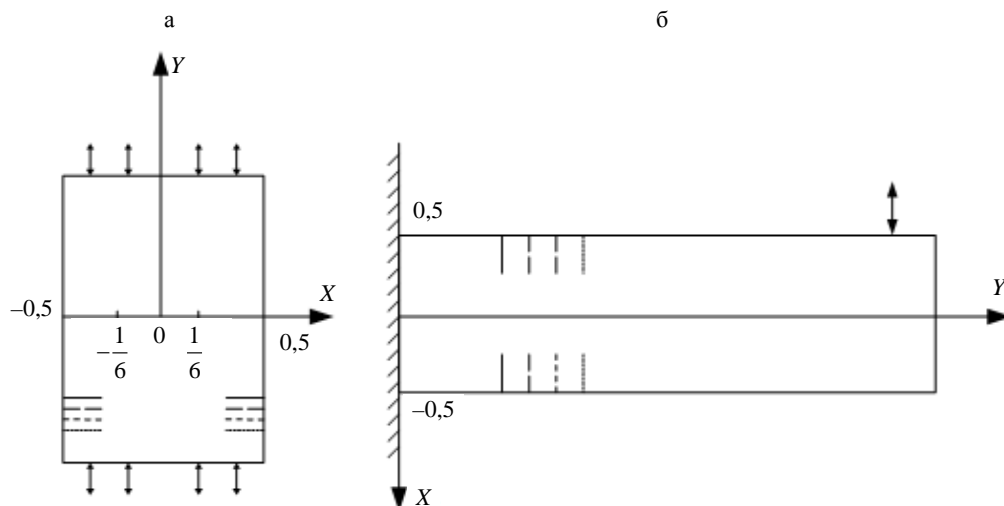


Рис. 2. Примеры силового напряжения пластин и балок, в которых можно использовать фрактал Кантора для описания начального распределения микрповреждений

На практике это означает, что число рекурсий n определяется точностью дефектоскопа ε , тогда

$$n \geq \frac{\ln \varepsilon}{\ln \frac{2}{3}} = E. \quad (16)$$

Выбираем для начальной суммарной длины микротрещины значение $l_0 = (2/3)^E$. Процесс прорастания трещины, моделируемой с помощью критического уравнения, дает возможность установить зависимость суммарной длины трещин от числа циклов. Например, для эмпирически установленного закона Пэриса [1]

$$\frac{dl}{dN} \sim l^{\nu}, \quad (17)$$

где l – суммарная длина трещин; N – число циклов.

Получается зависимость

$$l^{1-\nu} = l_0^{1-\nu} + \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) N, \quad l_0 = (2/3)^E. \quad (18)$$

Показатель степени ν можно связать с фрактальной размерностью D начального распределения микротрещин [1]

$$\nu = 2 + 2D(2\omega - 1), \quad \omega \leq 2. \quad (19)$$

Полагая, что конечное состояние соответствует образованию непрерывных разрывов

$\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right]$, $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right]$ и сплошной части $\left[-\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right]$, подставим в левую часть (18) $l = 2/3$. Тогда для числа циклов получим выражение

$$N = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{1-\nu} - \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\ln \varepsilon}{\ln \frac{2}{3}}(1-\nu)} \right] \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)^{-1},$$

например в случае циклического изменения температурных нагрузок, типа термоциклирование балки, заделанной двумя концами и попеременно нагреваемой и охлаждаемой сверху и снизу температурой T (рис. 3).

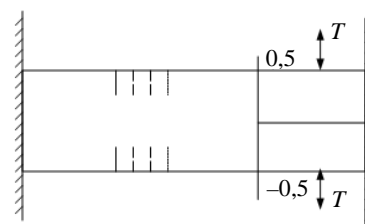


Рис. 3. Пример применения фрактала Кантора для моделирования накопления микрповреждений при термоциклировании

Рассмотрим обобщение фрактала Кантора на цилиндрические тела (рис. 4) на основании следующего рекурсивного алгоритма. Две полуокружности (верхняя и нижняя) единичного радиуса делим на части (рис. 4), в каждой по-

луоокружности исключаем среднюю часть, а две другие опять делим на три части с исключением средней части. В результате получим распределение микроразрезов (канторова пыль) в области $-\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$; $-\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{3}$. После n делений получим для каждой дуги 2^n микроразрезов для обоих 2^{n+1} , длина разреза $\frac{2\pi}{3^n}$, а общая длина разрезов на одной дуге $\frac{2\pi}{3^n} 2^n$. Соответственно для двух дуг имеем суммарную длину разрезов $\frac{2\pi}{3^n} 2^{n+1}$. Повторяя вышеизложенное рассуждение для прямолинейной трещины, применительно к круговой области получим оценки для числа циклов.

