

## МОДИФИКАЦИИ КОСВЕННЫХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

Ольшовец П.

ООО «Эреа», г. Завада, Польша  
e-mail: olpio@o2.pl

*Косвенные методы определения параметров электрических двухполюсников имеют существенный недостаток, ограничивающий их применение. Значение параметров (сопротивления, емкости и индуктивности) определяется путем измерения и расчета по соответствующим формулам. Погрешность этих процедур вызвана в основном внутренним сопротивлением применяемых приборов. В статье предложена модификация избранных косвенных методов определения параметров двухполюсников с целью устранения этого недостатка.*

**Ключевые слова:** параметры электрических двухполюсников, косвенные методы, погрешность.

### Введение

В инженерной практике применяются косвенные методы определения параметров электрических двухполюсников, т.е. отдельных элементов или цепей. В этих процедурах измерения параметров импеданса двухполюсника в сети под напряжением используются чаще всего типичные мультиметры, а также отдельные вольтметры, амперметры или ваттметры. Значение параметров (сопротивления, емкости и индуктивности) определяется путем измерения и расчета по соответствующим формулам. Наиболее универсальными из косвенных способов являются метод амперметра–вольтметра [1] и метод трех отсчетов вольтметра или амперметров. Однако и они имеют погрешности, вызванные не только ограниченной точностью измерительных приборов, но также их внутренним сопротивлением. До сих пор не разработаны простые способы повышения точности этих практических методов. В статье предложена модификация избранных косвенных методов определения параметров двухполюсников с целью устранения погрешностей, вызванных внутренним сопротивлением приборов.

### Избранные косвенные методы определения параметров двухполюсников

Идея косвенных методов и ограничений их применения представлена на примере метода

трех амперметров, предназначенного для определения параметров двухполюсников. Эти приборы подключены по схеме, приведенной на рисунке 1, и измеряют ток  $I_2$  резистора известного сопротивления  $R_2$ , ток  $I_1$  двухполюсника с неизвестными параметрами  $R_1$ ,  $X_1$ , а также значение суммы токов  $I_3 = I_2 + I_1$ .

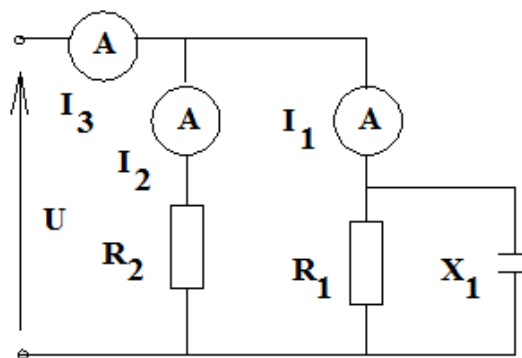


Рисунок 1 – Схема применения метода трех амперметров

Нетрудно проверить, что искомые параметры определяются формулами:

$$R_1 = R_2 \cdot \frac{2 \cdot I_2^2}{I_3^2 - I_2^2 - I_1^2}, \quad (1)$$

$$X_1 = \frac{I_2}{\sqrt{\frac{I_1^2}{R_2^2} - \frac{I_2^2}{R_1^2}}}. \quad (2)$$

Доступна возможность альтернативного определения искомых параметров с помощью лишь одного амперметра, поочередно включаемого в цепь измерения токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Причем для определения параметров двухполюсника применяются те же формулы (1), (2). Однако при этой процедуре возможна дополнительная погрешность, вызванная колебанием напряжения питания  $U$  во время измерений.

При выведении данных формул не учтены внутренние сопротивления измерительных приборов. Поэтому результаты, полученные по этим формулам, могут значительно отличаться от фактических значений параметров двухполюсника, если сопротивление амперметра  $R_A \neq 0$ . Этот существенный недостаток показан ниже для двухполюсника с реактивным сопротивлением. Зависимость относительной погрешности  $\delta$  определения сопротивления  $R_1$  от его значения при данном соотношении  $R_2/R_A$  и  $X_1/R_A$  в обоих методах приведена на рисунке 2.

