

УДК 004.056

СПЕКТРАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГЕНЕРАТОРОВ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

студент гр. 014302 Адамонис А. В.

Научный руководитель - канд. техн. наук Ролич О. Ч.

Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Минск, Беларусь

Одним из наиболее важных показателей случайных последовательностей является их качество, которое отчасти характеризуется непредсказуемостью рядов, независимостью и неповторяемостью числовых фрагментов, стационарностью генератора [1, 2].

Предлагаемый спектрально-статистический способ оценки качества генератора случайных чисел заключается в совместном анализе спектрограммы и двумерной гистограммы, формируемой им последовательности. Качество генератора оценивается по степени стационарности и стохастичности генерируемого распределения и, как следствие, подобия одномерных гистограмм последовательных выборок, перемещающихся вдоль случайного числового ряда, и равномерности структуры спектрограммы [3, 4].

Исследования предлагаемого способа оценки качества случайных генераторов проведены на функциях современных программно-математических сред для формирования числовых последовательностей с равномерным и нормальным распределениями, а также с треугольным распределением Симпсона [5].

На рисунке 1 изображены результаты спектрально-статистического преобразования, в частности, спектрограмма 1, (d) и двумерная гистограмма 1, (e) числовой последовательности с равномерным распределением.

В процессе получения представленных на рисунке 1 результатов общая длина случайной числовой последовательности выбиралась равной 65536 элементов, длина отдельных фрагментов при построении спектрограммы 1024 элемента, при построении двумерной гистограммы 8192 элемента, количество гистограммных уровней 512, шаг перемещения выборки при построении спектрограммы 256, при построении двумерной гистограммы 128. Во всех оконных преобразованиях (и спектральных, и статистических) использовалась прямоугольная весовая функция [3, 4].

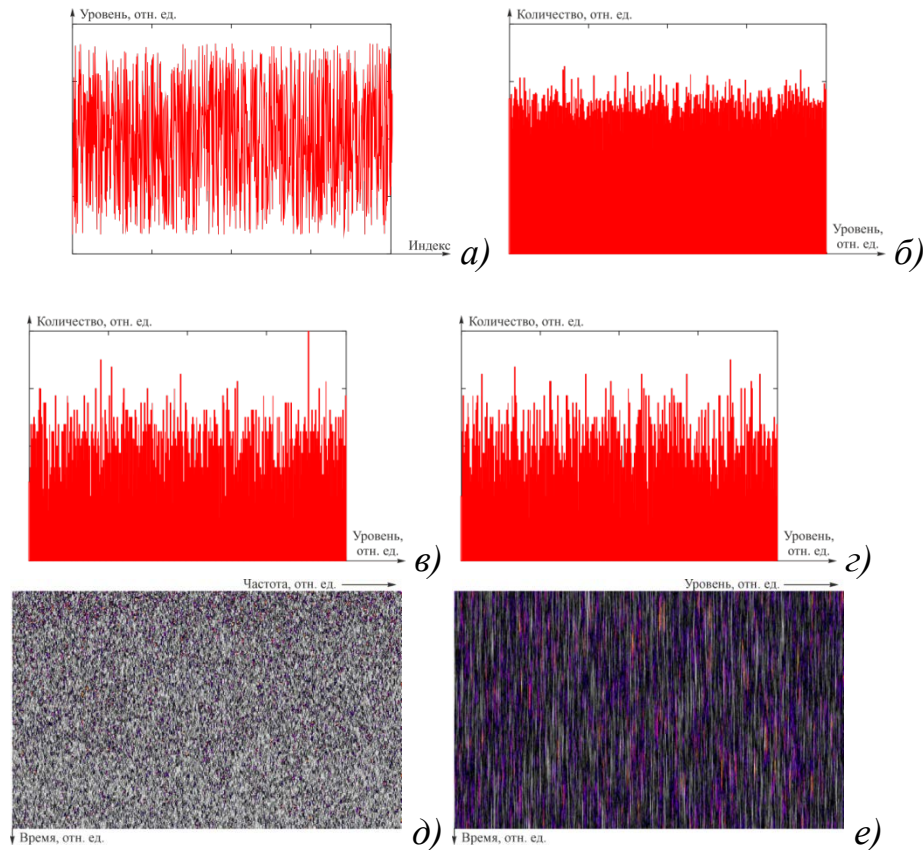


Рис 1. Результаты спектрально-статистического преобразования числовой последовательности с равномерным распределением:
 а) – график числовой последовательности;
 б) – гистограмма распределения плотности уровней числовой последовательности;
 в), г) – гистограммы распределения плотности уровней фрагментов числовой последовательности;
 д) – палитризованная спектрограмма числовой последовательности;
 е) – палитризованная двумерная гистограмма числовой последовательности.

