УДК 517.977

Ж. М. САИД, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ ФАЗОВОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается задача идентификации параметров стохастической системы фазового управления, заданной математическими моделями процесса и измерителя сигналов в форме уравнений процессов случайной структуры. Приводится пример, показывающий работоспособность алгоритма идентификации.

The problem of identifying the parameters of the stochastic phase control system defined by mathematical models of the process and meter signals in the form of equations processes random structure. An example showing the performance of the identification algorithm.

Введение

Системы с фазовым управлением (СФУ) получили широкое развитие в различных областях автоматики, радиотехнике и связи. Наиболее распространёнными СФУ являются системы автоматической автоподстройки частоты, представляющие собой разновидность систем синхронизации. Задачей таких систем является автоматическая регулировка скорости квазипериодических процессов с целью достижения определенных фазовых соотношений между ними. Такие системы используются в телевидении, радиолокации, радионавигации а также в различных следящих системах. Среди таких систем следует выделить системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), у которых сигнал ошибки связан не с разностью частот, а с разностью фаз подстраиваемого и эталонного генераторов, что в стационарном режиме обеспечивает остаточную разность фаз, а не частот, как в системах частотной автоподстройки [1].

Среди множества актуальных задач анализа и синтеза СФУ следует особо выделить задачу идентификации. Под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта (процесса), выраженной в тех или иных терминах (описанной на том или ином языке) [2].

Существуют различные задачи идентификации и различных содержательных формулировки условий наблюдения. Рассмотрим задачу параметрической идентификации (оценки параметров) на основе имеющейся априорной информации об уравнениях объекта в пространстве состояний и статистического анализа входных и выходных сигналов. Важность и актуальность выделения данной задачи обусловлены тем, что в настоящее время все большая часть исследований технических объектов проводится на основе использования их математических моделей.

Пусть состояние СФУ описывается уравнением в форме Ланжевена со случайными параметрами [1]

$$\begin{gathered}\dot{X}^{(s)}(t)=\varphi(X,D,s,t)+\\+\sigma(X,D,s,t)U(t)+H(X,D,s,t)\xi(t)\end{gathered}\qquad(1)$$

при начальных условиях $X^{(s)}(t_0)=X_0$, $s=\overline{1,n_s}$ – номер состояния (структуры) системы.

В данном случае $D=D^{(s)}(t)$ – блочный nv-мерный вектор в общем случае случайных параметров СФУ. $D^{(s)T}(t)=[D_1^{(s)}(t),...,D_i^{(s)}(t),...,D_{nv}^{(s)}(t)]$, $D_i^{(s)}(t)$ – вектор параметров i-го элемента (подсистемы) СФУ. Блочные матрицы и векторы, входящие в уравнение (1) имеют вид [1]

$$X^{(s)T}(t)=\left[X^{(s)}{}_1(t),...,X^{(s)}{}_i(t),...,X^{(s)}{}_{nv}(t)\right],\quad(2)$$

$$U^T(t)=\left[U_1(t),...,U_i(t),...,U_{nv}(t)\right],\quad(3)$$

$$\xi\ \ (t)=\left[\xi\ \ (t),...,\xi_i(t),...,\xi_{nv}(t)\right],\quad(4)$$

$$\varphi^{(s)T}(X,t)=\Big[\varphi^{(s)}{}_1(X_1,t),...,$$
$$\varphi^{(s)}{}_i(X_i,t),...,\varphi^{(s)}{}_{nv}(X_{nv},t)\Big], \quad (5)$$

$$\sigma^{(s)T}(X,t)=\Big[\sigma^{(s)}{}_1(X_1,t),...,$$
$$\sigma^{(s)}{}_i(X_i,t),...,\sigma^{(s)}{}_{nv}(X_{nv},t)\Big], \quad (6)$$

$$H^{(s)T}(X,t)=\Big[H^{(s)}{}_1(X_1,t),...,$$
$$H^{(s)}{}_i(X_i,t),...,H^{(s)}{}_{nv}(X_{nv},t)\Big]. \quad (7)$$

Уравнение измерителя следующее:

$$Z^{(l)}(t)=C^{(l)}(X,t)+q^{(l)}(t)\zeta(t), \quad (8)$$

$l=\overline{1,n_l}$. $\zeta(t)$ – шум интенсивности Q. Входящие в (1), (8) функции и матрицы, а также характеристики шумов $\xi(t)$, $\zeta(t)$ считаются известными.

