

Министерство образования Республики Беларусь
Белорусский национальный технический университет

М. С. Нестеренок

ГЕОДЕЗИЯ

Учебное пособие

для студентов специальности 1-51 02 01

«Разработка месторождений полезных ископаемых
(по направлениям)»

Учебное электронное издание

Минск 2008

Автор:

М.С. Нестеренок

Рецензенты:

В. П. Подшивалов, заведующий кафедрой высшей геодезии и фотограмметрии Полоцкого государственного политехнического университета, профессор, доктор технических наук;

А. М. Зеленский, доцент кафедры оснований, фундаментов, инженерной геологии и геодезии Брестского государственного технического университета, кандидат технических наук.

От автора

Для подготовки инженеров по специальности «Разработка месторождений полезных ископаемых» предусмотрено изучение дисциплины «Геодезия, маркшейдерское дело и геометризация недр», которая включает три раздела: раздел 1 «Геодезия»; раздел 2 «Маркшейдерское дело и геометризация недр. Горные работы в открытых выработках»; раздел 3 «Маркшейдерское дело и геометризация недр при ведении подземных горных работ».

В разделе «Геодезия» рассматриваются основы теории и практики инженерно-геодезических работ и наземных маркшейдерско-геодезических съемок. Знания и умения, полученные при освоении раздела «Геодезия», необходимы в дальнейшем при изучении разделов 2 и 3 дисциплины «Маркшейдерское дело и геометризация недр».

Раздел «Геодезия» изучается студентами 1-го курса. Основы инженерно-геодезических работ и наземных маркшейдерско-геодезических съемок рассматриваются с учетом уровня математической подготовки студентов.

Автор выражает искреннюю благодарность рецензентам: профессору В. П. Подшивалову и доценту А. М. Зеленскому за рассмотрение рукописи и замечания по ней, на основе которых текст учебного пособия был доработан и дополнен.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь.

Тел. (017) 292-77-52

Регистрационный номер № БНТУ/ФТК79 – 2.2008

© БНТУ, 2008

© Нестеренок М.С., 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	
Краткие сведения о развитии геодезии и маркшейдерского дела	5
ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОДЕЗИИ	8
1.1. Предмет геодезии и его применение в маркшейдерских работах	8
1.2. Фигуры земли, их размеры и метод ортогональной проекции	10
1.3. Основные системы геодезических координат	16
1.4. Ориентирование	24
1.5. Прямая и обратная геодезические задачи.....	29
1.6. Понятие о государственной геодезической сети и съёмочных сетях.....	31
1.7. Понятие о спутниковых системах местоопределения и современных геодезических опорных сетях	36
ГЛАВА 2 ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ КАРТЫ, ПЛАНЫ И ЧЕРТЕЖИ.....	52
2.1. Понятие о картах и планах. Масштабы.....	52
2.2. Номенклатура топографических карт и планов.....	56
2.3. Условные знаки топографических карт и планов.....	61
2.4. Решение инженерно-геодезических задач по картам и планам	67
2.5. Ориентирование карты на местности	73
ГЛАВА 3 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И КОНТРОЛЯ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ.....	79
3.1. Маркшейдерско-геодезические измерения и оценка их точности	79
3.2. Статистические характеристики погрешностей результатов равноточных измерений	85
3.3. Средняя квадратическая погрешность функции измеренных величин..	88
3.4. Элементы математической обработки результатов неравноточных измерений.....	95
3.5. Технические средства и правила вычислений.....	97
ГЛАВА 4 ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ.....	100
4.1. Горизонтальные и вертикальные углы и устройство теодолитов.....	100
4.2. Типы теодолитов	114
4.3. Поверки и юстировки теодолитов	117
4.4. Измерение горизонтальных углов	123
4.5. Измерение вертикальных углов.....	129

ГЛАВА 5 ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ	134
5.1. Механические приборы для измерения расстояний.....	134
5.2. Светодальномеры	145
5.3. Оптические дальномеры.....	151
5.4. Учет значимости погрешностей измерения углов и расстояний при обосновании точности маркшейдерско-геодезических работ.....	156
ГЛАВА 6 ИЗМЕРЕНИЯ ПРЕВЫШЕНИЙ	160
6.1. Геометрическое нивелирование	160
6.2. Приборы для геометрического нивелирования	165
6.3. Поверки и юстировки нивелиров	171
6.4. Тригонометрическое нивелирование	176
6.5. Сведения о современных нивелирах и видах нивелирования.....	180
ГЛАВА 7 ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ	185
7.1. Плановое съемочное обоснование. Теодолитные ходы.....	185
7.2. Высотное съемочное обоснование. Техническое нивелирование, теодолитно-тахеометрические ходы	201
7.3. Теодолитная съемка	209
7.4. Тахеометрическая съемка.....	213
7.5. Составление топографического плана	219
7.6. Определение площадей	227
7.7. Фототопографическая съемка.....	235
7.8. Понятие о цифровых моделях местности	249
ГЛАВА 8 НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О МАРКШЕЙДЕРСКО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ	255
8.1. Маркшейдерские съемки при изысканиях поверхностных месторождений	255
8.2. Вертикальная планировка нарушенных земель	263
8.3. Элементы разбивочных работ при строительстве сооружений и проведении горных выработок	270
8.4. Начальные сведения о специальных геодезических и маркшейдерских приборах и элементах маркшейдерских съемок	277
8.5. Буссольная съемка.....	290
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	294
ЛИТЕРАТУРА	296

ВВЕДЕНИЕ

Краткие сведения о развитии геодезии и маркшейдерского дела

Геодезия возникла в древние времена, когда появилась необходимость межевать землевладения и вычислять их площади, выполнять измерения, необходимые при строительстве различных сооружений и придании им определенных геометрических форм и размеров, задавать уклоны искусственных водотоков, составлять чертежи участков земной поверхности и сооружений и др. Сохранился папирус с картой Персии, составленной 4,5 тыс. лет назад, на нем приведены расчеты площади изображенной территории. В Китае в XI-XIII веках до н. э. были проведены большие работы по картографированию «всей Земли». В древнем Египте, в античной Греции в III-II веках до н. э. для измерений на местности и в строительстве использовались различные технические средства: меры длины, отвесы, угольники, водяные уровни, угломерные устройства – диоптры. На такой практической основе оформилась наука *геометрия* (землеизмерение). Термин *геодезия* (землеразделение) впервые встречается в трудах Аристотеля (384-322 гг. до н. э.) для обозначения выделившейся из геометрии того времени науки о межевании земель, включающей расчеты их площадей и описание средств измерений на местности. Научные основы геодезии того времени отражены в трудах Герона Александрийского «О диоптрах», «Измерение площадей». Эратосфен (276-194 г. до н. э.) наблюдениями с горы определил на горизонте место видимого совпадения сферической поверхности моря с практически прямой береговой линией и, измерив длину береговой дуги между точкой совпадения и точкой берега у горы, рассчитал близкий к действительному радиус Земли (≈ 6 тыс. км.).

Маркшейдерское дело зародилось в древние времена как искусство геодезических измерений при добыче полезных ископаемых через довольно сложные подземные выработки. Изначально в маркшейдерских работах

и в геодезии используются практически одинаковые средства измерений и общие теоретические основы их применения, например, направления прямых линий и углы между ними определяются в проекции на горизонтальную плоскость, вертикаль обозначается отвесом, ориентирование подземных выработок осуществляется построением сети геометрически связанных геодезических фигур на поверхности и под землей и др. Термин маркшейдерское дело (в прошлом – маркшейдерское искусство) произошел от немецкого слова *Markscheidenkunst* (*Mark* – граница, межа; *scheiden* – разделять, различать; *Kunst* – искусство) и дословно переводится как искусство устанавливать границы. Термин возник в процессе развития горного дела и в частности в связи с необходимостью устанавливать границы между горными выработками частных предпринимателей.

В исторически длительном процессе постепенного усложнения методов геодезических измерений по изучению и картографированию земной поверхности в 1616 году голландский ученый Снеллиус предложит определять большие расстояния методом триангуляции, т. е. при помощи цепочки треугольных фигур, в которых измерены все горизонтальные углы и не менее двух базисных сторон.

Для проверки открытого И. Ньютоном закона всемирного тяготения и определения размеров и формы Земли ученые французской академии наук в 1792 – 1797 гг. методом триангуляции измерили длину отрезка дуги «парижского меридиана» вблизи экватора (Перуанские градусные измерения) и длину отрезка его дуги в северных широтах (около 60–66° с. ш. – Лапландские градусные измерения). Они впервые достаточно точно для того времени определили геометрические параметры Земли и предсказанное сжатие планеты. Затем по их предложению была установлена единица длины *метр*, равная 1 : 10 000 000 четверти длины дуги «парижского меридиана» (протяженностью от экватора до северного полюса).

Первые научно обоснованные геодезические работы на территории Беларуси начаты в 1816-1821 гг., когда корпусом военных топографов бы-

ла создана первая в России Виленская опорная сеть триангуляции и на ее основе получены точные топографические карты. В годы существования СССР территория республики была обеспечена геодезическими опорными сетями (в виде составной части геодезической сети СССР), на их основе были созданы необходимые для народного хозяйства и обороны страны топографические карты масштаба 1 : 10 000 и 1 : 25 000 ее территории, крупномасштабные планы городов, промышленных и горных предприятий, сельскохозяйственных и лесных земель.

После 1960-х годов оптико-механические и механические геодезические приборы для измерений на местности и относительно простые вычислительные устройства стали вытесняться автоматизированными средствами измерения расстояний, превышений и углов и средствами компьютерной обработки информации для получения различных конечных видов геодезической и маркшейдерской продукции. Спутниковые методы в геодезии получили эффективное развитие с 1990-х годов и обеспечили высокую точность геодезических работ, снижение их стоимости, совершенствование технологий наземных и воздушных съемок и др.

Начало маркшейдерско-геодезических работ на территории Беларуси можно отнести ко времени осуществления промышленной разработки торфяных месторождений (1930-е годы). Сложный комплекс маркшейдерских работ выполняется на Солигорском калийном комбинате с 1960 г. В настоящее время наблюдения за сдвижением земной поверхности над соляными выработками производятся наземными геодезическими и спутниковыми методами.

Высокую геометрическую точность строительства Минского метрополитена обеспечивает его маркшейдерско-геодезическая служба, которая применяет современные высокоточные теодолиты, цифровые нивелиры, лазерные светодальномеры, электронные тахеометры.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОДЕЗИИ

1.1. ПРЕДМЕТ ГЕОДЕЗИИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В МАРКШЕЙДЕРСКИХ РАБОТАХ

В процессе развития геодезии в ней выделился ряд связанных между собой научных дисциплин, среди них следует назвать те, которые в определенной мере учитываются или используются в маркшейдерских работах:

– *космическая (спутниковая) геодезия*, развивающая методы решения геодезических задач посредством спутниковых приборов местоопределения (спутниковые измерения применяют практически во всех дисциплинах геодезии);

– *высшая геодезия*, изучающая размеры и форму планеты Земля, деформации земной коры и методы определения координат ее точек в единой системе (в настоящее время основной метод – спутниковый);

– *топография*, рассматривающая методы съемок участков земной поверхности и составления топографических карт и планов;

– *аэрофотосъемка*, которая применяется для картографирования обширных территорий и исследований природных ресурсов с помощью аппаратуры, установленной на борту летательного аппарата (преимущественно самолета): аэрофотосъемочной или специальной инфракрасной, сканерной и др.;

– *картография*, изучающая методы создания карт и планов земной поверхности, природных объектов, картографического отображения разнообразных показателей человеческой деятельности;

– *инженерная геодезия*, развивающая методы геодезических измерений в инженерных и прикладных исследовательских и народнохозяйственных задачах, например при строительстве всех видов сооружений, монтаже и наладке сложных машин, технологических линий, изысканиях для

строительства, при разведке, разработке и охране природных ресурсов, землеустройстве, лесоустройстве и др.;

– *маркшейдерское дело*, рассматривающее применение геодезии в горнодобывающей промышленности, строительстве тоннелей и других подземных сооружений; наука «Маркшейдерское дело» развивает вопросы картографирования территории горного предприятия, методы измерений на земной поверхности, в наземных и подземных выработках, проводимых при выполнении горно-проходческих работ, установке горного оборудования и машин, отображении на планах и профилях (маркшейдерских чертежах) контуров залежей полезного ископаемого, очертаний горных выработок и др.; многие виды маркшейдерских работ, производимых на земной поверхности, по содержанию и методам выполнения не отличаются от геодезических и поэтому такие работы, рассматриваемые в разделе «Геодезия», называют также **маркшейдерско-геодезическими**.

Традиционные методы геодезических и маркшейдерских работ основаны на измерениях углов, расстояний и превышений. В таких работах применяются угломерные приборы (теодолиты), стальные рулетки, светодальномеры, нивелиры, электронные тахеометры (автоматизированные угломерно-дальномерные приборы). Вычислительная обработка данных измерений производится при помощи компьютеров. Конечные результаты съемок (пространственные координаты точек, планы и профили подземных выработок, объемы добытых и подлежащих извлечению полезных ископаемых и др.) выдаются в цифровой и графической формах.

На участках земной поверхности, на которых и под которыми извлекают полезные ископаемые, и сопредельных площадях происходят изменения режима подземных и поверхностных вод и другие, часто чрезмерные, нарушения сложившегося химико-биологического состояния природной среды. К причинам экологических нарушений относятся также оседание земной поверхности и, например, размывание остатков соли из отвалов горных пород. Экологический мониторинг последствий извлече-

ния полезных ископаемых и эффективности мероприятий по восстановлению среды обитания человека, животного и растительного мира включает различного вида маркшейдерско-геодезические исследования, среди них: геодезические измерения осадки и деформаций земной поверхности, смещений сооружений. Производятся маркшейдерско-геодезические съемки для проектирования и осуществления мер по рекультивации нарушенных земель и др.

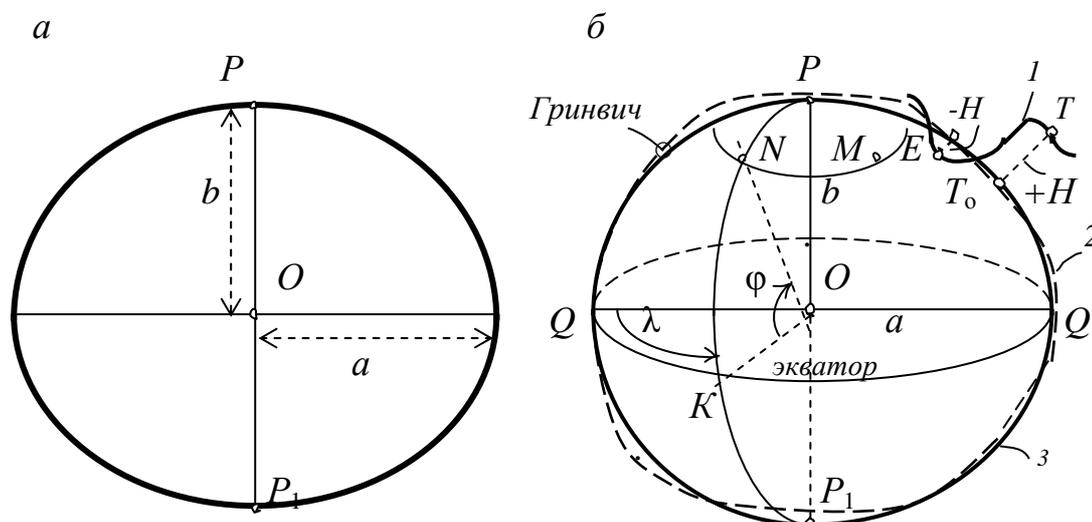
1.2. ФИГУРЫ ЗЕМЛИ, ИХ РАЗМЕРЫ И МЕТОД ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ

Фигуры Земли. Размеры и форму реальной физической поверхности планеты Земля относят к той или иной ее геометрически правильной модели, поверхность которой используется в качестве основы для установления систем глобальных, или региональных координат или же частных координат для выполнения геодезических работ и картографирования.

Реальная поверхность земной коры представляет собой сочетание неровностей различной величины и формы. Но воды Мирового океана покрывают 71% твердой поверхности Земли, поэтому поверхность его послужила основой геометрического тела, представляющего фигуру нашей планеты в определенном приближении. Фигура Земли, образованная поверхностью Мирового океана в состоянии полного покоя и равновесия, мысленно продолженная под сушей, называется *геоидом*. Поверхность геоида в каждой своей точке перпендикулярна направлению силы тяжести (отвесной линии), т.е. повсюду горизонтальна и представляет одну из множества уровенных поверхностей – *основную уровенную поверхность*.

Вследствие неравномерного распределения плотности масс в земной коре поверхность геоида не является правильной сферической: имеют место нерегулярные плавные «понижения» и «повышения» этой повсюду выпуклой фигуры. Нерегулярная поверхность геоида чрезмерно сложна для решения на ней точных задач спутниковой и высшей геодезии. Поэто-

му поверхность геоида заменяют поверхностью геометрически правильной фигуры – поверхностью *общего земного эллипсоида*, полученного вращением эллипса вокруг его малой оси b (рис. 1.1. *a*).



a – эллипсоид вращения; b – географические координаты;
(изучаемые поверхности: 1 – Земли; 2 – геоида; 3 – земного эллипсоида)

Рисунок 1.1 – Земной эллипсоид

В прошлом, после первого достаточно достоверного определения размеров и формы Земли (при проверке закона всемирного тяготения Ньютона) параметры земного эллипсоида уточнялись учеными многих стран. В 1940 г. советские геодезисты на основе триангуляции, развитой на территории СССР и в ряде других стран, определили под научным руководством профессора Ф. Н. Красовского наиболее точные для того времени параметры общего земного эллипсоида: размеры его большой полуоси $a = 6\,378\,245$ м, малой полуоси b и относительное сжатие вдоль полярной оси $\alpha = (a - b)/a = 1/298,3$. Данный эллипсоид был ориентирован относительно геоида на территории СССР под условием максимального сближения их поверхностей, ему присвоено наименование «референц-эллипсоид Ф. Н. Красовского». На его математически выражаемую поверхность проецируют соответствующими расчетными методами геодезические пункты в *системе координат СК-42* (система координат 1942 года). Современные

параметры общего земного эллипсоида, приведенные в таблице 1.1, были определены высокоточными спутниковыми методами (см. § 1.2 и 1.3).

Высотная координата H точки T земной поверхности в маркшейдерско-геодезических работах определяется вдоль отвесной линии TT_0 относительно поверхности геоида (см. рис. 1.1, б).

Во многих практических маркшейдерско-геодезических расчетах общий земной эллипсоид и референц-эллипсоид заменяются их более простой моделью – земным шаром радиуса $R = 6371$ км (объем земного шара равен объему земного эллипсоида). Длина экватора на эллипсоиде Ф. Н. Красовского равна $L = 2\pi a = 40\,075$ км, на земном шаре $L = 2\pi R = 40\,030$ км или приблизительно 40 000 км.

Учет кривизны земной поверхности в маркшейдерско-геодезических работах. Фактор кривизны Земли учитывается при картографировании ее поверхности и в ряде маркшейдерско-геодезических задач, например при измерении высот точек и расчете размеров участков на сфере, которые на практике можно принимать плоскими. При рассмотрении фактора кривизны используем шаровую модель Земли.

Учет кривизны Земли при измерении высот. Пусть точки T_0 и C_0 – вертикальные проекции точек T и C поверхности Земли на сферу по радиусам $R = TO$ и $R = CO$ (рис. 1.2, а). В точке T_0 проведем горизонтальную линию T_0C_1 – касательную к сфере. Точка C_1 представляет вертикальную проекцию точки C на касательную T_0C_1 , а вертикальное расстояние $C_0C_1 = \Delta h$ выражает влияние фактора кривизны на измерения высот точек, определяемых относительно горизонтальных линий:

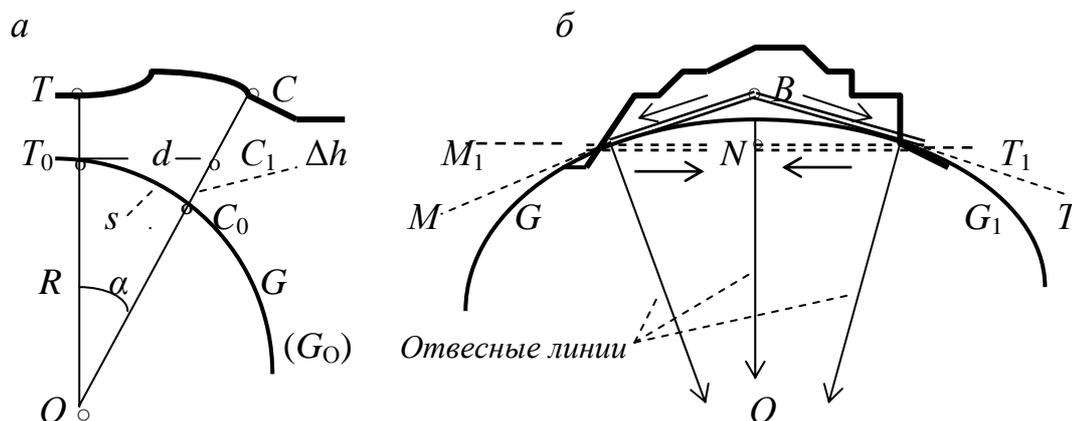
$$\Delta h = C_1O - C_0O = \sqrt{R^2 + d^2} - R,$$

или

$$\Delta h = d^2 / 2R. \tag{1.1}$$

Для различных расстояний d при $R = 6371$ км по формуле (1.1) вычислим значения Δh и получим следующие результаты:

D , км,	0,1	0,2	0,3	1	2	10
Δh , мм,	0,78	3,1	7	78	314	7800



a – при измерении расстояний и превышений; b – при строительстве тоннеля;
 $(\rightarrow N \leftarrow)$ – направления вод внутрь прямолинейного тоннеля M_1T_1 ;
 $\leftarrow B \rightarrow$ – стоки из возвышенной средней части тоннеля MBT

Рисунок 1.2 – К учету кривизны уровенной поверхности

Величина Δh учитывается как поправка при расчете высоты точки C_1 относительно поверхности G сферы или практически относительно основной уровенной поверхности G_0 . Несовпадение между уровенной поверхностью G_0 и горизонтальной плоскостью T_0C_1 необходимо учитывать при выполнении многих маркшейдерско-геодезических измерений и строительстве ряда сооружений, например тоннелей (рис. 1.2, b). Если тоннель проектировать в вертикальном разрезе прямолинейным по оси M_1T_1 , то после его строительства подземные и дождевые воды будут стекать относительно уровенной поверхности GG_1 (и отвесных линий) к средней его зоне N . Во избежание затопления тоннели строят с подъемом их средней части например по профилю MBT .

Учет фактора кривизны Земли при измерении расстояний. Согласно рис. 1.2, a расстояния d и s между проекциями точек T и C на плоскость (точки T_0 и C_1) и на сферу (точки T_0 и C_0) различаются за счет фактора кри-

визны Земли на абсолютную величину $\Delta d = d - s = R \cdot \operatorname{tg} \alpha - s$, где угол $\alpha = s / R$ выражен в радианах. Значения Δd вычисляется и по приближенной формуле

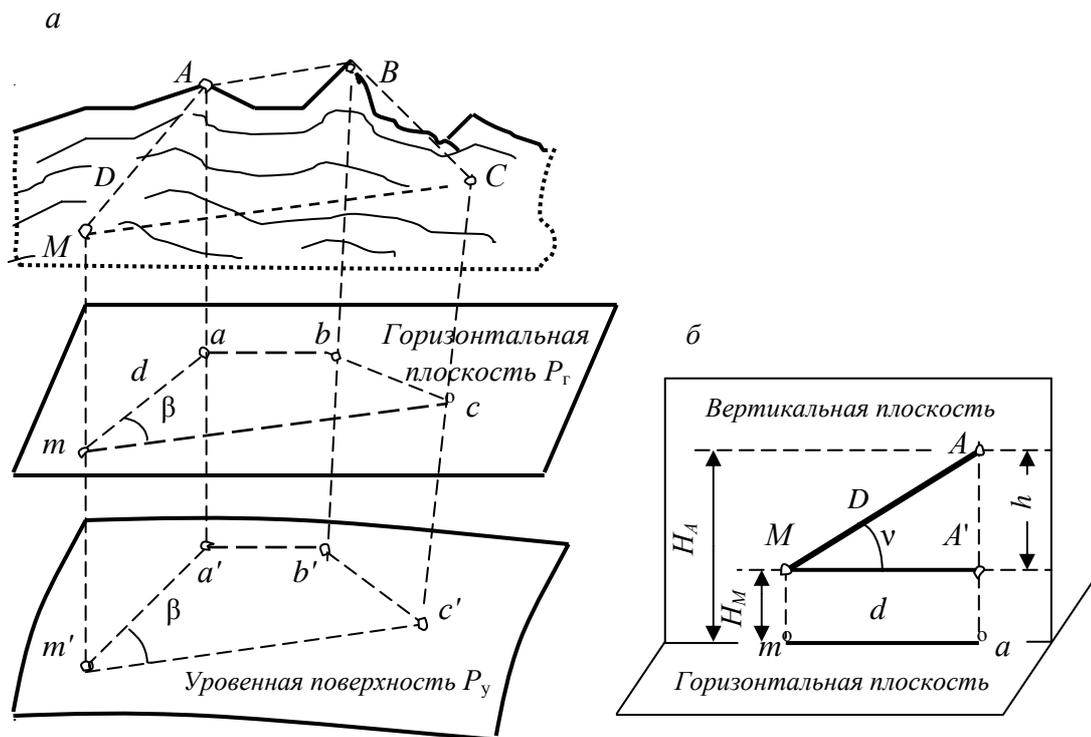
$$\Delta d = d^3 / 3R^2. \quad (1.2)$$

Относительная величина $\Delta d / d$ разности длин d и s получается из формулы (1.2):

$$\Delta d / d = d^2 / 3R^2. \quad (1.3)$$

Определим на сферической поверхности размеры участка, в пределах которого можно не учитывать влияние фактора кривизны при условии, что допускается относительная величина искажения длины $\Delta d / d = 1 / 1\,000\,000$ (1 мм / 1 км). Решив уравнение (1.3) получаем $d = 11$ км – радиус участка, который отвечает поставленному условию. Если принять иную величину допуска, например $\Delta d / d = 1 / 200\,000$ (5 мм / 1 км), то плоским можно считать участок на сферической и уровенной поверхности радиусом 25 км.

Метод ортогональной проекции применяется при выполнении геодезических и маркшейдерско-геодезических работ для отображения их данных на горизонтальной плоскости в виде числовых величин и картографических чертежей. Точки контура $ABCM$ земной поверхности (рис. 1.3, а) проецируют на уровенную поверхность P_y отвесными линиями. На уровенной поверхности точки a', b', c', m' ; линии $m'a', m'c', a'b' \dots$, а также контур $a'b'c'm'$ представляют *отвесные проекции* соответствующих элементов контура $ABCM$. Для ограниченной территории на горизонтальной плоскости P_r ортогональная проекция осуществляется практически параллельными вертикальными лучами: получают точки a, b, c, m ; линии $ma, mc, ab \dots$, а также контур $abcm$. В инженерной практике горизонтальную плоскость P_r приближают к уровенной поверхности на территории города, горного предприятия.



a – на горизонтальную плоскость и уровенную поверхность; *б* – горизонтальное проложение

Рисунок 1.3 – Ортогональные проекции

Отрезок прямой линии MA длиной D (см. рис. 1.3, *a*) принадлежит вертикальной плоскости $t'MAa'$. Угол наклона прямого отрезка MA измеряется относительно горизонтальной плоскости или параллельной ей прямой линии MA' (рис. 1.3, *б*). Длина d проекции ta отрезка MA на горизонтальную плоскость называется *горизонтальным проложением* наклонной прямой линии и вычисляется по формуле

$$d = D \cos \nu. \quad (1.4)$$

Горизонтальные углы. В соответствии с методом ортогональной проекции в геодезии измеряют горизонтальный угол между направлениями MA и MC (см. рис. 1.3, *a*), который определяется как двугранный угол β между вертикальными плоскостями $AMm'a'$ и $CMm'c'$, проходящими через общую отвесную линию Mm' и заданные точки местности A и C . Поскольку горизонтальная плоскость P_r и уровенная поверхность P_y в точках t и t' перпендикулярны отвесной линии Mmm' , то горизонтальный угол β бу-

дет одинаков на малых площадках уровенной поверхности и горизонтальной плоскости.

Площади. Основываясь на формуле (1.4) можно рассчитать, на какую величину преуменьшена площадь наклонного участка земной поверхности в проекции на горизонтальную поверхность.

1.3. ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Глобальные координаты. В зависимости от содержания геодезических задач и применяемой измерительной техники используются несколько различающиеся системы глобальных координат: географические, геодезические, астрономические, геоцентрические и другие. Географические координаты используются, когда в практике маркшейдерско-геодезических работ нет необходимости учитывать различия между названными системами координат.

Географические координаты. Положение точек земной поверхности в проекции на поверхность земного эллипсоида определяется угловыми величинами географических координат, которые отсчитываются относительно исходных (начальных) плоскостей – плоскости экватора и плоскости Гринвичского меридиана. Плоскость меридиана совпадает с осью вращения PP_1 земного эллипсоида и данной точкой N на его поверхности (см. рис. 1.1, б). *Меридиан* точки N – это линия PNP_1 , лежащая в пересечении поверхности сферы плоскостью меридиана и имеющая вид эллипса.

Плоскость экватора проходит через центр O эллипсоида перпендикулярно его оси вращения PP_1 . *Экватор* представляет окружность – линию пересечения поверхности эллипсоида плоскостью экватора.

Географическая параллель является окружностью (MN на рис. 1.1, б), которая образуется при пересечении эллипсоида плоскостью, параллельной плоскости экватора.

Географическая широта φ – это угол между нормалью к поверхности эллипсоида (или между отвесной линией – перпендикуляром к поверх-

ности геоида) и плоскостью экватора. Широты, которые отсчитываются от экватора к северному полюсу, учитываются со знаком “плюс”, а к югу – со знаком “минус”. Широта экватора равна 0° , широта северного полюса равна $+90^\circ$.

Географическая долгота λ представляет собой двугранный угол между плоскостью географического меридиана точки N и плоскостью начального географического меридиана. Долготу отсчитывают от Гринвичского меридиана на восток от 0 до 360° , или же на восток от 0 до 180° с указанием “восточная долгота”, или на запад от 0 до 180° с указанием “западная долгота”.

Астрономические широту φ_A и долготу λ_A (на рис. 1.1, б не показаны) определяют при помощи астрономических приборов с использованием радиосигналов точного времени. Астрономические угломерные приборы устанавливают на земной поверхности и горизонтируют относительно отвесной линии. Поэтому измеренные величины φ_A и λ_A относятся к поверхности геоида.

Геодезические координаты: геодезическая широта B , геодезическая долгота L относят к поверхности референц-эллипсоида, они близки к географическим координатам φ и λ (на рис. 1.1, б не показаны). Значения геодезических координат B и L вычисляют по астрономическим координатам с учетом поправок на отклонения отвесных линий.

Всемирная геоцентрическая система координат WGS-84 (World Geodetic System, 1984 г.), рекомендованная к практическому применению Международным Союзом геодезии и геофизики, представляют одну из глобальных координатных систем, используемых в спутниковых технологиях определения координат неподвижных объектов (статическое позиционирование или местоопределение) и находящихся в движении (кинематическое местоопределение) на земной поверхности и в пространстве. Пространственные прямоугольные координаты x, y, z точки N определяют относительно центра масс Земли M и координатных осей X, Y, Z (рис. 1.4).

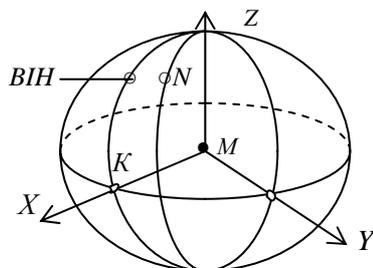


Рисунок 1.4 – Схема прямоугольной геоцентрической системы координат WGS-84

Ось Z совмещена со средним положением оси вращения Земли, положительное направление оси – северное. Ось X направлена от центра масс к точке K пересечения плоскости экватора с плоскостью нулевого меридиана $ВИН$, положение которого определено Международным бюро времени (Bureau International de l'Heure – ВИН) в пункте закрепления Гринвичского меридиана. Ось Y расположена в плоскости экватора под углом 90° к востоку от оси X , этим установлена правосторонняя ориентация геоцентрической системы координат.

Российская геоцентрическая система ПЗ-90 (Параметры Земли – 90) создана по схеме рис. 1.4, но ориентирована с максимальным приближением к геоиду на территории бывшего СССР.

Параметры земного эллипсоида в основных современных системах координат приведены в таблице 1.1.

Система СК-42 (см. § 1.1) не потеряла значения, поскольку на практике используется большой объем соответствующих ей картографо-геодезических материалов и в этой системе могут выполняться отдельные геодезические съемки.

Таблица 1.1 – Параметры основных земных эллипсоидов

Референц-эллипсоид	Экваториальная полуось a , м	Погрешность Δa , м	Сжатие, α
WGS-84	6 378 137	+ (0,6 – 0,9)	1/298,2572
ПЗ-90	6 378 136	– (0,1 – 0,4)	1/298,2578
Красовского (СК-42)	6 378 245	+ 109	1/298,3

Высотные координаты, превышения. В маркшейдерско-геодезических работах высотные координаты (высоты) точек определяют

над исходной уровенной поверхностью. Высота H точки равна ее расстоянию по отвесной линии до уровенной поверхности, принятой за основную. На рис. 1.1, б высота $+H$ точки T положительна, высота $-H$ точки E отрицательна. На территории бывшего СССР основная уровенная поверхность совпадает со средним уровнем Балтийского моря в Финском заливе и систему высот называют *Балтийской*, а высоты точек – *абсолютными*. Численные значения высот в инженерной геодезии именуют также *отметками* и выражают в метрах, например высота (*отметка*) точки T равна $H_T = +186,765$ м над уровнем Балтийского моря.

Разность высот двух точек называется *превышением* h (см. рис. 1.3, б), которое представляет расстояние между уровенными поверхностями, проходящими через две данные точки A и M с отметками H_A и H_M . В примере рис. 1.3, б превышение между точками M и A равно $+h = H_A - H_M$.

Нередко в инженерно-геодезических работах пользуются условными высотными координатами, если они определяются относительно уровенной поверхности, проходящей через произвольно выбранную точку.

Зональная система плоских прямоугольных координат. Плоские прямоугольные координаты обеспечивают максимальную простоту выполнения полевых геодезических работ и математической обработки результатов измерений. Но при проецировании контуров со сферической поверхности эллипсоида на плоскость неизбежны искажения их формы и размеров. Для ограничения искажений проекции до допустимых величин прямоугольные координаты на большие территории применяют по частям.

Для территории бывшего СССР государственная зональная система прямоугольных координат была создана с применением картографической проекции Гаусса-Крюгера (немецкие ученые – Ф. Гаусс разработал данную проекцию, Л. Крюгер вывел рабочие формулы для 6-градусных зон) по следующей схеме. Границы зон очерчены меридианами на поверхности земного эллипсоида от Северного до Южного полюсов (рис. 1.5, а). Зоны пронумерованы с 1-й по 60-ю от Гринвичского меридиана на восток. Каж-

дая сферическая зона математически проецируется на плоскость (рис. 1.5, б, в). На рис. 15, з показана схема проекции на плоскость северной части отдельной 6-градусной зоны.

В формулы проекции Гаусса-Крюгера заложено условие конформности, согласно которому на бесконечно малых плоских площадках проекции изображения меридианов и параллелей пересекаются под прямым углом (как и на поверхности эллипсоида), а осевой меридиан каждой зоны изображается на плоскости прямой линией с постоянным масштабом $1 : m_o = 1$ и принимается за ось абсцисс X с началом в точке O пересечения с осью ординат Y , которая представляет изображение отрезка экватора (рис. 1.5, б). При этом масштаб проекции вдоль оси Y получается переменным – увеличивается при удалении от оси X . Положительное направление оси X – северное, в северном полушарии все абсциссы положительны.