Результаты рисунка 1 подтверждают принадлежность последовательности равномерному распределению: гистограммы выборочных фрагментов и всей последовательности имеют визуальное сходство с равномерным распределением.

Аналогичные результаты для случайных числовых последовательностей с нормальным распределением и треугольным распределением Симпсона приведены соответственно на рисунках 2 и 3.

Гистограммы рисунков 2 и 3 также имеют внутреннее (или фрагментарное, в пределах распределений) сходство и подобие заданным распределениям: 2, (б) – 2, (г) нормальному распределению, 3, (б) – 3, (г)

треугольному распределению Симпсона. На основании подобия гистограмм фрагментов числовых последовательностей (рисунки 1, (в), 1, (з), 2, (в), 2, (з), 3, (в), 3, (з)) и выраженной ориентации вдоль временной оси образов двумерных гистограмм на рисунках 1, (е), 2, (е), 3, (е) делается вывод о стационарности выбранных генераторов случайных чисел.

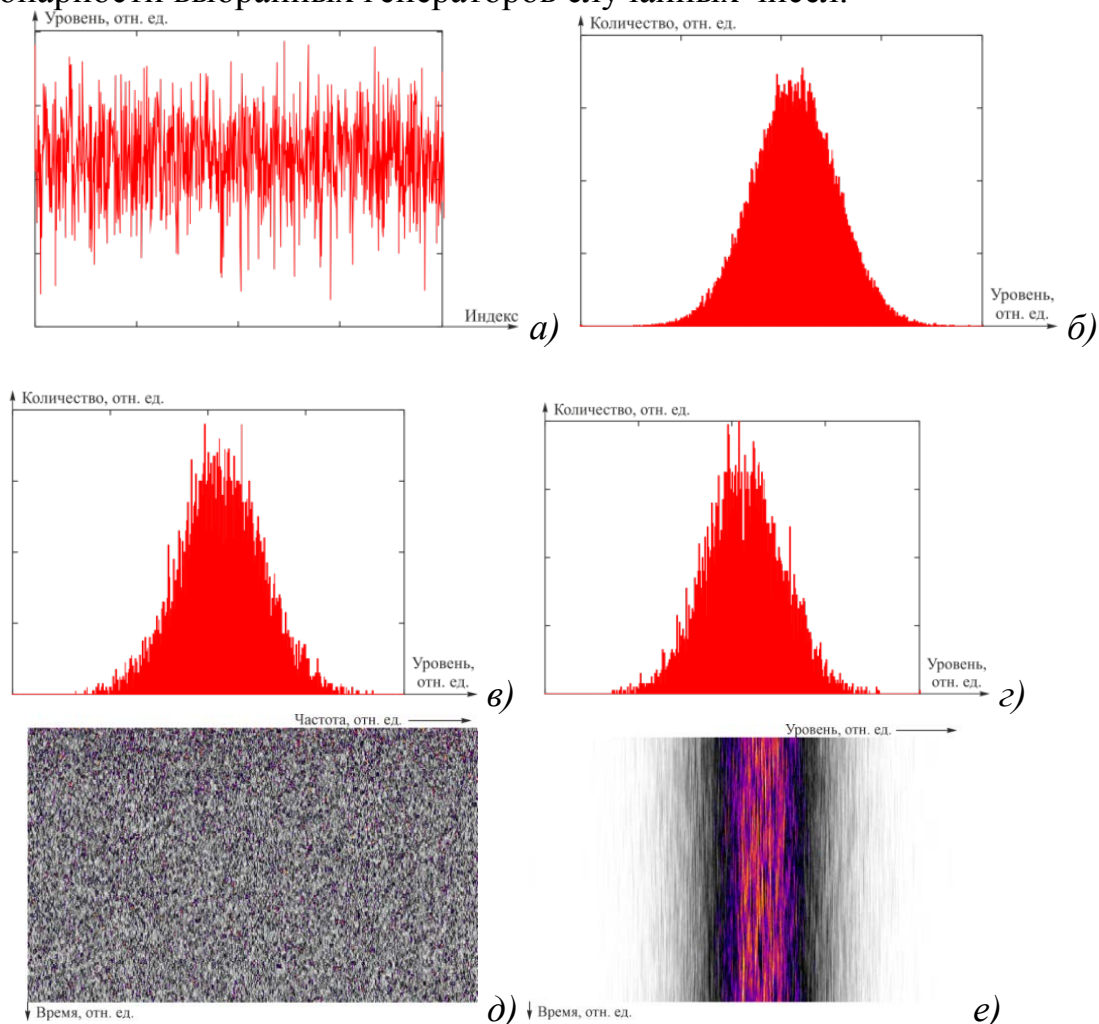


