Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **Грибов, Л. А.** Введение в молекулярную спектроскопию / Л. А. Грибов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
2. **Ландау, Л. Д.** Рэлеевское рассеяние в газах и жидкостях / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – Т. VIII. – С. 582–583.
3. **Фридрихсберг, Д. А.** Курс коллоидной химии / Д. А. Фридрихсберг. – Л.: Химия, 1984. – 368 с.
4. **Конюхов, В. Ю.** Физическая и коллоидная химия / В. Ю. Конюхов, К. И. Попов. – М.: Изд-во МГУП, 2006. – Ч. 2. – 336 с.
5. **Фролов, Ю. Г.** Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы / Ю. Г. Фролов. – М.: Химия, 1988. – 464 с.
6. **Ляликов, Ю. С.** Физико-химические методы анализа / Ю. С. Ляликов. – 4 изд. – М.: Химия, 1964. – 536 с.
7. **Шаповалов, В. И.** Нанопорошки и пленки оксида титана для фотокатализа: обзор / И. В. Шаповалов // Физика и химия стекла. – 2010. – Т. 36, № 2. – С. 121–157.
8. **Слепнева, Л. М.** Дисперсность и морфология гидрозоля диоксида титана / Л. М. Слепнева, Т. А. Кузнецова, О. Ф. Краецкая // Наука и техника. – 2012. – № 5. – С. 67–71.
9. **Справочник** химика: в 7 т. / гл. ред. Б. П. Никольский. – Л.: Химия, Ленинградское отделение, 1965. – Т. 2: Основные свойства неорганических и органических соединений. – 1168 с.
10. **Физические** основы, методы исследования и практическое применение пьезоматериалов / В. А. Головнин [и др.]. – М.: Техносфера, 2013. – 272 с.

R E F E R E N C E S

1. **Gribov, L. A.** (1976) *Introduction to Molecular Spectroscopy.* Moscow, Nauka. 400 p. (in Russian).
2. **Landau, L. D.,** & Lifshits, E. M. (1982) *Rayleigh Scattering in Gas and Liquid. Theoretical Physics. Electrodynamics of Continuous Media*. Vol. VIII. Moscow, Nauka, 582–583 (in Russian).
3. **Friedrichsberg, D. A.** (1984) *Course of Colloid Chemistry*. Lenigrad, Khimia. 368 p. (in Russian).
4. **Koniukhov, V. Yu.,** & Popov, K. I. (2006) *Physical and Colloid Chemistry.* Part. 2. Moscow: MGUP (Mogilev State University of Food Technologies] Publishing House. 336 p. (in Russian).
5. **Frolov, Yu. G.** (1988) *Course of Colloid Chemistry. Surface Phenomena and Disperse Systems*. Moscow, Khimia. 464 p. (in Russian).
6. **Lialikov, Yu. S.** (1964) *Physical and Chemical Methods of Analysis.* 4th ed. Moscow, Khimia. 536 p. (in Russian).
7. **Shapovalov, V. I.** (2010) Nanopowders and Films of Titanium Oxide for Photocatalysis: A Review. *Glass Physics and Chemistry*, 36, (2), 121–157. doi: 10.1134/S108765961002001X.
8. **Sliapniova, L. M.,** Kuznetsova, T. A., & Kraetskaya, O. F. (2012) Dispersiveness and Morphology of Titanium Dioxide Hydrosol. Nauka i Tekhnika [Science and Technique], 5, 67–71 (in Russian).
9. **Nikolsky, B. P.** *Reference Book in Chemistry. Vol. 2: Basic Properties of Inorganic and Organic Compounds*. Leningrad: Khimia, Leningrad Branch. 1168 p. (in Russian).
10. **Golovnin, V. A.,** Kaplunov, I. A., Malyshkina, O. V., Ped'ko, B. B., & Movchikova, A. A. (2013) *Physical Principles, Investigation Methods and Practical Application of Piezomaterials*. Moscow, Tekhnosfera Publishing House. 272 p. (in Russian).

Поступила 28.03.2014

УДК 539.3

КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ В МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Канд. техн. наук ШВЕД О. Л.