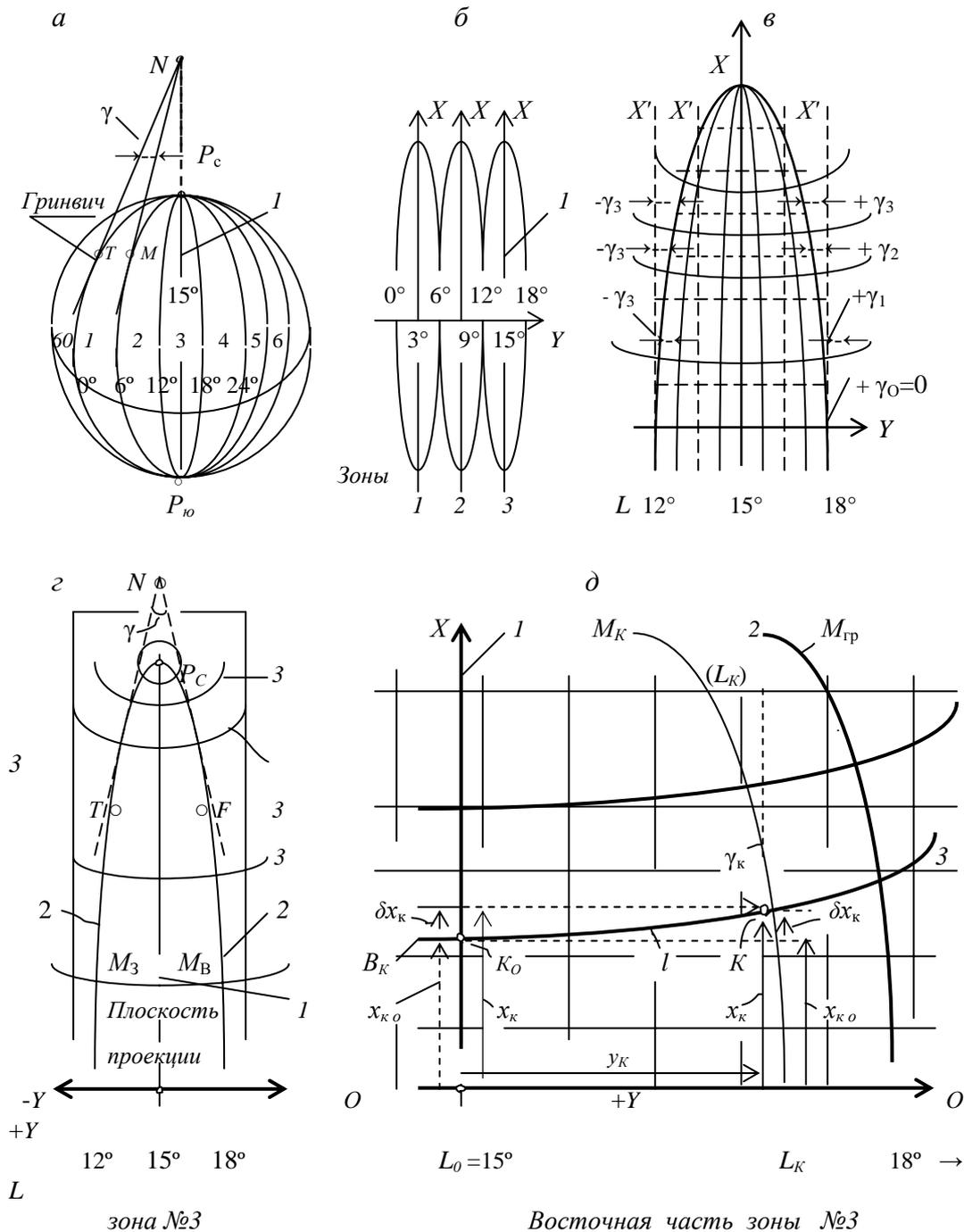
Изображения восточной и западной частей зоны симметричны относительно осевого меридиана (см. рис. 1.5, з). В восточной части зоны ординаты положительны, в западной – отрицательны. Плоские прямоугольные координаты x и y точек проекции вычисляются по их сферическим координатам – геодезическим широте B и долготе L согласно формулам проекции. В примере рис. 15, д на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера точка K находится на пересечении изображений параллели широтой B_K и меридиана долготой L_K .

Абсцисса и ординаты точки K вычисляются по ее геодезическим (сферическим) координатам B_K и L_K , выраженным в угловой мере, по формулам (1.5)

$$x_K = x_{K,O} + \delta x_K; \quad y_K = y_{K,O} + \delta y_K, \quad (1.5)$$

где $x_{K,O}$ – абсцисса параллели в точке K_O пересечения с осевым меридианом; δx_K – приращение абсциссы на кривизну изображения меридиана на его отрезке $l = (L_K - L_0)\sin B_K$ (здесь L_K и L_0 – геодезические долготы точки

K и осевого меридиана); $y_{K,O}$ и $(-\delta y_K)$ – линейная и нелинейная составляющие расчетной ординаты.



a – 6-градусные зоны на референц-эллипсоиде; b – в проекции на плоскость; v – северная часть зоны №3; z – изображение 6-градусной зоны эллипсоида на плоскости; d – геодезические координаты точки K и элементы ее прямоугольных координат в проекции Гаусса-Крюгера (1 – осевой меридиан (ось X) с долготой $L_0 = 15^\circ$; $M_{Гр}$ – граничный меридиан зоны; 2 – изображения граничных меридианов зоны; 3 – изображения параллелей)

Рисунок 1.5 – Зональные плоские прямоугольные координаты

Сокращенные формулы проекции Гаусса-Крюгера для справки:

В системе координат СК-42:

$$x_{K,O} = 111134,861B_K - 16036,4803\sin 2B_K + 16,8281\sin 4B_K;$$

$$\delta x_K = (l/\rho)^2/2(N\sin B_K \cos B_K)[1+(l/\rho \cdot \cos B_K)^2/12 \times (5 - \operatorname{tg}^2 B_K)];$$

$$y_K = y_{K,O} + \delta y_K = (lN/\rho)\cos B_K [1+(l^2 \cos^2 B_K/6\rho^2)(1 - \operatorname{tg}^2 B_K)].$$

Здесь учитывают: радиус экватора $a = 6378245$ м; средний радиус M меридиана на широте B ; средний радиус N поперечного сечения эллипсоида к меридиану на широте B (первого вертикала); $\rho = 57,2957795^\circ$ – число градусов в радиане.

Масштаб проекции вдоль оси Y и линий, ей параллельных, переменный и зависит от ординаты y . Сокращенная формула масштаба:

$$m_y = 1 + y^2/2R^2, \quad (1.6)$$

где R – средний радиус кривизны эллипсоида на данной геодезической широте.

На средней широте Беларуси ($B \approx 53^\circ$) ширина 6-градусной зоны равна $|2y| \approx 2 \times 200$ км. Для оценочного расчета искажений примем $R = 6371$ км, тогда при $y = 200$ км максимальное искажение масштаба проекции на краю зоны $m_y = 1 + 0,0004927 = 1 + 1/2030$, а искажение линии (или поправка на проекцию в длину горизонтального проложения) $\delta_d = +d \times 0,0004927 = +d(1/2030)$. Такие искажения (поправки в длину линий) не учитывают при составлении топографических карт масштабов 1:10 000 и мельче, но при крупномасштабных съемках поправки δ_d величиной $d(1/2000)$ необходимо учитывать.

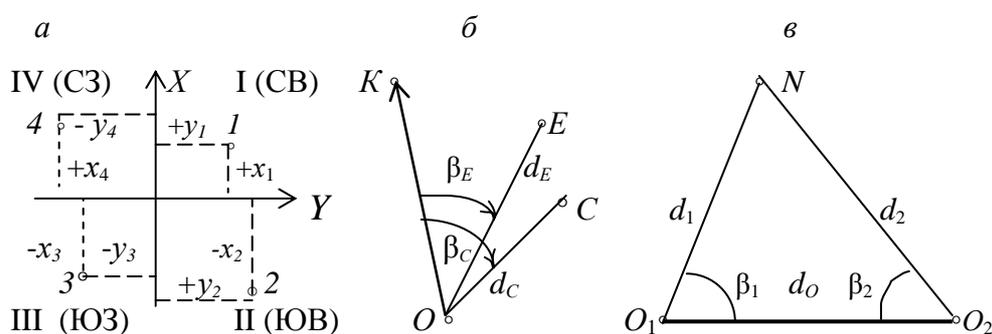
Расчеты координат точек в проекции Гаусса-Крюгера для симметричной западной части зоны аналогичны, но здесь ординаты точек отрицательны. Для удобства практического применения зональных координат применяют только положительные *преобразованные ординаты*, для чего все значения y увеличивают на 500 км, но это не значит, что начало ординат переносят к западу. Перед преобразованной ординатой указывают номер зоны. Например запись $y_E = 3\ 415\ 270$ м означает, что точка E распо-

ложена в 3-й зоне к западу от ее осевого меридиана, поскольку действительная зональная ордината $(y_E)_д = 415\,270 - 500\,000 = -84\,730$ м.

На краях 6-градусной зоны искажения линий величиной $1/2000$ могут быть чрезмерными для точных геодезическо-маркшейдерских работ и геодезических работ в строительстве. В таких случаях применяют 3-градусные координатные зоны, а при необходимости уменьшить рассматриваемые искажения до пренебрежимых значений проекцию Гаусса-Крюгера используют с частным осевым меридианом, проходящим вблизи центра территории горного предприятия, или же используют местную систему плоских прямоугольных координат без применения картографической проекции.

В местной системе плоских прямоугольных координат (рис. 1.6, а) ось абсцисс совмещают с меридианом некоторой точки, расположенной юго-западнее участка, либо ориентируют параллельно осям инженерных сооружений. Положительное направление оси X – северное, оси Y – восточное. Координатные четверти нумеруют по часовой стрелке и обозначают по сторонам света: СВ, ЮВ, ЮЗ и СЗ.

На горизонтальной плоскости *полярные координаты* точек E и C представлены расстояниями $OE = d_E$ и $OC = d_C$ и горизонтальными углами β_E и β_C , отсчитанными по ходу часовой стрелки от полярной оси OK с полюсом в точке O (рис. 1.6, б).



а – прямоугольные; б – полярные; в – биполярные координаты

Рисунок 1.6 – Местные плоские горизонтальные координаты

Биполярные координаты отдельной точки N на плоскости (рис.1.6, в) определяются двумя расстояниями $O_1N = d_1$ и $O_2N = d_2$ и двумя горизон-

тальными углами β_1 и β_2 , отсчитанными относительно полярной оси длиной d_0 с двумя полюсами O_1 и O_2 .

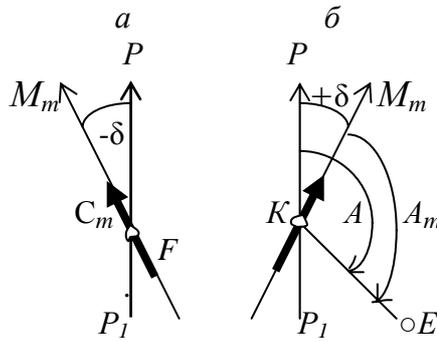
Полярные и биполярные координаты применяют как вспомогательные, а полярную ось, как правило, совмещают с линиями и точками, определенными в прямоугольных координатах.

1.4. ОРИЕНТИРОВАНИЕ

Ориентировать прямую линию – значит определить ее направление относительно выбранного начального направления. Начальным принимают северное направление географического меридиана, либо оси абсцисс или же магнитной стрелки. Положение географического меридиана определяют астрономическими наблюдениями или вычислениями. Направление оси абсцисс или линии ей параллельной в δ -градусной задано северным направлением осевого меридиана, а в местной системе координат – северным направлением линии, принятой за ось абсцисс.

Склонение магнитной стрелки. Свободно подвешенная магнитная стрелка устанавливается по направлению силовых линий геомагнитного поля в данной точке. Вертикальная плоскость, проходящая через концы магнитной стрелки, определяет направление условного магнитного меридиана M_m в данной точке (рис. 1.7). Условные магнитные меридианы находятся под углом к меридианам географическим вследствие несовпадения геомагнитных полюсов с географическими полюсами и местных искривлений силовых линий от воздействий общих и локальных источников магнитных аномалий.

Горизонтальный угол δ между плоскостями условного магнитного и географического меридианов в данной точке называется *склонением магнитной стрелки*. Склонение северного конца магнитной стрелки к западу называется западным и учитывается со знаком минус $-\delta$ (см. рис.1.7, а), к востоку – восточным и положительным $+\delta$ (см. рис.1.7, б).



a – западное склонение; b – восточное склонение;
 PP_1 – географический меридиан; M_m – магнитный меридиан

Рисунок 1.7 – Склонение магнитной стрелки

Сближение меридианов. Согласно определению, данному в § 1.3, географические (геодезические) меридианы на поверхности земного эллипсоида (земного шара) представлены плоскими кривыми, пересекающимися в полюсах (см. рис. 1.5, a). Через точки T и M , расположенные на одной параллели, проведем касательные в плоскостях их меридианов. Касательные пересекаются в точке N под углом γ сближения меридианов. На экваторе $\gamma = 0$ (меридианы взаимно параллельны), в полюсе угол $\gamma = L_M - L_T$, т.е. разности долгот точек M и T .

В проекции на плоскость 6-градусной координатной зоны меридианы изображаются плоскими кривыми (см. рис. 1.5, b), а зональный угол γ сближения меридианов в данной точке берется по отношению к изображению осевого меридиана (оси X) или линии ему параллельной, например углы $+\gamma_0, +\gamma_1, +\gamma_2$ и $+\gamma_3$. Значения γ отрицательны в западной и положительны в восточной части зоны. Их величина, например для точки K (рис. 1.5, z), вычисляется по формуле

$$\gamma = (L_K - L_O)\sin B_K, \quad (1.7)$$

где L_K и L_O – долготы точки K и осевого меридиана; B_K – широта точки K .

Углы ориентирования. Для ориентирования прямых линий в геодезии применяют азимуты, дирекционные углы и румбы.

Азимут называют горизонтальный угол, отсчитанный по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана данной точки до направления ориентируемой линии в пределах $0 - 360^\circ$. От условного магнитного меридиана (северного направления магнитной стрелки) отсчитывают *магнитные азимуты* (азимут A_m линии КЕ на рис. 1.7, б), от географического меридиана – *географический азимут* (азимут A на 1.7, б), его устаревшее название – истинный азимут.

Согласно рис. 1.7, б данные азимуты связаны зависимостью

$$A = A_m + \delta, \quad (1.8)$$

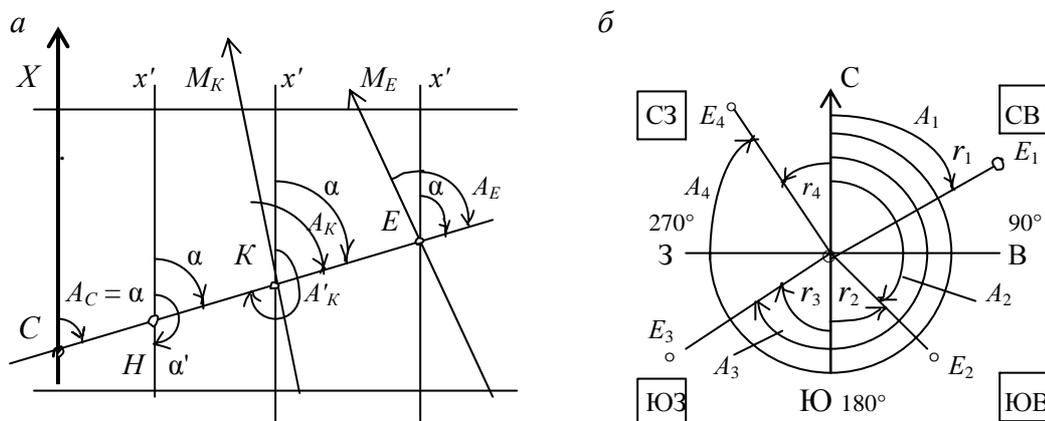
в которой склонение δ учитывается со своим знаком.

Вследствие взаимной непараллельности на плоскости меридианов X , M_K и M_E (рис. 1.8, а) географический азимут протяженной прямой CE принимает различные значения A_C , A_K и A_E в точках C , K и E (в них различны углы сближения меридианов γ_K и γ_E). Например в точке E : $A_E = A_C + \gamma_E$. В средних широтах ($45-60^\circ$) географический азимут изменяется на $1'$ через каждые $1-2$ км вдоль параллели. Это осложняет ориентирование по азимутам.

Наиболее просто ориентирование линий осуществляется в системах плоских прямоугольных координат посредством дирекционным углом.

Дирекционным называют горизонтальный угол, отсчитанный в данной точке от северного направления линии, параллельной оси абсцисс, по ходу часовой стрелки до направления ориентируемой линии в пределах $0-360^\circ$. Например на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера дирекционный угол α линии CE (см. рис. 1.8, а) отсчитывается в точке C относительно северного направления осевого меридиана зоны, а в точках H , K и E – относительно линий x' , параллельных оси X . В местной системе координат (рис. 1.9, а) дирекционный угол отсчитывается относительно северного направления частной оси абсцисс или линий ей параллельных. Дирекцион-

ный угол сохраняет одно и то же значение в любой точке прямолинейного отрезка CE (см. рис. 1.8, a).



a – азимуты и дирекционный угол; b – румбы
Рисунок 1.8 – Углы ориентирования

Согласно рис. 1.8, a в точке C на осевом меридиане зоны в проекции Гаусса-Крюгера географический азимут равен дирекционному углу, т.е. $A_C = \alpha$; в других точках прямой CE азимут изменяется на величину сближения соответствующих меридианов

$$A = \alpha + \gamma, \quad (1.9)$$

где значение γ учитывается со знаком, принятым для восточной или западной части зоны.

Приравняв правые части формул (1.7) и (1.8), найдем

$$\alpha = A_m + \delta - \gamma, \quad (1.10)$$

но результат вычислений по этой формуле получается приближенным вследствие непостоянства (суточных, годовых, вековых изменений, кратковременных возмущений) магнитного поля Земли.

Различают *прямые* и *обратные азимуты* и *дирекционные углы*. Принимая прямым направление CK (см. рис.1.8, a), его прямой географический азимут A_C отсчитывают в начальной точке C , обратный A'_K – в точке K . Из

рисунка следует, что обратный географический азимут рассчитывают с учетом сближения меридианов

$$A'_{К} = A_{С} + 180^{\circ} + \gamma_{К}, \quad (1.11)$$

но обратный дирекционный угол α' отличается от прямого угла α на 180° и вычисляется по простым формулам

$$\alpha' = \alpha + 180^{\circ}, \quad (1.11, а)$$

или

$$\alpha' = \alpha \pm 180^{\circ}. \quad (1.11, б)$$

Румбы. *Горизонтальный острый угол, отсчитанный от ближайшего (северного или южного) направления меридиана до ориентируемого направления, называют румбом* (рис. 1.8, б). Румб вычисляют в пределах от 0 до 90° и дополняют обозначением его четверти по сторонам света, например $r = ЮВ : 54^{\circ} 25'$.

В зависимости от исходного направления (магнитного, географического меридиана или оси абсцисс) различают магнитные, географические или дирекционные румбы. Соотношения между соответствующими румбами и азимутами (дирекционными углами) приведены в таблице 1.2.

Обратный румб r' дирекционного направления отличается от прямого румба r только наименованием четверти, например, если прямой румб $r = СВ : 41^{\circ} 34'$, то обратный румб $r' = ЮЗ : 41^{\circ} 34'$. При вычислении обратных румбов для азимутальных направлений следует учитывать сближение меридианов γ .

Таблица 1.2 – Соотношения между азимутами (дирекционными углами) и румбами

Четверть	Вычисление		Численное значение	
	румба	азимута	румба	азимута
I – СВ	$r_1 = СВ: A_1$	$A_1 = r_1$	СВ : $41^{\circ} 34'$	$41^{\circ} 34'$
II – ЮВ	$r_2 = ЮВ:(180^{\circ} - A_2)$	$A_2 = 180^{\circ} - r_2$	ЮВ: $42^{\circ} 58'$	$137^{\circ} 02'$
III – ЮЗ	$r_3 = ЮЗ: (A_3 - 180^{\circ})$	$A_3 = 180^{\circ} + r_3$	ЮЗ: $60^{\circ} 12'$	$240^{\circ} 12'$
IV – СЗ	$r_4 = СЗ: (360^{\circ} - A_3)$	$A_4 = 360^{\circ} - r_4$	СЗ : $56^{\circ} 03'$	$303^{\circ} 57'$

1.5. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

В системах плоских прямоугольных координат многие маркшейдерско-геодезические расчеты основаны на формулах решения прямой и обратной геодезических задач.

В прямой геодезической задаче известны горизонтальное проложение d прямого отрезка $1-2$ (рис. 1.9, *a*), его дирекционный угол α , координаты x_1 и y_1 начальной точки 1 . Требуется вычислить координаты x_2 и y_2 точки 2 .

Сначала вычисляют приращения координат решением прямоугольного треугольника $1-E-2$

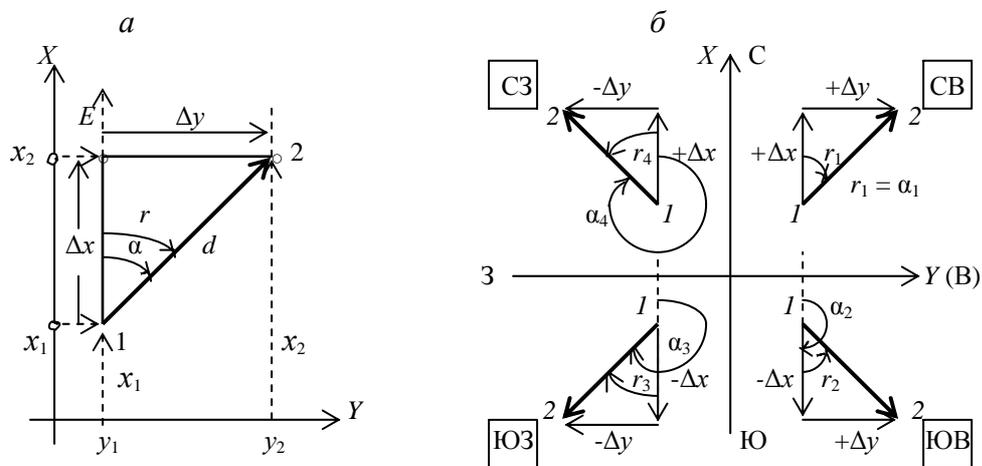
$$\Delta x = d \cos \alpha = d \cos r; \quad \Delta y = d \sin \alpha = d \sin r, \quad (1.12)$$

затем искомые координаты

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \quad y_2 = y_1 + \Delta y. \quad (1.13)$$

Знак приращений координат Δx и Δy зависит от направления отрезка $1-2$ (рис.1.9, *б*) и соответствует знаку $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$.

При вычислениях с использованием румба r (положительного числа) соответствующие значения Δx и Δy необходимо записывать со знаком “плюс” или “минус” в соответствии с рис. 1.9, *б*.



a – прямая и обратная задачи; *б* – знаки приращений координат, дирекционные углы и румбы при различных направлениях $1-2$
Рисунок 1.9 – Прямая и обратная геодезические задачи

Пример 1. Вычислить координаты x_2, y_2 точки 2, если длина линии 1-2 $d_{1-2} = 100,00$ м, ее дирекционный угол $\alpha_{1-2} = 125^\circ 20'$; координаты точки 1: $x_1 = 500,00$ м; $y_1 = 1000,00$ м.

Решение. Для вычислений следует использовать дирекционный угол. Если применить румб, то его значение $r_{1-2} = \text{ЮВ} : (180^\circ - \alpha_{1-2}) = \text{ЮВ} : 54^\circ 40'$. Затем находим Δx и Δy :

$$\Delta x = 100,00 \cdot \cos 54^\circ 40' = 57,83 \text{ м};$$

$$\Delta y = 100 \cdot \sin 54^\circ 40' = 81,58 \text{ м}.$$

Определив знаки $-\Delta x$ и $+\Delta y$ для направления ЮВ (см. рис. 1.9, в) вычисляем x_2 и y_2 :

$$x_2 = 500,00 - 57,83 = 442,17 \text{ м};$$

$$y_2 = 1000,00 + 81,58 = 1081,58 \text{ м}.$$

В обратной геодезической задаче по известным координатам x_1 и y_1, x_2 и y_2 конечных точек отрезка прямой 1-2 (см. рис. 1.9, а) вычисляют горизонтальное проложение d , румб r_{1-2} и дирекционный угол α_{1-2} .

Вначале вычисляют тангенс румба (см. рис. 1,9, а):

$$\text{tg } r_{1-2} = \Delta y / \Delta x = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1), \quad (1.14)$$

а затем численное значение румба:

$$r = \text{arc tg } (\Delta y / \Delta x).$$

По знакам разностей $(y_2 - y_1)$ и $(x_2 - x_1)$ определяют название четверти румба (см. рис. 1.9, б) и вычисляют дирекционный угол (см. табл. 1.2). Длину отрезка 1-2 находят по двум из следующих формул:

$$d = \Delta y / \cos \alpha; \quad d = \Delta y / \sin \alpha; \quad d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (1.15)$$

Пример 2. Вычислить длину d_{1-2} и дирекционный угол α_{1-2} линии 1-2, если известны координаты точек 1 и 2: $x_1 = 200,00$ м; $y_1 = 400,00$ м; $x_2 = 286,34$ м; $y_2 = 349,54$ м.

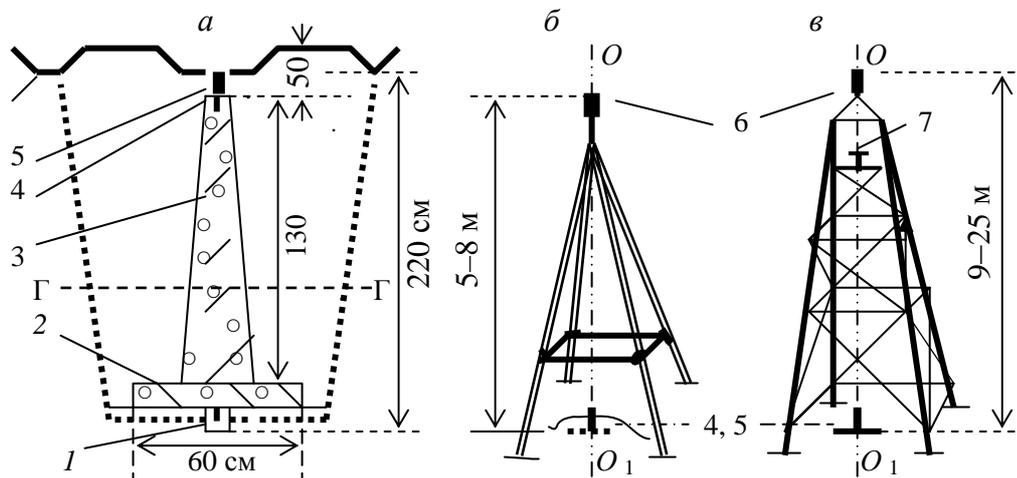
Р е ш е н и е. По формуле (1.14) рассчитаем $\operatorname{tg} r_{1-2} = (349,54 - 400,00) / (286,34 - 200,00) = - 50,46 / +86,34 = - 0,58443$, а также $\operatorname{arctg} (\Delta y / \Delta x) = - 30,299^\circ = - 30^\circ 17,9'$. По знакам $+\Delta x$ (к северу) и $-\Delta y$ (к западу) найдем $r_{1-2} = \text{СЗ: } 30^\circ 17,9'$, затем дирекционный угол $\alpha_{1-2} = 360^\circ - 30^\circ 17,9' = 329^\circ 42,1'$. По формулам (1.15) вычислим длину отрезка 1-2: $d_{1-2} = 86,34 / \cos 329^\circ 42,1' = 86,34 / \cos 329,702^\circ = 86,34 / 0,86341 = 100,00 \text{ м}$; $d_{1-2} = \sqrt{86,34^2 + 50,46^2} = 100,00 \text{ м}$.

1.6. ПОНЯТИЕ О ГОСУДАРСТВЕННОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ И СЪЕМОЧНЫХ СЕТЯХ

Государственная геодезическая сеть создается для распространения на всю территорию страны единой системы плановых координат и высот. Эта сеть представлена геодезическими пунктами, закрепленными на местности (рис. 1.10, а). *Носителем координат* геодезического пункта служит метка в металлической пластине верхнего центра 4, которая заложена в пилоне – подземном центре пункта. Верхний центр дублируют нижним центром 1, который заложен на дне котлована под плитой 2. Глубина заложения нижнего центра – не менее 2-х м.

После закладки центр окапывают и устанавливают опознавательный столбик. Над центром строят металлическую пирамиду (рис. 1.10, б) или высокий сигнал (рис. 1.10, в), если они необходим для открытия взаимной оптической видимости между удаленными пунктами при измерениях углов и расстояний.

Плановые координаты пунктов государственных геодезических сетей в прошлом определялись методами триангуляции и полигонометрии, в некоторых случаях методом трилатерации. В настоящее время координаты существующих геодезических пунктов уточняются, а новых пунктов определяются при помощи спутниковых геодезических приборов. Применяются также методы триангуляции и полигонометрии.



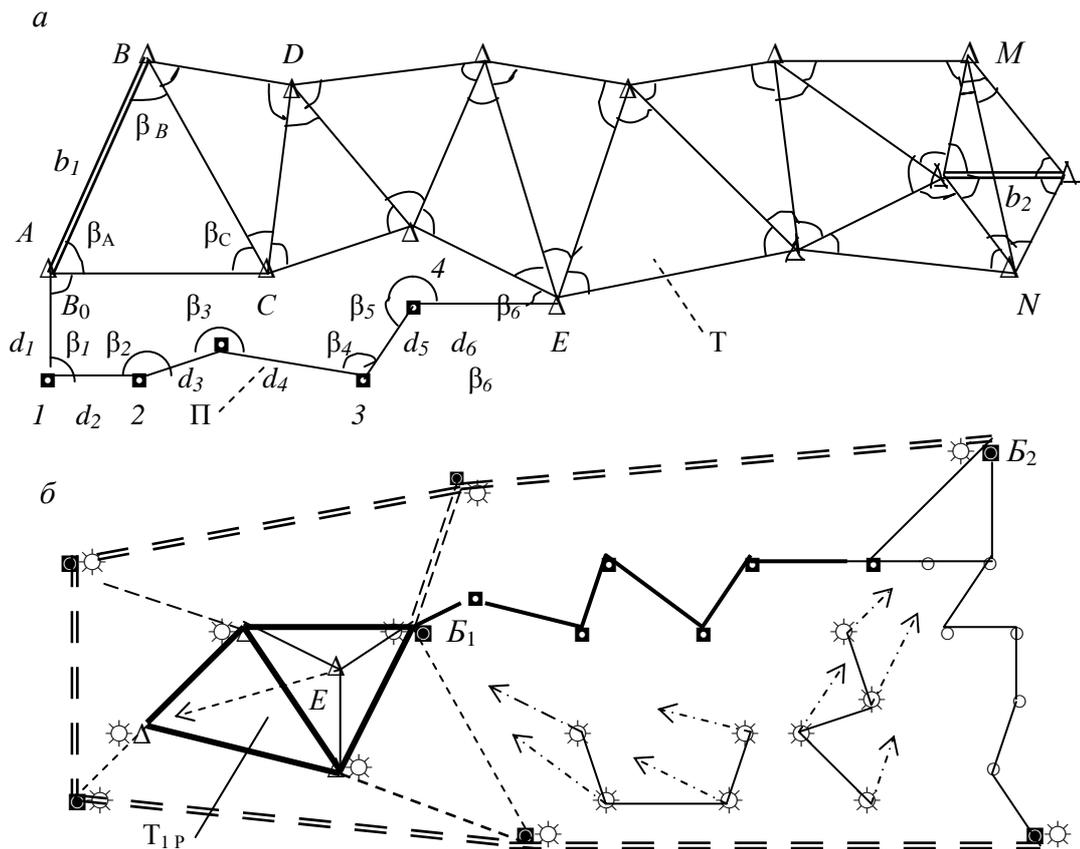
a – подземный центр; *б* – пирамида; *в* – сигнал; 1 – нижний центр; 2 – плита; 3 – пилон верхнего центра; 4 – верхний центр; 5 – опознавательный столбик; 6 – визирный цилиндр; 7 – столик; ГГ – глубина промерзания грунта; OO_1 – вертикальная ось
Рисунок 1.10 – Геодезические пункты

Понятие о геометрических методах создания государственных геодезических сетей. Метод *триангуляции* состоит в том, что в вершинах всех треугольных фигур, образованных пунктами сети, измеряют горизонтальные углы, а длины сторон, называемых *базисными*, измеряют только в нескольких треугольниках (базисы b_1 и b_2 на рис 1.11, *a*). Длины остальных сторон вычисляют по тригонометрическим формулам, находят дирекционные углы сторон и определяют координаты пунктов.

Трилатерация – метод построения геодезических сетей в виде треугольных фигур, в которых измеряются только их стороны (расстояния между центрами геодезических пунктов), а углы между сторонами вычисляют. Находит ограниченное применение.

Метод *полигонометрии* основан на построении геодезической сети, состоящей из ломаных линий, называемых ходами, вершины которых закреплены геодезическими пунктами (см. рис. 1.11, *a*). Измеряются длины d сторон хода и горизонтальные углы β между ними. Полигонометрические ходы опираются на пункты триангуляции, относительно которых вычисляются плановые координаты пунктов хода, а их высотные координаты определяются нивелированием.

Государственные геодезические сети 1-го и 2-го классов в прошлом были наиболее точными, расстояния между их пунктами составляют 7-25 км. Увеличение количества опорных геодезических пунктов внутри сетей 1-го и 2-го классов выполнялось развитием сетей триангуляции 3-го класса (длина сторон 5-8 км) и 4-го класса (длина сторон 2-5 км). Погрешности расстояний между соседними пунктами составили 5-15 см (в относительной мере от 1 : 300 000 до 1 : 25 000).



а – триангуляция (Т) и полигонометрия (П); *б* – спутниковые сети; Δ – пункты триангуляции; \blacksquare – пункты полигонометрии; \circ – пункты теодолитных ходов; \odot – опорные пункты спутниковых геодезических сетей; B_1, B_2 – базовые пункты спутникового позиционирования; \odot – определяемые спутниковые пункты

Рисунок 1.11 – Схемы плановых геодезических сетей

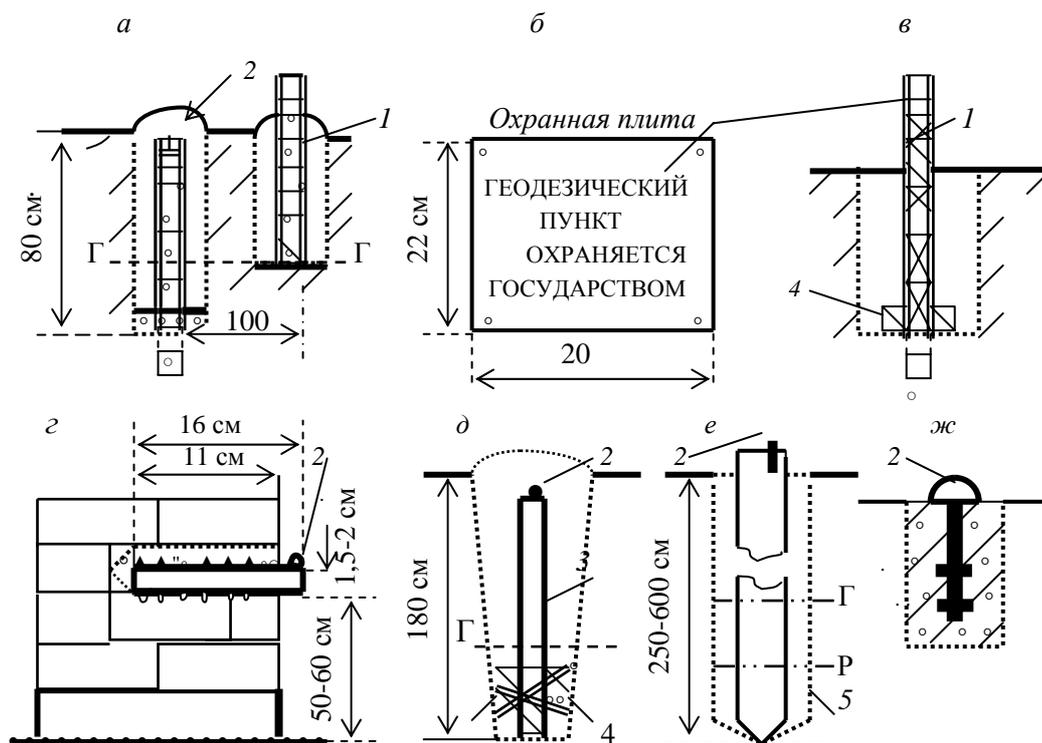
Точность измерения углов триангуляции 1, 2, 3 и 4-го классов характеризуется средними квадратическими погрешностями 0,7"; 1"; 1,5" и 2", а средние квадратические относительные погрешности определения длины сторон в слабом месте (вдали от базисов) – относительными погрешностями 1/200 000; 1/150 000; 1/120 000; 1/25 000.

В государственных полигонометрических сетях 1, 2, 3 и 4-го классов горизонтальные углы измерялись со средними квадратическими погрешно-

стями 0,4"; 1"; 1,5" и 2", длина сторон с относительными средними квадратическими погрешностями 1/300 000; 1/250 000; 1/150 000 и 1/25 000.

Государственные нивелирные сети I, II, III и IV классов на местности закреплены постоянными знаками – *реперами* (рис.1.12), которые закладываются или в грунт (грунтовые реперы), или в стены капитальных зданий и сооружений (стенные реперы). Высотная координата (отметка) репера в прошлом определялась только наземными способами нивелирования (измерения превышений), которые по точности подразделяются на нивелирование I, II, III и IV классов. Погрешности нивелирования в прямом и обратном направлениях, т.е. нивелирования двойным ходом, соответственно характеризуются величинами 0,5; 2; 4 и 8 мм на 1 км нивелирной линии, допустимые невязки превышений определяются соответственно классу нивелирования величинами:

$3\sqrt{L}$, $5\sqrt{L}$, $10\sqrt{L}$, $20\sqrt{L}$, мм, где L – длина хода, км.



а, д – репер грунтовый для зоны сезонного промерзания; *б, в* – охранная плита и опознавательный столб; *г* – стенной репер; *е* – репер свайный для закладки в скважине ниже зоны рыхлых грунтов; *ж* – репер плитный (цокольный) для заложения в конструкциях сооружений (1 – опознавательный столб; 2 – носитель высотной координаты (выступ для постановки нивелирной рейки); 3 – труба диаметром 30-50 мм или отрезок рельса; 4 – якорь бетонный; 5 – скважина; Г – граница глубины промерзания грунтов; Р – основание слоя рыхлого грунта)

Рисунок 1.12 – Схемы реперов и знаков

Плановые сети сгущения и съемочные сети. Сети сгущения необходимы для увеличения количества опорных пунктов на территории строительства или горного предприятия при геодезическом обеспечении съемочных, строительных или горных работ. Сети сгущения создаются относительно пунктов более высокого класса точности методами триангуляции или полигонометрии (см. рис. 1.11, б). Дополнительные пункты сетей сгущения (например, пункт *E* на рис. 1.11, б) определяются различными способами: триангуляционным, прямой или обратной угловыми засечками и др.

Сети триангуляции 1-го и 2-го разрядов опираются на геодезические пункты более высокого класса точности и характеризуется средними квадратическими погрешностями измерения углов 5" и 10", относительной погрешностью сторон в слабом месте не грубее 1/20 000 и 1/10 000.