Рис 2. Результаты спектрально-статистического преобразования числовой последовательности с нормальным распределением:
 а) – график числовой последовательности;
 б) – гистограмма распределения плотности уровней числовой последовательности;
 в), з) – гистограммы распределения плотности уровней фрагментов числовой последовательности;
 д) – палитризованная спектрограмма числовой последовательности;
 е) – палитризованная двумерная гистограмма числовой последовательности.

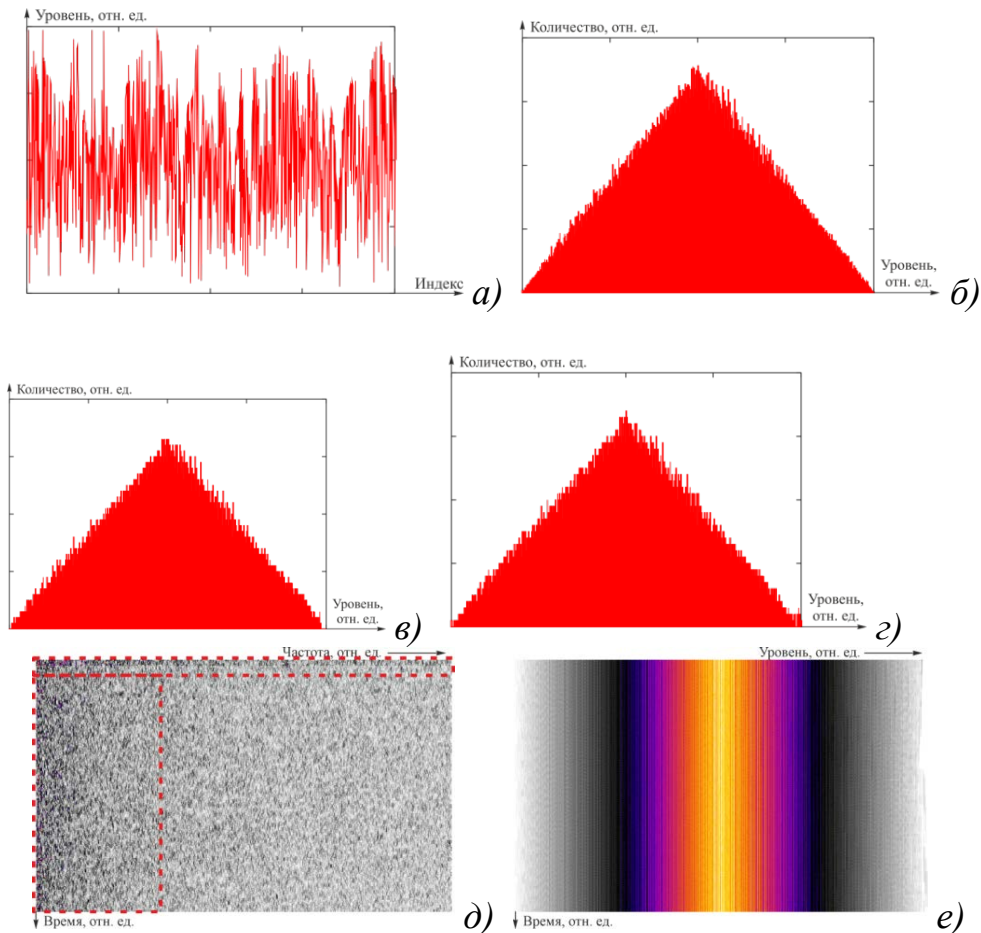


Рис 3. Результаты спектрально-статистического преобразования числовой последовательности с треугольным распределением Симпсона:

- а) – график числовой последовательности;
- б) – гистограмма распределения плотности уровней числовой последовательности;
- в), г) – гистограммы распределения плотности уровней фрагментов числовой последовательности;
- д) – палитризованная спектрограмма числовой последовательности;
- е) – палитризованная двумерная гистограмма числовой последовательности.