Области эксплуатации (работоспособности) системы и измерителя заданы в виде множеств

$$X(t)\in X_э, \quad U(t)\in U_э, \quad Z(t)\in Z_э. \quad (9)$$

В результате проведения идентификационных экспериментов (натурных или моделированием) получены множества функций $X_и(t)$, $U_и(t)$, $Z_и(t)$.

$$X_и(t)\in X_{эи}\subset X_э,\ U_и(t)\in U_{эи}\subset U_э,$$
$$Z_и(t)\in Z_{эи}\subset Z_э. \quad (10)$$

где $X_{эи}$, $U_{эи}$, $Z_{эи}$ – соответствующие множества фазовых координат, управлений и измерений реальной системы при идентификационных экспериментах.

Задача идентификации состоит в том, чтобы на основе экспериментальных данных $X_и(t)$, $U_и(t)$, и $Z_и(t)$ определить значение вектора параметров $\widehat{D}^{(s)}(t)$, при котором разность $\Delta D^{(s)}(t)=D^{(s)}(t)-\widehat{D}^{(s)}(t)$ принимает наименьшее значение.

Основная часть

Для применения полученной в [3] теории необходимо случайный вектор $D^{(s)}(t)$ представить в соответствующем виде. Для широкого круга технических систем номинальные значения параметров $D_i(t)$ известны, а их фактические значения имеют малые отклонения от номиналов. Исходя из этого, на интервале наблюдения $[t_0,t]$ вектор $D^{(s)}(t)$ представим в виде

$$D^{(s)}(t)=D_i(t)+d^{(s)}(t), \quad (11)$$

где $d^{(s)}(t)$ – вектор малых отклонений параметров системы размерности n_D.

В зависимости от модели реального объекта и условий исследований стохастическая модель вектора $d(t)$ может иметь различный вид: от $(\partial d/\partial t)=0$ до $(\partial d/\partial t)$ – белый шум. Для широкого круга задач удобно применять модель параметрических шумов, в которой компоненты вектора $d(t)$ описываются уравнением типа формирующего фильтра.

$$\dot d^{(s)}(t)=A_D d^{(s)}(t)+H_D\xi_D(t),\ d(t_0)=d_0, \quad (12)$$

где $\xi_D(t)$ – вектор белого шума с матрицей интенсивности G. $A_D=\frac{1}{\tau_D}$, $B_D=\xi_D$. В данном случае τ_D – постоянная времени, характеризующая частоту флуктуаций параметров, матрица h_D характеризует величину отклонений параметров от номиналов.

Для каждого i-го элемента СФУ введем расширенный вектор состояний

$$X_p{}^{(s)T}(t)=\Big[X^{(s)}(t),d^{(s)}(t)\Big] \quad (13)$$

размерности n_i+n_{Di}, для которого уравнения состояния имеют вид

$$\dot X_p{}^{(s)}(t)=\varphi_p(X_p,D,s,t)+$$
$$+\sigma_p(X_p,D,s,t)U(t)+H_p(X_p,D,s,t)\xi_p(t) \quad (14)$$

при начальных условиях $X_p{}^{(s)}(t_0)=X_{p0}$. При этом соответственно и измеритель будет описан выражением

$$Z_p{}^{(l)}(t)=C_p{}^{(l)}(X_p,t)+q^{(l)}(t)\zeta(t). \quad (15)$$

В (14) входят блочные векторы

$$X_\partial{}^{(s)}(t)=\begin{bmatrix}X^{(s)}(t)\\ d^{(s)}(t)\end{bmatrix},\ \varphi_\partial(...)=\begin{bmatrix}\varphi_\partial(...)\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\xi_\partial(t)=\begin{bmatrix}\xi(t)\\ \xi_D(t)\end{bmatrix}.$$