Полигонометрия 1-го и 2-го разрядов прокладывается отдельными ходами или системой ходов относительно пунктов более высоких классов точности. Требования к полигонометрии маркшейдерского назначения приведены в таблице 1.3.

Съемочное геодезическое обоснование предназначено для координатной привязки в плане и по высоте материалов топографических съемок, изыскательских, инженерно-геодезических и маркшейдерских работ. Съемочное обоснование развиваются внутри сетей сгущения. Пункты съемочного обоснования выбирают с учетом технологии предстоящих съемочных и изыскательских работ и закрепляют постоянными знаками или временными знаками (деревянными кольями).

Координаты пунктов съемочного обоснования определяют теодолитными ходами (см. рис. 1.11, б), микротриангуляцией и различными засечками, причем углы в треугольных фигурах не должны быть меньше 30 и не больше 150°, а длина их сторон не больше 150–250 м. *Теодолитный ход* – это полигонометрический ход технической точности: углы измеряются со средней погрешностью 0,5', стороны длиной от 20 до 350 м – с допустимой относительной погрешностью 1/1000 – 1/3000.

Таблица 1.3 – Параметры маркшейдерских ходов полигонометрии

Разряд полигонометрии	Предельная длина хода, Км			Длина сторон, м		Число сторон, max	СКП изм. угла, m_{β}	Допустимая угловая невязка хода	Допустимая относительная невязка хода
	отдельного	между опорной и узловой точками	между опорными точками	min	max				
1 разряд	5	3	2	0,12	0,8	15	5"	$10'' \sqrt{n}$	1/10 000
2 разряд		2	1	0,12	0,35	15	10"	$20'' \sqrt{n}$	1/5000

Каталоги координат и высот геодезических пунктов. Плановые и высотные координаты пунктов геодезической сети приводятся в отдельных каталогах координат или высот пунктов, которые хранятся в организациях, ведущие геодезические работы, и в районных, областных и республиканских органах геодезического надзора Государственного Комитета по земельным ресурсам, землеустройству, геодезии и картографии Республики Беларусь.

1.7. ПОНЯТИЕ О СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ И СОВРЕМЕННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ОПОРНЫХ СЕТЯХ

Общие характеристики спутниковых систем местоопределения. К концу 80-х годов XX столетия в результате практической реализации большого объема сложных научных и технических разработок в Соединенных Штатах Америки была создана спутниковая глобальная система позиционирования (определения координат или местоопределения) GPS (джи-пи-эс) – сокращение полного названия NAVSTAR GPS: NAVigation System with Time And Ranging Global Positioning System Global Positioning System (навигационная система определения расстояний и времени, глобальная система позиционирования). Геометрическая схема размещения спутников GPS приведена на рис. 1.13.

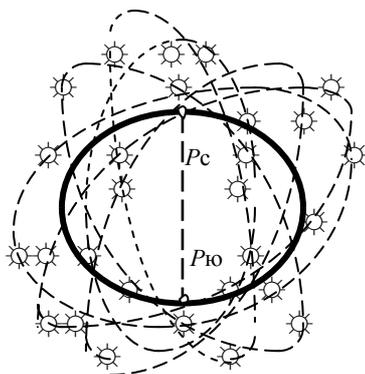


Рисунок 1.13 – Схема космического сегмента спутниковой навигационной системы GPS

В России создана аналогичная система ГЛОНАСС (Глобальная Навигационная Спутниковая Система) из 24 спутников, из них 3 резервных, все вращаются на средней высоте 19100 км над геоидом. После завершения в 2013 году создания европейской спутниковой навигационной системы «Galileo» (27 спутников рабочих, 3 резервных) общая космическая группировка навигационных спутников достигнет 80 единиц, соответственно возрастет точность определений координат с помощью средств, способных принимать и обрабатывать сигналы всех трех спутниковых систем.

Каждая навигационная спутниковая система включает три составляющих: космический сегмент (созвездие спутников), сегмент контроля и управления (наземные станции слежения), сегмент пользователей (аппаратура пользователей).

Спутники системы GPS вращаются над геоидом в среднем на высоте 20180 км и на расстоянии около 26600 км от центра масс Земли. Они равномерно распределены в шести орбитальных плоскостях, наклон орбит к плоскости экватора равен 55° . Период обращения спутников составляет 12 часов 58 минут.

Пространственное положение спутников в геоцентрической системе координат известно в каждый момент времени. Аппаратура спутников генерирует сложные числовые коды, которые повторяются каждую миллисекунду. Коды составлены так, чтобы обеспечивать компьютерное распознавание спутников, сравнение кодовых данных и устранение неоднозначно-

стей при определениях дальностей от приемников до спутников. Данные о конкретных параметрах орбиты каждого спутника вводятся в память компьютерного блока GPS-приемников в виде так называемого «альманаха», который используется для выяснения того периода времени, когда снижается точность позиционирования вследствие неблагоприятного геометрического расположения созвездия наблюдаемых спутников. Данные о самых незначительных отклонениях спутников от их расчетных орбит выявляются наземными станциями слежения и передаются через спутники потребителям в виде «информационных сообщений».

Электроэнергию спутник получает от 2-х солнечных батарей площадью $7,2 \text{ м}^2$ и от двух аккумуляторов при пролете в тени Земли. Бортовые стандарты частоты поддерживают стабильность часов спутника в пределах $1 \cdot 10^{-12} \div 1 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ и управляют постоянством основной частоты $10,23 \text{ МГц}$. Из основной частоты формируются две рабочих частоты всех спутников GPS:

$$L_1 = 1275,42 \text{ МГц (длина волны } \lambda_1 = 19,05 \text{ см);}$$

$$L_2 = 1227,60 \text{ МГц (длина волны } \lambda_2 = 24,45 \text{ см),}$$

Планируется введение сигнала с частотой L_5 ($\lambda_5 = 25,5 \text{ см}$).

Сигналы L_1 и L_1 зашифрованы специальными кодами, которые предназначены для повышения точности определения координат GPS-приемника. Вычислительный модуль приемника осуществляет компьютерную обработку кодов, зашифрованных в сигналах L_1 и L_1 , и выдает в реальном времени геоцентрические широту φ_T и долготу λ_T антенны приемника. В процессе обработки сигналов определяются текущие дальности между приемником и наблюдаемыми спутниками и решается пространственная обратная геодезическая задача по определению геоцентрических координат приемника.

Аппаратура пользователей многообразна. В геодезических работах применяют *двухчастотные и одночастотные приемники*. Первые прини-

мают сигналы на частотах L_1 и L_2 и специальные кодовые сигналы; вторые – сигналы только на одной частоте L_1 или L_2 и кодовый сигнал.

Сущность и точность спутниковых измерений дальностей. Измерения дальностей между приемником и спутниками, а также наземные дальности между приемниками основаны на использовании кодовых и фазовых сигналов, излучаемых спутниками.

Кодовые измерения дальностей выполняются со значительными погрешностями (до нескольких метров) и получаемые величины называют псевдодальностями. Аппаратура спутника и приемника синхронно генерируют однотипные кодовые сигналы. Кодовые сигналы от спутника поступают к приемнику с запозданием на время τ , равное времени распространения радиоволны, и расстояние между спутником и приемником (псевдодальность) будет

$$S_{\text{п}} = c\tau + c\delta\tau, \quad (1.16)$$

где c – скорость распространения радиоволн; $c\delta\tau$ – искажение псевдодальности (или поправка), вызванное несинхронностью работы спутника и приемника.

Фазовые измерения дальностей основаны на определении целого числа N радиоволн длиной λ между спутником и приемником, и измерении дробной части волны $\Delta\lambda$, которую находят по разности фаз $\Delta\phi$ излученной и принятой несущей частоты, исходя из соотношения $\Delta\lambda / \lambda = \Delta\phi^\circ / 360^\circ$, т. е. $\Delta\lambda = \lambda (\Delta\phi^\circ / 360^\circ)$. При этом искомое расстояние

$$A'_K = A_C + 180^\circ + \gamma_K, \quad (1.17)$$

где δR – суммарная поправка, учитывающая влияние тропосферы, ионосферы, погрешностей мгновенных координат спутника, несовпадения хода часов спутника и приемника, инструментальных погрешностей, релятивистских эффектов и др.

При приеме сигнала L_1 или L_2 только от одного спутника в уравнении (1.17) невозможно определить целое число радиоволн N , поэтому для решения задачи сигналы принимаются от нескольких спутников. По данным *одночастотных приемников* в процессе компьютерной пост-обработки записанных фазовых и кодовых сигналов определяются расстояния D_i до спутников и решается обратная пространственная задача по определению координат антенны приемника.

При использовании *двухчастотных приемников* принимаются сигналы на частотах L_1 и L_2 и по результатам совместной автоматической обработки фазовых и кодовых сигналов в реальном времени определяются геоцентрические координаты приемника. В процессе компьютерной пост-обработки вычисляют прямоугольные координаты точек позиционирования, например в проекции Гаусса-Крюгера.

Геометрический фактор созвездия спутников. Для достаточно точного определения координат приемника количество наблюдаемых спутников должно быть не менее четырех, а для более точного позиционирования – не менее пяти или шести, при этом положение спутников должно отвечать благоприятному *геометрическому фактору* (ГФ). Хороший геометрический фактор соответствует наибольшему рассредоточению спутников в южном секторе небосвода, с запада на восток, при возвышении над горизонтом не менее 15° . При удовлетворительном ГФ точность позиционирования понижается, при плохом ГФ точные работы прерываются. Сведения о предстоящих изменениях ГФ передаются в навигационных сообщениях для планирования работ.

Точность непосредственного (абсолютного) позиционирования. Непосредственное позиционирование – это определение геоцентрических координат автономного наземного приемника относительно спутников. Точность результата ограничена до 5–60 м рядом факторов, среди них:

- 1) влияние на радиосигналы ионосферы Земли (слой электрически заряженных частиц на высотах 130-200 км над поверхностью Земли), в

этой среде несколько снижается скорость радиосигналов и возникает эффект многолучевого распространения электромагнитных колебаний за счет неодинакового их преломления, соответствующая погрешность координат $m_1 \approx 1,5$ м;

2) малые неточности хода бортовых часов вызывают погрешность координат $m_2 \approx 0,7$ м;

3) погрешности позиции спутника по альманаху иногда снижают точность местоопределения до значений $m_3 \approx 20-50$ м;

4) погрешности от воздействия ионосферы и атмосферы на траекторию радиолуча составляют $m_4 \approx 0,7$ м;

5) погрешности дальностей за счет многолучевости возникают от тех частей электромагнитных волн, которые отражаются от земной поверхности или элементов ближайших высоких сооружений, проходят более длинный путь и вызывают искажения фазы основного сигнала, причем соответствующие погрешности дальностей достигают 5–6 см и больше, а при кодовых измерениях – нескольких метров.

Относительное позиционирование (метод базовой станции), его точность. Относительное позиционирование состоит в том, что один из наземных приемников (базовый приемник) устанавливают на пункте геодезической сети с известными координатами (базовом пункте). Мобильные приемники устанавливают над пунктами, координаты которых требуется определить. Все приемники одновременно принимают сигналы с видимых спутников. При ограниченных расстояниях между базовым и мобильными приемниками все основные погрешности непосредственного позиционирования, включая погрешности 1) – 4), оказываются практически равными на территории приема сигналов и незначительно влияют на разность спутниковых координат базового и мобильных приемников. В результате такой схемы приема сигналов искомые координаты определяются относительно базового пункта с высокой точностью.

На базовой станции в процессе непрерывного приема сигналов для прилегающей территории определяются также дифференциальные поправки к измеренным фазовым дальностям или к координатам пунктов для перехода от геоцентрических координат системы WGS-84 или ПЗ-90 к координатам в нужной проекции, например Гаусса-Крюгера.

По методу базовой станции при дальностях D в км наиболее точные GPS приемники дают возможность определить:

- расстояния с погрешностью $\Delta D = (3 \div 10) \text{ мм} + D (1 \div 2) \text{ мм}$;

- превышения в 2 раза менее точно, т. е.

$\Delta H = (6 \div 20) \text{ мм} + D (2 \div 4) \text{ мм}$;

- азимуты линий с погрешностью $\Delta A = (3 \div 10) \rho / L + (1 \div 2)''$,

где $\rho \approx 206000$ – число секунд в радиане.

Например, при $D = 1$ км получаем абсолютную погрешность дальности $\Delta D = (4 \div 12) \text{ мм}$, или относительную $\Delta D / D = 1 / 250\,000 \div 1 / 83\,000$; для расстояний $D = 10$ км соответственно находим $\Delta D = (13 \div 30) \text{ мм}$; $\Delta D / D = 1 / 770\,000 \div 1 / 330\,000$. При местных работах максимальное удаление мобильных приемников от базового может достигать 25–40 км.

Следует отметить, что в современной практике спутниковых геодезических работ разность фаз измеряется с погрешностью около 1%, следовательно, теоретически достижимая точность определения дальностей фазовым методом на ограниченных расстояниях в несколько км равна $\Delta \lambda \approx \lambda / 100$ и в настоящее время характеризуется пределом 2 – 2,5 мм.

В таблице 1.4 приведены показатели фактической точности местопределения по методу базовой станции при различных режимах перемещений и установок мобильного приемника (ровера).

Режим статике является наиболее точным, но длительным до нескольких часов, и используется при выполнении высокоточных геодезических работ. Конечная точность позиционирования зависит от количества спутников и продолжительности приема сигналов.

Таблица 1.4 – Достижимая точность определения координат точек спутниковыми методами относительно базовой станции

Название режима позиционирования	Характеристики режима позиционирования мобильным приемником (ровером) относительно базовой станции	Достижимая точность плановых координат ровера; Мм
Статика	Наблюдения 5-6 спутников в течение от 40 минут до нескольких часов, базисные линии до 30 км	$\pm(3\div 5 + 1 \times 10^{-6}D)$
Быстрая Статика	Малое время наблюдения 5-6 спутников (от 5 до 30 мин.), короткие базисные линии (менее 10 км)	$\pm(10\div 30 + 2 \times 10^{-6}D)$
Стой-иди	Остановки на 1-2 минуты на определяемых пунктах	$\pm(10\div 30 + 2 \times 10^{-6}D)$
Кинематика	Определение положения точек при работе ровера в движении или с короткими остановками	$\pm(10\div 30 + 2 \times 10^{-6}D)$
RTK	Постоянная связь с базовой станцией по радиомодему и определение координат в реальном масштабе времени	$\pm(10\div 20 + 2 \times 10^{-6}D)$
OTF (в полете)	Определение 2-частотным приемником координат центров фотографирования при аэрофотосъемке в полете	100 – 200

Режим быстрой статики – это разновидность статического режима, при которой продолжительность измерений ограничивают до нескольких минут при благоприятном геометрическом факторе созвездия спутников.

Режим стой - иди (Stop and Go) осуществляют с кратковременными остановками ровера над съемочными точками, координаты которых определяют при постобработке;

Режим кинематики используют при выполнении съемочных работ (в том числе аэрофотосъемки) с одночастотными или двухчастотными приемниками, когда мобильный приемник останавливают на определяемых пунктах на короткое время, после чего перемещают (без выключения) на другие определяемые точки.

Режим RTK (кинематика в реальном времени – Real Time Kinematics) предполагает оснащение приемников радиомодемами и опре-

деление координат точек установки ровера в течение нескольких секунд с учетом поправок, полученных по радиомодему с базовой станции;

Режим OTF (On The Fly – в полете) используется для определения координат центров фотографирования при аэрофотосъемке с самолета, когда обеспечивается непрерывный прием сигналов с необходимого числа спутников.

Одновременный прием сигналов со спутников двух систем ГЛОНАСС и GPS (или трех систем, включая «Galileo») позволяет при сокращении времени позиционирования обеспечить высокую точность определения искомым координат.

Спутниковые геодезические приемники. В Беларуси используют геодезические приемники фирм США, Германии, российской сборки, а также швейцарской фирмы Leica.

GPS приемник LEICA Sistem 1230 (рис. 1.14) характеризуется временем инициализации 8 с (вхождения электроники в рабочий режим). Действует на удалении от базовой станции до 30 км и больше при хороших условиях приема сигналов. Масса: процессора 1,20 кг; контроллера 0,48 кг; антенного модуля 0,44 кг; батареи 0,19 кг – 2 шт., время непрерывной работы – до 15 часов.

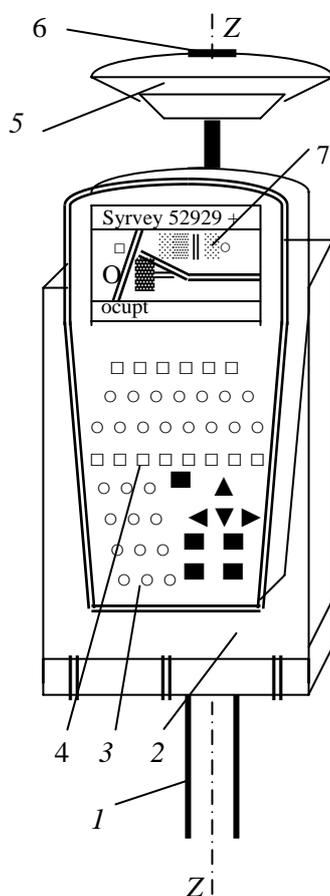
Показатели точности определения дальностей приемником LEICA GPS 1200:

по методу базовой станции:

- 1) режим измерений «статика» $\Delta D = 5 \text{ мм} + 10^{-6}D$;
- 2) в режиме измерений «кинематика» $\Delta D = 10 \text{ мм} + 10^{-6}D$.
- 3) при камеральной обработке (постобработке) на компьютере данных режима «статика» $\Delta D = 3 \text{ мм} + 10^{-6}D$;
- 4) погрешность превышения ΔH в два раза больше погрешности дальности ΔD .

Программное обеспечение приборов LEICA Sistem 1200 включает полный набор программ по определению систем координат и трансформи-

рованию из одной системы в другую, в частности геоцентрических координат WGS-84 и ПЗ-90 в проекцию Гаусса-Крюгера или в местную систему координат.



1 – штанга (штатив); 2 – процессор; 3 – контроллер; 4 – клавиатура; 5 – антенный модуль; 6 – антенна; 7 – дисплей; ZZ – вертикальная ось антенны

Рисунок 1.14 – Полевые модули приемников LEICA GPS 1200

Спутниковая государственная геодезическая сеть. Для модернизации прежней государственной сети СССР, созданной методами триангуляции и полигонометрии, ее пункты были заново определены спутниковыми методами в системе ПЗ-90. Погрешности расстояний в 10–15 км между соседними пунктами уменьшились с 15–15 см до 2–4 см.

Спутниковые технологии заложены в основу работ по дальнейшему повышению точности государственных и местных геодезических сетей. На территории России создается фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС), расстояния между ее пунктами приняты в 800–1000 км, а по-

грешности расстояний между ними составляют 1 мм на 100 км (1 : 100 000 000). Внутри ФАГС размещаются пункты высокоточной геодезической сети ВГС при расстояниях между ними 150–500 км, определяемых с погрешностью 1 мм на 10 км (10 000 000). По результатам наблюдений за изменениями глобальных координат пунктов ФАГС и ВГС определяются элементы общих деформаций земной коры.

Внутри ФАГС и ВГС определяются координаты пунктов спутниковой геодезической сети 1-го класса СГС-1 при расстояниях между ее пунктами 20 – 40 км и погрешностями, близкими к 1 мм на 1 км (1:1000 000). Пункты СГС-1 предназначены для обеспечения исходными координатами других видов менее точных спутниковых и неспутниковых геодезических работ по развитию опорных и съемочных сетей, проведению топографических съемок, различных изысканий и др.

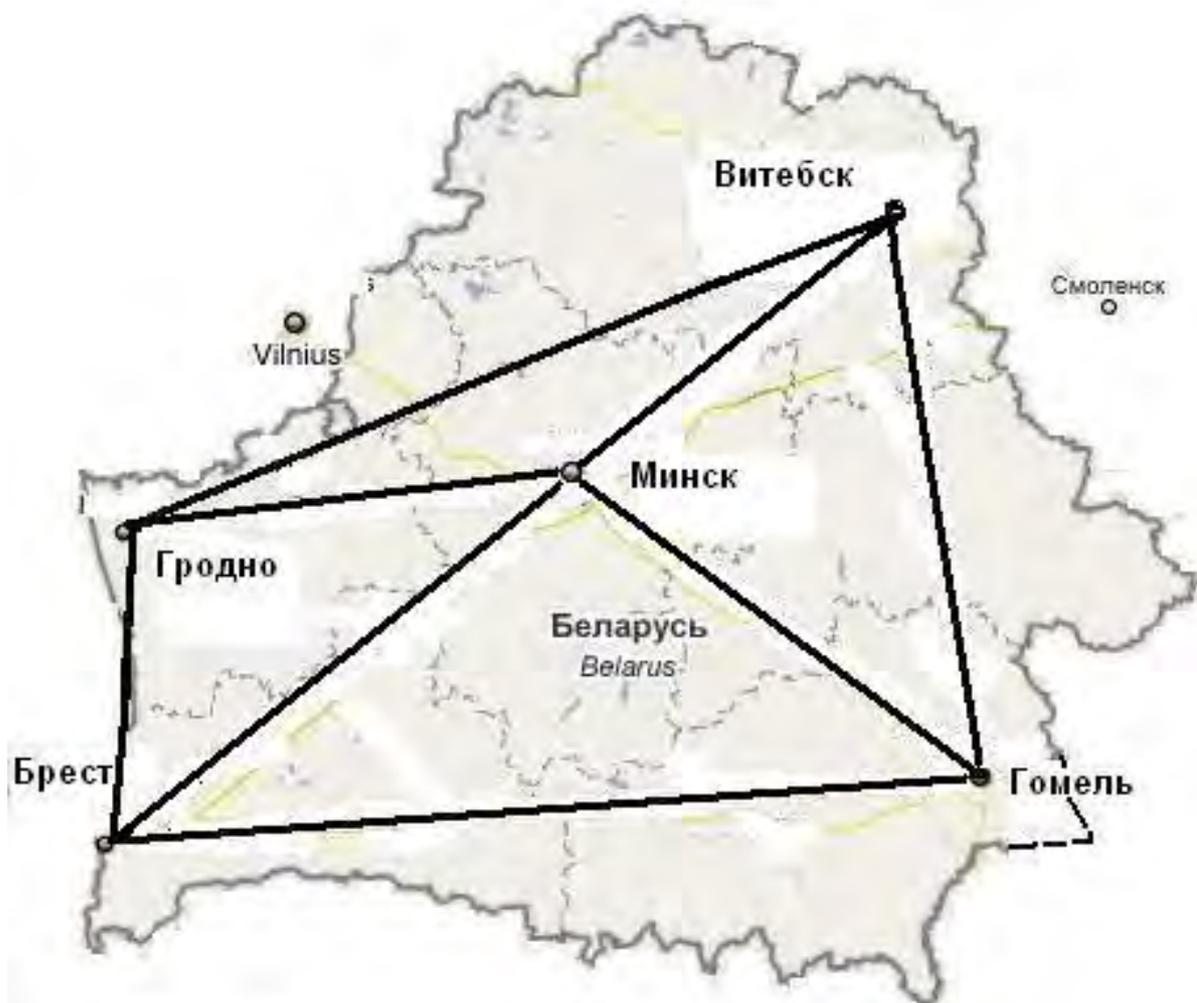
Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь создается в соответствии с нормативными документами: государственными стандартами СТБ 1653-2006 [8] и СТБ 1820-2007 [9], а также техническими кодексами установившейся практики: ТКП 120-2007(03150 «Порядок создания фундаментальной астрономо-геодезической сети» [10] и ТКП 119 «Порядок создания спутниковой геодезической сети 1 класса» [11]. Работы по сгущению сети опорных геодезических пунктов осуществляются спутниковыми методами. При этом отпала необходимость строить дорогостоящие высокие сигналы типа показанных на рис. 1.10, в.

Главной геодезической основой территории Беларуси служит спутниковая высокоточная геодезическая сеть ВГС, созданная в 1998 году (рис. 1.15), ее центральный пункт «Минск» определен также в системе фундаментальной астрономо-геодезической сети Российской Федерации. Согласно СТБ 1653-2006 пространственное положение пунктов ВГС Беларуси должно определяться методами космической геодезии, обеспечивающими точность взаимного положения со средними квадратическими погрешностями, не превышающими:

- в плане $m_D = \pm 3 \text{ мм} + 5 \times 10^{-8} \times D$;
- по высоте $m_H = \pm 5 \text{ мм} + 7 \times 10^{-8} \times D$,

где D – расстояние между пунктами.

Например, при $D = 150 \text{ км}$, $m_D = 10 \text{ мм}$ (или 1 : 15 000 000);
 $m_H = 15 \text{ мм}$; при $D = 300 \text{ км}$ находим $m_D = 20 \text{ мм}$ (или 1 : 15 000 000); $m_H =$
 $= 26 \text{ мм}$.



центральный пункт «Минск» является пунктом ФАГС Российской Федерации;
 периферийные пункты ВГС – «Брест», «Гродно», «Витебск», «Гомель»

Рисунок 1.15 – Схема высокоточной геодезической сети (ВГС) Республики Беларусь

Спутниковая геодезическая сеть СГС-1 служит для сгущения пунктов ВГС. Расстояния между пунктами СГС-1 должно составлять 15–25 км. Погрешность взаимного положения пунктов допускается: в плане $m_D = \pm 3 \text{ мм} + 1 \times 10^{-7} \times D$; по высоте $m_H = \pm 5 \text{ мм} + 2 \times 10^{-7} \times D$.

Ранее созданные плановые сети триангуляции 1 – 4 классов модернизируются на основе спутниковых технологий, точность определения их координат не должна быть грубее ± 10 см.

Опорные плановые геодезические сети для съемочных работ. Для топографо-геодезических изысканий на территориях городов, промышленных предприятий, мест добычи полезных ископаемых, вдоль линий метрополитенов необходимо создавать местные плановые опорные геодезические сети всеми доступными современными методами с необходимой точностью. Спутниковые методы обеспечивают снижения затрат времени, трудоемкости работ и стоимости геодезических пунктов. При расчетах координат пунктов местной геодезической сети поверхность относимости следует совмещать со средним уровнем территории объекта – этим устраняется необходимость введения ряда поправок за проецирование геодезических точек на поверхность геоида.

Количество опорных пунктов для съемок территорий горных предприятий обосновывается задачами маркшейдерских работ с учетом данных таблиц 1.3 и 1.5. Опорные пункты и пункты съемочного обоснования на освоенных территориях рекомендуется закреплять постоянными знаками, которые предназначены для многократного использования длительное время.

Таблица 1.5 – Рекомендуемая плотность опорных плановых пунктов на территориях горнодобывающих предприятий

Масштаб съемки	Количество пунктов государственной сети и сетей сгущения на территориях (примерное)	
	неосвоенной	производственных, заселенных
1:5000	1 пункт на 5 км ²	4 пункта на 1 км ²
1:2000 и крупнее	1 пункт на 2 км ²	5 пунктов на 1 км ²

Таблица 1.6 – Допустимая длина теодолитных съёмочных ходов

Масштаб маркшейдерско- топографической съёмки	Открытая и застроенная местность				Заросшая местность		
	1/Т	1/Т	1/Т	висячий ход	1/Т	1/Т	висячий ход
	1:1000	1:2000	1:3000		1:2000	1:1000	
Допустимая длина теодолитного хода, км							
1:5000	6,0	4,0	2,0	0,35	6,0	3,0	0,5
1:2000	3,0	2,0	1,0	0,2	3,6	1,5	0,3
1:1000	1,8	1,2	0,6	0,15	1,5	1,5	0,2
1:500	0,9	0,6	0,3	0,1	—	—	—

Количество и местоположение опорных геодезических пунктов должны быть обоснованы в проекте съёмочного обоснования, в котором основное место отводится теодолитным (полигонометрическим) ходам и при необходимости предусматриваются геодезические засечки.

При топографических съёмках общего назначения допустимая длина хода съёмочного обоснования (таблица 1.6) рассчитывается по формуле

$$(\sum d)_{\text{доп}} = 2\Delta p \cdot M \cdot T / 10^6, \quad (1.18)$$

где $\Delta p = 0,2$ мм – допустимая погрешность положения на плане открытой местности масштаба 1 : М пункта сети, наиболее удаленного от опорных пунктов (в слабом месте теодолитного хода); Т – знаменатель относительной погрешности полигонометрического (теодолитного) хода; $\Delta p = 0,3$ мм для местности, заросшей кустарником и лесной растительностью.

Возможности модернизации традиционных методов создания опорных и съёмочных маркшейдерских сетей основаны на внедрении спутниковых технологий (см. § 1,6), а также электронных тахеометров. Спутниковыми приборами можно создавать плановое и высотное съёмочное обоснование, а также выполнять съёмки местности. Электронные тахеометры эффективны для угломерных и дальномерных измерений и съёмочных работ как на земной поверхности, так и в подземных выработках.

Высотные опорные сети. Для высотного обоснования съёмок масштаба 1:5000 до начала работ необходимо определить отметки не менее 2-х

реперов государственной нивелирной сети III или IV класса на площадь 10–15 км²; для съемок масштаба 1:2000 и крупнее – не менее 2-х реперов на 5–7 км². В процессе съемок определяются отметки каждого пункта съемочного обоснования техническим нивелированием.

Геодезические сети для горных выработок. Особое значение придается созданию системы постоянных наземных – *подходных плановых пунктов и реперов* вблизи устьев шахтных стволов. Они необходимы для ориентирования подземных горных выработок и установке в проектное положение оборудования на промплощадке поверхности. Подходные пункты закладывают на расстоянии не более 300 м от шахтного ствола в местах, удобных для прокладки к стволу висячего полигонометрического хода с числом сторон не более трех. Координаты подходных пунктов определяют полигонометрией (маркшейдерской полигонометрией) не ниже 1 разряда или же спутниковыми приборами по измененной технологии.

Специальные планово-высотные маркшейдерские сети. Для выполнения специальных маркшейдерских работ, требующих высокой геометрической точности монтажа горного оборудования и подземных сооружений, создаются специальные геодезические сети с предварительным обоснованием требуемой точности их элементов в плане и по высоте. Опорные знаки специальных сетей надежно закрепляются.

Сохранность маркшейдерско-геодезических знаков. Исходные плановые и высотные пункты государственных, местных и специальных маркшейдерско-геодезических сетей должны служить долговременной основой для последовательного выполнения маркшейдерско-геодезических работ на стадиях съемок, строительства наземных сооружений, горных работ и др. Эти пункты многократно используются и подлежат сохранению на весь период действия горнодобывающего предприятия. Знаки ограждаются. Но на практике наземные и подземные пункты в зонах непосредственной разработки полезных ископаемых часто повреждаются или уничтожаются по мере разработки полезного ископаемого. Возможность утраты таких

пунктов необходимо заранее предусмотреть в проекте геодезической сети. Дополнительные опорные долговременные знаки закладывают в безопасных местах с расчетом на использование при восстановлении утраченных пунктов или при переносе их на новое место.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что является предметом изучения основных разделов геодезии? **2.** Что общего между геодезией и маркшейдерским делом? **3.** Назовите основные задачи геодезии в маркшейдерском деле при разработке полезных ископаемых. **4.** Почему в геодезии и маркшейдерских работах физическую поверхность Земли заменяют ее обобщенными формами – геоидом, земным эллипсоидом, земным шаром?. **5.** Назовите основные системы координат, применяемых в геодезии, и дайте определения географическим координатам точек. **6.** Опишите местную систему плоских прямоугольных координат. **7.** Опишите назначение и особенности зональной системы прямоугольных координат в проекции Гаусса-Крюгера. **8.** Дайте определения высотным координатам точек – абсолютным и относительным. **9.** В каких пределах поверхность земного шара (или уровенную поверхность) можно принимать плоской при определении высот и расстояний? **10.** Как вычислить горизонтальное проложение отрезка наклонной линии? **11.** Дайте определения магнитному и географическому азимутам, дирекционному углу, укажите различия между ними. Как вычисляются обратные азимуты и дирекционные углы протяженных линий? **12.** Как вычисляются обратные румбы? **13.** Решение прямой и обратной геодезических задач. **14.** Дайте численное решение обратной геодезической задачи по значениям: $x_1 = 500,00$ м; $y_1 = 1000,00$ м, $x_2 = 442,17$ м; $y_2 = 1081,58$ м; (ответ: $\alpha_{1-2} = 125^\circ 20'$; $d_{1-2} = 100,00$ м). **15.** С какими целями и какими методами создаются плановые и высотные геодезические сети? **16.** Изложите сущность спутниковых определений координат точек методом базовой станции, укажите точность и преимущества спутникового метода. **18.** Каковы особенности наземных маркшейдерско-геодезических сетей для обеспечения горных работ?

Г Л А В А 2

ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ КАРТЫ

ПЛАНЫ И ЧЕРТЕЖИ

2.1. ПОНЯТИЕ О КАРТАХ И ПЛАНАХ. МАСШТАБЫ

Обширные территории изображают на картах в уменьшенном виде. Теоретически контуры земной поверхности отвесно проецируют на уровенную поверхность (см. § 1.2), а сферическое изображение территории переносят на плоскость с определенными искажениями за счет картографической проекции и за счет обобщения контуров при уменьшении их мелких геометрических подробностей.

Топографические карты составляют в масштабах 1 : 1 000 000 (одна миллионная) и более крупных. Указанный для карты масштаб точно соблюдается лишь на отдельных ее участках и изменяется на других вследствие особенностей проекции.

Для ограниченного по размерам участка земной поверхности, когда его проекцию на сферу можно считать проекцией на плоскость (см. § 1.2), составляют топографический план. *Топографический план представляет собой уменьшенное и подобное изображение контуров и рельефа участка местности в ортогональной проекции на горизонтальную плоскость.*

Картографирование застроенных территорий, предприятий по разработке полезных ископаемых и других объектов необходимо для осуществления их деятельности. При проектировании горных предприятий и в меркшейдерско-геодезических работах используют топографические планы, а также специальные маркшейдерские чертежи, которые составляют в масштабах 1 : 200; 1 : 500; 1 : 1000; 1 : 2000; 1 : 5000. На них показывают существующие объекты и проектируют новые поверхностные и подземные сооружения. На исполнительных чертежах отображают все построенные

наземные и подземные линейные сооружения (дороги, трубопроводы, кабели, шахты, тоннели, штреки и др.)

К картографическим материалам относят также и профили – вертикальные разрезы местности, наземных и подземных сооружений, залежей ископаемых. *Профилем называется уменьшенное изображение вертикального разреза земной поверхности или подземного образования вдоль выбранного направления.*

При составлении профиля земной поверхности и сооружений линейного вида для большей выразительности чертежа обычно масштаб вертикальных расстояний $1 : M_v$ берут в 10 раз крупнее масштаба горизонтального $1 : M_r$. На профилях проектируют надземные и подземные линейные объекты (дороги, трубопроводы, каналы, тоннели и т.д.) и отображают вертикальные разрезы построенных сооружений.

Масштабы топографических и маркшейдерских чертежей, профилей представляют в численном виде и в графической форме.

Численный масштаб $1 : M$ – это отношение длины отрезка $d_{\text{п}}$ на плане к горизонтальному проложению d соответствующего отрезка на местности:

$$1 : M = d_{\text{п}} : d. \quad (2.1)$$

Знаменатель M численного масштаба характеризует величину уменьшения горизонтальных проложений d при их изображении на плане:

$$M = d : d_{\text{п}}. \quad (2.2)$$

Если $d = 100$ м, $d_{\text{п}} = 10$ см, то $M = 100 \text{ м} : 10 \text{ см} = 10\,000 \text{ см} : 10 \text{ см} = 1000$, т. е. численный масштаб $1 : M = 1 : 1000$ (одна тысячная).

Численный масштаб часто указывается в словесной форме, например “в 1 см 10 м” – для плана масштаба $1 : 1000$.

Линейный масштаб представляет собой отрезок прямой, на котором несколько раз отложен отрезок a , называемый основанием масштаба. На

рис. 2.1, a основание a равно 2 см, левый отрезок крайний отрезок разделен наименьшими делениями на 10 равных частей. Для плана масштаба 1 : 5000 (в 1 см 50 м) основанию, равному 2 см, соответствует расстояние на местности $d = 100$ м, поэтому деления a подписаны через 100 м. Каждое наименьшее деление левого крайнего отрезка a кратно 10 м, но десятые доли таких делений (сотые доли основания a) оцениваются визуально и кратны 1 м. Расстояние d_1 , снятое с плана циркулем-измерителем равно $300 + 30 + 6 = 336$ м.

На рис. 2.1, b основание $a = 1$ см. Для плана масштаба 1:1000 (в 1 см 10 м) отрезок $d_2 = 50 + 3 + 0,1 = 53,1$ м.

Поперечный масштаб (рис. 2.2) предназначен для более точных измерений по плану. Его гравировают на металлических масштабных линейках. Для графического построения поперечного масштаба на бумаге прочерчивают 11 параллельных прямых отрезков через 2,5 или 3 мм. Перпендикулярно им прочерчивают отрезки AC, BD, \dots, KL через равные промежутки $a = CD$ выбранного основания масштаба. Левые отрезки CD и AB разделяют десятью метками через $0,1a$ долю основания. Метки B и E соединяют наклонным прямым отрезком, параллельно BE прочерчивают остальные наклонные отрезки. В треугольнике BED длина $ED = 0,1a$. Горизонтальные отрезки $0,01a; 0,02a; \dots 0,09a; 0,10a$, ограниченные его сторонами, представляют сотые доли основания.