Структуры спектрограмм на приведённых рисунках визуально отличаются. Если для генераторов равномерного и нормального распределений спектрограммы имеют примерно одинаковую структуру в виде равномерного шума, то в спектрограмме числовой последовательности с треугольным распределением Симпсона очевидна неравномерность фона. Так, в спектрограмме на рисунке 3, (д) плотность тёмных пикселей выше в низкочастотной области, и она выделена штрихпунктирным прямоугольником.

Неравномерность спектрального фона, в особенности, потенциальное наличие детерминированных частот свидетельствуют о снижении качества генератора, об уменьшении стохастичности и независимости генерируемых им числовых последовательностей.

Исходя из результатов исследований, на уровне интегральных метрических характеристик для спектрограммы и двумерной гистограммы, представляемых полутоновыми изображениями, стационарность генератора и стохастичность случайной последовательности предлагается оценивать следующими показателями [6]:

1. Коэффициентами линейности зависимостей энергетических центров от горизонтального и вертикального направлений. В этом случае в спектрограмме и двумерной гистограмме, интерпретируемых в виде полутоновых изображений, построчно вычисляются энергетические центры, результирующая зависимость энергоцентров от индекса строки аппроксимируется прямой и оценивается угол её отклонения от вертикали. Аналогичным образом формируется зависимость на базе энергетических центров каждого столбца, которая аппроксимируется прямой, и оценивается угол её отклонения от горизонтали.

2. Отклонением от центра спектрограммы как полутонного изображения точки со средними координатами кривых, построенных на максимумах (или минимумах) каждой строки и каждого столбца спектрограммы.

Оценки предложенных показателей качества для исследованных генераторов случайных последовательностей с равномерным, нормальным и треугольным распределениями сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Показатели качества генераторов случайных чисел.

Вид распределения	Показатели спектрограммы			Показатели двумерной гистограммы	
	Угол отклонения от вертикали аппроксимирующей прямой для множества энергоцентров строк, °	Угол отклонения от горизонтали аппроксимирующей прямой для множества энергоцентров столбцов, °	Радиальное отклонение от середины изображения геометрического центра для множества координат максимумов по строкам и столбцам, %	Угол отклонения от вертикали аппроксимирующей прямой для множества энергоцентров строк, °	Угол отклонения от горизонтали аппроксимирующей прямой для множества энергоцентров столбцов, °
Равномерное	-0.105838	-0.029232	1.242	-0.307423	-0.207788
Нормальное	-0.009276	-0.007229	3.624	-0.071478	-0.075041
Треугольное Симпсона	-0.823436	-0.171173	82.116	0.005335	0.948542

Для визуального подтверждения и сравнения предложенных оценочных характеристик на рисунке 4 продемонстрированы зависимости положений энергоцентров строк спектрограмм и двумерных гистограмм относительно середины ширины изображений, энергоцентров столбцов относительно середины высоты, а также относительный разброс максимумов по строкам и столбцам спектрограмм.