При такой постановке задачи производится совместное оценивание и идентификация процесса (объекта) на основе использования в общем случае уравнений фильтрации, в которых вектор оценок фазовых координат $\widehat{X}^{(s)}(t)$ необходимо заменить на расширенный вектор $\widehat{X}_\partial{}^{(s)}(t)$, а вектор оценки параметров в соответствии с (11) определяется следующим образом:

$$\widehat{D}^{(s)}(t) = D_i(t) + \widehat{d}^{(s)}(t)\,. \qquad (16)$$

Вектор оценки состояния и корреляционная матрица оценки точности в данном случае имеют вид

$$\widehat{X}_{\partial}{}^{(s)}(t) = \begin{bmatrix} \widehat{X}^{(s)}(t) \\ \widehat{d}^{(s)}(t) \end{bmatrix},$$

$$R_{\partial}{}^{(s)}(t) = \begin{bmatrix} R_{xx}{}^{(s)}(t) & R_{xd}{}^{(s)}(t) \\ R_{dx}{}^{(s)}(t) & R_{dd}{}^{(s)}(t) \end{bmatrix}.$$

В частном случае при непосредственном наблюдении вектора состояния и его точном измерении $X(t)$ может быть исключен из процесса оценивания (отнесен к детерминированному управлению). Следовательно, при неизменной структуре системы составляется алгоритм оценивания только идентифицируемых параметров элементов системы.

Для случая неизменного состояния (структуры) а также линейных уравнений объекта (12) и измерителя (8) алгоритм идентификации принимает вид оптимального фильтра [2, 3]:

$$\frac{d}{dt}\widehat{d}(t) = A_D\widehat{d} + B^*(Z - C\widehat{d}),\ \widehat{d}(t_0) = d_0\,, \qquad (17)$$

$$B^* = RC^TQ^{-1}\,, \qquad (18)$$

$$\frac{d}{dt}R = AR + RA^T + HGH^T - B^*CR\,,\ R(t_0) = R_0\,. \qquad (19)$$

В работах [2, 4] рассмотрены алгоритмы параметрической идентификации для случаев постоянной и случайной структуры (состояния) объекта, белых и «цветных» шумах, при наличии нелинейностей в системе. В работе [5] исследовано влияние и учет на параметрическую идентификацию топологических составляющих процесса изменения состояния системы, которые учитывают взаимное влияние подсистем (элементов) системы друг на друга и на свойства системы в целом.

В качестве примера рассмотрим процесс идентификации параметров СФУ, в качестве которой рассмотрим непрерывную линейную часть СФУ, описываемую уравнением (17). При этом вектор параметров описывается выражением (11), а вектор отклонений параметров $d^T = [d_1\ d_2]$ изменяется по закону, описываемому уравнениями

$$\dot{d}_1 = a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + \xi_1,\ d_1(t_0) = d_{10}\,, \qquad (20)$$

$$\dot{d}_2 = a_{21}d_1 + a_{22}d_2\,,\ d_2(t_0) = d_{20}\,, \qquad (21)$$

где M[$\zeta_1(t)$] = 0, M[$\zeta_1(t)\ \zeta_1(\tau)$] = $G\delta(t-\tau)$, G = const, M[d_{10}] = 0, M[d_{20}] = 0, M[d_{210}] = R_{110}, M[d_{220}] = $_{220}$, M[$d_{10}d_{20}$] = R_{120}. Измеряется параметр d_1 с ошибкой ζ_1. $z_1 = d_1 + \zeta_1$, $M[\zeta_1] = 0$, $M[\zeta_1(t)\zeta_1(\tau)] = Q\delta(t-\tau)$, Q = const. Алгоритм параметрической идентификации в данном случае имеет вид (17)–(19).

Математическое моделирование данного примера идентификации параметров СФУ производилось в среде Mathcad. Для обеспечения некоррелированности шумов процесса и измерителя, представленных в модели интегрирование дифференциальных уравнений производилось методом Эйлера. Рассматривалась гипотетическая СФУ с параметрами непрерывной линейной части, имеющими следующие значения: $a_{11} = 1$, $a_{12} = 2$, $a_{21} = 3$, $a_{22} = 2$, $a_{22} = 1$, $c_1 = 5$, $d_{10} = 0$, $d_{20} = 0$, $z_{10} = 0$, $G = 5$, $Q = 0{,}1$, $R_{110} = 0$, $R_{120} = 0$, $R_{220} = 0$.