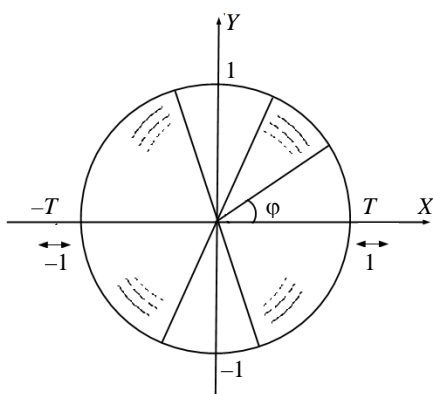


Рис. 4. Пример обобщения фрактала Кантора на цилиндрические тела

Рост круговых трещин под действием температурных полей можно рассматривать, например, в случае циклического неосесимметричного нагрева и охлаждения круглого цилиндра, жестко скрепленного с пластиной. Трещина прорастает по области крепления цилиндра и пластины.

Рассмотренная простейшая модель накопления повреждений по детерминированной схеме Кантора может быть обобщена по нескольким направлениям.

1. Прямолинейный фрактал Кантора, расположенный вдоль наиболее вероятного направления возникновения и роста трещины, более реалистичен, если считать, что длина микротрещин и расстояние между ними имеют случайные флуктуации, для которых могут быть

использованы различные модели, включающие статическое моделирование.

2. Множество фракталов Кантора (линий), вдоль которых возможно образование микроповреждений, и расположение этих множеств достаточно близко друг от друга так, что в процессе прорастания трещины ее траектория может переходить с одной прямой на другую. Траектория трещин в этом случае будет иметь вид кусочно-постоянной функции.

3. Модель фрактала типа дракона (змеи) [4] позволяет описать реальный случай, когда направление роста трещины флуктуирует.

ВЫВОДЫ

1. Предложен подход к решению задач оценивания ресурса деталей под действием силовых и температурных нагрузок, основанный на модельных методах фрактальной механики, позволяющий оценить количество циклов до прорастания магистральной трещины.

2. Представлен критерий применимости моделей и методов фрактальной механики, основанный на оценке вида корреляционной функции.

3. Показан подход оценивания вида корреляционной функции, основанный на методах неразрушающего контроля, вычисления ослабления интенсивности волн, излучений, проходящих через систему микроповреждений, рассеянных в среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вставский, Г. В. Модель фрактального профиля усталостной трещины / Г. В. Вставский // ПМТФ. – 1992. – № 2. – С. 130–137.
2. Луис, Э. Фрактальная природа трещин, фракталы в физике / Э. Луис, Ф. Гинса, Ф. Флорес // Фракталы в физике: труды VI Междунар. симпозиума по фракталам в физике (МЦТФ, Триест, Италия, 9–12 июля 1985) / под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти. – М.: Мир, 1988. – С. 487–497.
3. Mandelbrot, B. B. The Fractal Geometry of Nature / B. B. Mandelbrot. – Freeman: San Francisco, 1983. – 287 p.
4. Морозов, А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. – Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2002. – 160 с.
5. Зосимов, В. В. Фракталы и скейлинг в акустике / В. В. Зосимов, Л. М. Лямшев // Акустический журнал. – 1994. – Т. 40, № 5. – С. 709–737.
6. Лысанов, Ю. П. О фрактальной природе затухания низкочастотного звука в океане / Ю. П. Лысанов, Л. М. Лямшев // Доклады АН. Физика. – 1999. – Т. 366, № 1. – С. 36–38.

7. **Применение** метода автокорреляционной функции для анализа структуры стеклообразного поликарбоната / Г. В. Козлов [и др.] // Доклады НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47, № 4. – С. 51–54.

8. **Шефер, Д.** Структура случайных силикатов: полимеры, коллоиды и пористые твердые тела / Д. Шефер, К. Кефер // Фракталы в физике: труды VI Междунар. симпозиума по фракталам в физике (МЦТФ, Триест, Италия, 9–12 июля 1985) / под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти. – М.: Мир, 1988. – С. 62–71.