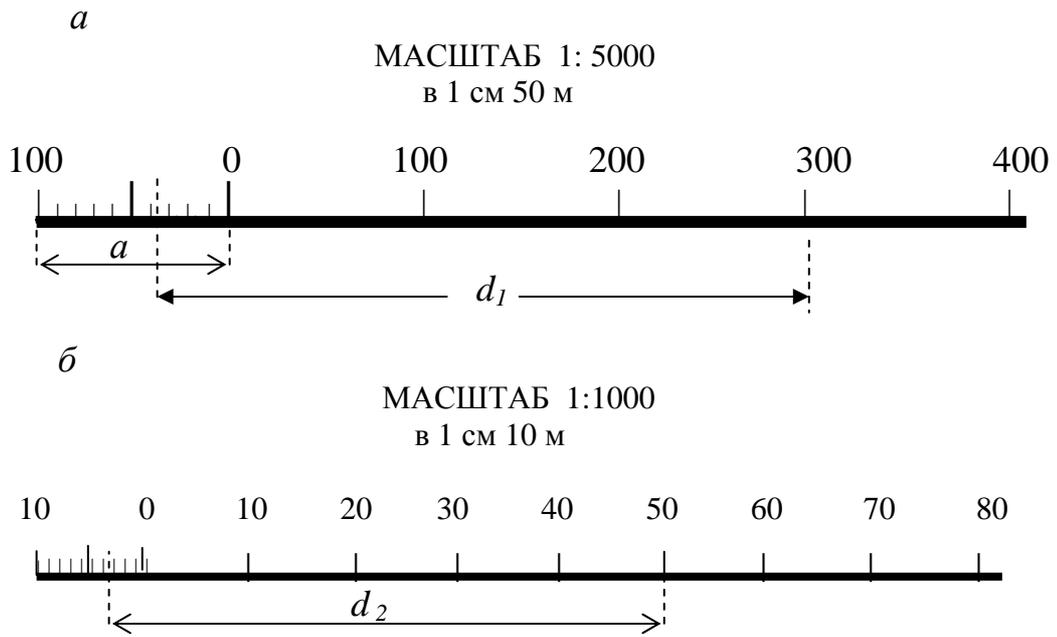
При основании $a = 2$ см (см. рис. 2.2.) для плана масштаба 1:2000 (в 1 см 20 м) находим цену основания $a_{ц} = 40$ м и отрезок d_3 в делениях поперечного масштаба $d'_3 = 2a_{ц} + 4(0,1a_{ц}) + 3,5(0,01a_{ц}) = 2,435a_{ц}$ или $d_3 = 2,435 \cdot 40 = 97,4$ м. Или же непосредственно по масштабу отсчитываем $d_3 = 80 + 16 + 1,4 = 97,4$ м.

Точность масштаба. Понятие точности масштаба соответствует способности человека с расстояния 25–30 см различать невооруженным глазом на плане точку диаметром около 0,1 мм. *Точностью масштаба t* называют

горизонтальный отрезок Δd на местности, соответствующий отрезку длиной 0,1 мм на плане масштаба 1 / М:

$$t = 0,0001M. \quad (2.3)$$

Например, точность масштаба 1:500 (в 1 см 5 м) будет равна $t = 0,0001 \cdot 500 = 0,05$ м.



а) с основанием 2 см; б) с основанием 1 см

Рисунок 2.1 – Линейные масштабы

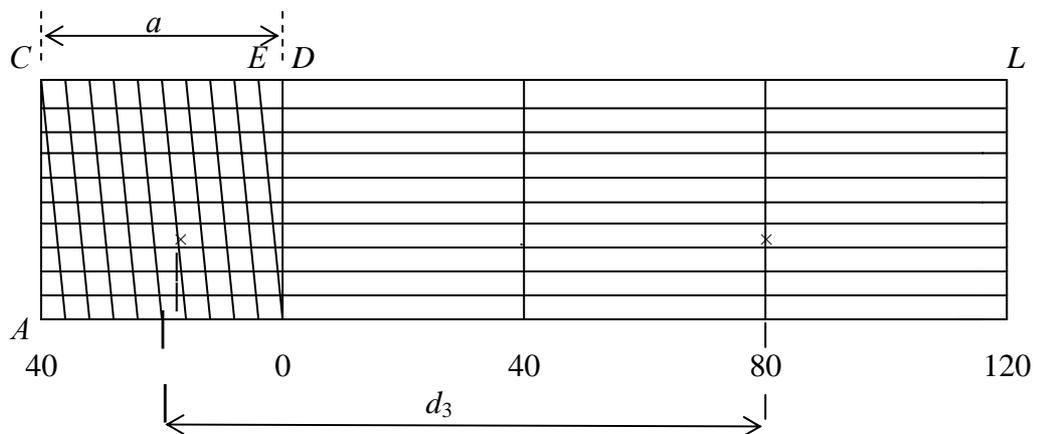


Рисунок 2.2 – Поперечный масштаб

Погрешности расстояний, измеренных по плану (карте). По ряду причин (погрешности съемочных работ, составления планов, печатания копий топографического чертежа, деформаций бумажной основы) изображения объектов местности на карте или на рабочем плане находятся каждое не на своем месте, а со средним отклонением от него $(\delta_{xy})_{\text{п}} \approx 0,2-0,4$ мм (в отдельных случаях отклонения достигают 0,7–1 мм). Расстояние $d_{\text{п}}$, измеряемое между такими точками по плану масштаба 1:М, получается со средней вероятной погрешностью $\delta d_{\text{п}} = (\delta_{xy})\sqrt{2} \approx 0,4-0,6$ мм. Средняя погрешность расстояния, измеренного по карте, оценивается по формуле

$$\Delta d = \delta d_{\text{п}} \cdot M = 0,0005 M. \quad (2.4)$$

Например, по плану масштаба 1:1000 расстояния определяются со средней погрешностью $\Delta d = 0,0005 \cdot 1000 = 0,5$ м. Если по такому плану с помощью поперечного масштаба определен отрезок $d_{\text{п}} = 155,3$ мм, то на местности $d = d_{\text{п}} \cdot M = 0,1553 \cdot 500 = 77,65$ м, и оценка средней погрешности результата составляет $\Delta d = \delta d_{\text{п}} \cdot M = 0,0005 \cdot 500 = 0,25$ м. Окончательная запись данного результата: $d = 77,65 \pm 0,25$ м. Следовательно, с учетом неизбежных допустимых графических погрешностей плана, измеряемые по нему расстояния, при необходимости указания его точности, следует характеризовать выражением

$$d = d_{\text{п}} M + \delta d_{\text{п}} M = d_{\text{п}} M + 0,0005 M. \quad (2.5)$$

2.2. НОМЕНКЛАТУРА ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ И ПЛАНОВ

Рамками каждой топографической карты на бумажном носителе или в электронном виде служат изображения отрезков меридианов и параллелей, которые на поверхности референц-эллипсоида пересекаются под прямыми углами. В проекции на плоскость рамки топографических карт образуют трапеции, размеры которых зависят от масштаба карты. Географические координаты и масштаб каждой топографической карты обозначены ее

шифром в единой системе, называемой номенклатурой топографических карт.

Номенклатура обзорной карты масштаба 1:1 000 000. Рамки листов такой карты представлены изображениями меридианов, проведенных через 6° , и параллелей – через 4° согласно схеме рис. 2.3. От экватора к северному и южному полюсам листы карт образуют 6-градусные по долготе *колонны*. Колонны пронумерованы от 1 до 60 на восток, начиная от меридиана с долготой 180° (колонна 31 расположена между меридианами 0 и 6°). Вдоль параллелей листы карт объединены в 4-градусные по широте *пояса*, обозначенные заглавными латинскими буквами от *A* до *V* от экватора к северу и симметрично от экватора к югу.

По схеме рис. 2.3 находим, что г. Минск ($\lambda \approx 27,6^\circ$; $\varphi \approx 53,8^\circ$) изображается на листе *N-35* обзорной карты масштаба 1:1 000 000 (одна миллионная). Западной и восточной сторонами рамки этой карты служат отрезки изображения меридианов с долготой 24 и 30° , южной и северной сторонами – отрезки изображения параллелей с широтой 52 и 56° .

Отметим, что карта (трапеция) *N-35* относится к 6-градусной координатной зоне №5 (см. рис. 1.5).

Номенклатура топографических карт. Для получения рамок топографических карт масштаба 1:100 000 (одна сотысячная) трапецию карты масштаба 1 : 1 000 000 разграфляют на $12 \times 12 = 144$ части, которые нумеруют по порядку (рис. 2.4, *a*). Номенклатура листов имеет вид *N-35-1*, *N-35-2* и т.д. В градусной мере каждая трапеция равна по широте $4^\circ : 12 = 240' : 12 = 20'$ (см. рис. 2.4, *a*), а по долготе (вдоль параллелей) – $6^\circ : 12 = 360' : 12 = 30'$. На рис. 2.4, *b* трапеция *N-35-16* изображена отдельно, широты и долготы ее сторон получены по рис. 2.4, *a*: $\varphi_c = 55^\circ 40'$; $\varphi_{ю} = 55^\circ 20'$; $\lambda_3 = 25^\circ 30'$; $\lambda_B = 26^\circ 00'$.

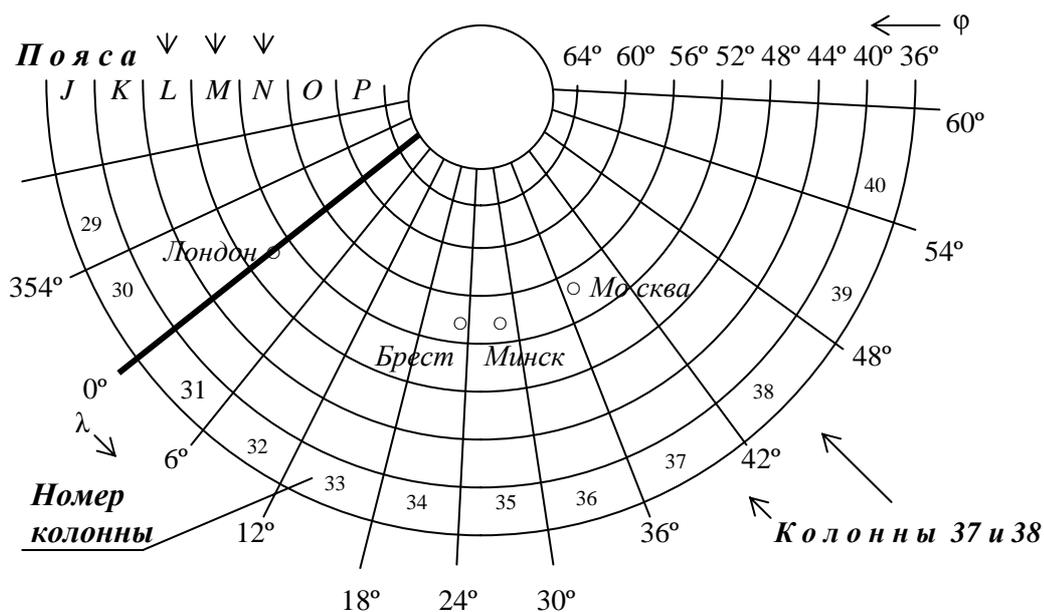
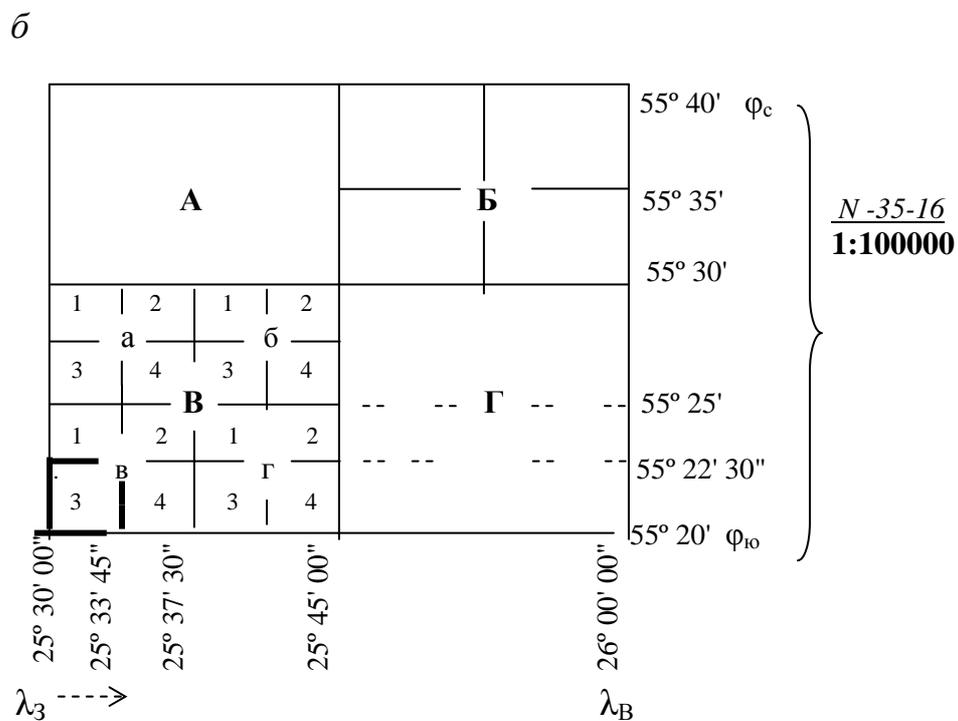
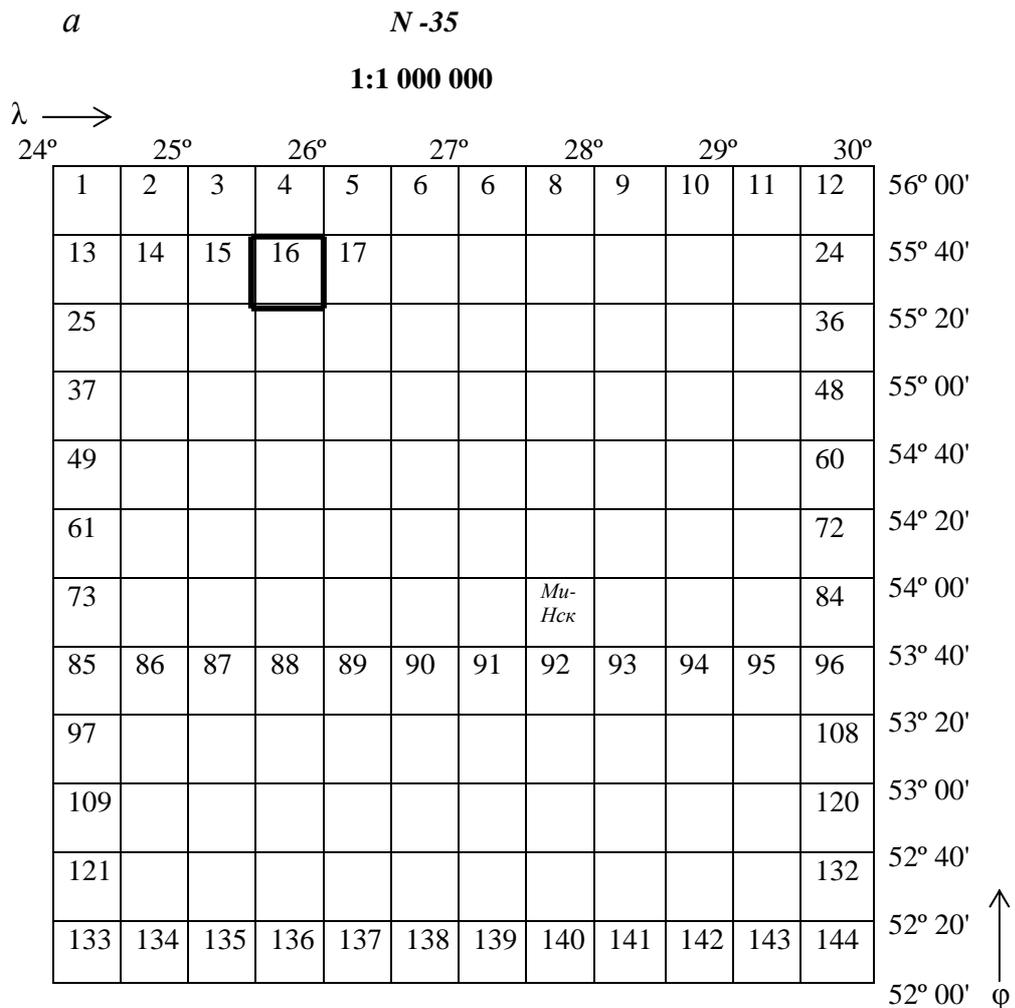


Рисунок 2.3 – Разграфка и номенклатура листов карты масштаба 1:1 000 000 (фрагмент)

Рамки карт масштаба 1 : 50 000 (одна пятидесятитысячная) получают разграфкой листов карт масштаба 1 : 100 000 на 4 части, которые обозначают заглавными буквами русского алфавита А, Б, В, Г (см. рис. 2.4, б). Карта N-35-16-В ограничена параллелями с широтами $55^{\circ} 20'$ и $55^{\circ} 30'$ и меридианами с долготами $25^{\circ} 30'$ и $25^{\circ} 45'$.

Рамки карт масштаба 1 : 25 000 получают разграфкой листов карт масштаба 1 : 50 000 на 4 части, которые обозначают строчными буквами русского алфавита а, б, в, г (см. рис. 2.4, б, лист В). Карта N-35-16-В-в очерчена параллелями с широтами $\varphi_{с} = 55^{\circ} 25'$, $\varphi_{ю} = 55^{\circ} 20'$ и меридианами с долготами $\lambda_{з} = 25^{\circ} 30'$, $\lambda_{в} = 25^{\circ} 37' 30''$.

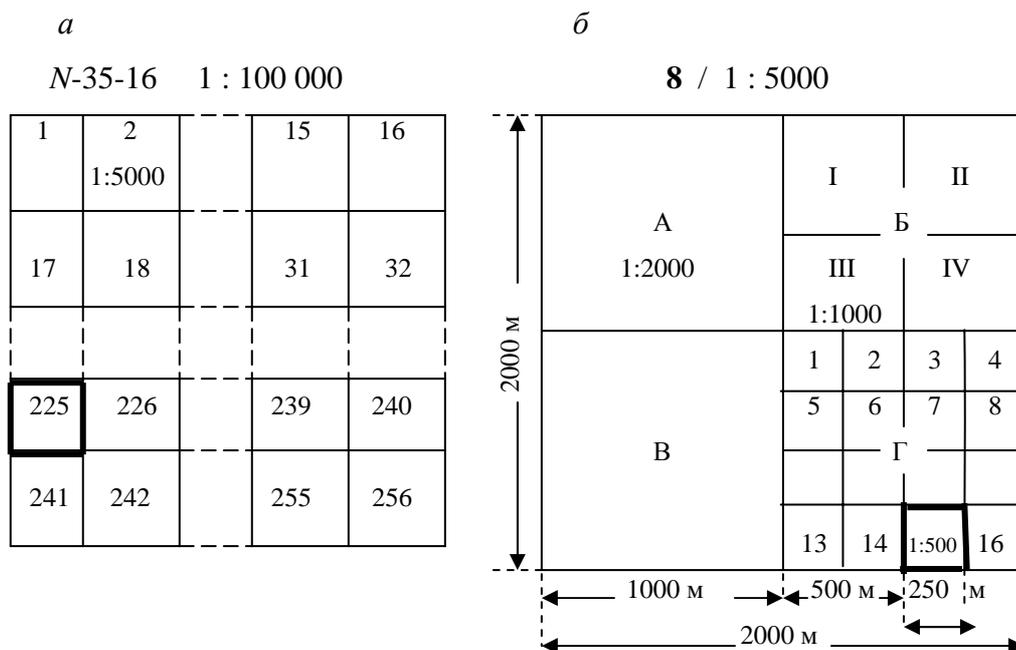
Рамки карт масштаба 1 : 10 000 образованы разграфкой листов карт масштаба 1 : 25 000 на 4 части, которые обозначены арабскими цифрами от 1 до 4 (см. рис. 2.4, б). Карта N-35-16-В-в-3 ограничена параллелями с широтами $\varphi_{с} = 55^{\circ} 22' 30''$; $\varphi_{ю} = 55^{\circ} 20'$, меридианами с долготами $\lambda_{з} = 25^{\circ} 30'$; $\lambda_{в} = 25^{\circ} 33' 45''$.



а) для карт масштаба 1 : 100 000; б) для карт масштабов 1 : 50 000, 1: 25 000, 1 : 10 000

Рисунок 2.4 – Разграфка топографических карт

Рамки топографических карт (планов) масштаба 1 : 5000 образуют разграфкой листов карт масштаба 1 : 100 000 на 256 частей (рис. 2.5, *a*), каждый планшет масштаба 1 : 5000 обозначают порядковым номером, заключенным в скобки, например на рисунке выделено обозначение планшета *N-35-16* (225).



a – топографических карт масштаба 1:5000; *б* – основных маркшейдерских чертежей земной поверхности для территорий площадью менее 20 км²

Рисунок 2.5 – Разграфка

Номенклатура маркшейдерских чертежей земной поверхности (планшетов). Маркшейдерские чертежи земной поверхности для участков площадью менее 20 км², а также чертежи открытых и подземных горных выработок в проекции на горизонтальную плоскость составляют на планшетах квадратной формы в местной системе прямоугольных координат. Размеры рамок плана на планшетах масштаба 1 : 5000 приняты 40×40 см, на планшетах более крупных масштабов – 50×50 см.

Планшеты масштаба 1 : 5000 на участок 2000×2000 м нумеруют по порядку арабскими цифрами (например лист 8 на рис. 2.5, *б*). Рамки чер-

тежей масштабов 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 (на участки в плане 1000×1000; 500×500 и 250×250 м) образованы последовательной разграфкой плана масштаба 1 : 5000 как показано на схеме рис. 2.5, б. Планшеты масштаба 1 : 2000 обозначают заглавными буквами русского алфавита, например 8-А; планшеты масштаба 1 : 1000 – римскими цифрами, например 8-Б-II, планшеты масштаба 1 : 500 – арабскими цифрами, например 8-Г-IV-15.

2.3. УСЛОВНЫЕ ЗНАКИ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ И ПЛАНОВ

Различные объекты местности изображаются на топографических и маркшейдерских картах и планах соответствующими условными знаками. *Контурными (масштабными) условными знаками* изображают очертания объектов в подобной форме, по ним можно определить размеры объекта в плане и его площадь.

Четкие контуры характерны для зданий и сооружений, и они на план наносятся соответствующими сплошными линиями. Нечеткие контуры местности (границы леса, пашни, луга, болота и др.), например березовой рощи на рис. 2.6, а, обозначаются пунктиром. Площадь внутри контура на плане заполняется условными знаками леса, вырубки, луга и т.д.

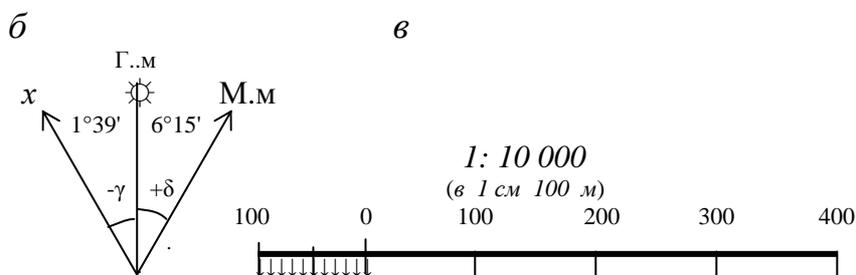
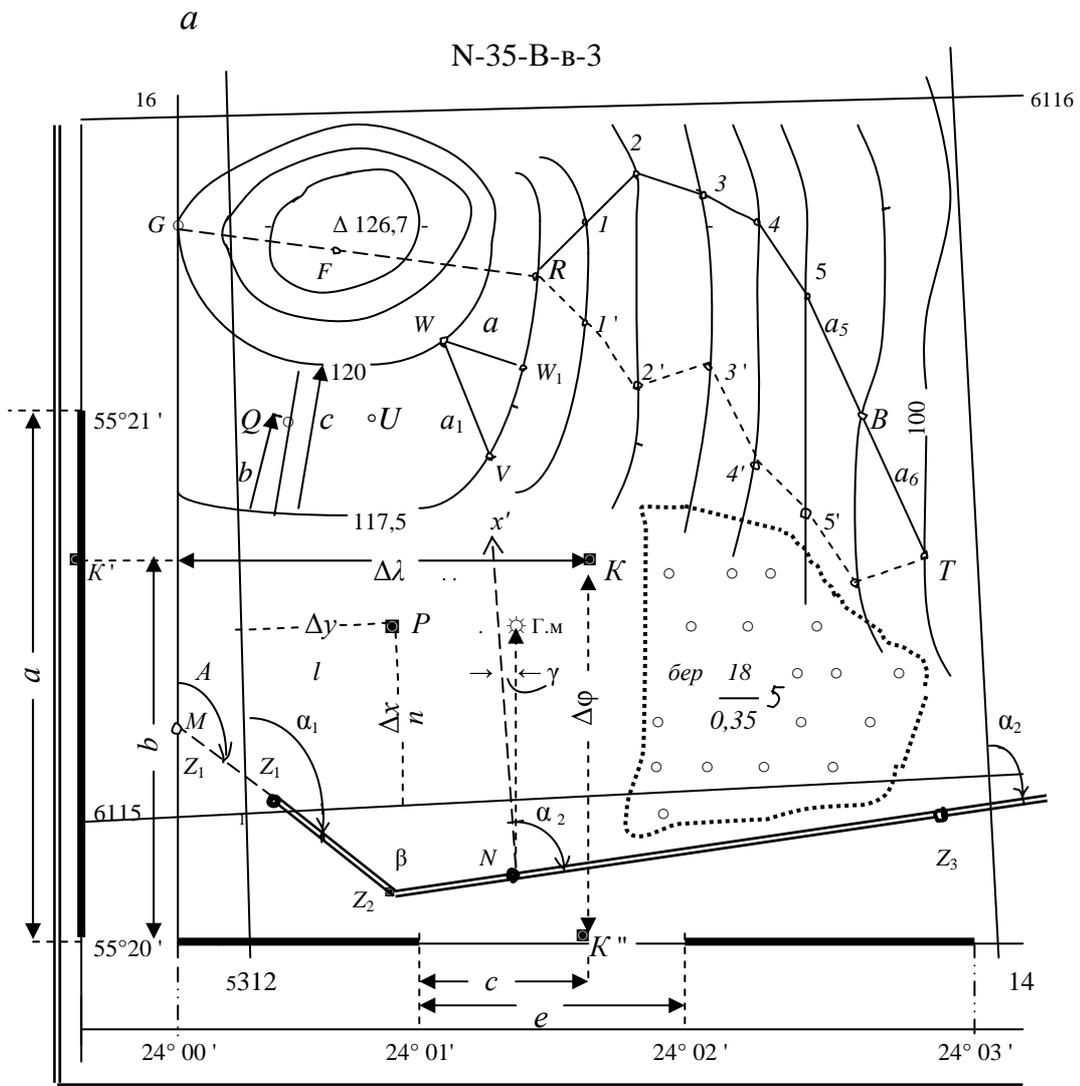
Внемасштабные условные знаки применяют для изображения объектов, которые в масштабном уменьшении отображаются на плане размером в 0,3-0,1 мм и мельче. Тогда, например, колодцы, опоры линий электропередачи, столбы показывают увеличенными до 1-2 мм внемасштабными условными знаками, которые легко читаются.

Линейные условные знаки используют для нанесения на топографический чертеж дорог, канав, оград, трубопроводов, кабелей и т.п.

Изображения на плане и профиле дорог и рек, тоннелей, труб по ширине могут быть масштабными и внемасштабными.

Условные знаки дополняют пояснительными надписями, например “пашня”, “огород”, “изрыто”, “просадки”, буквенными обозначениями и

цифровыми данными. Например, на рис 2.6, а указаны характеристики объекта: березовая роща, 18 м – средняя высота деревьев, 0,35 м – средняя толщина ствола на высоте 1,5 м от поверхности земли, 5 м – среднее расстояние между деревьями.



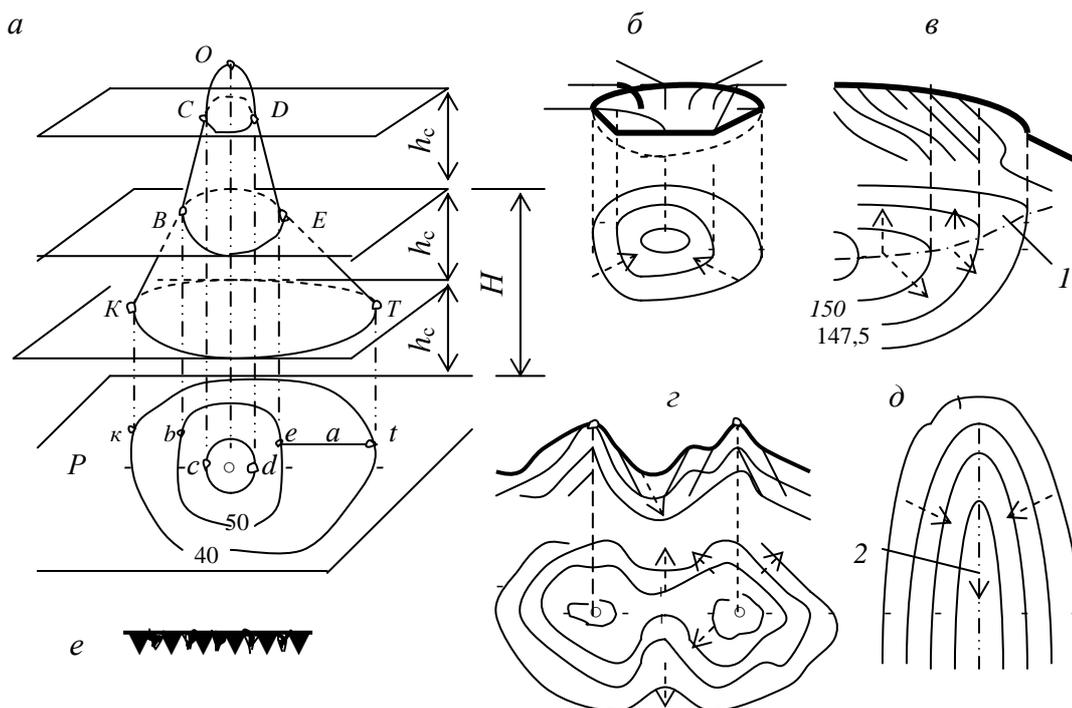
а – часть рамки и километровой сетки; б – (x – вертикальные линии километровой сетки; Г..м – географический меридиан; М..м – магнитный меридиан); в – численный и линейный масштабы

Рисунок 2.6 – Схема части топографической карты

Изображение рельефа местности. *Рельефом местности называют совокупность неровностей земной поверхности.* Рельеф местности отображается на топографических картах и планах и обязательно учитывается при изучении природных образований, проектировании и строительстве всех видов сооружений. Рельеф на картах и планах изображают горизонталями, т.е. линиями равных высот. На местности горизонталь соответствует, например, береговая линия спокойной водной поверхности – линия сечения земной поверхности данной уровенной поверхностью.

Схема пересечения горы несколькими уровенными поверхностями показана на рис. 2.7. Линии пересечения CD , BE , и KT проецируют отвесно на уровенную поверхность или же на горизонтальную плоскость P , на которой они изображаются замкнутыми кривыми линиями – горизонталями. Вертикальное расстояние h_c между соседними секущими уровенными поверхностями называется *высотой сечения рельефа* (см. рис. 2.7). Горизонтальное расстояние a между горизонталями (в расчете на местность) именуется *заложением*. Высота H горизонтали над исходной уровенной поверхностью выражается числом, называемым *отметкой горизонтали*. На рис. 2.7 для сечения KT отметки точек горизонтали $H_K = H_T = 40$ м; высота сечения рельефа $h_c = 10$ м. Сечения BE и CD представлены на поверхности P горизонталями be и cd с отметками 50 и 60 м. Высоту горизонтали подписывают так, чтобы основание цифр располагалось в сторону понижения местности. Горизонталь дополняются бергштрихами, показывающими направление понижения местности. На картах и планах горизонталь прорисовывают плавными линиями светло-коричневого цвета и некоторые из них утолщают: каждую пятую при $h_c = 1, 2, 5$, и 10 м и каждую четвертую при $h_c = 0,5$ и 2,5 м.

Среди многообразных форм рельефа выделяют основные, которые изображены на рис. 2.7 и 2.8.



a – горизонтальные сечения горы и проекция горизонталей на уровенную поверхность; *б* – котловина; *в* – хребет; *г* – седловина; *д* – лощина;
е – обрыв; *1* – ось хребта; *2* – линия водостока (талъвег);
 ----> – направление стока поверхностных вод

Рисунок 2.7 – Изображение основных форм рельефа горизонталями:

Гора – куполообразная возвышенность (см. рис.2.7, *a*). Вершина горы характеризуется наивысшей отметкой, боковые скаты горы заканчиваются снизу *подошвой*.

Котловина (замкнутая впадина) образована отлогими склонами от бровки до ее дна – самой низкой точки (рис. 2.7, *б*). Изображение котловины горизонталями на карте похоже на изображение горы. Эти формы рельефа распознают по направлению бергштрихов и расположению подписей высоты горизонталей.

Хребет – вытянутая возвышенность, в которой противоположные скаты разделяются осью хребта, называемой также водораздельной линией (линия *1* на рис. 2.7, *б*).

Седловина – понижение местности между двумя возвышенностями (рис. 2.7, *г*).

Лощина – вытянутое, понижающееся в одном направлении углубление, плавные склоны которого сходятся вдоль линии водослива, или тальвега (линия 2 на рис. 2.7, д).

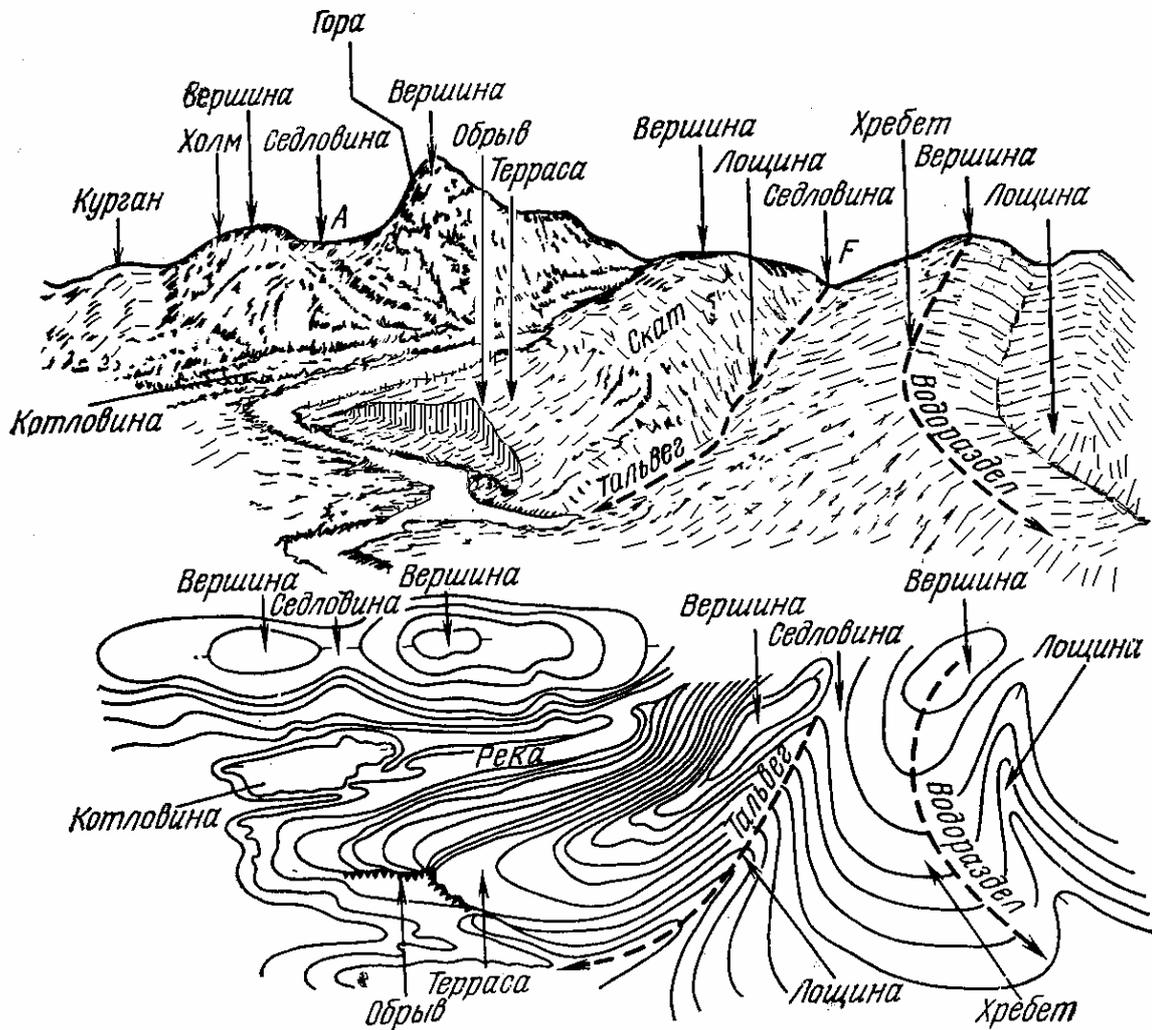


Рисунок 2.8 – Формы рельефа и их изображение горизонталями

Обрыв – крутой склон, возникший в результате обрушения грунтовых масс на дно свежей промоины или котлована; верхнюю бровку обрыва на план наносят условным знаком рис. 2.7, е (данная форма рельефа постепенно преобразуется в пологий склон под действием дождевых и талых вод).

Овраг – свежая промоина с противоположными обрывистыми склонами (со временем преобразуется в лощину).

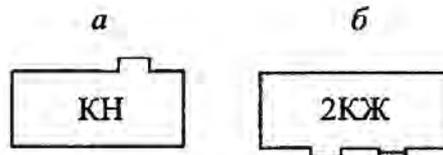
Условные знаки для топографических планов несколько отличаются от условных знаков для топографических карт. Для маркшейдерских планов применяют топографические и специальные условные знаки. В таблице 2.1. приведены примеры условных знаков для топографических планов масштабов 1 : 500 и 1 : 1000.