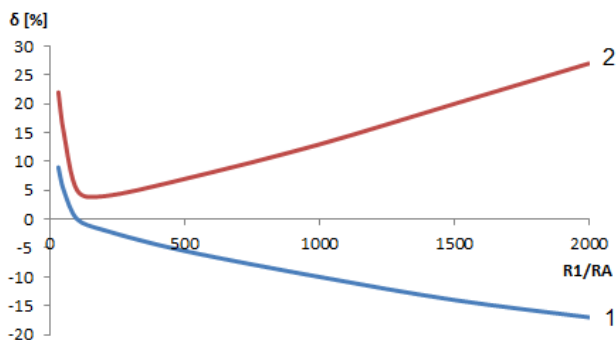


Рисунок 2 – Зависимости относительной погрешности  $\delta$  определения сопротивления  $R_1$  от его значения для методов трех амперметров (кривая 1) и трех отсчетов одного амперметра (кривая 2);  $R_2 = X_1 = 100R_A$

Точность метода трех амперметров выше, чем при применении лишь одного прибора. Оба метода пригодны лишь для относительно высоких значений параметров двухполюсника по сравнению с сопротивлением амперметров. При сравнимых значениях этих величин рекомендуется применение метода трех вольтметров. Из-за этих погрешностей упомянутые процедуры, а также другие косвенные методы получили лишь ограниченное применение для определения параметров электрических элементов или цепей, если требуется высокая точность. Действительно, внутреннее сопротивление приборов бывает сравнимо со значениями

измеряемых параметров (например, цифровые мультиметры имеют внутреннее сопротивление порядка 10 МОм (вход напряжения) и 100 Ом (вход тока 2 мА)). Однако есть простой способ устранения этого недостатка с помощью описанной ниже модификации.

### Усовершенствованный метод амперметра–вольтметра

С помощью усовершенствованного метода амперметра–вольтметра можно точно определить при питании синусоидальным напряжением модуль импеданса двухполюсника, а при питании напряжением постоянного тока – его активное сопротивление.

В методе амперметра–вольтметра эту погрешность, вызванную внутренним сопротивлением измерительных приборов:  $Z_V \neq \infty$  и  $Z_A \neq 0$ , можно устранить путем параллельного подключения вольтметра к амперметру (рисунок 3а) [2]. Этим способом можно точно измерить ток, протекающий в двухполюснике при измерении напряжения.

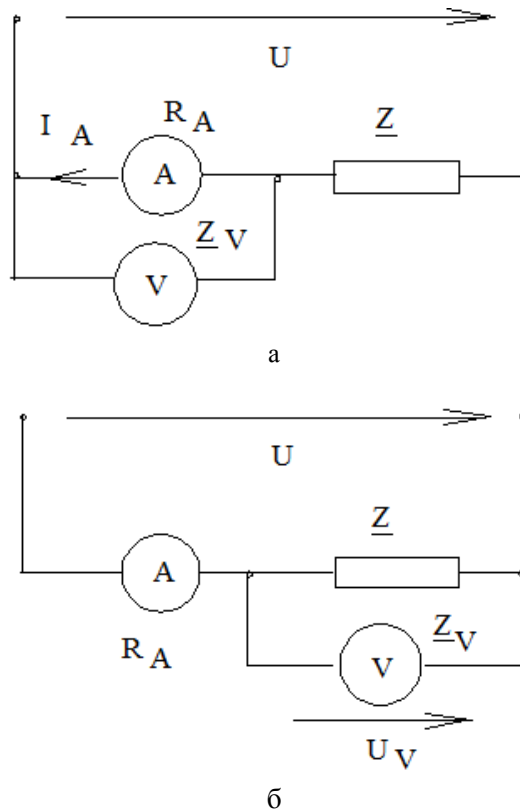


Рисунок 3 – Метод точного измерения модуля  $Z$  импеданса элемента: а – измерение тока  $I_A$ , протекающего в элементе во время измерения напряжения; б – измерение напряжения  $U_V$  на элементе

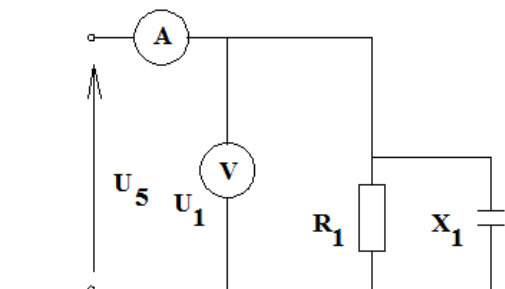
Напряжение  $U_V$  на измеряемом элементе равно (рисунок 3б):

$$U_V = U \cdot \frac{\frac{\underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}{\underline{Z} + \underline{Z}_V}}{R_A + \frac{\underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}{\underline{Z} + \underline{Z}_V}} = U \cdot \frac{\underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}{R_A \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_V) + \underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}, \quad (4)$$