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси

E-mail: swed@newman.bas-nen.by

Рассматривается критерий разрушения в конкретной феноменологической модели упругопластической среды, существенно отличающийся от известных критериев. При векторной интерпретации симметричных тензоров второго ранга поверхность текучести в пространстве напряжений Коши образуется замкнутыми кусочно-вогнутыми поверхностями ее девиаторных сечений с учетом экспериментальных данных. Поверхность сечения определяется вектором нормали, который выбирается из двух собственных векторов критериального девиатор-оператора. В условиях роста анизотропии такой выбор не всегда возможен. Предполагается, что разрушение может начаться только, когда точка процесса в пространстве напряжений находится на текущем девиаторном сечении поверхности текучести. Оно происходит при появлении на этом сечении критической точки, в которой становится кратным собственное значение оператора, определяющее собственный вектор, соответствующий вектору нормали. В критической точке однозначный и обоснованный выбор вектора нормали из несчетного числа собственных векторов становится невозможным, и теряет смысл критерий текучести в этой точке.

При установлении начала разрушения возможен и особый случай вследствие предполагаемой конической формы поверхности текучести. В вершине поверхности текучести девиаторное сечение вырождается в точку. Формулировка критерия в вершине поверхности состоит в отсутствии физически правильного решения при обращении уравнения состояния относительно меры упругих искажений при фиксированном тензоре упругого поворота. В остальных точках поверхности текучести такое обращение всегда возможно и является необходимым условием определения девиаторного сечения. Для изотропного материала в общем случае на любом девиаторном сечении поверхности текучести критическая точка отсутствует. Вычисляется предельная величина среднего напряжения при всестороннем равномерном растяжении.

Ключевые слова: феноменологическая модель, критерий разрушения, упругопластическая среда.

Библиогр.: 15 назв.

DESTRUCTION CRITERION IN MODEL OF NON-LINEAR ELASTIC PLASTIC MEDIUM

SHVED O. L.

United Institute of Informatics Problems NAS Belarus

The paper considers a destruction criterion in a specific phenomenological model of elastic plastic medium which significantly differs from the known criteria. In case of vector interpretation of rank-2 symmetric tensors yield surface in the Cauchy stress space is formed by closed piecewise concave surfaces of its deviator sections with due account of experimental data. Section surface is determined by normal vector which is selected from two private vectors of criterial “deviator” operator. Such selection is not always possible in the case of anisotropy growth. It is expected that destruction can only start when a process point in the stress space is located in the current deviator section of the yield surface. It occurs when a critical point appears in the section, and a private value of an operator becomes N-fold in the point that determines the private vector corresponding to the normal vector. Unique and reasonable selection of the normal vector becomes impossible in the critical point and an yield criteria loses its significance in the point.

When the destruction initiation is determined there is a possibility of a special case due to the proposed conic form of the yield surface. The deviator section degenerates into the point at the yield surface peak. Criterion formulation at the surface peak lies in the fact that there is no physically correct solution while using a state equation in regard to elastic distortion measures with a fixed tensor of elastic turn. Such usage of the equation is always possible for the rest points of the yield surface and it is considered as an obligatory condition for determination of the deviator section. A critical point is generally absent at any deviator section of the yield surface for isotropic material. A limiting value of the mean stress has been calculated at uniform tension.

Keywords: phenomenological model, destruction criterion, elastic plastic medium.

Ref.: 15 titles.

В статье рассматривается вопрос об условиях возникновения макротрещины в полученной при обобщении материала Мурнагана [1, 2] феноменологической модели упругопластической среды [3]. Содержание последней работы предполагается известным, и поэтому многие используемые соотношения здесь не приводятся. Ее положительными моментами представляются прослеживание роста упругой анизотропии и неиспользование проблемного понятия пластической деформации наряду с обоснованным и конкретизированным введением поверхности текучести в пространстве напряжений. Предлагаемый критерий разрушения естественным образом вытекает из математической модели [4–6] и существенно отличается от имеющихся критериев [7–12].

Используется векторное представление девиаторов симметричных тензоров второго ранга в пятимерном векторном пространстве. Задается ортонормированный базис пространства девиаторов напряжений:

$$\mathbf{W}_1 = (\sqrt{6})^{-1}(\mathbf{E} - 3\mathbf{c}_3\mathbf{c}_3); \quad \mathbf{W}_2 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_2\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1\mathbf{c}_1);$$

$$\mathbf{W}_3 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2\mathbf{c}_1); \quad \mathbf{W}_4 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_1\mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3\mathbf{c}_1);$$

$$\mathbf{W}_5 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_2\mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3\mathbf{c}_2),$$

где $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$, $\mathbf{c}_3$ – подходящий неподвижный ортонормированный триэдр; $\mathbf{E}$ – единичный тензор, с добавлением к нему вектора $\mathbf{W}_0 = (\sqrt{3})^{-1}\mathbf{E}$ получается соответствующий базис в пространстве напряжений.