Таблица 2.1 – Условные знаки для крупномасштабных топографических планов

Пункты государственной геодезической сети	 82,3
Пункты геодезических сетей сгущения	 76,5
Нивелирные реперы	 91,0
Высоты точек	 84,7

Строения:

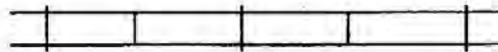
- а* – одноэтажные;
- б* – многоэтажные



КН – каменный нежилой; 2КЖ – двухэтажный каменный жилой

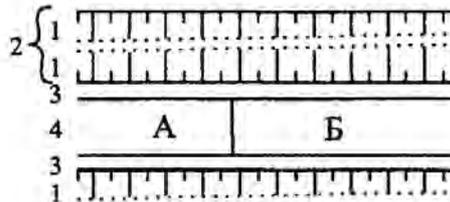
Линейные сооружения:

трамвайные пути,



дороги

- 1 – откос; 2 – кювет;
- 3 – обочина;
- 4 – проезжая часть;
- А – асфальт;
- Б – булыжник

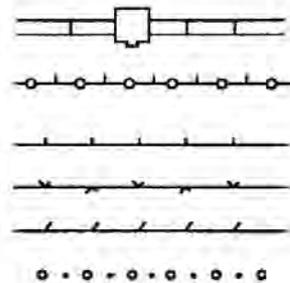


Линии телефонной и телеграфной связи



Ограждения:

- ограды каменные и железобетонные
- ограды деревянные на металлических и железобетонных опорах
- заборы деревянные
- ограждения из провололочной сетки
- изгороди
- живые изгороди



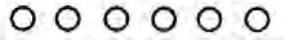
Растительность:

отдельно стоящие деревья:

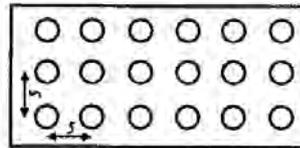
a – лиственные; *б, в* – хвойные

<i>a</i>		Тополь
<i>б</i>		Сосна
<i>в</i>		Ель

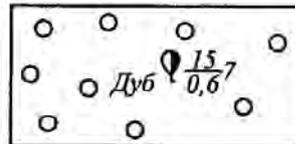
узкие полосы лесонасаждений



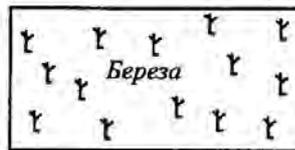
сады фруктовые



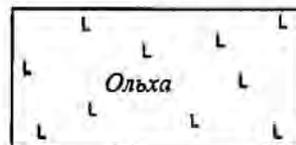
древесная растительность



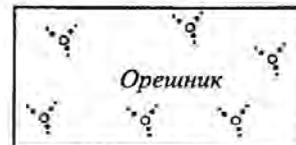
горелый и сухостойный лес



вырубленный лес



сплошные заросли кустарника



2.4. РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО КАРТАМ И ПЛАНАМ

Определение географических координат. Схематический фрагмент топографической карты показан на рис. 2.6, *a*. На западной и южной сторонах рамки фрагмента внутренние линии представляют меридиан долготой $\lambda = 24^\circ 00'$ и параллель широтой $\varphi = 55^\circ 20'$. Изображения меридиана и параллели размечены через $1'$ линиями чередующейся толщины. На рис. 2.6, *a* подписаны значения широты южной стороны рамки $\varphi = 55^\circ 20'$ и минутного деления меридиана $\varphi = 55^\circ 21'$. Чтобы определить широту точки *K* следует с помощью циркуля или линейки-угольника найти ее проекцию *K'* на шкалу минут меридиана. Приближенное значение широты точки *K'*

находим на глаз: $\varphi_K \approx 55^\circ 20,7 \approx 55^\circ 20' 42''$. Более точное значение широты вычисляется по формуле $\varphi_K \approx 55^\circ 20' + 60''(b/a)$, где b и a – отрезки, измеренные на карте с точностью 0,1–0,2 мм (например, измерив $b = 34,2$ мм и $a = 46,6$ мм, находим $\varphi_K = 55^\circ 20' 44,4''$). Аналогично отмечаем проекцию K'' точки K на шкалу долгот, находим приближенное значение долготы $\lambda_K \approx 24^\circ 01,6'$ и более точное $\lambda_K = 24^\circ 01' + 60''(c/e)$.

Примечание – Погрешность значений φ_K и λ_K определяется также отклонением изображения объекта K от точного положения на карте (см. формулы (2.4) и (2.5) и графических неточностей получения проекций K' и K'').

Определение прямоугольных координат точек. Горизонтальные линии километровой сетки на схеме топографической карты (см. рис. 2.6, а) подписаны на западной стороне рамке значениями абсцисс $x = 6115$ км и $x = 16$ км (на карте сокращена полная запись $x = 6116$), отсчитанными от экватора. Абсцисса точки P равна $x_P = x + \Delta x$, где $\Delta x = nM$ – отрезок, измеренный по плану с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки; n – длина отрезка на плане; $1 : M$ – масштаб плана.

Преобразованная (условная) ордината (см. §1.3) точки P равна $y_P = y + \Delta y$, где $y = 5312$ км – преобразованная ордината вертикальной линии километровой сетки (здесь 5 – номер зоны); $\Delta y = lM$ – отрезок, измеренный по плану. Действительная зональная ордината y_{PD} получается после вычитания 500 км из значения y_P (например, если $y_P = 5312,144$ км, то $y_{PD} = 5312,144 - 500 = -187,856$ км; знак “минус” указывает, что точка P расположена к западу от осевого меридиана зоны №5. Измеренные по карте значения x_P и y_P содержат погрешности, которые можно оценить с учетом формул (2.4) и (2.5).

Определение углов ориентирования выполняют либо при помощи транспорта, либо решением обратной геодезической задачи. С помощью транспорта географический азимут A прямого отрезка Z_1Z_2 можно измерить, продолжив отрезок до пересечения с изображением меридиана в точке M . Дирекционные углы α_1 , α_2 прямых линий Z_1Z_2 и Z_2Z_3 измеряют относительно северного направления вертикальных линий ки-

лометровой сетки. Расхождение между значениями A и α равно углу γ сближения осевого меридиана (параллельной ему линии) и географического меридиана (Г.м) данной точки N (см, рис. 2.6, *a*). Погрешность измерения углов транспортом составляет $0,1-0,25^\circ$.

С точностью 1-3' дирекционный угол линий Z_1Z_2 и Z_2Z_3 определяется решением *обратной геодезической задачи* (см. § 1.5). Для этого необходимо по карте определить абсциссы и ординаты точек Z_i с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки.

Определение высоты сечения рельефа и высоты точек. *Высота сечения рельефа* h_c определяется, например, по подписям высоты горизонталей (см. рис. 2.6, *a*): между горизонталями 110 и 120 м расположены четыре ступени сечения, следовательно $h_c = (120 - 110)/4 = 2,5$ м.

Высотная координата точки (отметка), лежащей на горизонтали, равна высоте этой горизонтали (на рис. 2.6, *a* отметка точки G равна $H_G = 120$ м; точки R равна $H_R = 117,5$ м). Отметка точки Q , лежащей между горизонталями 117,5 и 120 м равна $H_Q = 117,5 + \Delta h$, где $\Delta h = h_c(b/a)$ – это часть полного сечения $h_c = 2,5$ м, здесь b и a – отрезки, измеряемые по плану с точностью до 0,1 мм в направлении кратчайшего расстояния между горизонталями. Если $b/a = 0,6$, то $\Delta h = 1,5$ м и $H_Q = 117,5 + 1,5 = 119$ м.

Погрешности отметок точек G и Q зависят от точности нанесения горизонталей на план. Для земной поверхности с углами наклона $v \leq 2^\circ$ и для поверхности с углами наклона $v > 2^\circ$ максимальную погрешность $2m_H$ определения отметок H относительно горизонталей оценивают соответственно величинами

$$2m_H \approx h_c / 4 \quad \text{и} \quad 2m'_H \approx h_c / 3, \quad (2.6)$$

где h_c – высота сечения рельефа.

Среднее значение погрешности m_H отметки H , определенной относительно горизонталей плана, оценивается соответственно величинами

$$m_H \approx h_c / 8 \quad \text{и} \quad m'_H \approx h_c / 6. \quad (2.7)$$

В нашем примере для результата $H_Q = 119$ м при $v \leq 2^\circ$ находим погрешности $2m_H \approx 2,5/4 = 0,6$ м и $m_H \approx 2,5/8 = 0,3$ м.

Построение профиля местности. Продольный профиль (рис. 2.9) составлен по данным карты (рис. 2.6, а) для вертикальной плоскости GR . Горизонтальный масштаб профиля принят равным масштабу карты. В нижней строке сетки профиля вертикальными штрихами отмечены точки пересечения линии GE с горизонталями карты и точка F с максимальной отметкой. Указаны расстояния d между этими точками, измеренные по карте с помощью линейного масштаба. В строке H , м записаны высоты названных точек. Значения H отложены по разметке на перпендикулярах к линии GR в вертикальном масштабе $1 : M_B$. Обычно вертикальный масштаб принимается в 10 раз крупнее горизонтального. Через концы перпендикуляров проведены прямые отрезки, представляющие профиль земной поверхности ломаной линией с преувеличенными неровностями для наглядности отображения.

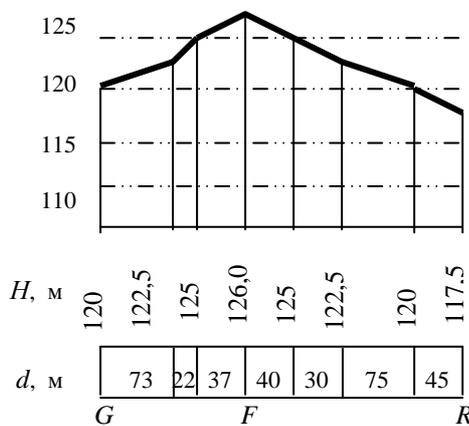


Рисунок 2.9 – Продольный профиль

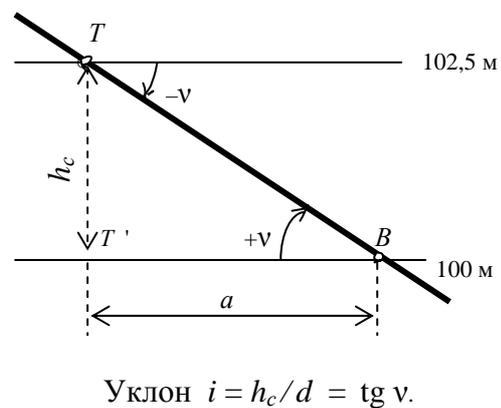


Рисунок 2.10 – Элементы ската

Определение крутизны ската. При определении по карте угла наклона отрезка линии произвольно ориентированного относительно горизонталей используют *заложение* – это расстояние на карте между двумя последовательными горизонталями по произвольному направлению, например заложение a_1 по направлению WV на рис. 2.6, а. *Крутизна ската*

определяется по *заложению ската*, которое представляет кратчайшее расстояние $a = WW_1$ на карте между двумя последовательными горизонталями (см. рис. 2.6, *a*). Крутизна ската между двумя горизонталями рассматривается в вертикальной плоскости (рис. 1.10) и характеризуется углом наклона v , т.е. углом между линией ската и горизонтальной плоскостью. В направлении заложения ската $a = WW_1$ (см. рис. 2.6, *a*) крутизна линии максимальна.

Наклон отрезков прямых линий характеризуют также уклоном. В общем случае *уклон – это отношение превышения к горизонтальному продолжению между двумя точками или тангенс угла наклона* т.е.

$$i = h/d = \operatorname{tg} v. \quad (2.8)$$

Уклон ската между двумя горизонталями (см. рис. 2.10) равен

$$i = h_c/a = \operatorname{tg} v, \quad (2.9)$$

где h_c – высота сечения рельефа; $a = a_{\text{п}} \text{ М}$ – горизонтальное расстояние, соответствующее заложению $a_{\text{п}}$, измеренному на карте;

М – знаменатель масштаба карты; v – угол наклона линии ската TB .

На рис. 2.10 в направлении TB при $h_c = + 2,5$ м; $a = a_{\text{п}} \text{ М} = 153$ м, уклон (тангенс угла наклона) $i = + 0,0163$.

Уклон выражают в натуральных значениях отношения h/d , или же в процентах ($100 i$), или в промилле или “тысячных” ($1000 i$), тогда в нашем примере $i = +1,63\%$, или $i = +16,3\text{‰}$. Угол наклона в градусной мере вычисляют через $\operatorname{arc} \operatorname{tg} i$, например $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,0163 = + 0,9349^\circ = +0^\circ 56'$.

На рис. 2.6, *a* заложение ската $WW_1 = a_{\text{п}} \text{ М} = 77$ м, уклон ската $i = - 2,5 / 77 = - 0,0325$, угол наклона ската $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,0325 = - 1,859^\circ = - 1^\circ 52'$. В более пологом направлении WV заложение $a_1 = a_{\text{п}} \text{ М} = 121$ м, уклон отрезка $i = - 0,0207$; угол наклона $v = - 1,184^\circ = - 1^\circ 11'$.

Графики заложений. Графики заложений используют для приближенного определения углов наклона или уклонов по карте с горизонталя-

ми. На горизонтальной оси графика углов наклона (рис. 2.10, *a*) через равные отрезки подписывают углы наклона в градусах. Вычисляют заложение $a_{\text{п}}$ по формуле

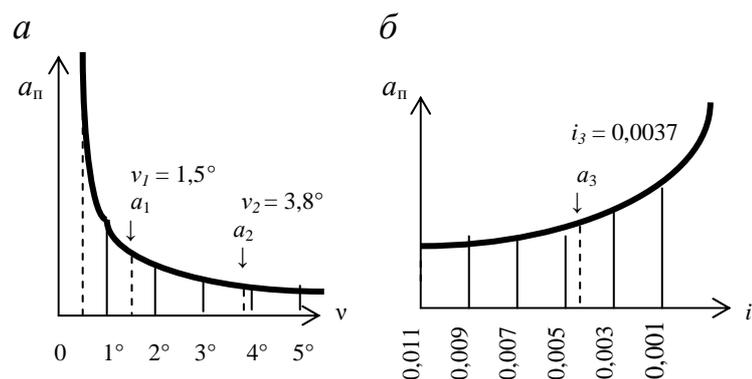
$$a_{\text{п}} = (h_c / \text{tg } v) : M.$$

Через концы построенных отрезков $a_{\text{п}}$ проводят плавную кривую. В раствор циркуля-измерителя берут на карте заложение a_1 , переносят его на график заложений (см. рис. 2.11, *a*) и определяют по графику угол наклона $v_1 = 1,5^\circ$. Для заложения a_2 находим $v_2 = 3,8^\circ$.

График заложений для уклонов рассчитывают по формуле (2.10)

$$a_{\text{п}} = (h_c / i) : M. \quad (2.10)$$

Горизонтальную ось i графика (рис. 2.11, *б*) размечают через выбранные интервалы уклонов. Плавную кривую заложений проводят через концы отрезков $a_{\text{п}}$. Заложение, например a_3 , берут с карты в раствор циркуля-измерителя и по графику определяется искомый уклон $i_3 = 0,0037$. Погрешность результатов определения угла наклона и уклона определяется в первую очередь неточностями положения горизонталей на плане и составляет десятые доли градуса.



a – для углов наклона; *б* – для уклонов
Рисунок 2.11 – Графики заложений

Нанесение на карту проектной линии с уклоном, не превышающим предельно допустимой величины. На рис. 2.6, *a* проектная ломаная линия проведена между точками *R* и *T* с учетом предельно допустимого

уклона ее отрезков $i_{\text{доп}} = 0,034$. Масштаб схематической карты $1 : M = 1 : 10\,000$, высота сечения рельефа $h_c = 2,5$ м. По формуле (2,10) вычислено допустимое минимальное заложение между двумя последовательными горизонталями $a_{\text{п min}} = (2,5 / 0,034) : 10\,000 = 0,0073$ м = 7,3 мм. Данный отрезок взят в раствор циркуля-измерителя по линейному масштабу на рис. 2.6, в, затем из точки R (см. рис. 2.6, а) циркулем сделана засечка соседней горизонтали в точках I и I' . Для продолжения от точки I сделаны последовательные засечки горизонталей в точках 2, 3, ..., 5. На точку T вышли по прямой, имея в виду, что на участке $5-T$ заложения a_5 и a_6 больше минимально допустимого $a_{\text{п min}}$, следовательно здесь уклоны отрезков проектной линии меньше предельно допустимого и поставленное условие выполнено. Второй вариант проектной линии $R - I' - 2' \dots - T$ рассматривается как конкурентный.

По картам и планам решаются и другие инженерные задачи, среди них: определение площади участка, границ водосборной территории, объем водохранилища, объем отвалов горных пород и др.

Измерение площадей. Площадь территории горного предприятия, населенного пункта или участка местности можно определить по топографической карте или плану способами: геометрическими, аналитическим и механическим, рассмотренными в § 7.6.

2.5. ОРИЕНТИРОВАНИЕ КАРТЫ НА МЕСТНОСТИ

Когда топографические карты и специальные маркшейдерские планы используются специалистами горного дела и геологами на местности, то может возникнуть необходимость решения следующих задач:

- ориентирование карты (чертежа) на местности;
- определение на карте места стояния наблюдателя;
- определение положения на местности объекта, показанного на карте.

Инструментальное ориентирование карт и планов производится при помощи приборов с магнитной стрелкой – горного компаса или буссоли,

ситуационное ориентирование выполняется относительно четких контуров местности, изображенных на карте.

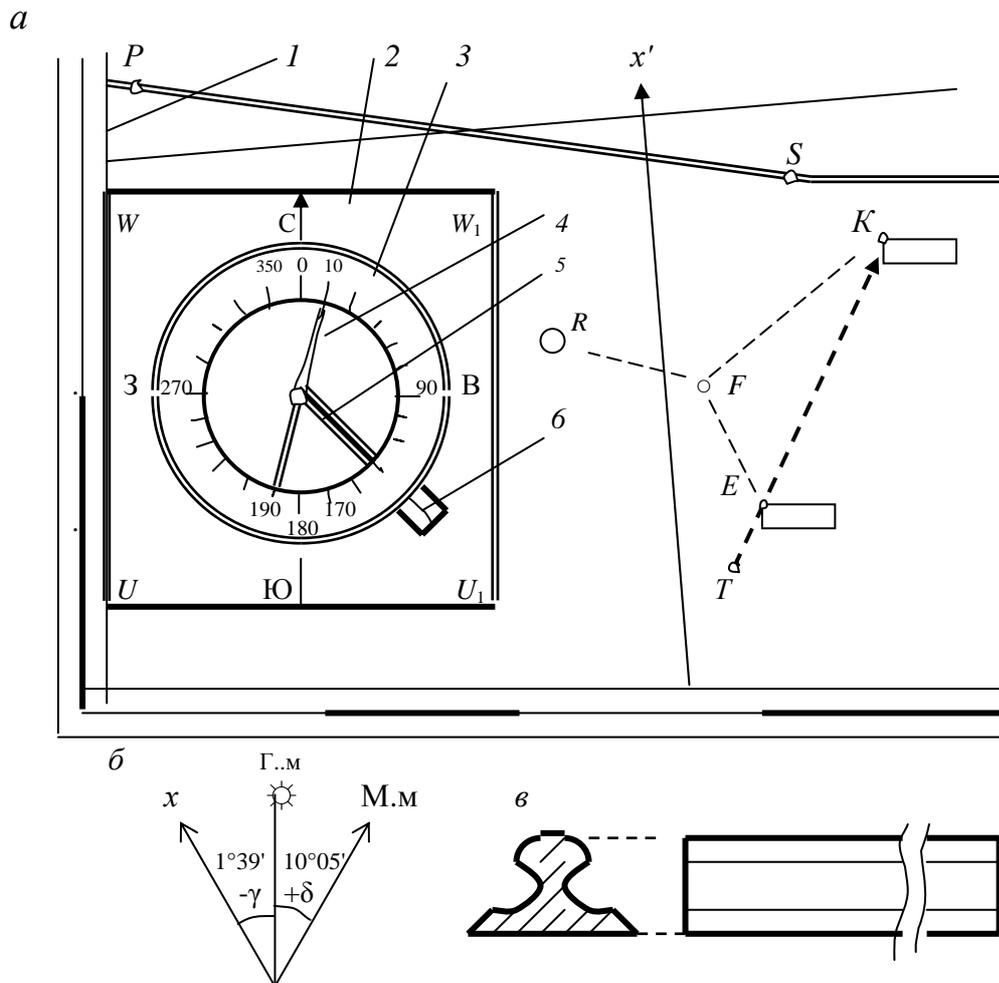
Устройство буссоли для ориентирования карт показано на рис. 2.12. Основанием прибора служит деревянная или пластиковая линейка 2, скошенный край DN которой служит визирным устройством. На линейке укреплено устройство в виде круглой коробки, именуемое собственно буссолью, которое используется практически во всех геодезических и маркшейдерско-геодезических приборах, предназначенных для ориентирования относительно силовых линий геомагнитного поля Земли. Магнитная стрелка 4 опирается на острие иглы, укрепленной в центре коробки. Круговая шкала градусных делений 3 служит для отсчитывания магнитных азимутов. В нерабочем положении магнитная стрелка должна быть прижата к защитному стеклу коробки при помощи арретира, состоящего из плоской пружины 5 и направляющей головки 6. Во избежание повреждения опоры магнитной стрелки и острия иглы, отшлифованных на минимальные силы трения между ними, магнитная стрелка опускается на кончик иглы только на время измерений.

Выполняются следующие сокращенные полевые поверки буссоли при ее горизонтальном положении на устойчивой опоре, не содержащей стальных деталей и других магнитных материалов:

1. *Магнитная стрелка должна свободно вращаться.* Магнитную стрелку в рабочем положении отклоняют, воздействуя стальным предметом. Каждый раз после устранения предмета магнитная стрелка должна устанавливаться на один и тот же отсчет по градусному кольцу с погрешностью в пределах $0,1-0,2^\circ$.

2. *Магнитная стрелка не должна иметь эксцентриситета относительно кольца градусных делений.* При проверке берут пары отсчетов по круговой градусной шкале относительно северного и южного концов магнитной стрелки каждый раз после поворота буссоли на очередные $30-40^\circ$. В исправной буссоли пары отсчетов различаются на $180^\circ \pm 0,1^\circ$. В случае

значительного эксцентриситета последние цифры пар отсчетов могут различаться свыше $\pm 0,3^\circ$. При работе такой bussolью отсчеты следует брать по северному и южному концам магнитной стрелки и окончательный отсчет принимать для северного конца стрелки как среднее по последним цифрам отсчета, например при отсчетах $a_c = 46,3$; $a_{ю} = 226,8^\circ$ окончательный отсчет $a_c = 46,5^\circ$.



a – положение скошенного края основания bussolьи относительно меридианальной стороны рамки карты; *б* – схема углов сближения меридианов и склонения магнитной стрелки; *в* – визирная линейка;
x – линия, параллельная оси абсцисс 6-градусной зоны; Г.м – линия географического меридиана; М.м – линия магнитного меридиана; γ – угол сближения меридианов;
 δ – склонение магнитной стрелки;
(1 – линия меридиана на западной стороне рамки карты; *2* – линейка в основании bussolьи; *3* – градусное кольцо bussolьи; *4* – магнитная стрелка; *5* – прижимная пластинка и ее головка *б)*

Рисунок 2.12 – Ориентирование карты при помощи bussolьи и визирной линейки

3. Нулевой диаметр СЮ градусного кольца должен быть параллелен скошенному краю UW линейки, а скошенные края UW и U_1W_1 должны быть взаимно параллельны. Для поверки измеряют расстояния штрихов 0° и 180° градусного кольца от края UW с точностью 0,1-0,2 мм и расстояния между краями линейки UW и U_1W_1 с точностью 0,1 мм.

4. Магнитная стрелка должна быть уравновешена. Если при горизонтальном положении буссоли магнитная стрелка негоризонтальна, то ее уравновешивают при помощи муфточки, изготовленной из алюминиевой фольги.

Ориентирование карты (чертежа) на местности при помощи буссоли

1. *Ориентирование буссолью по географическому меридиану карты.* Для ориентирования карты с точностью $0,2-0,5^\circ$ ее помещают на плоский лист фанеры или пластика (планшет), горизонтально установленный на устойчивой опоре (на штативе). Один из краев линейки, например UW , прикладывают к западной или восточной стороне рамки карты (см. рис. 2.12, а), затем планшет вращают, пока северный конец магнитной стрелки не установится на отсчет, соответствующий величине склонения магнитной стрелки, указанной на карте (на рис. 2.12, б склонение восточное $\delta = +10^\circ 05'$, а на рис. 2.12, а отсчет по северному концу стрелки приближенно равен $a_c \approx 10,0^\circ$, по южному $a_{ю} \approx 189,8^\circ$, погрешность за счет эксцентриситета величиной $\approx 0,2^\circ$ допустима).

2. *Ориентирование при помощи вертикальной линии километровой сетки.* При этом один из краев линейки UW или U_1W_1 прикладывают к линии x' , показанной на рис. 2.12, а, планшет вращают до получения по северному концу магнитной стрелки отсчета $a_c = \delta - \gamma$. Согласно рис. 2.12, б имеем $\delta = +10^\circ 05'$; $\gamma = -1^\circ 39'$ и находим $a_c = \delta - \gamma = +10^\circ 05' - (-1^\circ 39') = 11^\circ 44' \approx 11,7^\circ$.

3. *Ориентирование при помощи визирной линейки относительно местных предметов, показанных на карте.* Для ориентирования относительно прямолинейного участка шоссейной дороги наблюдатель в точке P (см.

рис. 2.12, *a*) приводит планшет с картой в горизонтальное положение и совмещают скошенный край визирной линейки (рис. 2.12, *в*) с линией PS карты. Планшет поворачивают в положение, при котором направление визирной линейки совпадает с направлением шоссе на местности. При ориентировании относительно других постоянных объектов, например зданий, планшет устанавливают в произвольной точке T створа EK (см. рис. 2.12, *a*) и совмещают скошенный край линейки на планшете с опознанными точками E и K , затем планшет ориентируют, визируя вдоль скошенного края линейки на точки створа.

Определение места стояния наблюдателя может быть выполнено различными способами в зависимости от ситуации на местности. Например, положение точки стояния T в створе KE определяется после измерения длины отрезка ET . По этим данным точку наносят на карту (план).

В случае отсутствия вблизи определяемой точки F четких объектов местности, эту точку можно нанести на план графическим способом Болотова. Над точкой F на местности (см. рис. 2.12, *a*) укрепляют планшет с листом восковки или прозрачного пластика. В середине планшета на восковку наносят точку f и, прикладывая к ней скошенный край визирной линейки, направляют линейку на точки местности R , K и T , показанные на карте, прочерчивают на восковке соответствующие направления fR , fK и fT . Затем восковку накладывают на план, добиваясь, чтобы все начерченные направления проходили через соответствующие точки карты. Точка f переносится с кальки на карту как точка F стояния наблюдателя.

Определение положения на местности объекта Z , показанного на карте. Планшет с картой устанавливают над опознанной точкой G местности и ориентируют либо при помощи буссоли, либо визирной линейки по другим опознанным точкам. Для отыскания в натуре места объекта Z ребро линейки на карте совмещают с изображениями точек G и Z и получают направление, вблизи которого находится объект Z . При необходимости

дополнительно по карте определяют расстояние GZ и измеряют его на местности от точки G до расчетного места точки Z .

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Чем различаются планы и карты? **2.** Что такое профиль местности? **3.** Численный, линейный и поперечный масштабы, их особенности и назначение. **4.** Начертите линейный масштаб для численного $1 : 500$. **5.** Начертите поперечный масштаб с основанием 2 см и используйте его для нанесения на план масштаба $1 : 500$ отрезков $d_1 = 53,5$ м; $d_2 = 90,2$ м. **6.** Назовите предельную точность масштабов $1 : 500$; $1 : 1000$; и $1 : 2000$. **7.** С какой погрешностью практически измеряют расстояния по плану или карте? **8.** Определите долготу меридианов и широту параллелей, образующих рамку карты с номенклатурой М-41-27-Б—2-3. **9.** Опишите основные группы условных знаков для топографических планов и карт. **10.** Определите понятие горизонтали и изобразите горизонталями основные формы рельефа. **11.** Опишите содержание терминов: высота сечения рельефа, заложение, крутизна ската, его угол наклона и уклон. **12.** Определите по рис. 2.6. a с помощью графиков заложений на рис. 2.10 угол наклона и уклон отрезков $R-I$ и BT . **13.** Вычислите уклон и угол наклона отрезка $AB = 100,00$ м на местности, если $H_A = 105,44$ м; $H_B = 106,64$ м. **14.** Скопируйте на восковку горизонтали с карты масштаба $1 : 10\,000$ или имеющегося плана (можно с рис. 2.6.) и составьте профиль по линии $G-I$. **15.** На той же копии найдите ломаную линию, отрезки которой должны бить с уклоном не большим допустимого $i_{\text{доп}} = 0,006$. **16.** По рис. 2.6 определите прямоугольные координаты и высоту (отметку) точки U . **17.** Определите погрешности решения рассмотренных задач. **18.** Опишите устройство буссоли для ориентирования карт на местности. **19.** Изложите необходимые поверки буссоли. **20.** Раскройте способы ориентирования карт и планов на местности. **21.** Опишите способы нанесения на карту места стояния наблюдателя. **22.** Как определить на местности положение объекта, показанного на карте?

Г Л А В А 3

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И КОНТРОЛЯ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. МАРКШЕЙДЕРСКО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ОЦЕНКА ИХ ТОЧНОСТИ

Измерением называют *процесс сравнения какой-либо физической величины с другой, однородной ей величиной, принятой за единицу меры* (меры длины, угла, массы, времени и др.). Результат измерения выражается числом, показывающим во сколько раз измеренная величина больше или меньше принятой единицы меры.

В маркшейдерско-геодезических работах используется метрическая система мер.

Метр в настоящее время определяется как расстояние, проходимое светом в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды.

Единицами плоских углов служат градус, град и гон.

Градус – единица плоского угла, соответствующая $1/360$ части дуги окружности. Прямой угол равен 90° . Одна угловая минута равна $1/60$ части градуса. Одна угловая секунда равна $1/60$ части угловой минуты или $1/3600$ части градуса ($1^\circ = 60' = 3600''$).

Град – единица плоского угла, соответствующая $1/400$ части дуги окружности. Прямой угол равен 100^g . 1 град делится на 100 десятичных минут ($1^g = 100^c$). Одна десятичная минута делится на 100 десятичных секунд ($1^c = 100^{cc}$).

Гон – дополнительная единица плоского угла, которую используют взамен града. Один гон равен одному граду. Дольная часть гона – 1 миллигон = $1/1000$ гона, 1 сантимгон = $1/100$ гона.

В маркшейдерско-геодезических работах измеряют в основном линейные и угловые величины.

Линейные величины (расстояния и превышения) измеряют либо непо-

средственно с помощью стальных лент (рулеток), либо косвенно – измерением других величин, связанных с искомыми функционально (например в прямоугольном треугольнике по результатам измерения угла между катетом и гипотенузой вычисляется второй катет).

Горизонтальные и вертикальные углы непосредственно измеряют угломерными приборами (теодолитами, тахеометрами, эклиметрами), но определяют и косвенно через другие измеренные величины.

Нивелирование (измерение превышений) выполняют чаще косвенно с помощью таких приборов, как нивелиры, теодолиты, тахеометры, гидростатические устройства, спутниковые приборы, радиовысотомеры, барометры и др.

Все измерения при геодезическо-маркшейдерских работах производят по определенным правилам, с тем или иным контролем (в целях повышения точности результатов и устранения грубых погрешностей). Например, углы и превышения измеряют как минимум дважды по соответствующей методике. Линии измеряют в прямом и обратном направлении. В геометрических фигурах необходимо измерять кроме минимально необходимых еще и избыточные величины, например в треугольнике измеряют все три внутренних угла и по отклонению их суммы от 180° оценивают точность выполненных измерений. Если один из углов треугольника измерить невозможно, то измеряют два других угла и одну или две стороны треугольника, а искомый угол находят как 180° минус сумма двух измеренных углов и контролируют его вычислением по формулам тригонометрии.

Погрешности измерений. В процессе измерений взаимодействуют наблюдатель (субъект измерений), средство измерения, метод измерений, объект измерений и внешняя среда, образующие факторы, определяющие неизбежные погрешности в результатах измерений. Анализируя погрешности, оценивают правильность процесса измерений, вычислительной обработки данных и точность конечного результата. Погрешности геодезиче-

ских измерений зависят от метрологических показателей средства измерений (его точности и правильности настройки), стабильности внешней среды (устойчивости прибора, условий погоды, силы ветра, уровня вибрационных помех от механизмов и т.д.). Личные свойства наблюдателя также влияют на точность измерений.

В зависимости от изменчивости воздействий названных основных факторов на средство измерений погрешности результатов измерений будут переменными по величине и по знаку, но могут содержать и переменные погрешности одного знака. Выполняемые измерения и их результаты разделяют на равноточные и неравноточные.

Равноточными считаются измерения и результаты измерений однородных величин (например, углов) при помощи приборов одного класса точности, одним и тем же способом, в сходных условиях среды, выполненные специалистами равной квалификации.

К *неравноточным* относят измерения и результаты измерений однородных величин, выполненных с нарушением хотя бы одного условия равноточности (например, прибор подвергался заметным вибрациям, или его штатив несколько оседал в рыхлой земле или на нагретом асфальтовом покрытии). Заведомо неравноточными будут измерения приборами различного класса точности и полученные результаты.

Истинная абсолютная погрешность (ошибка) Δ вычисляется как разность результата измерения l и точного (истинного) значения X измеряемой величины, т. е.

$$\Delta = l - X. \quad (3.1)$$

Относительная погрешность выражается дробью с единицей в числителе:

$$1 / T = \Delta / l = 1 / (l : \Delta), \quad (3.2)$$

где $T = l : \Delta$ – знаменатель относительной погрешности.

Если, например, действительное (истинное) значение длины отрезка $L = 100,10$ м, то результаты измерений $l_1 = 100,15$ м и $l_2 = 100,08$ м характеризуются абсолютными истинными погрешностями $\Delta_1 = + 0,05$ м и $\Delta_2 = - 0,02$ м и относительными погрешностями $1/T = 1 / (100,10 : 0,05) \approx \approx 1 / 2000$ и $1 / (100,10 : 0,02) \approx 1 / 5000$.

Классификация погрешностей измерений. В результатах измерений различают погрешности, которые относят к случайным, систематическим и грубым.

Случайная погрешность – это та часть погрешности измерения, которая возникает в виде ее случайной составляющей в каждом отдельном результате, но множество случайных погрешностей в результатах многократных измерений однородных величин подчиняется определенным статистическим закономерностям.

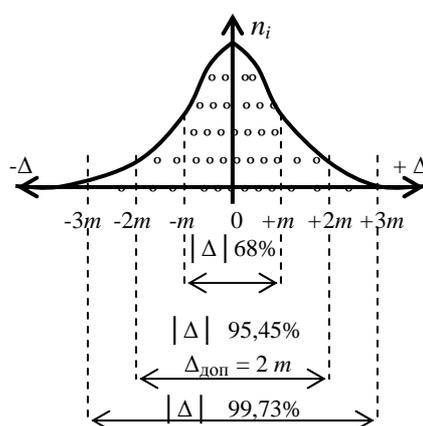
Систематическая погрешность – это та часть погрешностей измерений однородных величин, которая характеризуется средним постоянным значением или изменяется по некоторому математическому закону. Источником систематической погрешности может служить неучтенное отклонение длины мерной ленты от номинала, недостаточная выверка нивелира или теодолита, постоянная личная ошибка наблюдателя. Такие погрешности выявляют и вносят в виде поправок в результаты измерений, но полностью исключить систематические погрешности невозможно, их оставшуюся часть обычно относят к случайным элементарным погрешностям.

Грубая погрешность (грубая ошибка или промах) возникает вследствие просчетов при измерениях, неисправности прибора, его неустойчивости и др. Такие ошибки выявляют по соответствующим признакам и ликвидируют повторными измерениями после устранения причин ошибки.

На практике принимают, что после устранения систематических и грубых погрешностей в результатах измерений присутствуют лишь слу-

чайные погрешности, которые и учитывают при оценках качества измерений и точности конечных маркшейдерско-геодезических данных.

Статистические свойства случайных погрешностей равноточных измерений. Каждая отдельная случайная погрешность большого ряда равноточных измерений одной и той же величины (или сходных величин) в статистическом отношении принадлежит множеству случайных погрешностей, которые в совокупности описываются определенными математическими законами. Множество однородных случайных погрешностей, как правило, подчиняется закону нормального распределения, графически отображенному на рис. 3.1, и соответственно характеризуется следующими свойствами.



n_i – число случайных погрешностей величиной Δ_i

Рисунок 3.1 – График нормального распределения случайных погрешностей $\pm\Delta$

1. *Свойство ограниченности* выражается в том, что в данных условиях измерений случайные погрешности Δ не могут превзойти по модулю некоторую предельную погрешность, например $3m$.

2. *Свойство унимодальности*: малые по модулю погрешности появляются чаще, чем большие.

3. *Свойство симметричности и компенсации*: равные по модулю отрицательные и положительные погрешности возникают одинаково часто, поэтому при неограниченном числе n измерений одной и той же величины

среднее арифметическое из случайных погрешностей стремиться к нулю, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)/n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_1^n \Delta_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.3)$$

4. *Свойство предела рассеивания*: для неограниченного числа измерений среднее арифметическое из квадратов случайных погрешностей стремиться к пределу:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2)/n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_1^n \Delta_i^2 = \bar{m}^2, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.4)$$

Предел \bar{m}^2 называется *дисперсией* и представляет собой одну из важнейших характеристик разброса случайных погрешностей Δ_i , как и другая характеристика разброса – *стандарт m* или стандартная средняя квадратическая погрешность, равная

$$\bar{m} = \sqrt{\bar{m}^2} \quad (3.5)$$

Значения \bar{m} используют как один из статистических показателей погрешностей результатов множества однородных измерений и каждого отдельного из них.