а показание амперметра (рисунок 3а):

$$I_A = U \cdot \frac{\frac{\underline{Z}_V}{\underline{Z}_V + R_A}}{\underline{Z} + \frac{\underline{Z}_V \cdot R_A}{\underline{Z}_V + R_A}} = U \cdot \frac{\underline{Z}_V}{R_A \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_V) + \underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}. \quad (5)$$

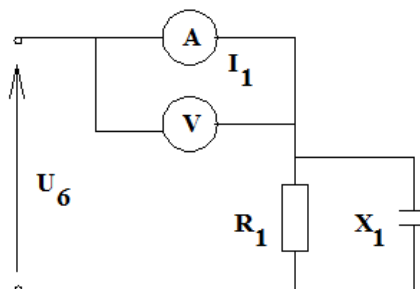
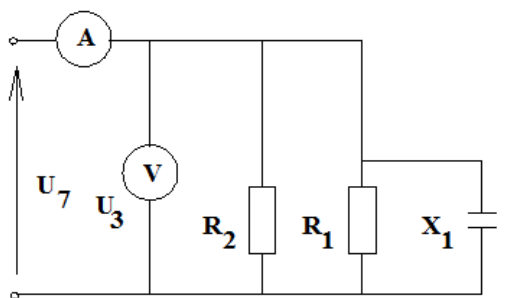
Оказывается, что отношение этих величин равно модулю  $Z$  импеданса элемента:



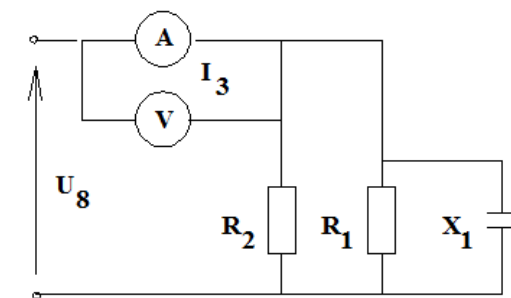
$$\frac{U_V}{I_A} = \frac{\frac{\underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}{R_A \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_V) + \underline{Z} \cdot \underline{Z}_V} \times \left[ R_A \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_V) + \underline{Z} \cdot \underline{Z}_V \right]}{\frac{\underline{Z}_V}{R_A \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}_V) + \underline{Z} \cdot \underline{Z}_V}} = |\underline{Z}| = Z. \quad (6)$$

Из формулы (6) вытекает, что этот метод определения модуля импеданса не имеет погрешностей, вызванных внутренним сопротивлением вольтметра  $Z_V$  и амперметра  $R_A$ .

Используя приведенный выше способ точного измерения тока, текущего в элементе во время измерения напряжения, можно существенно улучшить и метод трех амперметров. При этом вместо двух амперметров достаточно применить один вольтметр. Сначала надо точно определить модули проводимостей  $|G_2 + \underline{Y}_1|$  и  $Y_1$ , как показано на рисунках 4а, 4б.



а



б

Рисунок 4 – Определение модулей проводимости  $Y_1$  (а) и  $|G_2 + \underline{Y}_1|$  (б)

Для выведения искомых формул надо рассмотреть схему на рисунке 1 без амперметров. Пусть напряжение на элементах  $R_2$  и  $Y_1$  без подключенных амперметров равно  $U$ , причем его значение может быть неизвестным. Используя определенные модули проводимостей  $|G_2 + \underline{Y}_1|$  и  $Y_1$  можно в этих условиях токи (действующие значения)  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  представить как:

$$I_2 = G_2 \cdot U, \quad (7)$$

$$I_1 = Y_1 \cdot U = \frac{I_1}{U_1} \cdot U, \quad (8)$$

$$I_3 = |G_2 + \underline{Y}_1| \cdot U = \frac{I_3}{U_3} \cdot U. \quad (9)$$

Подставив эти выражения в формулы (1) и (2) получаем следующие формулы для параметров проводимости двухполюсника:

$$R_1 = \frac{2}{R_2^2 \cdot \left[ \left( \frac{I_3}{U_3} \right)^2 - \left( \frac{I_1}{U_1} \right)^2 \right] - 1}, \quad (10)$$

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{I_1}{U_1} \right)^2 - \frac{1}{R_1^2}}}. \quad (11)$$

Следует заметить, что улучшенный метод трех амперметров стал процедурой с *одним вольтметром и одним амперметром*. Формулы (10) и (11) справедливы при постоянном значении напряжения питания  $U$  во время измерений.