Скалярное произведение таких векторов понимается как двойное скалярное произведение тензоров. Имеем $\mathbf{T} = t_0\mathbf{W}_0 + t_1\mathbf{W}_1 + t_2\mathbf{W}_2 + t_3\mathbf{W}_3 + t_4\mathbf{W}_4 + t_5\mathbf{W}_5$, где $t_i = \mathbf{T}\cdot\cdot\mathbf{W}_i$; $\mathbf{W}_i\cdot\cdot\mathbf{W}_i = 1$; $\mathbf{W}_i\cdot\cdot\mathbf{W}_j = 0$; $i, j = \overline{0,5}$; $i \neq j$. Тензоры $\mathbf{W}_i$ являются безразмерными величинами. Размерность пространства напряжений реализуется через коэффициенты разложения t_i.

Будем считать, что при указанной векторной интерпретации тензора поверхность текучести в пространстве напряжений является конической поверхностью в шестимерном векторном пространстве. Она создастся замкнутыми поверхностями своих девиаторных сечений с учетом экспериментальных данных. Естественное ограничение на девиаторное сечение состоит в том, что на всей замкнутой поверхности имеет смысл критерий текучести, т. е. можно проверить неравенство

$$\mathbf{Q}\cdot\cdot\mathbf{N} > 0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{N}$ – вектор внешней нормали к поверхности девиаторного сечения.

Девиатор-оператор $\mathbf{Q}$ от тензора скорости деформаций является объективной производной девиатора напряжений, вычисленной при условии несжимаемости по дифференциальному соотношению нелинейной упругости для деформационного градиента. Из дифференциального вида определяющего уравнения и требования потенциальности в скоростях напряжений вытекает, что вектор нормали к поверхности девиаторного сечения – это собственный вектор данного девиатор-оператора [3]. Для изотропного материала в [13, 14] получены в тензорно-инвариантном виде представления двух возможных векторов нормалей. Эти соотношения используются для выбора двух собственных векторов оператора, из которых образуются векторы нормалей при анизотропии.

Таким образом, девиаторное сечение получается соединением в сингулярных точках частей двух регулярных вогнутых поверхностей (в этих точках проверяются два неравенства (1) [3]). Векторы нормалей к ним выбираются из двух собственных векторов критериального девиатор-оператора. В условиях роста анизотропии выбор не всегда возможен, что позволяет связать его с началом разрушения, возникающего согласно опытным данным.

Предполагаем, что разрушение может начаться только, когда точка процесса в пространстве напряжений находится на поверхности текучести. Содержащее ее девиаторное сечение назовем текущим (активным). Точку на текущем девиаторном сечении назовем критической, если в ней становится кратным собственное значение оператора, по которому должен определяться собственный вектор, являющийся вектором нормали в регулярной точке сечения, или один из векторов нормалей в сингулярной точке. В этой точке однозначный и обоснованный выбор вектора нормали из несчетного числа собственных векторов становится невозможным. Этот факт также подтверждается всеми проведенными вычислительными экспериментами. В силу неопределенности девиатора $\mathbf{N}$ неравенство (1) теряет смысл. Согласно указанному ограничению, ее появление трактуется как возникновение макротрещины. Разрушение происходит в двух случаях: критической точки на текущем девиаторном сечении нет, но затем в процессе течения она появляется, либо там уже существует критическая точка, причем точка процесса может совпадать с любой точкой поверхности сечения. Второй случай, возможно, не совсем соответствует экспериментальным данным, но вытекает из математической модели разрушения.

Критерий разрушения, вследствие роста упругой анизотропии при пластической деформации, дополняется предельным (особым) случаем согласно сделанному выше предположению. В вершине поверхности текучести девиаторное сечение вырождается в точку. Поэтому формулировка критерия в вершине состоит в отсутствии физически правильного решения при обращении уравнения состояния относительно меры упругих искажений при фиксированном тензоре упругого поворота. В остальных точках поверхности текучести такое обращение всегда возможно, и это является необходимым условием существования поверхности девиаторного сечения. Для изотропного материала на любом девиаторном сечении поверхности текучести, исключая предельный случай, критическая точка отсутствует. Разрушение происходит, в частности, при всестороннем равномерном растяжении. Вычислим «критическую» величину среднего напряжения.