5. *Свойство независимости*. Если произведены два ряда однородных измерений и получены два ряда независимых случайных погрешностей: $\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_n$; и $\Delta''_1, \Delta''_2, \dots, \Delta''_n$, то попарные произведения их величин $\Delta'_i \Delta''_i$ тоже обладают всеми свойствами случайных погрешностей и в соответствии со свойством 3 сумма таких произведений стремиться к нулю

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \sum_1^n (\Delta'_i \Delta''_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.6)$$

3.2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Вероятнейшее значение измеряемой величины. Предположим, что некоторая величина измерялась n раз, получены результаты l_1, l_2, \dots, l_n , которые считаются равноточными. Для них случайные погрешности находим по формуле (3.1):

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= l_1 - X; \\ \Delta_2 &= l_2 - X; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta_n &= l_n - X;\end{aligned}$$

Сложив почленно эти равенства, получим

$$\sum_1^n \Delta_i = \sum_1^n l_i - nX, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

откуда

$$X = (1/n) \sum_1^n l_i - (1/n) \sum_1^n \Delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Приняв во внимание свойство (3.3) случайных погрешностей приходим к среднему арифметическому

$$X = L = (1/n) \sum_1^n l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.7)$$

т.е. при $n \rightarrow \infty$ среднее арифметическое L из результатов равноточных измерений стремиться к истинному значению X измеряемой величины. Но при ограниченном числе измерений значение L не совпадает с истинной величиной X . Поэтому среднее арифметическое L называется *вероятнейшим значением измеряемой величины или арифметической серединой*.

Средняя квадратическая погрешность. Каждая конкретная случайная погрешность может быть по величине малой или близкой к предельной, положительной или отрицательной в пределах поля рассеивания, характер которого показан на рис. 3.1. Множество случайных погрешностей (при $n \rightarrow \infty$) обобщается статистической величиной *стандарта* \bar{m} , вычисляемого по формуле Гаусса (3.5), т. е.

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \Delta_i^2}{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.8)$$

но на практике при ограниченном числе измерений ($n \leq 25-30$) взамен стандарта пользуются *средней квадратической погрешностью* m , которая вычисляется по формуле Бесселя:

$$m = \sqrt{\frac{\sum_1^n \delta_i^2}{n-1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.9)$$

где δ_i – отклонение отдельных результатов l_i от среднего арифметического, т.е. $\delta_i = l_i - L$. Здесь L вычисляется по формуле (3.7). Правильность значений δ_i проверяют на условие

$$\sum_1^n \delta_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.10)$$

Но значение m получается приближенным, и поэтому вычисляют его погрешность m_m , т. е. среднюю квадратическую погрешность самой средней квадратической погрешности m

$$m_m = m / \sqrt{2(n-1)}. \quad (3.11)$$

Пример 1. Получены следующие 6 результатов равноточных измерений l_i : 1002,0; 999,0; 998,5; 1000,4; 1000,0; 999,8 мм. Определить среднее арифметическое L и дать статистическую оценку точности отдельных величин l_i .

Р е ш е н и е. Находим среднее арифметическое $L = 999,95$ мм, вычисляем отклонения $\delta_i = +2,05; -0,95; -1,45; +0,45; +0,05; -0,15$, проверяем их сумму $\Sigma\delta_i = 0$, вычисляем $\Sigma\delta_i^2 = 7,345$; $(n - 1) = 5$; $m = 1,22$ мм; $m_m = 0,39$ мм. Наиболее надежное (вероятнейшее) значение длины отрезка $L = 999,95$ мм. Здесь средняя квадратическая погрешность отдельного измеренного значения l_i характеризуется величиной $m \approx \pm 1,22$ мм, при этом погрешность величины m составляет $m_m \approx \pm 0,39$ мм.

Интервальные характеристики точности результатов измерений. Стандарт \bar{m} , а с некоторым приближением и средняя квадратическая погрешность m , позволяют дать общую вероятностную оценку погрешностей данного ряда измерений и погрешности окончательного результата L . Как показано на графике рис. 3.1, в интервале от $-m$ до $+m$ концентрируются случайные погрешности (Δ_i) , не превышающие по модулю значения $|m|$, т.е. $(\Delta_i) \leq |m|$, а число таких величин составляет 68% от всего множества Δ_i при $n \rightarrow \infty$. В интервале от $-2m$ до $+2m$ распределяется 95,45% общего числа случайных погрешностей, а в интервал от $-3m$ до $+3m$ попадают 99,73% всех значений Δ_i .

Предельная погрешность. В качестве допустимых погрешностей для ряда равноточных измерений часто принимают удвоенное $2\bar{m}$ или утроенное $3\bar{m}$ значение стандарта. В геодезическо-маркшейдерских работах предельную (допустимую) погрешность $\Delta_{\text{пред}}$ обычно устанавливают из условия

$$\Delta_{\text{пред}} = 2\bar{m}, \quad (3.12)$$

а превосходящие этот допуск погрешности считают грубыми.

Относительная предельная погрешность обычно применяется для характеристики точности измерения длины l линий:

$$\Delta_{\text{пред}} / l = 1 / (l : \Delta_{\text{пред}}) = 1 / T, \quad (3.13)$$

например для расстояний, измеряемых лентой на земной поверхности, допустимыми считаются относительные погрешности $1 / T$ величиной $1 : 1000$; $1 : 2000$; $1 : 3000$ в зависимости от условий местности – неблагоприятных, средних, благоприятных (см. § 5.1).

3.3. СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ФУНКЦИИ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

Рассмотрим несколько функций измеренных величин.

1. Определяемая величина Z представляет сумму двух независимо измеренных величин X и Y , т.е. функцию вида

$$Z = X + Y, \quad (3.14)$$

в ней слагаемые получены со случайными погрешностями ΔX и ΔY . Если значения X и Y измерены n раз, то в результате измерения с номером i погрешность величины Z_i равна

$$\Delta Z_i = \Delta X_i + \Delta Y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3.15)$$

Каждое равенство i в формуле (3.15) возведем в квадрат, полученные выражения сложим почленно, разделим на n и напишем

$$\sum_1^n \Delta Z_i^2 / n = \sum_1^n \Delta X_i^2 / n + \sum_1^n \Delta Y_i^2 / n + 2 \sum_1^n \Delta X_i \cdot \Delta Y_i / n, \quad (3.16)$$

В выражении (3.16) произведения $\Delta X_i \Delta Y_i$ представляют случайные величины и последнее слагаемое равно нулю согласно свойству (3.6). Поэтому с учетом формулы (3.4) из выражения (3.16) получим дисперсию функции (3.15)

$$m_Z^2 = m_X^2 + m_Y^2, \quad (3.17)$$

и среднюю квадратическую погрешность величины Z

$$m_Z = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2}. \quad (3.18)$$

Пример 2. В плоской фигуре, состоящей из двух углов с общей вершиной и общей стороной, измерены значения углов $\beta_1 = 30^\circ 10'$ и $\beta_2 = 60^\circ 01'$ со средними квадратическими погрешностями $m_1 = m_2 = 0,5'$. Вычислить суммарный угол β_3 и его среднюю квадратическую погрешность m_3 .

Решение. Искомый угол $\beta_3 = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ 11'$, его средняя квадратическая погрешность $m_3 = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,7'$.

2. Определяемая величина представляет разность измеренных величин, т.е. функцию

$$Z = X - Y. \quad (3.19)$$

Здесь уравнение погрешностей имеет вид

$$\Delta Z_i = \Delta X_i - \Delta Y_i, \quad (3.20)$$

и, применив к нему действия по выводу формулы (3.16), в ней последнее слагаемое получим со знаком “минус” и равным нулю, значит, дисперсия и средняя квадратическая погрешность функции вида $Z = X - Y$ вычисляются по формулам (3.17) и (3.18).

Пример 3. В плоской фигуре примера 2 измерен угол $\beta_3 = 80^\circ 20'$ и его часть $\beta_2 = 50^\circ 01'$. Вычислить вторую часть угла – угол β_1 и его среднюю квадратическую погрешность m_1 , если $m_3 = m_2 = 0,5'$.

Решение. Величина $\beta_1 = \beta_3 - \beta_2 = 30^\circ 19'$, ее средняя квадратическая погрешность, вычисленная по формуле (3.18), $m_1 = 0,7'$.

3. Если суммируются несколько однородных слагаемых, то для функции вида

$$Z = \pm X \pm Y \pm \dots \pm t \quad (3.21)$$

дисперсия определяется по формуле

$$m_Z^2 = m_X^2 + m_Y^2 + \dots + m_t^2, \quad (3.22)$$

а средняя квадратическая погрешность суммарной величины Z

$$m_Z = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2 + \dots + m_t^2}. \quad (3.23)$$

4. Для функции $Z = K X$, где K – постоянная величина, имеем

$$m_Z^2 = K^2 m_X^2 \quad \text{и} \quad m_Z = K m_X. \quad (3.24)$$

5. Для функции вида

$$Z = K_1 X \pm K_2 Y \pm \dots \pm K_n t, \quad (3.25)$$

где K_i – постоянные величины (могут быть выражениями), средняя квадратическая погрешность

$$m_Z = \sqrt{K_1^2 m_X^2 + K_2^2 m_Y^2 + \dots + K_n^2 m_t^2}. \quad (3.26)$$

6. Формулы вычисления дисперсии и средних квадратических погрешностей (3.17), (3.18), (3.22), (3.23), (3.24), (3.26) представляют собой частные случаи определения дисперсии для функции общего вида

$$z = f(y, \dots, t) + C, \quad (3.27)$$

где C – постоянная величина

В соответствии с теорией погрешностей геодезических измерений

$$m_Z^2 = (\partial f / \partial x)^2 m_x^2 + (\partial f / \partial y)^2 m_y^2 + \dots + (\partial f / \partial t)^2 m_t^2, \quad (3.28)$$

где $\partial f / \partial x$, $\partial f / \partial y$, ..., $\partial f / \partial t$ – частные производные данной функции по каждому аргументу. Частные производные являются постоянными числами и в формулах (3.25), (3.26) обозначены коэффициентами K_i . В выражениях (3.15) – (3.24) $K_i = 1$.

Пример 4. В формуле прямой геодезической задачи определяется координата $x_2 = x_1 + d \cos \alpha$, где величины d и α являются результатами измерений с погрешностями m_d и m_α , координата x_1 известна с погрешностью m_{x_1} . Определить среднюю квадратическую погрешность m_{x_2} координаты x_2 .

Решение. Найдем частные производные формулы x_2

$$\partial f / \partial x_1 = 1; \quad \partial f / \partial d = \cos \alpha; \quad \partial f / \partial \alpha = -d \sin \alpha,$$

т. е. по формуле (3.28) получим

$$m_{x_2}^2 = m_{x_1}^2 + \cos^2 \alpha m_d^2 + d^2 \sin^2 \alpha m_\alpha^2, \quad (3.29)$$

где средняя квадратическая погрешность m_α выражена в радианах. Если m_α известна в градусной мере, то в формуле (3.29) ее следует принять в радианах:

$$m_\alpha = m_\alpha^\circ / \rho^\circ; \quad m_\alpha = m_\alpha' / \rho'; \quad m_\alpha = m_\alpha'' / \rho'', \quad (3.30)$$

где $\rho^\circ = 57,3^\circ$ – число градусов в радиане (в минутах $\rho' = 3438'$, в секундах $\rho'' = 206265''$).

Пусть $m_{x_1} = m_d = 0,1$ м; $d = 200,00$ м; $\alpha = 30^\circ$; $m_\alpha = 0,5'$ (соответственно $\rho' = 3438'$), тогда

$$m_{x_2} = \sqrt{0,1^2 + 0,87^2 \cdot 0,1^2 + 200^2 \cdot 0,5^2 (0,5 / 3438)^2} = 0,14 \text{ м.}$$

Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического

Представим формулу (3.7) в следующем виде:

$$L = (1/n) \sum l_i = (1/n) l_1 + (1/n) l_2 + \dots + (1/n) l_n,$$

где $1/n = K$ – постоянное число.

В соответствии с формулой (3.26) напишем

$$m_L^2 = (1/n^2)m_1^2 + (1/n^2)m_2^2 + \dots + (1/n^2)m_n^2.$$

При равноточных измерениях принимаем $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m_l$. Обозначим $m_L^2 = M^2$, получим дисперсию среднего арифметического

$$M^2 = [(1/n^2) m_l^2] n = m_l^2 / n,$$

откуда

$$M = m_l / \sqrt{n}, \quad (3.31)$$

т. е. средняя квадратическая погрешность M среднего арифметического из равноточных результатов измерений в \sqrt{n} раз меньше средней квадратической погрешности m_l отдельного результата измерения.

Пример 5. Для результатов измерений, приведенных в примере 1, вычислить среднее арифметическое L и его среднюю квадратическую погрешность M .

Решение. В примере 1 определены $L = 999,95$ мм; $m_l = 1,22$ мм. Вычисляем $M = 1,22 / \sqrt{6} = 0,50$ мм.

Допустимая погрешность суммы равноточно измеренных величин. Пусть в формуле (3.21) слагаемые $\pm X, \pm Y, \dots, \pm t$ определены со случайными погрешностями $\Delta_X, \Delta_Y, \dots, \Delta_t$ в условиях равноточности измерений (см. § 3.1), а сумма погрешностей равна

$$\Delta_{\Sigma\Delta} = \Delta_X + \Delta_Y + \dots + \Delta_t. \quad (3.32)$$

Обозначим через m_i среднее квадратическое значение каждой случайной погрешности Δ_i , тогда средняя квадратическая погрешность $m_{\Sigma\Delta}$ суммы значений Δ_i выразится в соответствии с формулой (3.22) как

$$m_{\Sigma\Delta}^2 = m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2 + \dots + m_{\Delta t}^2. \quad (3.33)$$

При равноточности измерений принимают, что средние квадратические значения погрешностей Δ_i одинаковы, т.е. $m_{\Delta X} = m_{\Delta Y} = \dots = m_{\Delta t} = m_{\Delta}$, тогда выражение (3.33) принимает вид $m_{\Sigma\Delta}^2 = n m_{\Delta}^2$, откуда

$$m_{\Sigma\Delta} = m_{\Delta} \sqrt{n}, \quad (3.34)$$

где m_{Δ} – средняя квадратическая погрешность отдельного результата равноточно измененных величин; n – число слагаемых.

Допустимую (предельную) погрешность для суммарной величины $m_{\Sigma\Delta}$ по (3.34) примем согласно условию (3.12) равной ее удвоенному значению $2m_{\Sigma\Delta} = \Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}}$, тогда

$$\Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}} = 2 m_{\Delta} \sqrt{n}. \quad (3.35)$$

Формула вида (3.35) применяется для обоснования допустимых погрешностей суммы измеренных углов в многоугольниках, суммы измеренных превышений в нивелирном ходе и др.

Оценка точности двойных измерений. В практике маркшейдерско-геодезических работ углы, расстояния, превышения часто измеряют двукратно. Такие измерения называют двойными. Получают пары равноточных результатов l_1 и l'_1 , l_2 и l'_2 , ..., l_n и l'_n . Вычисляют разности $\Delta i = l_i - l'_i$, которые рассматривают как истинные погрешности каждой пары измерений. Тогда средняя квадратическая погрешность разности двух результатов измерений в соответствии с формулой Гаусса (3.8) равна

$$\bar{m}_{\Delta} = \sqrt{\frac{n}{\sum_1^n \Delta_i^2} / n}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.36)$$

при этом для функции $\Delta_i = l_i - l'_i$ в соответствии с формулой (3.17) находим $m_{\Delta}^2 = m_1^2 + m_2^2$, где $m_1 + m_2$ – средние квадратические погрешности результатов l_i и l'_i . Когда измерения равноточны, тогда $m_1 = m_2 = m_l$ и $m_{\Delta} = \sqrt{2m_l^2}$, а также $m_l^2 = m_{\Delta}^2 / 2$. Величина m_{Δ} определяется формулой (3.36), следовательно средняя квадратическая погрешность результата l_i отдельного измерения равна

$$\bar{m}_{\Delta} = \sqrt{\frac{n}{(\sum_1^n \Delta_i^2) / 2n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.37)$$

Для оценки точности результатов l_i по формуле (3.37) необходимо предварительно сложить все разности Δ_i и вычислить среднее

$$\Delta_0 = \sqrt{\frac{n}{(\sum_1^n \Delta_i) / n}}. \quad (3.38)$$

Если Δ_0 не равно нулю, то из разностей Δ_i необходимо исключить систематическую составляющую Δ_0 . Исправленные разности $\delta_i = \Delta_i - \Delta_0$ вводят в следующую формулу

$$m_l = m_{\Delta} / \sqrt{2} = \sqrt{\frac{n}{(\sum_1^n \delta_i^2) / (n-1)}}. \quad (3.39)$$

Оценка точности, основанная на разностях двойных измерений, не всегда служит достаточным критерием качества измерений: если в результатах l_i и l'_i присутствуют одинаковые систематические погрешности (например, в длине землемерная ленты, рулетки), то они исключаются из разности $l_i - l'_i$, а расчеты по формулам (3.36) - (3.39) не будут соответствовать действительной точности результатов измерений на величину неисключенной систематической погрешности.

3.4. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Математический вес результатов однородных измерений. Если одна и та же величина измерялась в условиях неравноточности (см. § 3.1), то совместная математическая обработка результатов измерений должна выполняться с учетом их сравнительной надежности, которая характеризуется *математическим весом* данного результата. Вес p результата измерения обратно пропорционален квадрату средней квадратической погрешности m данного результата, т.е.

$$p = c / m^2, \quad (3.40)$$

где c – произвольная постоянная (коэффициент), которой можно придавать значение, упрощающее вычисления с дробными числами.

Обозначим через P вес среднего арифметического, а через p – вес одного отдельного результата равноточных измерений, тогда с учетом формулы ((3.31) $P = c / M^2 = c / (m^2 : n)$), где согласно (3.40) $c = p m^2$, откуда

$$P/p = n; \quad P = p n, \quad (3.41)$$

следовательно, математический вес среднего арифметического в n раз больше веса отдельного результата равноточных измерений.

Среднее весовое. Пусть некоторая величина измерена неравноточно, а результатам измерений l_1, l_2, \dots, l_n соответствуют математические веса p_1, p_2, \dots, p_n , тогда среднее весовое или вероятнейшее значение осредненного результата вычисляется по формуле

$$L_0 = \frac{l_1 p_1 + l_2 p_2 + \dots + l_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \left(\sum_1^n l_i p_i \right) / \left(\sum_1^n p_i \right). \quad (3.42)$$

Пример 6. Пусть $l_1 = 103,0$; $l_2 = 103,8$; $p_1 = 2$; $p_2 = 4$. Требуется вычислить среднее весовое значение L_0 .

Решение. $L_0 = 100 + (3,0 \times 2 + 3,8 \times 4) / (2 + 4) = 103,53$. Изменим веса, разделив их p_1 , получим $p'_1 = 1$; $p'_2 = 2$ и убедимся, что результат $L_0 = 103,53$ не изменился.

Частный случай среднего весового. Если каждый результат l_i получен с одинаковым весом $p_i = p$, то такие результаты равноточны и формула (3.42) принимает вид формулы (3.7) среднего арифметического.

Оценка точности результатов неравноточных измерений. В формуле (3.40) примем $p = 1$, тогда $c = m_i^2$. Значение c при безразмерном $p = 1$ называется средней квадратической погрешностью единицы веса и обозначается через μ . В соответствии с формулой (3.40) напишем соотношение

$$\mu^2 / m_i^2 = p_i,$$

откуда

$$\mu = m_i \sqrt{p_i}. \quad (3.43)$$

При оценке точности результатов неравноточных измерений вычисляют их среднее весовое L_0 по формуле (3.42), отклонения отдельных результатов $\delta_i = l_i - L_0$ и среднюю квадратическую погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{(\delta_1^2 p_1 + \delta_2^2 p_2 + \dots + \delta_n^2 p_n) / (n - 1)} = \sqrt{\left(\sum_1^n \delta_i^2 p_i \right) / (n - 1)}. \quad (3.44)$$

Средняя квадратическая погрешность величины L_0

$$M_0 = \mu / \sqrt{\sum_1^n p_i}, \quad (3.45)$$

где

$\sum_1^n p_i$ – вес значения L_0 .

3.5. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА И ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Вычислительная обработка результатов маркшейдерско-геодезических измерений производится как в процессе получения числовой и иной информации (в реальном времени), так и в режиме ее пост-обработки на стационарных ЭВМ. Компьютерная обработка результатов измерений производится по готовым программам с выдачей требуемых данных в цифровой и графической форме и с оценкой их точности. Современные высокоточные угломерно-дальномерные приборы (электронные тахеометры), нивелиры, лазерные рулетки обладают встроенными блоками оперативной обработки измерительной информации и картами памяти для передачи информации на стационарные ЭВМ.

Значительный объем вычислений производится и непосредственно в процессе работ, в том числе для подготовки числовой информации к дальнейшей компьютерной обработке. Многие срочные относительно несложные вычисления производятся с помощью инженерных калькуляторов. Во время вузовской учебы инженерные калькуляторы применяются для дублирования расчетов, выполненных на компьютерах, с целью лучшего усвоения изучаемых задач. При подготовке задачи к решению на компьютере или на программируемом калькуляторе студенты составляют программу по возможности короткой с учетом необходимой проверки конечных результатов расчетов и оценки их точности.

При съеме информации со средств измерений и вычислениях на калькуляторах необходимо соблюдать определенные правила, которые учитываются и в компьютерных расчетах. Во-первых, нельзя снижать точность результатов измерений за счет неверного округления и уменьшения числа значащих цифр в исходных, промежуточных и окончательных данных. Во-вторых, не следует удерживать в окончательных результатах из-

лишние значащие цифры, не соответствующие реальной точности решенной задачи, так как это придает некорректность числовой информации.

При расчетах в процессе измерений и при пост-обработке данных необходимо соблюдать правила округления приближенных чисел, представляющих результаты измерений с учетом их точности. Рассмотрим это требование на примере. Пусть вычисляется горизонтальное проложение $d = D \cos \nu$. Величина D получена по результатам двух измерений: $D_1 = 156,13$ м и $D_2 = 156,16$ м. Здесь среднее $D = 156,145$ м характеризуется вероятной погрешностью $\Delta D \approx 0,02$ м, поэтому округляем $D = 156,14$ м по правилу “до ближайшего четного”. Неправильным будет округление $D = 156,1$ м, ибо здесь погрешность возрастает до $0,04$ м и этим понижается точность результата измерений. Чтобы погрешность искомой величины d не оказалась больше погрешности среднего D , необходимо получить значение $\cos \nu$ с пятью верными значащими цифрами, для этого угол ν требуется измерить с точностью $1-2'$. При $\nu = +3^\circ 36'$ находим с помощью инженерного калькулятора $d = D \cos \nu = 155,832$ м; округляем результат $d = 155,83$ м с погрешностью округления $0,002$ м. Окончательная погрешность результата d составляет $\Delta d \approx \Delta D \approx 0,02$ м и отвечает точности измерения величины D . Для расчетов такой точности непригодны четырехзначные таблицы тригонометрических функций.

Чтобы избежать накопления погрешностей округления в процессе последовательных вычислений на калькуляторе промежуточные данные не округляют, их вносят в оперативную память. Окончательный результат округляют соответственно точности исходных величин. Если в процессе вычислений необходимо записывать промежуточные данные, то в них удерживают 1-2 дополнительные значащие цифры.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

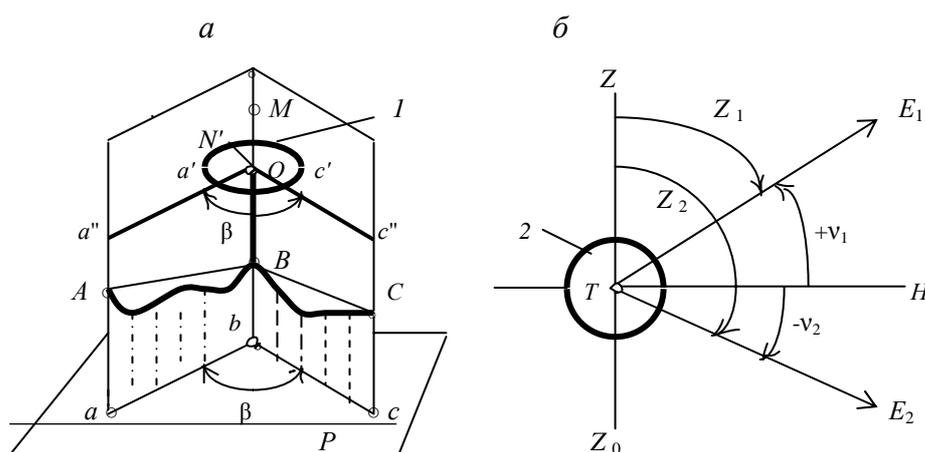
1. Что называется измерением?. **2.** Как понимать равноточность и неравноточность измерений? **3.** В чем различие грубых, систематических и случайных погрешностей? **4.** Каковы статистические свойства случайных погрешностей? **5.** Запишите и объясните формулы для вычисления дисперсии, стандарта и средней квадратической погрешности как показателей осредненных значений неограниченного или ограниченного множества случайных погрешностей. **6.** Как определяются погрешности: абсолютная и относительная, предельная (допустимая) абсолютная и относительная? **7.** Как вычислить среднюю квадратическую погрешность M среднего арифметического из суммы равноточно измеренных величин l и во сколько раз значение M точнее отдельного результата l ? **8.** Как рассчитываются средние квадратические погрешности для рассмотренных функций измеренных величин? **9.** Как обосновывают допустимую погрешность для суммы равноточно измеренных величин (т. е функции вида $\sum l = l_1 + l_2 + \dots + l_n$)? **10.** Изложите правила вычислений с приближенными числовыми результатами маркшейдерско-геодезических измерений.

ГЛАВА 4

ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ

4.1. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ И УСТРОЙСТВО ТЕОДОЛИТОВ

Горизонтальные углы. Горизонтальный угол $\angle ABC$ (рис. 4.1, *a*) между наклонными прямыми BA и BC , исходящими из вершины B , расположенной на отвесной линии BM , измеряют как двугранный угол $\beta = \angle abc$ между пересекающимися по BN вертикальными плоскостями $BbaA$ и $BbcC$. Прямые ba и bc представляют проекции линий BA и BC на горизонтальную плоскость P .



P – горизонтальная плоскость; ZZ_0 – отвесная линия; TH – горизонтальная линия;
 I – горизонтальный, 2 – вертикальный угломерные круг

Рисунок 4.1 – Горизонтальный (а) и вертикальный (б) углы

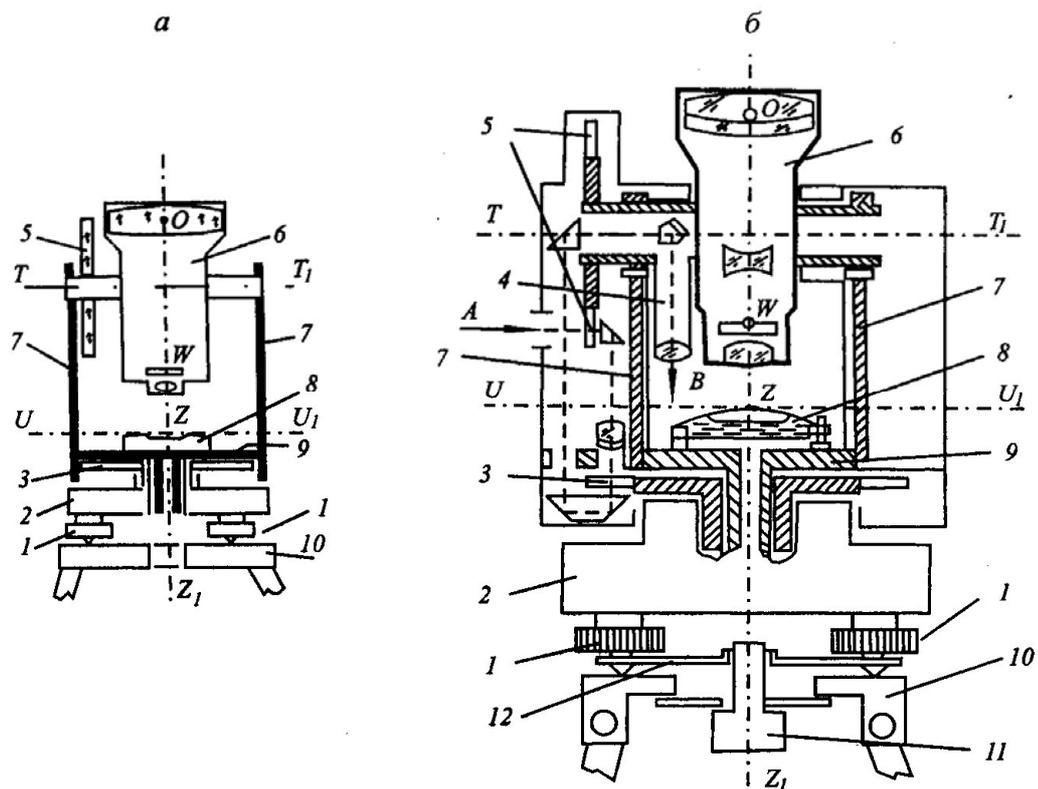
Горизонтальный угол измеряют по угломерному кругу I с кольцом градусных делений, центр которого O совмещают с отвесной линией MB . Плоскость круга горизонтальна, ее пересекают отвесные плоскости по радиусам $Oa'a''$ и $Oc'c''$, образующим стороны горизонтального угла β . Если ON – радиус начального (нулевого) градусного деления, а счет делений

возрастает по ходу часовой стрелки, причем c' и a' – отсчеты градусных делений по радиусам Oc' и Oa' , то угол $\beta = a' - c'$.

Вертикальные углы лежат в вертикальной плоскости, их измеряют по вертикальному угломерному кругу 2 (рис.4.1, б). Кольцо его градусных делений расположено в вертикальной плоскости, а центр кольца совпадает с горизонтальной осью T вращения вертикально круга. Вертикальный угол, отсчитанный от зенитного направления Z отвесной линии ZZ_0 , называется *зенитным углом* или *зенитным расстоянием* (углы Z_1 и Z_2). Вертикальный угол, отсчитанный от горизонтальной линии TH , называется углом наклона v , который считается положительным, если направление наклона выше горизонта ($+v$) и отрицательным, если ниже ($-v$)

Принципиальная схема теодолита. В теодолите горизонтальный и вертикальный угломерные круги установлены соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 4.2, а). Горизонтальный угломерный круг 3 может вращаться вокруг вертикальной геометрической оси прибора ZZ_1 . Над горизонтальным кругом расположена алидада 9, которую можно вращать вокруг той же оси. Алидадой называют ту часть теодолита, на которой закреплены его вертикальная ось, входящая в подставку 2, и другие детали, среди них: цилиндрический уровень 8 и колонки 7. На колонки опирается горизонтальная ось с закрепленными на ней вертикальным угломерным кругом 5 и зрительной трубой 6, предназначенной для точного визирования на пункты (точки) измеряемых горизонтальных и вертикальных углов.

Цилиндрический уровень 8 необходим для горизонтирования прибора, т.е. приведения его основной оси ZZ_1 в отвесное положение. Теодолиту необходимо также центрировочное приспособление для совмещения оси ZZ_1 с вершиной измеряемого угла. Для центрирования используют нитяный отвес или оптический отвес, другие приспособления.



1 – подъемный винт; 2 – подставка; 3, 5 – стеклянные горизонтальный и вертикальный угломерные круги; 4 – окулярная трубка отчетного микроскопа; 6 – зрительная труба; 7 – колонки; 8 – цилиндрический уровень; 9 – алидада; 10 – головка штатива; 11 – закрепительный (становой) винт; 12 – трегер (*A-B* – ход лучей в оптической системе отчетного микроскопа)

Рисунок 4.2 – Принципиальная (а) и опτικο-механическая схема (б) теодолита

Общее устройство теодолита. Теодолит представляет собой достаточно сложный опτικο-механический прибор, его более подробная механическая основа и оптическая схема показаны на рис. 4.2, б. Зрительная труба б и жестко соединенный с ней стеклянный угломерный круг 5 вращаются вокруг горизонтальной геометрической оси TT_1 , перпендикулярной к основной оси ZZ_1 . Вся верхняя часть прибора, закрепленная на алидаде 9, может вращаться вокруг оси ZZ_1 . Для облегчения снятия отсчетов по шкалам градусных делений угломерных кругов применен отчетный микроскоп, окулярная трубка которого 4 находится рядом с окуляром зрительной трубы. Подставка 2 служит основанием теодолита, три ее подъемные винта 1 предназначены для горизонтирования прибора. Закрепительным (становым) винтом 11 теодолит присоединяют к головке 10 штатива.

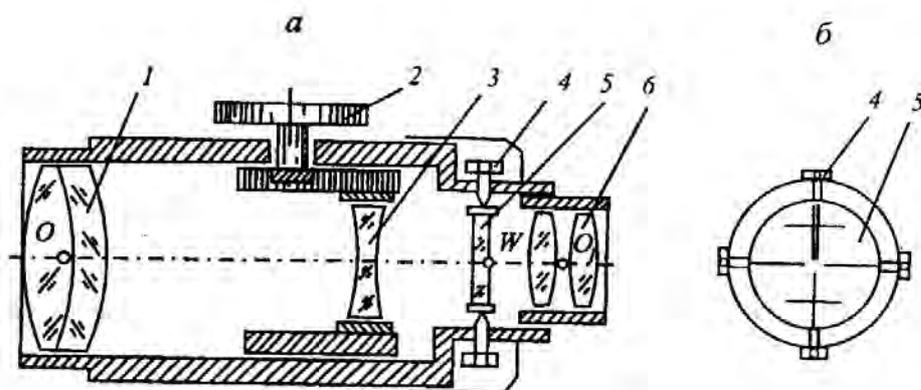
В комплект теодолита входят штатив (для установки прибора над вершиной угла), нитяный или иной отвес (для центрирования над точкой), ориентир-буссоль (для ориентирования по магнитному азимуту), отвертка и шпилька (для юстировки прибора), капсула со специальным маслом (для периодической смазки механических осей).

Зрительная труба предназначена для высокоточного визирования на удаленные точки (визирные цели) при измерениях углов и для обозначения вертикальной плоскости при вращении трубы вокруг горизонтальной оси TT_1 . В зрительной трубе с внутренней фокусировкой (рис. 4.3, а) фокусирующая линза 3 расположена между объективом 1 и окуляром 6. Линза перемещается вдоль оси трубы при вращении головки 2 фокусирующего устройства, называемой также кремальерой. Изображение предмета рассматривают через окуляр зрительной трубы одновременно с изображением визирной сетки (сетки нитей), нанесенной на стеклянную пластинку 5 (рис. 4.3, б), положение которой регулируется юстировочными винтами 4.

В зрительной трубе различают оси оптическую и визирную. *Оптическая ось зрительной трубы* – это прямая, проходящая через оптический центр окуляра O_1 и оптический центр объектива O (см. рис. 4.3, б). *Визирная ось зрительной трубы* проходит через центр W визирной сетки (сетки нитей) и оптический центр объектива O (точка W находится в пересечении центральных нитей сетки).

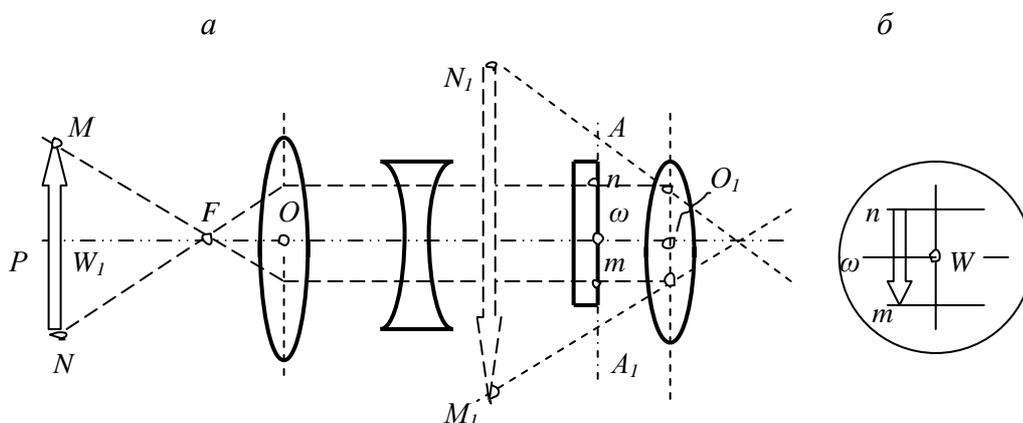
Световые лучи, пересекающие штрихи n и m визирной сетки, проецируются в точках N и M на плоскость предмета P , находящегося дальше от переднего фокуса F на конечном расстоянии от него (рис. 4.4, а). Оптическая система объектива и фокусирующей линзы создает изображение плоскости предмета P в фокальной плоскости AA_1 , которая должна быть совмещена с плоскостью nm визирной сетки. Это изображение является действительным и обратным. Окуляр обеспечивает получение мнимого и увеличенного изображения M_1N_1 предмета P ,

видимого одновременно с изображением сетки (рис. 4.4, б). Для получения *прямого изображения* в оптическую систему трубы вводится специальная *оборачивающая призма*.



а – зрительная труба; *б* – визирная сетка; (1 – объектив; 2 – винт фокусирующего устройства – кремальера; 3 – фокусирующая линза; 4 – юстировочный винт; 5 – стеклянная пластинка с визирной сеткой; 6 – линза окуляра)

Рисунок 4.3 – Устройство зрительной трубы



а – ход лучей; *б* – изображение предмета и визирной сетки; (F – передний фокус объектива; O – оптический центр объектива; O_1 – оптический центр окуляра; W – центр визирной сетки; n и m – дальномерные штрихи визирной сетки; ω – средний горизонтальный штрих)

Рисунок 4.4 – Приблизительная схема хода лучей в зрительной трубе обратного изображения при наблюдении предмета MN

До начала работы *зрительную трубу подготавливают для наблюдений*: 1) вращая диоптрийное кольцо, окуляр устанавливают в постоянное положение, при котором получается четкое изображение визирной сетки и

не наблюдается параллакс ее изображения (параллакс проявляется поперечными смещениями изображения сетки относительно изображения предмета при поперечных перемещениях глаза наблюдателя относительно окуляра трубы; параллакс устраняется небольшими вращениями окуляра); 2) в дальнейшем при визировании на иные предметы их изображение фокусируют только вращением кремальеры, расположенной сбоку от трубы (см. рис 3.4, а).