9. **Владимиров, В. С.** Обобщенные функции в математической физике / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1979. – 318 с.

10. **Шермергор, Т. Д.** Теория упругости микронеоднородных сред / Т. Д. Шермергор. – М.: Наука, 1977. – 400 с.

11. **Эрнст, М.** Кинетика образования кластеров при необратимой агрегации / М. Эрнст // Фракталы в физике: труды VI Междунар. симпозиума по фракталам в физике (МЦТФ, Триест, Италия, 9–12 июля 1985) / под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти. – М.: Мир, 1988. – С. 399–429.

12. **Исимару, И.** Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах: в 2 т. / И. Исимару. – М.: Мир, 1979. – Т. 2. – 343 с.

13. **Кулак, М. И.** Фрактальная механика материалов / М. И. Кулак. – Минск: Вышэйш. шк., 2002. – 304 с.

REFERENCES

1. **Vstavsky, G. V.** (1992) Model of Fractal Fatigue Crack Profile. *Prikladnaia Mekhanika i Tekhnicheskaiia Fizika* [Applied Mechanics and Technical Physics], 2, 130–137 (in Russian).

2. **Louis, E.,** Ginza, F., & Flores, F. (1985) Fractal Nature of Cracks, Fractals in Physics. *Proceedings of VI-th International Symposium on Fractals in Physics. International Centre for Theoretical Physics.* Trieste, Italy, 9–12 July 1985 (Edited by L. Pietronero and E. Tosatti). Elsevier, 487–497.

3. **Mandelbrot, B. B.** (1983) *The Fractal Geometry of Nature.* Freeman: San Francisco. 287 p.

4. **Morozov, A. D.** (2002) *Introduction in Theory of Fractals.* Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 160 p. (in Russian).

5. **Zosimov, V. V.,** & Liamshev, L. M. (1994) Fractals and Scaling in Acoustics. *Akusticheskii Zhurnal* [Acoustics journal], 40 (5), 709–737 (in Russian).

6. **Lysanov, Yu. P.,** & Liamshev, L. M. (1999) On Fractal Nature of Low-Frequency Sound Attenuation in the Ocean. *Doklady Akademii Nauk* [Reports of Academy of Sciences. Physics], 366 (1), 36–38 (in Russian).

7. **Kozlov, G. V.,** Buria, A. I., Sviridenok, A. I., & Zaikov, G. E. (2003) Application of Autocorrelation Function Method for Structural Analysis of Glass-Like Polycarbonate. *Doklady Natsyonal'noi Akademii Nauk Belarusi* (Doklady of the Natinal Academy of Sciences of Belarus), 47 (4), 51–54 (in Russian).

8. **Schefer, D.,** & Kefer, K. (1988) Structure of Accidental Silicate: Polymer, Colloid and Porous Solid Bodies. *Fraktaly v Fizike. Trudy VI Mezhdunarodnogo Simpoziuma po Fraktalam v Fizike* [Fractals in Physics Proceedings of VI-th International Symposium on Fractals in Physics. International Centre for Theoretical Physics. Trieste, Italy, 9–12 July 1985 (Edited by L. Pietronero and E. Tosatti)]. Moscow, Mir, 62–71 (in Russian).

9. **Vladimirov, V. S.** (1979) *Generalized Functions in Mathematical Physics.* Moscow, Nauka. 318 p. (in Russian).

10. **Shermergor, T. D.** (1977) *Elasticity Theory of Micro Heterogeneous Media.* Moscow, Nauka. 400 p. (in Russian).

11. **Ernst, M.** (1989) Kinetics of Cluster Formation During Irreversible Aggregation. Fractals in Physics. *Fraktaly v Fizike. Trudy VI Mezhdunarodnogo Simpoziuma po Fraktalam v Fizike* [Fractals in Physics Proceedings of VI-th International Symposium on Fractals in Physics. Trieste, Italy, 9–12 July 1985 (Edited by L. Pietronero and E. Tosatti)]. Moscow, Mir, 399–429 (in Russian).

12. **Ishimaru, I.** (1979) *Distribution and Dispersion of Waves in Accidentally Heterogeneous Media.* Vol. 2. Moscow, Mir. 343 p. (in Russian).

13. **Kulak, M. I.** (2002) *Fractal Material Mechanics.* Minsk: Vysheishaya Shkola. 304 p. (in Russian).

Поступила 12.11.2013