Изотропный закон упругости Мурнагана [1] можно записать в виде:

$$\mathbf{T} = 2(\sqrt{I_3})^{-1}(\varphi_0\mathbf{E} + \varphi_1\mathbf{F} + \varphi_2\mathbf{F}^2); \qquad (2)$$

$$\varphi_0 = a_0 I_3;\;\; \varphi_1 = b_0 + b_1 I_1 + b_2 I_1^2 + b_3 I_2;$$

$$\varphi_2 = c_0 + c_1 I_1;\quad a_0 = 2^{-1}\nu_3;$$

$$b_0 = 16^{-1}(-12\lambda - 8\mu + 9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3);$$

$$b_1 = 8^{-1}(2\lambda - 3\nu_1 - 4\nu_2);\;\; b_2 = 16^{-1}(\nu_1 + 2\nu_2);$$

$$b_3 = -4^{-1}(\nu_2 + 2\nu_3);\ \ c_0 = 4^{-1}(2\mu - 3\nu_2 - 4\nu_3);$$
$$c_1 = -b_3,$$

где $\mathbf{T}$ – тензор напряжений Коши; $\mathbf{F}$ – мера деформации Фингера; I_1, I_2, I_3 – главные первый, второй и третий инварианты тензора $\mathbf{F}$; λ, μ – постоянные Ляме второго порядка; ν_1, ν_2, ν_3 – то же третьего порядка.

Зададим преобразование подобия отсчетной конфигурации в актуальную с коэффициентом подобия x. Имеем:

$$\mathbf{F} = f\mathbf{E};\ \ f = x^2;\ \ I_1 = 3f;\ \ I_2 = 3f^2;\ \ I_3 = f^3;$$

$$\mathbf{T} = 2(\sqrt{f^3})^{-1}(\varphi_0 + \varphi_1 f + \varphi_2 f^2)\mathbf{E} = p\mathbf{E},$$

где $p > 0$.

Приходим к скалярному уравнению относительно неизвестного $x = x(p)$:

$$x^4 + y_2 x^2 + y_3 x + y_4 = 0; \tag{3}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= 2(6\lambda + 4\mu - 9\nu_1 - 18\nu_2 - 8\nu_3)\times \\ &\times(9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)^{-1}; \\ y_4 &= (-12\lambda - 8\mu + 9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)\times \\ &\times(9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)^{-1}; \end{aligned} \tag{4}$$

$$y_3 = -8p(9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)^{-1}. \tag{5}$$

При растяжении существуют конечные значения p такие, что при его дальнейшем увеличении уравнение (3) не имеет физически правильного решения. В этот момент два положительных действительных корня полинома совпадают и затем становятся комплексно-сопряженными. Условие существования кратного корня полинома (3) можно записать в виде [15]

$$\begin{aligned} &27y_3^4 + 4y_2(y_2^2 - 36y_4)y_3^2 + \\ &+16y_4(8y_2^2 y_4 - y_2^4 - 16y_4^2) = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Уравнение (6) разрешаем относительно y_3

$$y_3 = \frac{\sqrt{2(y_2(-y_2^2 + 36y_4) + (y_2^2 + 12y_4)\sqrt{y_2^2 + 12y_4})}}{3\sqrt{3}}. \tag{7}$$

Из (5) и (7) с учетом (4) находим предельное значение

$$p = -\frac{\sqrt{2(y_2(-y_2^2 + 36y_4) + (y_2^2 + 12y_4)\sqrt{y_2^2 + 12y_4})}}{24\sqrt{3}(9\nu_1 + 18\nu_2 + 8\nu_3)}. \tag{8}$$

Для всех металлов и их сплавов согласно данным [1] соотношение (8) имеет физический смысл. Отметим, что при вычислении величины p с использованием квазилинейного закона Синьорини вместо закона Мурнагана погрешность увеличивается на порядок. Поэтому необходимо использовать достаточно точный закон упругости.

Исследовали влияние предварительной деформации одноосного растяжения с разгрузкой на последующее нагружение всесторонним равномерным растяжением. Величина p при этом монотонно уменьшается. При нагружении шара из рассматриваемого материала гидростатическим давлением он превращался в эллипсоид с большей полуосью, совпадающей с направлением предварительного растяжения.