Оптические качества зрительной трубы характеризуются видимым увеличением, полем зрения и точностью визирования.

Видимое увеличение Γ зрительной трубы равно отношению угла α , под которым предмет виден через трубу, к углу β , под которым этот же предмет виден невооруженным глазом (рис. 4.5):

$$\Gamma = \alpha / \beta. \quad (4.1)$$

Для определения величины Γ в 5-10 м от прибора вертикально ставят рейку с сантиметровыми делениями. Наблюдатель одним глазом рассматривает деления через трубу, а одновременно другим глазом – непосредственно и подсчитывает число неувеличенных делений, уместяющихся в одном увеличенном трубой делении. Это число характеризует видимое увеличение зрительной трубы. В технических теодолитах видимое увеличение $\Gamma = 18$ или 20^{\times} .

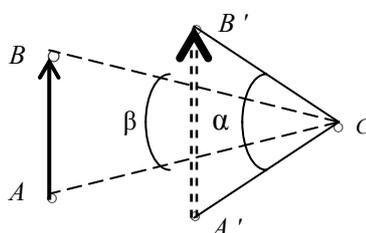


Рисунок 4.5 – Видимое увеличение зрительной трубы

Поле зрения трубы – это конусообразная часть пространства, видимая под углом β (см. рис. 4.5) через неподвижно установленную трубу

(угол $\beta = 0,5-2^\circ$, ему на расстоянии 100 м соответствует поперечный отрезок $AB = 0,9-3,5$ м)

Точность визирования зрительной трубой, подготовленной для наблюдений, характеризуется средней квадратической погрешностью

$$m_B = 60''/\Gamma, \quad (4.2)$$

где $60''$ – средняя погрешность визирования невооруженным глазом человека. При $\Gamma = 18-20^\times$ находим $m_B = 3''$.

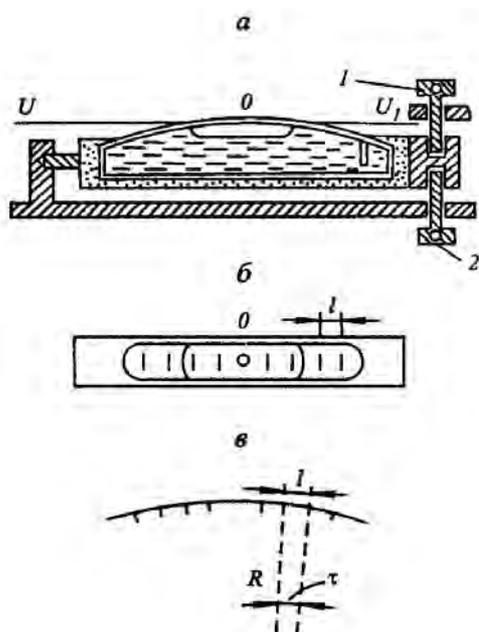
Уровни предназначены для установки геодезического прибора и его частей в рабочее положение относительно отвесной линии в данной точке. Они могут применяться и для измерения малых углов наклона. Стеклоанная ампула уровня неподвижно укрепляется в оправе. Оправа крепится к геодезическому прибору и снабжается юстировочными (исправительными) винтами.

Цилиндрический уровень (рис. 4.6, а) представляет собой стеклянную трубчатую ампулу, заполненную легкоподвижной жидкостью, не прилипающей к стеклу – серным эфиром или этиловым спиртом. Пузырек уровня, состоящий из паров наполнителя, должен занимать 0,3 – 0,4 длины ампулы. Для уменьшения зависимости длины пузырька от изменений температуры объем жидкости уменьшают компенсационным стеклянным стержнем, который помещают внутри ампулы. Или же для регулирования длины пузырька в ампуле устраивают перегородку (см. рис. 4.6, а), за которую перемещают часть пузырька, наклоняя уровень.

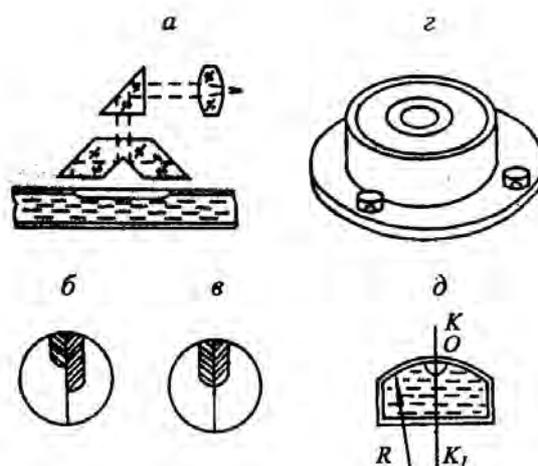
Внутренняя поверхность ампулы в продольном сечении соответствует дуге радиуса R , а на ее наружную поверхность нанесена шкала – штрихи через равные расстояния $l = 2$ мм (рис.4.6, б). Нуль-пункт уровня – это средняя точка O его шкалы.

Осью цилиндрического уровня называется прямая UU_1 , лежащая в плоскости продольного вертикального сечения ампулы и касательная к ее внутренней поверхности в нуль-пункте. Ось цилиндрического уровня бу-

дет горизонтальной, когда пузырек находится в нуль-пункте (т.е. концы пузырька расположены на равных расстояниях относительно точки O на рис 4.6, *а, б*).



1, 2 – исправительные винты; *а* – разрез;
б – вид ампулы сверху;
 радиус и цена деления уровня
**Рисунок 4.6 – Цилиндрический
 уровень**



а – ход лучей в оптической системе уровня;
б – несовмещенные концы;
в – совмещенные концы пузырька;
г – общий вид; *д* – вертикальный разрез
**Рисунок 4.7 – Контактный (*а, б, в*)
 и круглый (*г, д*) уровни**

Цена деления уровня определяется величиной угла τ , на который нужно наклонить уровень, чтобы пузырек сместился на 1 деление ампулы. Согласно рис. 4.6, *в* угол τ можно выразить в радианах или в секундах

$$\tau = l / R \quad \text{или} \quad \tau'' = (l / R) \rho'', \quad (4.3)$$

где $\rho'' = 206265''$ – число секунд в радиане.

В геодезических приборах используются цилиндрические уровни с ценой деления τ от 6 до 60". Для повышения точности установки уровня в нуль-пункт применяется призмочно-линзовое оптическое устройство (рис 4.7, *а*), которое называют *контактным уровнем*. В окуляре такого устройства видны два конца пузырька, разделенные оптической гранью

(рис. 4.7, б). Пузырек считается установленным в нуль-пункт, если его концы видны совмещенными (рис. 4.7, в). Изображение двух концов пузырька передается в место, удобное для наблюдателя.

Во многих типах теодолитов и других геодезических приборов дополнительно применяются круглые уровни, предназначенные для предварительного горизонтирования прибора. Основная часть *круглого уровня* – его стеклянная ампула, верхняя внутренняя поверхность которой сферическая постоянного радиуса R (рис. 4.7, г, д). Нуль-пункт уровня находится в центре кольцевых делений ампулы. Ось круглого уровня KK_1 перпендикулярна внутренней сферической поверхности ампулы в нуль-пункте. Цена деления круглого уровня обычно бывает от 5 до 20'.

Помимо рассмотренных встроенных уровней применяются также накладные высокоточные цилиндрические уровни для повышения точности горизонтирования оси вращения трубы теодолита.

Угломерные круги и отсчетные устройства. Угломерные круги изготавливают из металла или оптического стекла. На поверхность круга наносят круговую шкалу градусных делений, образующих *лимб* – рабочую меру угломерного круга. На горизонтальном круге деления лимба оцифровывают через 1 или 10° по ходу часовой стрелки от 0 до 360° . На вертикальном круге деления лимба оцифровывают либо от 0 до 360° , либо от 0 до $\pm 90^\circ$. Угловая величина дуги, равная одному делению, называют *ценой деления лимба*, ее величина обычно равна 5', 10', 20', 30' или 1° . Для оценки дробных долей деления лимба служат отсчетные устройства – верньеры и микроскопы.

В теодолитах со стеклянными угломерными кругами применяются отсчетные микроскопы различной конструкции, наиболее простые из них в снятии отсчетов: микроскоп штриховой и микроскопы шкаловые. В поле зрения окуляра отсчетного микроскопа через систему призм и линз (см. рис. 4.2, б) выведены изображения штрихов горизонтального и вертикального лимбов а также отсчетных штрихов или же отсчетных шкал.

В поле зрения *штрихового микроскопа* теодолита Т30 (рис. 4.8, а) видны штрихи делений угломерных кругов: вертикального В и горизонтального Г, а также штрих отсчетного индекса. Цена одного деления угломерных кругов равна 10', а десятые доли деления оцениваются относительно индекса на глаз с погрешностью около 0,5' (30"). На рис. 4.8, а отсчет В = 357° 25', отсчет Г = 26° 34'.

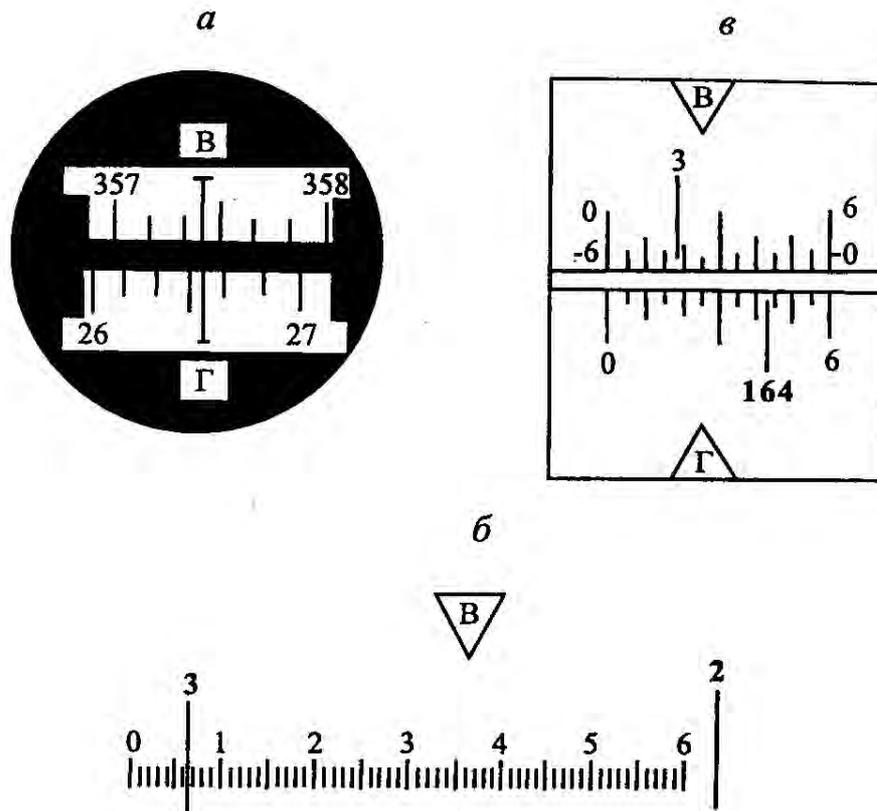


Рисунок 4.8 – Поле зрения штрихового (а) и шкаловых (б, в) микроскопов

В *шкаловом микроскопе* теодолита 2Т30П (рис. 4.8, в) применены шкалы с ценой деления 5', выделены 10-минутные деления, здесь отсчет Г = 164° 43' берется по оцифрованному штриху горизонтального лимба относительно штрихов шкалы. Отсчет В = 3° 18'.

В *шкаловом микроскопе* теодолита Т5 (рис. 4.8, б) шкала состоит из 60 штрихов с ценой деления 1', десятые доли деления оцениваются на глаз с погрешностью около 0,05 - 0,1' (3-6"). Цена одного деления угломерного круга равна 1°. В примере рис. 4.8, б отсчет В = 3° 06,5'.

Верньер – это отсчетное устройство, применяемое в приборах с металлическими угломерными кругами (рис. 4.9, а). В таком приборе угломерный круг 1 и алидада 2 могут вращаться вокруг общей оси O . На нулевом диаметре D_1D_2 алидады расположены два верньера (I и II). Шкала верньера нанесена на алидаду в пределах дуги AB в виде n делений (рис. 4,9, а), та же дуга AB на лимбе составляет $n - 1$ деление. Цена одного деления лимба равна μ , поэтому дуга $AB = \mu (n - 1)$. Цена одного деления верньера равна λ , следовательно $AB = \lambda n$, поэтому $\lambda n = \mu (n - 1) = \mu n - \mu$, тогда

$$\mu - \lambda = \mu / n . \quad (4.4)$$

Разность $\mu - \lambda = t$, т. е. разность между ценой деления лимба и ценой деления верньера, называется *точностью верньера*. Согласно формуле (4.4) точность верньера равна цене одного деления лимба, деленной на число делений верньера или $t = \mu / n$. На рис. 4.10, а цена деления лимба $\mu = 1^\circ = 60'$, число делений верньера $n = 6$ и его точность $t = 60/6 = 10'$.

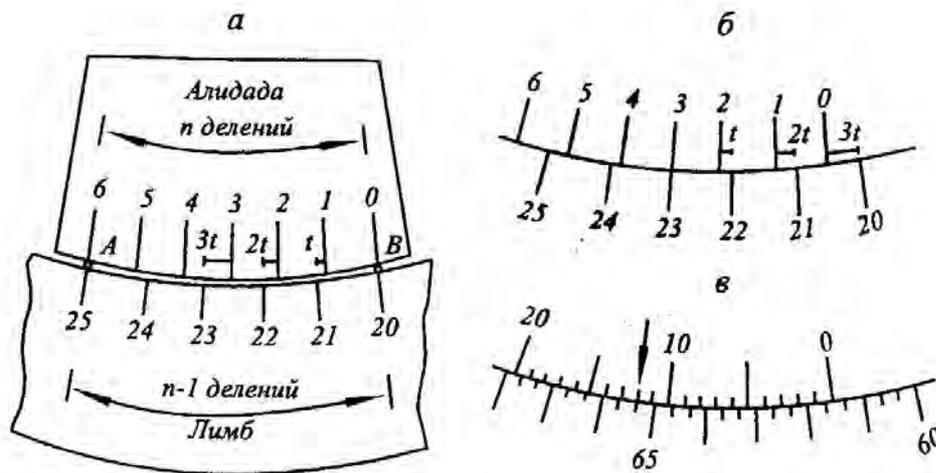


Рисунок 4.9 – Верньеры

В случае рис. 4.9, а со штрихами лимба совпадают лишь начальный и конечный штрихи верньера, поэтому отсчет $A = 20^\circ 00'$. На рис. 4.9, б сов-

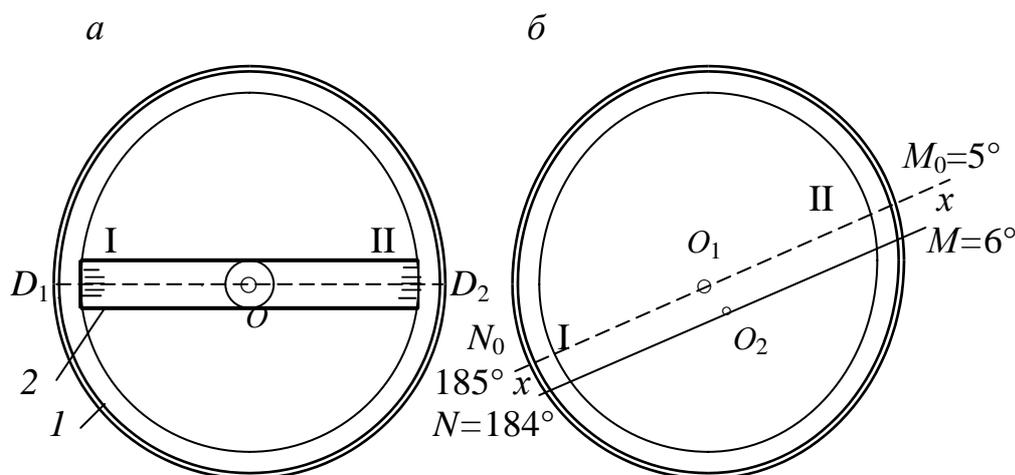
падает штрих 3 верньера, а начальный штрих смещен относительно деления лимба 20° на дугу $3t = 3 \cdot 10' = 30'$, значит отсчет $a = A + 3t = 20^\circ 30'$. Отсюда формула отсчетов по верньеру имеет вид

$$a = A + it, \quad (4.5)$$

где it – произведение номера совмещенного штриха верньера и его точности.

На рис. 4.10, *в* показан верньер, у которого $\mu = 20'$; $n = 20$; $t = 20/20 = 1'$; $i = 12$, поэтому отсчет $a = 61^\circ 20' + 12' = 61^\circ 32'$.

Эксцентриситет алидады. В угломерных геодезических приборах на алидаде могут размещаться одно отсчетное устройство или два диаметрально противоположных I и II (см. рис. 4,10, *а*). В первом случае отсчетная система называется *односторонней* во втором – *двусторонней*.



а – угломерный круг и алидада; *б* – эксцентриситет алидады;
 1 – угломерный круг; 2 – алидада; I – первый, II – второй верньеры

Рисунок 4.10 – Верньерное двустороннее отсчетное устройство

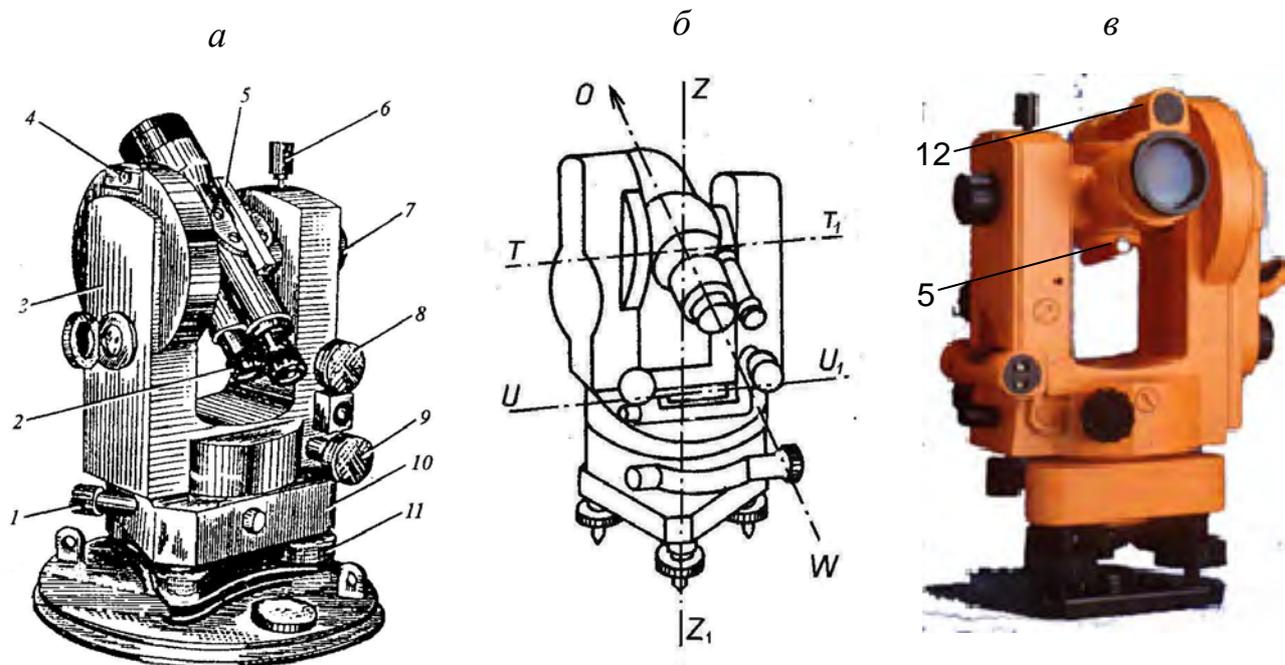
Ось вращения алидады O_2 (рис. 4.10, *б*) должна совпадать с центром лимба O_1 . При этом условии с помощью двусторонней отсчетной системы получают отсчеты M_0 и N_0 , различающиеся на 180° . Несовпадение оси O_2 вращения алидады с центром O_1 лимба называется *эксцентриситетом*

алидады. При эксцентриситете получают отсчеты M и N , не совпадающие с отсчетами M_0 и N_0 на величину x , при этом $M = M_0 + x$, $N = N_0 - x$. Последнее из этих равенств запишем в виде $N - 180^\circ = N_0 - x - 180^\circ$. Сложим первое и третье равенства и полученную сумму разделим пополам, получим: $(M + N - 180^\circ) / 2 = (M_0 + N_0 - 180^\circ) / 2$, следовательно среднее из отсчетов по двум диаметрально противоположным отсчетным устройствам с учетом их различия на 180° свободно от погрешности за счет эксцентриситета алидады. В примере рис. 4.9, б при эксцентриситете алидады отсчеты $M = 6^\circ$; $N = 184^\circ$, средний отсчет $M = (M + N - 180^\circ) / 2 = 5^\circ$ свободен от этой погрешности.

В теодолитах с односторонней отсчетной системой рассмотренный эксцентриситет должен быть незначительной величиной, которую обеспечивает завод-изготовитель. Остаточная погрешность, обусловленная эксцентриситетом, устраняется измерениями углов теодолитом способами, рассмотренными в § 3.4.

Установочные устройства. К установочным устройствам геодезического прибора относятся подставка, операционные винты, уровни, диоптры. Подставка 2 (рис. 4.11, а) служит основанием геодезического прибора и крепится к головке штатива становой винтом. Подставка снабжена тремя подъемными винтами, вращая которые прибор горизонтируют, добиваясь приведения пузырька установочного уровня в нуль-пункт. Для регулирования умеренной силы, с которой подставку прижимают к головке штатива, служат трегер и плоская пружина трегера (см. рис. 4.11, а), в которую ввинчивают становой винт с умеренным усилием, при котором подъемные винты не должны получать тугое вращение.

Операционные винты (закрепительные и наводящие) служат для ручного управления прибором в процессе измерений.



a – теодолит Т30 в положении КЛ; *б* – главные оси теодолита;
в – теодолит 4Т30П в положении КЛ

1 – наводящий винт горизонтального круга; 2 – окуляр отсчетного микроскопа;
 3 – боковая крышка; 4 – гнездо крепления ориентир-буссоли; 5 – диоптр;
 6 – закрепительный винт; 7 – кремальера (фокусировочный винт зрительной трубы);
 8, 9 – наводящие винты трубы и алидады; 10 – подставка; 11 – подъемный винт;
 12 – цилиндрический уровень при зрительной трубе; главные оси: ZZ_1 – основная (вертикальная ось вращения верхней части прибора); UU_1 – ось цилиндрического уровня;
 TT_1 – горизонтальная ось вращения трубы; WO – визирная ось

Рисунок 4.11 – Оптико-механический теодолит и его главные оси

Диоптры закреплены на зрительной трубе и предназначены для ее предварительного наведения на визирную цель. Простейший диоптр представляет выступ-прицел на корпусе трубы. В теодолитах Т30 применен наиболее совершенный диоптр – оптический, он выполнен в виде трубки с линзой и диафрагмой, вертикальная и горизонтальная щели которой воспринимаются глазом как светлые крестообразные линии прицеливания.

В угломерных приборах малой точности (буссоли, гониометры и др.) в качестве визирного устройства применяют щелевые диоптры, которые состоят из следующих основных частей: алидады, закрепленных на ней глазного и предметного диоптров, отсчетных устройств (двух верньеров). Алидада (в переводе с арабского линейка) – это основание визирного устройства, которое установлено соосно с угломерным кругом и может вращаться независимо от него. Глазной диоптр выполнен в виде узкой вертикальной

щели, прорезанной в непрозрачной пластине, предметный диоптр имеет вид тонкой нити, натянутой в более широкой щели такой же пластины.

Штативы. Геодезические приборы при измерениях, как правило закрепляют на штативе, изготовленном из немагнитных материалов. Геодезический штатив – это тренога с металлической головкой и металлическими наконечниками на нижней части ножек. Штатив может быть деревянным или полностью металлическим. По конструкции штативы подразделяют на раздвижные (ШР) и нераздвижные (НР). Обозначение ШР-120 показывает, что у штатива можно регулировать длину ножек, а длина стороны треугольной головки равна 120 мм. В горных выработках применяются специальные штативы консольного и других видов, которые можно закреплять в стенках выработок и на проходческой крепи (см. § 8.4).

4.2. ТИПЫ ТЕОДОЛИТОВ

Теодолиты можно разделить на три конструктивные группы.

1. Теодолиты с металлическими угломерными кругами (механические теодолиты) в настоящее время не выпускают.

2. Оптическими традиционно называют теодолиты со стеклянными угломерными кругами и призмочно-линзовыми отсчетными микроскопами; все измерительные действия производит наблюдатель.

3. Частично автоматизированные теодолиты, к ним относятся кодовые. В кодовых теодолитах на угломерные круги нанесены штриховые кодовые дорожки и применена фотоэлектрическая регистрация отсчетов при измерении углов. Результаты измерений выдаются на дисплей прибора либо в числовой форме, либо в кодовой, и записываются на магнитный носитель информации для последующей компьютерной обработки.

Классификация теодолитов по точности. Оптические теодолиты российского производства по точности разделены на 3 класса: *высокоточные* (Т1), *точные* (Т2, Т5) и *технические* (Т15, Т30). В обозначении теодо-

лита цифрами указана средняя квадратическая погрешность измерения угла (в секундах) одним приемом в благоприятных условиях. Основные технические характеристики оптических теодолитов, выпускаемых в России, приведены в таблице 4.1. Эти сведения используются и при выборе теодолитов других зарубежных фирм.

Требования к точности теодолитов, применяемых в маркшейдерско-геодезических работах, определяются допусками к погрешностям конкретного вида измерений. Для съемочных работ используют технические теодолиты, специальные работы выполняют точными и высокоточными теодолитами. Освоение работы с техническими теодолитами представляет базу овладения техникой применения теодолитов иных типов в различных маркшейдерско-геодезических задачах.

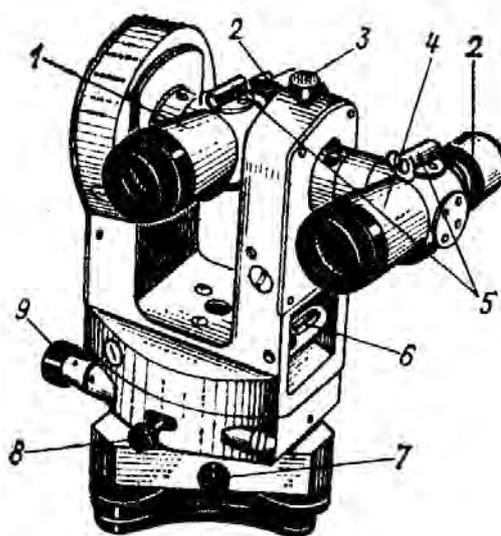
Таблица 4.1 – Основные технические характеристики оптических теодолитов

Характеристика	Теодолит				
	T1	T2	T5	T30	T30M
Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом в производственных условиях, с:					
горизонтального	1,5	3	7	30	30
вертикального	3	5	12	45	45
Зрительная труба:					
увеличение, крат	30; 40	25	25	18	18
наименьшее расстояние визирования, м	5	2	2	1,2	1,2
Цена деления цилиндрического уровня на алидаде круга, с:					
горизонтального	10	15	30	60	60
вертикального	15	20	25	30	30
Масса теодолита, кг	11,0	5,5	4,5	2,5	3,5

Конструктивные особенности теодолитов. В высокоточных, точных и некоторых типах технических теодолитов на алидаде вертикального круга устанавливается контактный уровень (см. рис. 4.7, а) для повышения точности измерения вертикальных углов. Но вместо уровня может применяться маятниковый компенсатор для автоматического устранения погрешностей, возникающих при малых наклонах прибора в процессе измерения вертикальных углов. В шифр теодолитов с компенсатором добавляется буква К, например, 2Т5К.

В шифре усовершенствованных теодолитов первой цифрой обозначают порядковый номер модификации прибора, например, 2Т2, 2Т5К, 2Т30П (теодолиты “второго поколения”). Буква П обозначает наличие зрительной трубы прямого изображения. Теодолит 4Т30П – прибор “четвертого поколения”.

Теодолиты Т30М, 2Т30М, 2Т30МЭ рудничного (маркшейдерского) исполнения предназначены для работы в подземных выработках и на земной поверхности. В них заложена возможность измерения углов, как в обычном, так и в перевернутом положении прибора, при котором его подставку закрепляют на обделке (крепи) горной выработки. В таком положении центрирование теодолита над пунктом производится с помощью нитяного отвеса относительно осевой метки на зрительной трубе. При слабой внешней освещенности отсчетная система прибора подсвечивается встроенным осветителем, который включается специальной кнопкой. Теодолит 2Т30МЭ (рис. 4.12) оснащен дополнительной зрительной трубой, которая установлена эксцентрично относительно вертикальной оси прибора и применяется для маркшейдерских съемок в крутопадающих выработках.



1 – центральная зрительная труба; 2 – кремальера; 3 – закрепительный винт вертикального круга; 4 – эксцентренная зрительная труба; 5 – диопры; 6 – уровень; 7 - закрепительный винт прибора в подставке; 8 – закрепительный винт горизонтального круга; 9 – наводящий винт горизонтального круга

Рисунок 4.12 – Теодолит 2Т30МЭ

Теодолиты, у которых горизонтальный угломерный круг и алидаду можно вращать независимо друг от друга, называют также *повторительными* (Т5), (Т30), (ТЗОМЭ), так как они позволяют измерять горизонтальные углы *способом повторений*, рассмотренным в § 4.4.

4.3. ПОВЕРКИ И ЮСТИРОВКИ ТЕОДОЛИТОВ

Каждый геодезический прибор, находящийся в эксплуатации, подвергается обязательной ежегодной метрологической аттестации в учреждении метрологического надзора. Помимо этого работник, действующий с прибором, обязан выполнять периодически его основные поверки и при возможности необходимые юстировки (регулировки).

Погрешности, свойственные геодезическому прибору, делят на две группы: 1) вызванные отклонениями геометрической формы и размеров деталей при заводском изготовлении и сборке прибора; 2) происходящие в результате отклонения осей и частей прибора от заданного взаимного положения. Первую группу погрешностей выявляют в процессе исследований прибора по специальной программе и при необходимости направляют прибор на ремонт. Вторую группу погрешностей уменьшают до заданно малых величин в процессе поверок и юстировок (наладки) прибора.

При приемке прибора для работы проверяют комплектность его упаковки. Выявляют общее техническое состояние теодолита, отсутствие механических повреждений, работоспособность операционных винтов, легкость вращения алидады и зрительной трубы, чистоту поля зрения трубы и отсчетного микроскопа, работу фокусирующего устройства. Проверяется устойчивость прибора в подставке и на штативе. Люфт в соединениях штатива устраняется умеренной затяжкой соответствующих болтов.

Качество цилиндрического уровня теодолита проверяется так: подъемным винтом подставки пузырьку придают малые перемещения, которые должны быть плавными без задержек и рывков.

Определение длины отсчетной шкалы. В теодолитах со шкаловыми микроскопами (см. рис. 4.8, б, в) видимая длина шкалы должна равняться длине дуги между двумя соседними штрихами лимба. Допускается несовпадение до 0,1 наименьшего деления шкалы. Теодолит юстируют в мастерской.

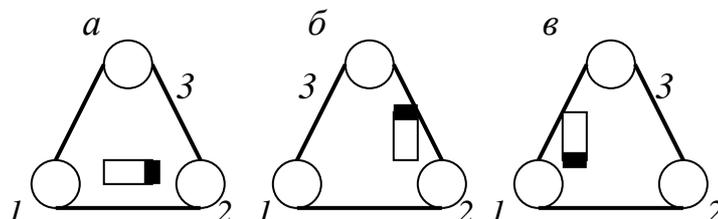
Рабочие положения теодолита. Во время измерений теодолит должен быть горизонтирован при помощи цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга. Различают два рабочих положения теодолита по отношению к наблюдателю: 1) вертикальный круг находится слева от окуляра зрительной трубы (обозначение “круг лево” или КЛ) и 2) – справа (обозначение “круг право” или КП). Положение теодолита КЛ меняют на положение КП (или наоборот) поворотом зрительной трубы через зенит, при этом верхнюю часть прибора поворачивают вокруг вертикальной оси на 180° окуляром к наблюдателю.

Основные поверки всех типов оптических теодолитов

В исправном теодолите его главные геометрические оси, рассмотренные в § 4.1 и показанные на рис. 4.11, б, должны быть взаимно сопряжены с высокой точностью. Рассмотренные ниже основные поверки оптических теодолитов выполняются в полевых условиях. В зависимости от конструктивных особенностей прибора выполняются и дополнительные поверки. При выполнении каждой поверки теодолит заново горизонтируют.

1. *Ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита, т.е. $UU_1 \perp ZZ_1$* (см. рис. 4.2 и рис. 4.11, б). Поворотом верхней части теодолита ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга устанавливают параллельно двум любым подъемным винтам подставки 1 и 2 (рис. 4.13, а). Вращая их в противоположные стороны, пузырек уровня приводят в нуль-пункт. Затем верхнюю часть теодолита поворачивают на 90° , закреп-

ляют и вращением подъемного винта 3 (рис. 4.13, б) пузырек вновь приводят в нуль-пункт. Оставив круг закрепленным, верхнюю часть теодолита поворачивают на 180° (рис. 4.13, в). Если пузырек остался в нуль-пункте (допустимо отклонение до 0,3 – 0,5 деления ампулы), то условие поверки соблюдено.



a – параллельно подъемным винтам 1 и 2; *б* – на 90° ; *в* – на 180°

Рисунок 4.13 – Повороты цилиндрического уровня при его поверке и юстировке

При значительном смещении пузырька уровень юстируют: действуя подъемным винтом 3 подставки пузырек смещают к нуль-пункту на половину его отклонения. Затем пузырек приводят к нуль-пункту, действуя юстировочными винтами уровня 1 и 2 (см. рис. 4.6.). После этого поверку повторяют.

2. *Вертикальный штрих визирной сетки должен быть перпендикулярен оси вращения трубы, т.е. к TT_1* (см. рис. 4.2 и рис. 4.11, б). Визируют зрительной трубой на четко видимую точку и совмещают с ней изображение вертикального штриха сетки, наводящим винтом поворачивают трубу в вертикальной плоскости (вокруг оси TT_1). В исправном теодолите изображение точки перемещается вдоль вертикального штриха и оси двойного штриха (биссектора). Если изображение точки смещается в сторону более чем на $1/3$ ширины биссектора, то положение сетки следует исправить. Для этого отвинчивают защитный колпачок, ослабляют винты, которые скрепляют окулярную часть с торцом трубы, и разворачивают сетку, визируя на нить отвеса, подвешенного в 5 – 10 м от прибора. После закрепления ослабленных винтов проверяют результат юстировки.

3. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения трубы, т.е. $WO \perp TT_1$ (см. рис. 4.2 и рис. 4.11, б). В исправном теодолите при вращении зрительной трубы вокруг оси TT_1 визирная ось WO описывает плоскость, называемую *коллимационной*. Если визирная сетка установлена с боковым смещением, (рис. 4.14, а), то визирная ось отклоняется от перпендикуляра к оси T_1T_1 на угол c , который называется *коллимационной погрешностью*.

При проверке в положении теодолита КЛ (или КП) визируют концом вертикального штриха сетки на четко видимую точку A , удаленную на 100-200 м в приблизительно горизонтальном направлении. Берут отсчет $a_{\text{л}}$ по горизонтальному кругу (см. рис. 4.14, а). Оставив горизонтальный круг неподвижным, аналогично визируют на ту же точку в положении теодолита КП и берут отсчет по горизонтальному кругу $a_{\text{п}}$ (рис. 4.14, б). В исправном теодолите разность отсчетов не должна отличаться от 180° больше, чем на двойную коллимационную погрешность $2c = 2t$, где t – точность отсчетного устройства ($a_{\text{л}} - a_{\text{п}} \pm 180^\circ \leq 2c_{\text{доп}} = 2t$). В теодолитах типа ТЗ0 – 4ТЗ0П $t = 0,5'$, поэтому $2c_{\text{доп}} = 1'$.

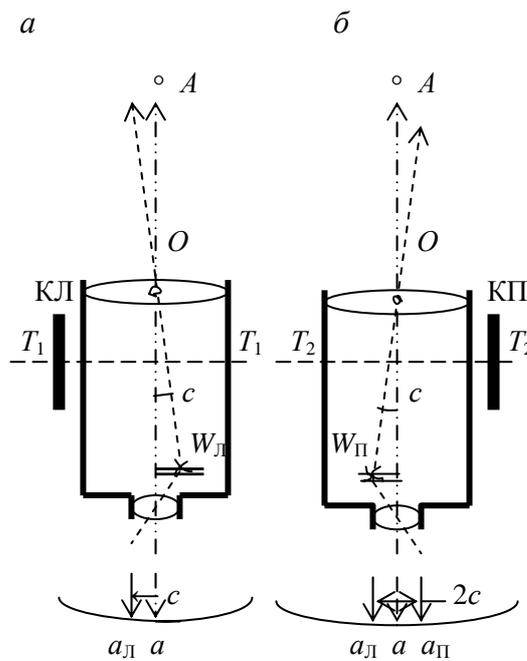


Рисунок 4.14 – Проверка положения визирной оси

Для устранения недопустимой коллимационной погрешности сначала вычисляют среднее из отсчетов $a_{л}$ и $a_{п}$

$$a = (a_{л} + a_{п} \pm 180^\circ) / 2,$$

затем алидаду устанавливают на отсчет a , диафрагму с визирной сеткой перемещают ее боковыми юстировочными винтами до совмещения вертикального штриха сетки с изображением точки A . Результат юстировки проверяют повторной поверкой.