Если это условие не выполнено, необходимо измерять напряжения  $U_5$ ,  $U_6$ ,  $U_7$  и  $U_8$ . Тогда формулы (10) и (11) принимают вид (12) и (13) соответственно:

$$R_1 = \frac{2}{R_2^2 \cdot \left[ \left( \frac{I_3 \cdot U_7}{U_3 \cdot U_8} \right)^2 - \left( \frac{I_1 \cdot U_5}{U_1 \cdot U_6} \right)^2 \right] - 1}, \quad (12)$$

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{I_1 \cdot U_5}{U_1 \cdot U_6} \right)^2 - \frac{1}{R_1^2}}}. \quad (13)$$

**Другие косвенные методы определения параметров двухполюсников**

Кроме описанных выше усовершенствованных схем, можно предложить несколько других косвенных методов определения параметров двухполюсников без погрешностей, вызванных внутренним сопротивлением приборов.

Двухэтапная процедура определения сопротивления двухполюсника с помощью вольтметра и ваттметра показана на рисунке 5.

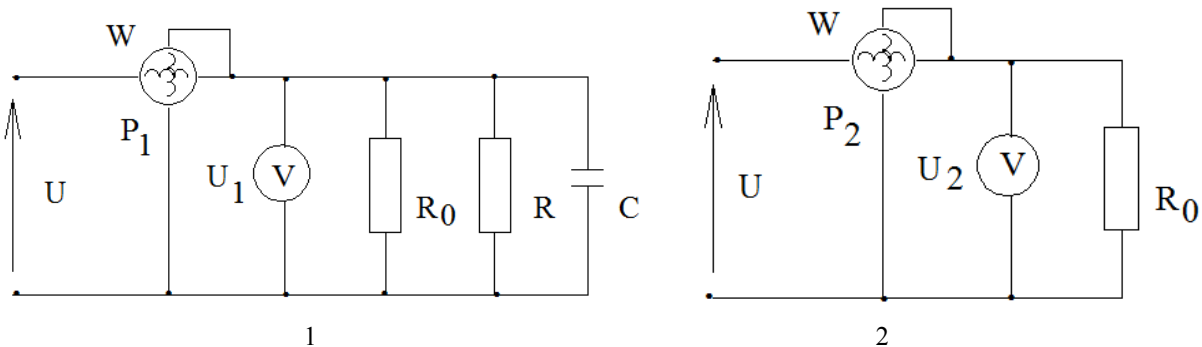


Рисунок 5 – Двухэтапная процедура определения сопротивления двухполюсника с помощью ваттметра и вольтметра

Показание ваттметра на первом этапе дано выражением:

$$P_1 = U_1^2 \cdot (G_w + G_v + G_0 + G), \quad (14)$$

на втором:

$$P_2 = U_2^2 \cdot (G_w + G_v + G_0), \quad (15)$$

где  $G$ ,  $G_w$ ,  $G_v$ ,  $G_0$  – проводимости двухполюсника, ваттметра, вольтметра и добавочного резистора соответственно. Не требуется знание значений проводимостей  $G_w$ ,  $G_v$ ,  $G_0$ , а также постоянного значения напряжения питания  $U$  на обоих

этапах. Из уравнений (12) и (13) вычисляем искомое сопротивление двухполюсника:

$$R = \frac{1}{G} = \frac{U_1^2 \cdot U_2^2}{P_2 \cdot U_1^2 - P_1 \cdot U_2^2}. \quad (16)$$

Для определения реактивной проводимости  $B$  при известном значении  $G$  и постоянном действующем значении напряжения  $U$  можно воспользоваться модифицированным методом амперметра–вольтметра как показано на рисунке 4а.

Из уравнения (17):

$$I_A^2 = U_V^2 \cdot (G^2 + B^2), \quad (17)$$

вычисляем искомое значение  $B$ .