В рассмотренных выше простых примерах с однородной деформацией происходит естественно одновременное разрушение всех элементов тела, т. е. самого тела. При практически важных расчетах с неоднородной деформацией можно будет говорить о месте возникновения макротрещины. Вопрос о ее ориентации и дальнейшем развитии пока не рассматривался.

ВЫВОДЫ

При определении начала разрушения материала в обобщенной нелинейной модели упругости Мурнагана, кроме общего, возможен и особый случай. Он возникает вследствие предполагаемой конической формы поверхности текучести. Вычисляется не определяемая экспериментально предельная величина среднего напряжения при всестороннем равномерном растяжении (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лурье, А. И.** Нелинейная теория упругости / А. И. Лурье. – М., 1980. – 512 с.

2. **Murnaghan, F. D.** Finite Deformation of an Elastic Solid / F. D. Murnaghan. – N.Y.: John Wiley, 1951. – 140 p.

3. **Швед, О. Л.** Модель нелинейно упругопластического материала / О. Л. Швед // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2014. – № 1. – С. 63–68.

4. **Швед, О. Л.** Критерий разрушения в модели упругопластической среды / О. Л. Швед // Современные про-

блемы механики деформируемого твердого тела: Материалы Междунар. конф., 14–17 октября 2014 г., г. Ростов-на-Дону, Россия. – Ростов на/Д., 2014. – С. 220–223.

5. **Швед, О. Л.** О возможных определяющих соотношениях нелинейной упругопластичности / О. Л. Швед // Труды VII Всерос. (с международным участием) конф. по механике деформируемого твердого тела, Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2013 г.: в 2 т. – Ростов-на/Д: Изд-во Южного федерального ун-та, 2013. – Т. II. – С. 219–224.

6. **Швед, О. Л.** Определяющие соотношения ортотропного упругопластического материала / О. Л. Швед // Труды VII Всероссийской (с международным участием) конференции по механике деформируемого твердого тела, Ростов-на-Дону, 15–18 октября 2013 г.: в 2 т. – Ростов-на/Д.: Изд-во Южного федерального ун-та, 2013. – Т. II. – С. 224–229.

7. **Колмогоров, В. Л.** Напряжения, деформации, разрушение / В. Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1970. – 230 с.

8. **Богатов, А. А.** Ресурс пластичности при обработке металлов давлением / А.А. Богатов, О.И. Мижирицкий, С. В. Смирнов. – М.: Металлургия, 1984. – 150 с.

9. **Потапова, Л. Б.** Механика материалов при сложном состоянии. Как прогнозируют предельные напряжения? / Л. Б. Потапова, В. П. Ярцев. – М.: Машиностроение, 2005. – 244 с.

10. **Огородников, В. А.** Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – Киев: Выща шк., 1983. – 175 с.

11. **Колмогоров, В. Л.** К вопросу построения обобщенной феноменологической модели разрушения при пластической деформации / В. Л. Колмогоров, Б. А. Мигачев, В. Г. Бурдуковский // Металлы. – 1995. – № 6. – С. 133–141.

12. **Ибрагимов, В. А.** О разрушении штампа при изготовлении поковки «Чашка» / В. А. Ибрагимов, В. И. Махнач, О. Л. Швед // Моделирование и информационные технологии проектирования. – Минск, 1997. – С. 85–88.

13. **Швед, О. Л.** Определение девиаторного сечения поверхности текучести при математическом моделировании упругопластического поведения материалов / О. Л. Швед // Информатика. – 2014. – № 2 (41). – С. 49–57.

14. **Швед, О. Л.** Вопросы обобщения нелинейной модели упругости на упругопластичность / О. Л. Швед // Материалы VIII Всероссийской конф. по механике деформируемого твердого тела, Чебоксары, 16–21 июня 2014 г.: в 2 ч. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2014. – Ч. 2. – С. 225–227.

15. **Швед, О. Л.** Квадрат определителя Вандермонда для корней полинома пятой степени / О. Л. Швед, С. С. Булюшко // Информатика. – 2007. – № 1 (13). – С. 129–132.

R E F E R E N C E S

1. **Lourie, A. I.** (1980) *Non-Linear Theory of Elasticity*. Moscow, Nauka. 512 p. (in Russian).