На рис. 1 представлены графики изменения параметра $d_1(t) = d1_k$ и его измерения $z_1(t) = z1_k$.

На рис. 2 представлены графики изменения апостериорных корреляционных моментов $R_{11}(t) = R11_k$, $R_{12}(t) = R12_k$, $R_{22}(t) = R22_k$.

На рис. 3 представлены графики изменения параметра $d_1(t) = d1_k$ и его оценки $\widehat{d}_1(t) = d1o_k$.

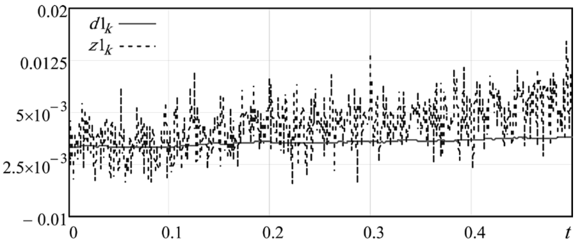

Рис. 1. Изменение параметра $d_1(t)$ и его измерения $z_1(t)$

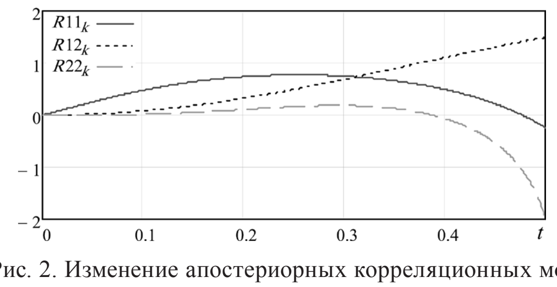

Рис. 2. Изменение апостериорных корреляционных моментов

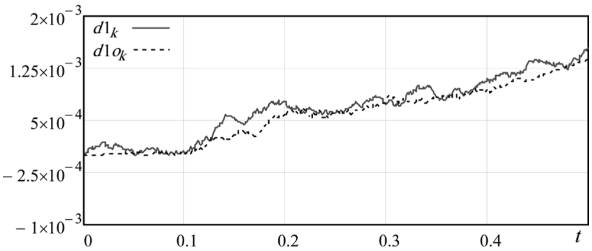

Рис. 3. Изменение параметра $d_1(t)$ и его оценки $\hat{d}_1(t)$

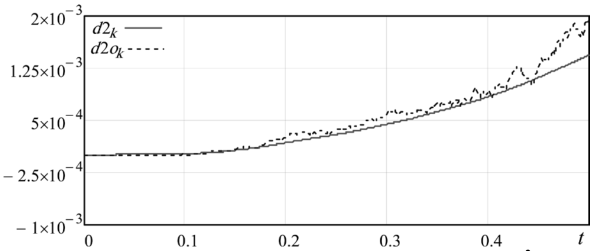

Рис. 4. Изменение параметра $d_2(t)$ и его оценки $\hat{d}_2(t)$

На рис. 4 представлены графики изменения параметра $d_2(t) = d1k$ и его оценки $\hat{d}_2(t) = d2ok$.

Вывод

Представленные результаты моделирования показали работоспособность алгоритма идентификации. Расхождения в оценке параметров элементов СФУ незначительны. При этом следует учитывать, что ошибки (неопределённости) в описании математических моделей могут привести к расходимости (неустойчивости) алгоритма. Не смотря на то, что исследования проводились при использовании математической модели гипотетической СФУ, представленный алгоритм параметрической идентификации применим для реализации в реальных системах управления.

Литература

1. **Бусько, В. Л.** Системы с фазовым управлением случайной структуры / В. Л. Бусько, А. А. Лобатый. – Минск: БГУИР, 2008. – 177 с.

2. **Справочник** по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.

3. **Казаков, И. Е.** Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. − М.: Наука, 1987. − 304 с.

4. **Методы** классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, И. Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – Т. 5: Методы современной теории автоматического управления. – 784 с.

5. **Лобатый, А. А.** Топология мультиструктурных технических систем / А. А. Лобатый. – Минск: Военная академия Республики Беларусь, 2000. – 162 с.