Для двухполюсника, состоящего из последовательно включенных резистора и реактивного элемента (например, емкостного), можно применить альтернативную схему, показанную на рисунке 6.

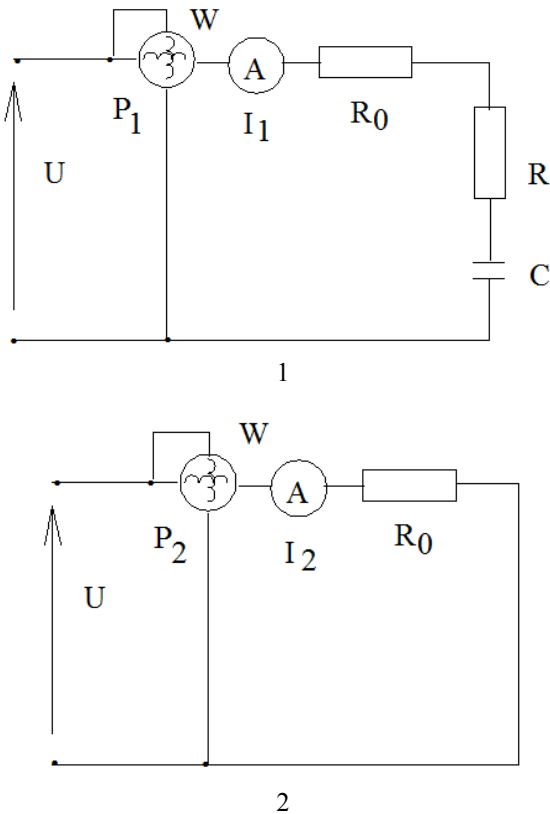


Рисунок 6 – Двухэтапная процедура определения сопротивления двухполюсника с помощью ваттметра и амперметра

Искомое значение сопротивления  $R$  определяется по формуле:

$$R = \frac{P_1 \cdot I_2^2 - P_2 \cdot I_1^2}{I_1^2 \cdot I_2^2}. \quad (18)$$

### Заключение

Разработана модификация избранных косвенных методов определения параметров электрических двухполюсников (сопротивления, емкости и индуктивности), позволяющая устранить погрешность, обусловленную внутренним сопротивлением измерительных приборов.

Усовершенствованные методы можно использовать для цепей, не только отключенных от рабочего питания и подключенных к тестовому источнику питания, но также в работающих сетях (под напряжением). Одним из возможных применений является определение сопротивления и емкости изоляции.

### Список использованных источников

1. *Lebson, S.* Elektryczne przyrządy pomiarowe / S Lebson. – Warszawa, 1971.
2. *Stefaniak, Z.* Pomiar rezystancji nową metodą / Z. Stefaniak // Wiadomości Elektrotechniczne. – 1988. – № 7–8.
3. *Olszowiec, P.* Ograniczanie uchybów technicznych metod pomiaru parametrów dwójników / P. Olszowiec // Wiadomości Elektrotechniczne. – 2013. – № 2.

## MODIFICATION OF INDIRECT METHODS OF ELECTRICAL PARAMETERS DETERMINATION IN LIVE CIRCUITS

*Olszowiec P.*

Erea Ltd., Zawada, Poland  
e-mail: olpio@o2.pl

**Abstract.** Existing methods of indirect methods of electrical parameters of two-terminal elements determination exhibit a substantial limitation. Such parameters as resistance, inductance and capacitance are determined by means of current, voltage, power etc. measurement and calculation with relevant formulas.

Accuracy of these procedures is lowered by internal impedance of applied meters. In the paper there are proposed few modifications of well-known indirect methods aimed at elimination of their errors.

**Keywords:** parameters of electrical two-terminal elements, indirect methods, error.

### **References**

1. Lebson S. *Elektryczne pshyrzhandy pomiarowe* : [Electrical measuring devices], Warszawa, 1971 (in Polish).
2. Stefaniak Z. A new method of resistance measurement. *Wiadomosci elektrotechniczne*, 1988, № 7–8, (in Polish).
3. Olszowiec P. Limitation of errors of indirect methods of two-terminal elements parameters determination. *Wiadomosci elektrotechniczne*, 2013, № 2, (in Polish).

*Поступила в редакцию 08.07.2014.*