2. **Murnaghan, F. D.** (1951) *Finite Deformation of an Elastic Solid*. New York, John Wiley. 140 p.

3. **Shved, O. L.** (2014) Model of Non-Linear Elastic Plastic Material. *Vestsi Natsyianal'nai Akademii Navuk Belarusi. Seryia: Fizika-Matematychnykh Navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series], 1, 63–68 (in Russian).

4. **Shved, O. L. (**2014) Destruction Criterion in Model of Elastic Plastic medium. *Sovremennye Problemy Mekhaniki Deformiruemogo Tverdogo Tela: Materialy Mezhdunar. Konf. 14–17 oktiabria 2014 g., g. Rostov-na-Donu* [Proceedings of “Modern Problems in Mechanics of Deformed Solid-State Body” Conference, 14–17 October 2014, Rostov-on-Don]. Rostov-on-Don, 220–223 (in Russian).

5. **Shved, O. L.** (2013) On Possible Constitutive Ratios of Non-Linear Elastic Plasticity. *Trudy VII Vserossiiskoi (s Mezhdunarodnym Uchastiem) Konferentsii po Mekhanike Deformiruemogo Tverdogo Tela, Rostov-na-Donu, 15–18 oktiabria 2013 g.* [Proceedings of the VII All-Russian (with International Participation) Conference on Solid Mechanics, Rostov-on-Don, October 15–18, 2013. Volume 2] Rostov-on-Don, Publisher Southern Federal University, 219–224 (in Russian).

6. **Shved, O. L.** (2013) Constitutive ratios of Orthotropic Elastic Plastic Material. *Trudy VII Vserossiiskoi (s Mezhdunarodnym Uchastiem) Konferentsii po Mekhanike Deformiruemogo Tverdogo Tela, Rostov-na-Donu, 15–18 oktiabria 2013 g.* [Proceedings of the VII All-Russian (with International Participation) Conference on Solid Mechanics, Rostov-on-Don, October 15–18, 2013. Volume 2] Rostov-on-Don, Publisher Southern Federal University, 224–229 (in Russian).

7. **Kolmogorov, V. L**. (1970) *Stresses, Deformations, Destruction*. Moscow, Metallurgia. 230 p. (in Russian).

8. **Bogatov, A. A.,** Mizhiritsky, O. I., & Smirnov, S. V. (1984) *Plasticity Resource in Case Of Metal Treatment Under Pressure*. Moscow, Metallurgia. 150 p. (in Russian).

9. **Potapova, L. B.,** & Yartsev, V. P. (2005) *Mechanics of Materials in Complicated State. How to Forecast Limiting Stresses?* Moscow, Mashinostroenie. 244 p. (in Russian).

10. **Ogotrodnikov, V. A.** (1983) *Evaluation of Metal Deformability Under Pressure Treatment*. Kiev, Vyscha Shkola. 175 p. (in Russian).

11. **Kolmogorov, V. L.,** Migachev, B. A., & Burdukovsky, V. G. (1995) To Problem of General Phenomenological Destruction Model Development at Plastic Deformation. *Metally* [Metals], 6, 133–141 (in Russian).

12. **Ibragimov, V. A.,** Makhnach, V. I., & Shved, O. L. (1997) On Stamp Destruction While Manufacturing “Cup” Forging. *Modeling and Information Technologies of Design*. Minsk, 85–88 (in Russian).

13. **Shved, O. L.** (2014) Determination of Deviator Section on Yield Surface While Making Mathematical Simulation of Elastic Plastic Behavior of Materials. *Informatika* [Informatics], 2 (41), 49–57 (in Russian).

14. **Shved, O. L.** (2014) Problems of Generalization for Non-Linear Model of Elasticity on Elastic Plasticity. *Materialy VIII Vserossiiskoi Konferentsii po Mekhanike Deformiruemogo Tverdogo Tela, Cheboksary, 16–21 iiunia 2014 g.* [Proceedings of the VIII All-Russia Conference on Mechanics of Deformed Solid-State Body, June 16–21, 2014, Cheboksary, Russia]. Cheboksary: Chuvash State Pedagogical University, 225–227 (in Russian).

15. **Shved, O. L.,** & Buliushko, S. S. (2007) Square of the Vandermonde Determinant for Quantic Polynomial Roots. *Informatika* [Informatics], 1 (13), 129–132 (in Russian).

Поступила 04.06.2014