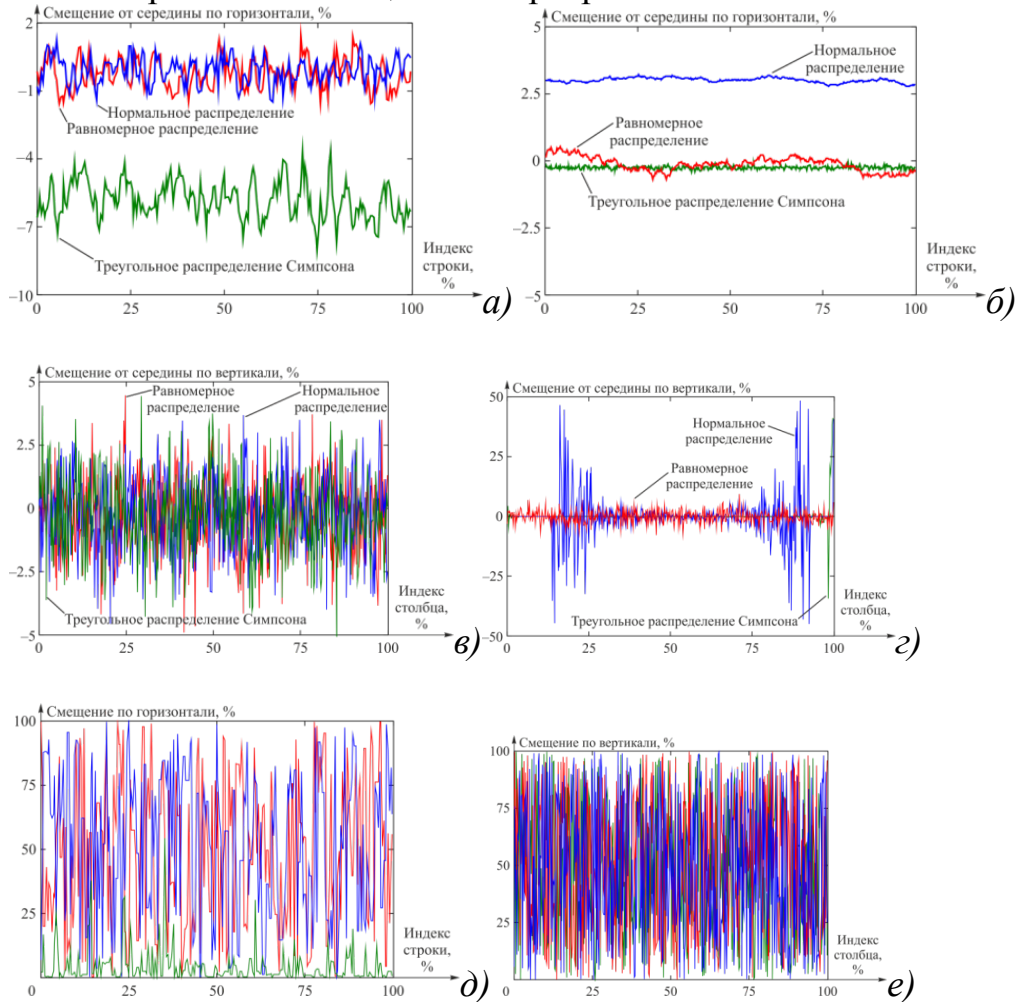


Рис 4. Зависимости относительных положений энергоцентров строк в спектрограммах (а) и двумерных гистограммах (б), энергоцентров столбцов (в) и (г) и разброса спектрограммных максимумов по строкам (д) и столбцам (е) для равномерного, нормального и треугольного распределений.

Согласно приведённым результатам, в частности, таблицы 1 и рисунка 4, для оценки стационарности генератора порог по абсолютным значениям углов отклонений от вертикали и от горизонтали аппроксимирующих прямых для множеств энергоцентров строк и столбцов следует установить равным 1.0° , а для оценки стохастичности рекомендуемый порог по радиальному отклонению от середины

спектрограммы геометрического центра для множества координат максимумов по строкам и столбцам равен 5 %.

Соответственно, из исследованных генераторов равномерного, нормального и треугольного распределений с точки зрения оценки стохастичности принимается неудовлетворительным генератор треугольного распределения Симпсона, работающего по алгоритму [5]. В самом деле, исходя из рисунков 3, (д) и 4, (д), очевидная неравномерность фона спектрограммы и концентрация максимумов серии амплитудно-частотных характеристик в низкочастотной области формируют подозрение в наличии квазиповторяющихся числовых последовательностей или фрагментов, что снижает стохастичность генератора случайных чисел.

Литература

1. Ажмухамедов, И. М. Методика оценки качества последовательности случайных чисел / И. М. Ажмухамедов, Н. А. Колесова // Вестник АГТУ. – 2010. – № 2. – С. 141 – 148.

2. Колесова, Н. А. Оценка качества генераторов последовательностей случайных чисел / Н. А. Колесова // Вестник АГТУ. – 2011. – № 1. – С. 119 – 123.

3. Тарасенко, В. Е. Алгоритмы обработки сигналов в интегрированной системе виброакустической и тепловой диагностики дизельных двигателей / В. Е. Тарасенко, О. Ч. Ролич, Д. А. Михаевич // Агропанорама. – 2020. – № 6 – С. 38 – 41. Пурькова, М. В. Алгоритм статистического анализа данных / М. В. Пурькова, О. Ч. Ролич // Интеллектуальные, сенсорные и мехатронные системы-2021: сборник научных трудов (по материалам студенческих научно-технических конференций). – Минск: БНТУ, 2021. – С. 26 – 28.

4. Киселёва, М. П. Формирование случайного массива с заданным законом распределения на основе генератора с равномерным законом распределения / М. П. Киселёва, О. Ч. Ролич // Интеллектуальные, сенсорные и мехатронные системы-2021: сборник научных трудов (по материалам студенческих научно-технических конференций). – Минск: БНТУ, 2021. – С. 17 – 19.

5. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.