4. *Ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита, т.е. $TT_1 \perp ZZ_1$* (см. рис. 4.2 и рис. 4.11, б). Для поверки теодолит устанавливают в 8 – 15 м от вертикальной стены здания (рис. 4.15) и приводят в рабочее положение по уровню, закрепляют горизонтальный круг.

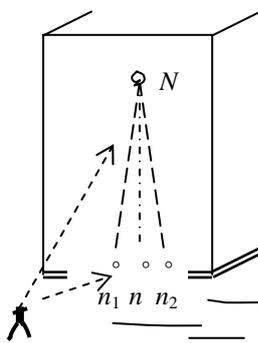


Рисунок 4.15 – Поверка положения оси вращения трубы

В перпендикулярном к стене направлении зрительной трубой визируют на какую-либо четкую легко опознаваемую точку N под углом наклона $45\text{--}50^\circ$. Зрительную трубу переводят в горизонтальное положение и на стене по команде наблюдателя помощник отмечает точку n_1 – проекцию вертикального штриха сетки. Затем при втором положении вертикального круга находят вторую проекцию n_2 точки N . Видимое через трубу расстояние n_1n_2 не должно превышать $1/3$ ширины биссектора. Исправляют положение оси вращения трубы теодолита в мастерской.

Дополнительные поверки точных теодолитов

Поверка оптического отвеса. В теодолитах Т1, Т2, Т5 и других поверяется оптический отвес, который расположен в подставке или в алидадной части теодолита.

5. *Визирная ось оптического отвеса должна совпадать с осью вращения теодолита ZZ_1* (см. рис. 4.2). Теодолит горизонтируют, затем на экране, положенном на землю под штативом, отмечают точку – проекцию центра сетки оптического отвеса. После этого корпус отвеса поворачивают на 180° и на экране отмечают новое положение проекции. Если отмеченные точки не совпадают более чем на 0,5 мм, то такой отвес юстируют в мастерской или самостоятельно.

Поверка компенсатора наклонов. В теодолитах Т5К, 3Т5КП и др. необходимо проверить точность работы компенсатора.

6. *Компенсатор должен сохранять неизменным отсчет по вертикальному кругу при наклонах вертикальной оси вращения теодолита до 3–5'.* Теодолит закрепляют на штативе так, чтобы один из подъемных винтов подставки был направлен в сторону точки B , затем прибор горизонтируют по уровню. Визируют средним горизонтальным штрихом сетки на точку B и берут отсчет b_1 по вертикальному кругу. Поворачивают верхнюю часть теодолита на 90° и подъемным винтом подставки теодолит наклоняют в сторону точки B на 3–4 деления ампулы цилиндрического уровня. Вновь визируют средним горизонтальным штрихом трубы на точку B и берут отсчет b_2 . Поворачивают верхнюю часть теодолита на 90° , после чего тем же подъемным винтом теодолит наклоняют в противоположную сторону на такое же число делений уровня. Затем визируют на точку B и берут отсчет b_3 по вертикальному кругу. Все отсчеты должны совпадать в пределах точности отсчетного устройства. Компенсатор юстируют в мастерской.

4.4. ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ

Положение визирных целей. Как правило, невозможна прямая оптическая видимость на координатную метку, нанесенную на центр геодезического пункта. Поэтому при измерениях углов над центром соседнего геодезического пункта (маркшейдерско-геодезического знака) устанавливают визирную цель. При расстояниях между пунктами в несколько км постоянную визирную цель закрепляют визирным цилиндром на вершине сигнала или пирамиды, поставленной над центром (см. рис. 1.10). При расстояниях в десятки и сотни метров в качестве временных визирных целей используют марки на штативах или на консолях, вехи. Продольная ось визирной цели должна быть отвесна. Это условие проверяется относительно вертикальных штрихов визирной сетки теодолита.

Работа с теодолитом Т30. Теодолит центрируют над пунктом по нитяному отвесу с точностью 5–10 мм при длинах сторон угла свыше 50–60 м, а при длинах сторон 20–40 м – с точностью 5 мм и выше. С такой же точностью вехи устанавливают над соседними пунктами в своре сторон угла.

Примечание – теодолиты типа Т30 – 4Т30П можно центрировать с погрешностью около 1 мм при помощи зрительной трубы, направленной объективом вниз при отсчете по вертикальному кругу $270^{\circ} 00'$ – на метку центра визируют сквозь отверстия в алидаде, в подставке и в станovém винте.

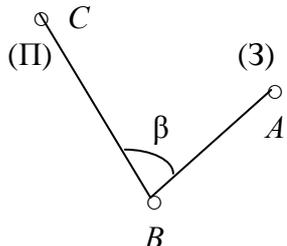
Теодолиты Т30 – 4Т30П горизонтируют с помощью цилиндрического уровня: при этом выполняют действия, рассмотренные при поверке 1 (см. рис. 4.13, *а, б, в*). В горизонтированном теодолите при любой ориентации зрительной трубы пузырек цилиндрического уровня не должен отклоняться от нуля-пункта больше чем на половину деления ампулы.

Зрительную трубу фокусируют с устранением параллакса изображений сетки и предмета (см. § 4.1).

Основные способы измерения горизонтальных углов – способ отдельного угла и способ круговых приемов.

Способ отдельного угла. Горизонтальный угол ABC (схема к табл. 4.2) можно рассматривать как правый (справа лежащий) по ходу $A-B-C$. В этом случае точку A называют *задней*, а точку C – *передней* по отношению к вершине B угла β . При измерении отдельного угла ABC точку A можно также рассматривать как правую, а точку C как левую точки этого угла.

Таблица 4.2 – Журнал измерения горизонтальных углов теодолитом Т30

Наименование		Отсчеты		Горизонтальный угол		Схема угла
станции	точки	по горизонтальному кругу		в полу-приеме	среднее β	
B	A	a_1	$156^\circ 48'$	$85^\circ 37'$	$85^\circ 36,5'$	
	C	a_2	$71^\circ 11'$			
	A	a_3	$338^\circ 01'$	$85^\circ 36'$		
	C	a_4	$252^\circ 25'$			

Над вершиной B измеряемого угла β центрируют и горизонтируют теодолит, а над точками A и C ставят визирные цели (вехи вдавливают в землю в створе прямых BC и BA).

Угол измеряют двумя полуприемами. Каждый полуприем выполняют в одном из положений теодолита либо КЛ, либо КП.

Первый полуприем. Закрепляют горизонтальный угломерный круг теодолита, открепляют алидаду и визируют зрительной трубой (вертикальным штрихом сетки) на заднюю по ходу визирную цель A . По горизонтальному кругу берут отсчет a_1 , записывают его в журнал (табл. 4, a). Затем при закрепленном горизонтальном круге визируют на переднюю точку C и берут отсчет a_2 . Правый по ходу угол вычисляют по формуле

$$\beta' = a_1 - a_2, \quad \text{или} \quad \beta' = 3 - \text{II}, \quad (4.6)$$

где $a_1 = 3$ и $a_2 = \text{II}$ – отсчеты по горизонтальному лимбу при визировании на заднюю и переднюю по ходу точки. В нашем примере в результате измерений угла первым полуприемом получено значение $\beta' = 85^\circ 37'$.

Прежде чем начать *второй полуприем*, зрительную трубу переводят через зенит (изменяют положение КЛ на КП или наоборот), а горизонтальный круг вместе с алидадой поворачивают на угол $\Delta\beta \approx 3-5^\circ$ и закрепляют. Затем действия второго полуприема выполняют в той же последовательности как и первого. В примере табл. 4.2. второе значение угла равно $\beta'' = 85^\circ 36'$.

Допустимое расхождение углов β' и β'' составляет $2t$ – двойную точность отсчетного устройства (1' для теодолитов Т30 – 4Т30П). При этом условии вычисляется среднее (окончательное) значение измеренного угла $\beta = (\beta' + \beta'') / 2$.

Способ круговых приемов. Теодолит устанавливают над общей вершиной M нескольких измеряемых горизонтальных углов (см. схему к табл. 4.3).

Таблица 4.3 – Журнал измерения углов круговыми приемами теодолитом Т5

Номер		Отсчеты по лимбу		Л-П 2с	Л+П 2	Приведенные направления (Л-П)/2 – a_n A_i	Схема направлений
станции	точки	Л (КЛ)	П (КП)				
Первый прием							
М	1	0° 10,5'	180° 10,2'	+0,3'	10,35'	0° 00,0'	
	2	44° 20,6'	224° 20,5'	+0,1'	20,55'	44° 10,10'	
	3	175° 54,9'	355° 54,7'	+0,2'	54,80'	175° 44,35'	
	4	264° 42,1'	83° 41,8'	+0,3'	41,95'	263° 31,50'	
	1	0° 10,7'	180° 10,4'	+0,3'	10,55'	0° 00,0'	
		$\delta L = -0,2$	$\delta P = -0,2$	$a_n = 10,45'$		$\delta L_{\text{доп}} = \delta P_{\text{доп}} = 2t = 0,2'$	

Первый полуприем. При визировании в положении КЛ на начальную точку 1 горизонтальный лимб ставят на отсчет, близкий к $0^\circ 03' - 0^\circ 10'$, и закрепляют. Отпускают верхнюю часть теодолита и, сделав 1–2 оборота по часовой стрелке, визируют зрительной трубой (вертикальным штрихом сетки) на визирные цели в последовательности 1, 2, 3, 4, 1 и каждый раз берут отсчет по горизонтальному лимбу. Разность δL начального и конечного отсчетов на точку 1 характеризует устойчивость прибора, ее допустимое значение составляет $2t$ – двойную точность отсчетного устройства (0,2' для теодолита Т5).

Второй полуприем. Зрительную трубу переводят через зенит, отпускают алидаду, но горизонтальный круг оставляют закрепленным в прежнем положении. Верхнюю часть теодолита вращают на 1–2 оборота против часовой стрелки и приступают к визированиям с отсчетами второго полуприема в последовательности 1, 4, 3, 2, 1. Убедившись в допустимости разности $\delta\Pi$ (см. табл. 4,3), вычисляют значения двойной коллимационной погрешности $2c = \text{Л} - \text{П}$, среднее значения начального отсчета $a_n = 10,45'$ по четырем значениям отсчетов в направлении $M-1$. Окончательный результат первого приема – это приведенные направления

$$A_i = (\text{Л} + \text{П})/2 - a_n.$$

Для уменьшения приборных и внешних погрешностей выполняют 2–3 круговых приема, а перед каждым приемом горизонтальный лимб переставляют на угол

$$\Delta\beta = 180^\circ / n + \mu,$$

где μ – цена наименьшего деления лимба (в теодолите Т5 $\mu = 1^\circ$).

Способ повторений. При этом способе сначала визируют на точку A измеряемого угла β (см. схему табл. 4.2) и берут начальный отсчетом a_n , затем визируют на точку C и берут промежуточный отсчет c_1 , вычисляют контрольное значение угла $\beta_k = a_n - c_1$, затем отпускают закрепительный винт угломерного круга и, вращая трубу совместно с угломерным кругом (сохраняя отчет c_1), вновь визируют на точку A (при этом горизонтальный круг поворачивается на угол β), закрепляют угломерный круг, затем визируют на точку C и берут отсчет c_2 по горизонтальному кругу, соответствующий *второму повторению*. Вычисленное значение угла $\beta_2 = (a_n - c_2)$ должно быть близко к контрольному β_k . Число повторений принимают до трех при КП и КЛ и таким способом уменьшают погрешности, обусловленные ограниченной точностью отсчетного устройства теодолитов со

шкаловым отсчетным микроскопом. Способ трудоемкий и не находит широкого применения.

Измерения горизонтальных углов способом «от нуля». На практике в ряде угломерных задач для некоторого упрощения измерений горизонтальный круг теодолита устанавливают на отсчет $0^{\circ} 00,0'$ при визировании на левую точку угла и закрепляют. При визировании на правую точку отсчет по горизонтальному кругу будет равен измеряемому углу. Способ «от нуля» используется, например, при построении горизонтального угла теодолитами ТЗ0 – 4ТЗ0П с повышенной точностью (см. ниже). Способ «от нуля» не применяют в тех геодезических работах, в которых он не предусмотрен соответствующими инструкциями, не обеспечивает надлежащий контроль результатов, оказывается излишне трудоемким.

Построение горизонтальных углов теодолитом ТЗ0 с повышенной точностью. Горизонтальные углы можно построить на местности теодолитом ТЗ0 со средней квадратической погрешностью $m_{\beta} \approx 5-6'' = 0,1'$ при условии, что угол не содержит дробных долей наименьшего деления шкалы, а точность центрирования теодолита и визирных целей (≈ 1 мм) отвечает названной погрешности m_{β} . В данном случае используют свойство глаза человека различать совмещение штриха отсчетного микроскопа со штрихом градусного деления лимба с точностью $2-3''$ (см. рис. 4.8) Например требуется построить угол $\angle CBA = \beta = 90^{\circ} 00' \pm 0,1'$. Для этого сначала необходимо точно центрировать теодолит над вершиной угла при помощи его зрительной трубы, установленной объективом вниз на отсчет по вертикальному кругу $90^{\circ} 00'$ или $270^{\circ} 00'$ (визирование производится сквозь отверстие в подставке теодолита и станом винте). Затем при визировании на точку C максимально точно устанавливают отсчет по горизонтальному кругу $c = 00^{\circ} 00,0'$ и при закрепленном горизонтальном круге поворачивают верхнюю часть теодолита на отсчет $a = 90^{\circ} 00,0'$. Визирная ось зрительной трубы будет направлена в сторону точки A . На местности обозначают точку A_1 . Работу следует выполнить при КП и КЛ. За оконча-

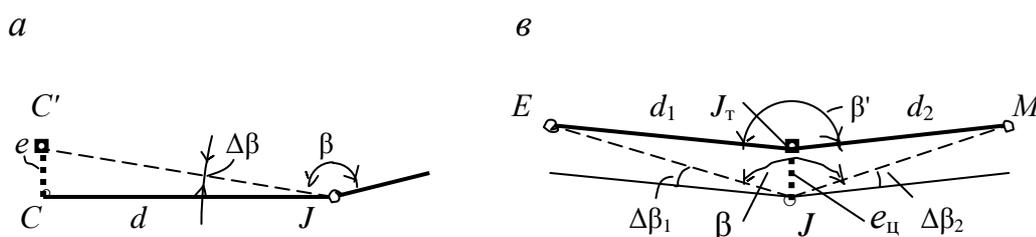
тельное положение точки A выбирают среднее, если несовпадение точек A_1 и A_1 не превышает 3-4 мм на 100 м расстояния от теодолита.

Основные источники погрешностей при угловых измерениях

Погрешность в значении каждого угла или измеренного направления проявляется как сумма влияния приборных и внешних источников погрешностей.

Приборные погрешности исправного теодолита обусловлены в основном неполной его юстировкой. Эти погрешности уменьшают до мало значимых величин, соблюдая установленную методику соответствующих измерений при КЛ и КП. Для технических теодолитов приборная средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом составляет $m_\beta = 20-30''$, т. е. близка к точности отсчетного устройства $t = 30'' = 0,5'$.

Внешние погрешности (центрирования визирных целей и теодолита) должны быть малыми и соответствовать по величине общей приборной погрешности. Например (рис. 4.16, *а*), если веха C центрирована с линейной погрешностью $e = CC'$, то угол β получится с погрешностью (в радианах) $\Delta\beta = e/d$, а в угловых минутах $\Delta\beta = (e/d)\rho'$ (где $\rho' = 3438'$ – число минут в радиане). При погрешности $e = 1$ см, $d = 100$ м. находим $\Delta\beta \approx 0,3'$.



а – вехи; *б* – теодолита

Рисунок 4.16 – Погрешность угла при неточном центрировании

Если согласно рис. 4.16, *б* теодолит центрирован над точкой J_T с поперечной погрешностью e_π , то вместо угла $\beta = EJM$ измеряется горизонтальный угол $\beta' = EJ_T M$, погрешность угла принимает максимальное значение $\Delta\beta = \Delta\beta_1 + \Delta\beta_2$. При расстояниях от теодолита до вех $d_1 \approx d_2$ и заданной величине $\Delta\beta_{\text{доп}}$ точность центрирования рассчитывается по формуле

$$e_{\text{ц}} = (2\Delta\beta_{\text{доп}} d_1)/\rho'.$$

Согласно расчету по данной формуле погрешность центрирования при минимальных допустимых расстояниях визирования $d_1 \approx d_2 \approx 20$ м и при условии, что $\Delta\beta_{\text{доп}} = 0,5'$, не должна превышать величину $e_{\text{ц}} = 6$ мм.

В процессе измерений теодолит должен быть устойчив. На болотистом грунте под ножки штатива необходимо забивать колья, на пашне – колья или камни; на нагретой асфальтированной поверхности применять устойчивые подкладки (прочные пластины, кирпичи и др.), а время измерений на станции должно быть минимальным.

С учетом соблюдения рассмотренных условий работы техническими теодолитами предельная погрешность измерения угла нормируется равной двойной точности отсчетного устройства $2t$: $\Delta\beta_{\text{доп}} = 2m_{\beta} = 2t = 0,8-1'$.

4.5. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ УГЛОВ

Измерения вертикальных углов начинают после приведения теодолита в рабочее положение. Наведение на визирную цель производят средним горизонтальным штрихом визирной сетки зрительной трубы, при этом следят, чтобы пузырек соответствующего цилиндрического уровня находился в нуль-пункте. В теодолитах Т30 – 4Т30П используется цилиндрический уровень на алидаде горизонтального круга. В теодолитах, оснащенных цилиндрическим уровнем при алидаде вертикального круга, проверяют установку этого уровня. В теодолитах с компенсатором (например, Т5К) допускают незначительные отклонения пузырька круглого уровня.

Вертикальный круг и зрительная труба теодолита Т30 жестко соединены с общей для них осью вращения так, что бы диаметр лимба $90-270^\circ$ и визирная ось трубы были взаимно параллельны в проекции на плоскость вертикального лимба и проходили через геометрическую ось TT_1 (см. рис. 4.2). Угол наклона ν теоретически определяется относительно гори-

горизонтальной плоскости HH (рис. 4.17, *а, б*), но при помощи данного теодолита угол наклона измеряется относительно отвесной линии ZZ как разность отсчетов по угломерному кругу, полученных при наклонном и горизонтальном положении визирной оси зрительной трубы. При визировании на точку M отсчеты берутся относительно отсчетного индекса $И$. Если теодолит находится в положении $КП$, отсчет по вертикальному кругу следует обозначить символом $П$, для положения $КЛ$ – символом $Л$ (см. рис. 4.17, *а, б*).

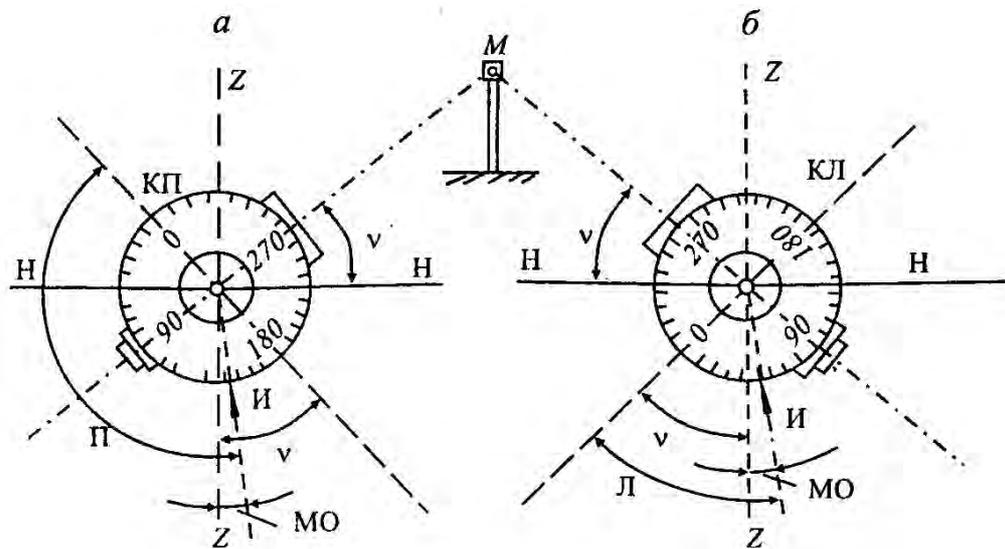


Рисунок 4.17 – Измерение углов наклона

Место нуля вертикального круга (МО) – это величина отсчета по вертикальному кругу теодолита при горизонтальном положении осей: визирной оси зрительной трубы и оси цилиндрического уровня на алидаде вертикального круга. В теодолите Т30 величина МО представляет угол между направлением радиуса отсчетного индекса $И$ и диаметром лимба $90\text{--}270^\circ$, установленным вертикально по цилиндрическому уровню.

В зависимости от рабочего положения теодолита $КП$ (см. рис. 4.17, *а*) или $КЛ$ (см. рис. 4.17, *б*) угол наклона вычисляется по формулам

$$v = 180^\circ - П + МО; \quad (4.7)$$

$$v = Л - МО. \quad (4.8)$$

Приравняв выражения (4.7) и (4.8), найдем

$$МО = (Л + П - 180^\circ) / 2. \quad (4.9)$$

В хорошо отъюстированном теодолите МО близко или равно нулю. Если $МО = 0^\circ 00'$, то в положении теодолита КЛ отсчет Л по вертикальному кругу равен углу наклона v .

Формулы (4.7) – (4.9) применительно к различным теодолитам записываются в несколько ином виде в зависимости от типа оцифровки градусных делений вертикального круга. Для теодолитов Т30 и 4Т30П с круговой оцифровкой $0^\circ - 359^\circ$ используются следующие формулы

$$МО = (Л + П + 180^\circ) / 2; \quad (4.10)$$

$$v = Л - МО; \quad (4.11)$$

$$v = МО - П - 180^\circ; \quad (4.12)$$

$$v = (Л - П - 180^\circ) / 2, \quad (4.13)$$

В теодолитах 2Т30П, 3Т30П, 2Т5, Т5К, 3Т5КП градусные деления вертикального круга разделены на четыре сектора, каждый оцифрован от 0° до 75° или от 0° до 90° с указанием знака “минус” для отрицательных углов наклона, а формулы для вычисления значений МО и v имеют вид:

$$МО = (Л + П) / 2; \quad v = Л - МО; \quad v = МО - П; \quad v = (Л - П) / 2. \quad (4.14)$$

Пример 1. (Теодолиты Т30, 4Т30П). Вычислить угол наклона v , если при визировании на точку M получены отсчеты $Л = 6^\circ 41'$; $П = 173^\circ 21'$.

Решение полное. $МО = (6^\circ 41' + 360^\circ + 173^\circ 21' + 180^\circ) / 2 = (720^\circ 02') / 2 = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$;

$$v = Л - МО = 6^\circ 41' - 0^\circ 01' = + 6^\circ 40';$$

$$v = МО - П - 180^\circ = 360^\circ 01' - 173^\circ 21' - 180^\circ = + 6^\circ 40';$$

$$v = (Л - П - 180^\circ) / 2 = (6^\circ 41' + 360^\circ - 173^\circ 21' - 180^\circ) / 2 = (+13^\circ 20') / 2 = + 6^\circ 40'.$$

Решение сокращенное. $МО = (Л + П + 180^\circ) / 2 = (6^\circ 41' + 173^\circ 21' + 180^\circ) / 2 = (360^\circ 02') / 2 = 180^\circ 01' + 180^\circ = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$; $v = Л - МО = 6^\circ 41' - 0^\circ 01' = + 6^\circ 40'$.

Пример 2. При визировании на точку *A* получены отсчеты (теодолиты Т30, 4Т30П) $Л = 354^\circ 02'$; $П = 186^\circ 00'$. Вычислить угол наклона.

Решение сокращенное. $МО = (Л + П + 180^\circ) / 2 = (354^\circ 02' + 186^\circ 00' + 180^\circ 00') / 2 = (720^\circ 02') / 2 = 360^\circ 01' = 0^\circ 01'$;

$$v = Л - МО = 354^\circ 02' - 360^\circ 01' = - 5^\circ 59'.$$

Пример 3. При визировании на точку *M* теодолитом 2Т30П получены отсчеты по вертикальному кругу $Л = -3^\circ 10'$, $П = +3^\circ 12'$. Вычислить угол наклона.

$$МО = (Л + П) / 2 = (-3^\circ 10' + 3^\circ 12') / 2 = +0^\circ 01';$$

$$v = Л - МО = -3^\circ 10' - 0^\circ 01' = -3^\circ 11'.$$

$$\text{Контроль } v = МО - П = -3^\circ 11'.$$

При измерении вертикальных углов колебания величины $МО$ не должны превышать $2t$ – двойной точности отсчетного устройства ($1'$ в теодолитах Т30). Из полученных величин $МО$ используется среднее.

Юстировка места нуля. Если $МО$ близко к нулю, то упрощаются вычисления углов наклона. Приступая к юстировке значение $МО$ определяют 2–3 раза, затем вычисляют угол наклона v .

В теодолитах Т30 – 4Т30П после определения величин $МО$ и v вновь визируют на точку *M* при КЛ и, удерживая пузырек уровня в нуль-пункте, зрительную трубу ставят на отсчет по вертикальному кругу $Л = v$. Затем вертикальными юстировочными винтами сетки ее средний горизонтальный штрих совмещают с изображением точки *M*, после чего определяют полученную величину $МО$.

В теодолитах с уровнем при алидаде вертикального круга (Т5, Т2 и др.) при визировании на точку M пузырек этого уровня удерживают в нуль-пункте. Определяют значения MO и ν . Затем визируют на точку M при КЛ и, вращая установочный винт названного уровня, устанавливают отсчет ν , равный величине угла наклона. После этого с помощью юстировочной шпильки или отвертки вращают юстировочный винт того же уровня – перемещают его пузырек в нуль-пункт. Находят новую величину MO .

В теодолитах с компенсатором при вертикальном круге (Т5К, 3Т5КП) величину $MO \approx 0^\circ 00'$ регулируют юстировочным винтом, расположенным на колонке вертикального круга (Т5К).

П р и м е ч а н и е – При заводской сборке теодолита величину MO устанавливают близкой к $0^\circ 00'$. В теодолитах Т30 – 4Т30П, как и во всех типах теодолитов, не рекомендуется изменять величину MO смещением визирной сетки больше, чем на $1-2'$, так как отклонение визирной оси от оптической оси будет приводить к значительным колебаниям визирной оси при перефокусировках трубы.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. В каких плоскостях измеряют горизонтальные и вертикальные углы и как это отражено в принципиальном устройстве теодолита?. **2.** Начертите обобщенную схему теодолита и его основные геометрические оси. **3.** Опишите устройство зрительной трубы теодолита, ее оси, видимое увеличение, точность визирования, последовательность установки на четкое изображение визирной сетки и предмета, устранение параллакса. **4.** Покажите назначение и устройство уровней в теодолите. **5.** Какие угломерные круги и отчетные устройства применяются в теодолитах типа Т30 и Т5 и как берутся отсчеты? **6.** Как классифицируют теодолиты по точности? **7.** Каковы особенности теодолитов в маркшейдерском исполнении?. **8.** Назовите технические особенности устройства практические возможности кодовых теодолитов. **9.** Как выполняются полевые поверки и юстировки теодолита перед началом измерений? **10.** Почему горизонтальные и вертикальные углы измеряют при КЛ и КП? **11.** Какие меры принимают для устранения действия внешних и внутренних источников погрешностей при измерении горизонтальных углов теодолитом, каковы требования к точности центрирования теодолита и визирных целей? **12.** Вычислить MO и ν , если в теодолите Т30 $L = 12^\circ 25'$; $P = 167^\circ 33'$ и если в теодолите 2Т30П $L = +12^\circ 27'$; $P = -12^\circ 25'$.

Г Л А В А 5

ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ

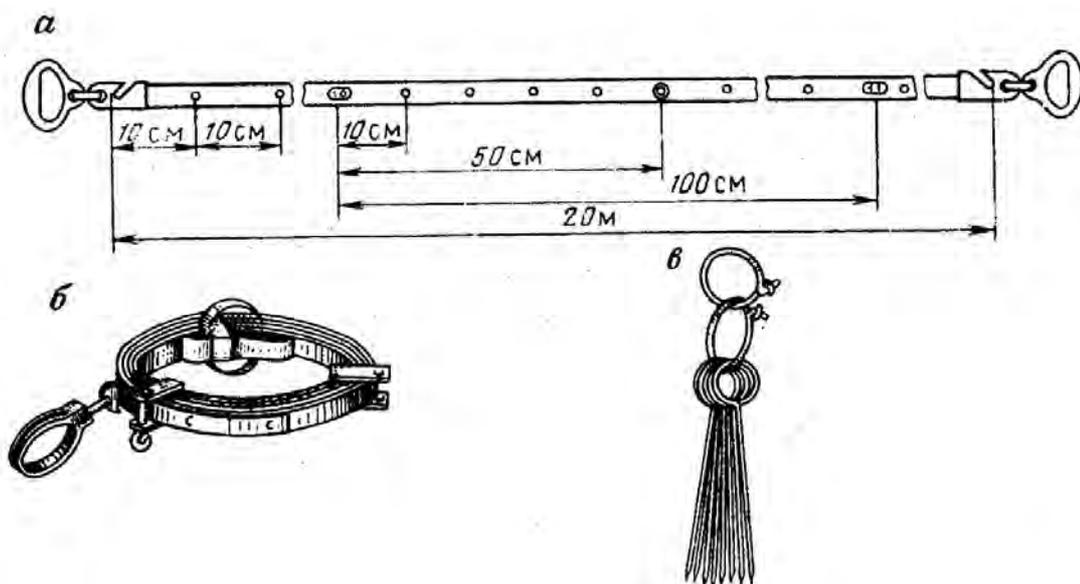
В маркшейдерско-геодезических работах расстояния между закрепленными и другими геодезическими точками на местности и в подземных выработках измеряют различными приборами непосредственными и косвенными методами. Непосредственное измерение расстояния между двумя обозначенными точками производится светодальномерами или механическими приборами (стальными лентами, рулетками, мерными проволоками). Косвенные способы определения расстояний основаны на измерении линейных величин, связанных с определяемыми расстояниями геометрическими зависимостями (например, определение горизонтального проложения по длине наклонной прямой и углу ее наклона, измерения расстояния оптическими дальномерами).

5.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ

К механическим приборам для непосредственного измерения расстояний относят стальные землемерные ленты и рулетки.

Землемерные ленты изготавливают из стальной полосы шириной 15–20 мм, толщиной 0,4–0,5 мм. Их обозначают ЛЗ-20, ЛЗ-24, ЛЗ-50 в соответствии с длиной 20, 24 или 50 м между концевыми штрихами ленты при натяжении 98 Н. Концы ленты (рис. 5.1) снабжены ручками, напротив концевых штрихов в ленте сделаны вырезы для закрепления ленты шпильками на поверхности земли. Метровые деления ленты закреплены оцифрованными пластинками, полуметры обозначены заклепками, дециметровые деления отмечены круглыми отверстиями. Точность отсчета $t \approx 1$ см.

В нерабочем состоянии лента должна быть намотана на каркас в виде кольца. В комплекте с лентой типа ЛЗ применяется набор из 6 или 11 шпилек.



a – метровые и дециметровые деления; *б* – на каркасе; *в* – шпильки

Рисунок 5.1 – Лента землемерная ЛЗ-20

Рулетки изготавливают многие зарубежные фирмы под различными наименованиями. В России выпускаются рулетки 2-го класса точности ОПК2-20 АНТ/1, ОПК2-30 АНТ/1, ОПК2-50 АНТ/1. Их изготавливают из стальной ленты шириной 1 см, длиной соответственно 20, 30 и 50 м. Ленту покрывают защитной пленкой, на нее наносят линейную шкалу с ценой деления 1 мм. Точность отсчета по такой шкале $t \approx 0,1-0,2$ мм.

Рулетка 3-го класса точности ОПК3-20 АНТ/10 длиной 20 м характеризуется шкалой с ценой деления 10 мм (точность отсчета по шкале $t \approx 1-2$ мм). В рулетках ОПК2 и ОПК3 ленты намотаны на каркас. В комплект рулеток шпильки не поставляются.

Примечание – В шифрах рулеток буквами и цифрами обозначены: О – открытый корпус (вилка или крестовина); З – закрытый корпус; П – плоская лента (сечение не в форме желоба); К – кольцо вытяжное; 2 или 3 – класс точности; А – удаление шкалы от начала ленты; Н или У – нержавеющая или углеродистая сталь; Т – штрихи шкалы нанесены травлением; /1 или /10 – в знаменателе дроби цена деления шкалы 1 или 10 мм.

Рабочее натяжение всех лент ЛЗ и рулеток – 98 Н.

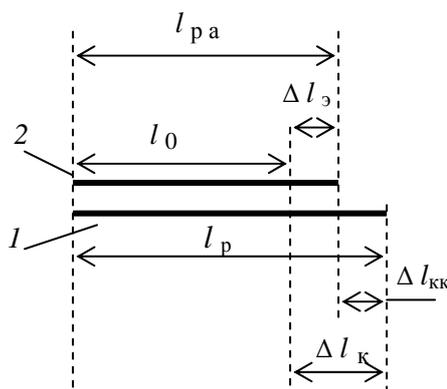
Поскольку землемерные ленты и рулетки принципиально не различаются, в дальнейшем будем использовать их обобщающее наименование – *мерные ленты*.

Компарирование мерных лент – это сравнение длины рабочей ленты с длиной рабочего эталона. Ленты, находящиеся в эксплуатации на производстве, ежегодно компарируют (аттестуют) в лаборатории метрологического надзора. Общая фактическая длины ленты выражается уравнением, например $l_p = 20,000 + 0,005$ м, или

$$l_p = l_0 + \Delta l_k, \quad (5.1)$$

где l_0 – номинальное значение длины; Δl_k – поправка на компарирование, указанная для температуры компарирования t_k (обычно $t_k = 18 - 20^\circ\text{C}$).

Дополнительно ленты компарируют в процессе эксплуатации в метрологической лаборатории предприятия. Применяется также дополнительное рабочее сравнение длины l_p рабочей ленты с длиной l_{pa} однотипной аттестованной ленты, хранящейся в качестве рабочего эталона (рис. 5.2).



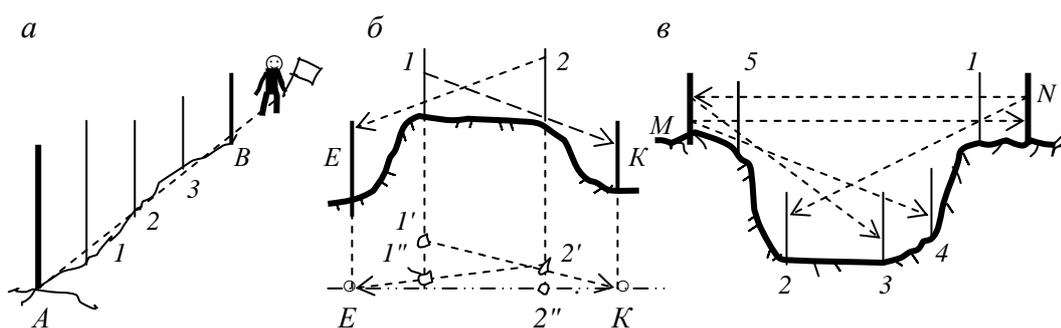
1, 2 – ленты рабочая и контрольная

Рисунок 5.2 – Сравнение рабочей ленты с рабочей поверенной лентой

При контрольной проверке аттестованную и проверяемую ленты помещают на ровной горизонтальной поверхности рядом, растягивают силой 98 Н (можно применить пружинные динамометры для натяжения силой 10 кгс $\pm 0,3$ кгс), совмещают нулевые штрихи лент, проверяют величины несовпадения шкал через каждые 1 – 3 м и находят контрольную разницу $\Delta l_{кк}$ длин лент рабочей и аттестованной $\Delta l_{кк} = l_p - l_{pa}$ (см. рис. 5.2).

Для аттестованной ленты 2 известна поправка $\Delta l_3 = l_0 - l_{p\ a}$, где l_0 – номинальное значение длины; $l_{p\ a}$ – фактическая длина аттестованной ленты. Тогда контрольная поправка в длину рабочей ленты (приближенная поправка на компарирование) $\Delta l'_k = \Delta l_{kk} + \Delta l_3$. Приближенная длина рабочей ленты выражается уравнением вида (5.1), причем численное значение контрольной поправки $\Delta l'_k$ не должно отличаться от поправки Δl_k больше чем на $1 / 10\ 000$ от длины ленты. В противном случае рабочую ленту направляют на поверку метрологической службой.

Измерение лентой длины линий на земной поверхности. Полосу местности между конечными точками A и B измеряемой линии расчищают от высокой травы, кустов и предметов, препятствующих выравниванию ленты в вертикальной плоскости при измерениях. Для устранения чрезмерных боковых отклонений ленты от направления AB (рис. 5.3, a) вехами обозначают *створ* – вертикальную плоскость, проходящую через две точки на местности, в данном примере через точки A и B . Кроме основных вех A и B в створе выставляют дополнительные вехи через 50 – 150 м соответственно условиям видимости вех. Вешение протяженных линий производят различными способами.



a – на мало пересеченной местности; b – через возвышенность; $в$ – через глубокий овраг

Рисунок 5.3 – Вешение створа

Для установки промежуточных вех способом ”на себя“ наблюдатель располагается в 2–3 м позади вехи B (см. рис. 5.3, a), по его сигналам по-

мощник в створе $A-B$ выставляет вехи 1, 2, 3. Первой укрепляют дальнюю веху.

При отсутствии за возвышенностью прямой видимости между вехами E и K (рис. 5.3, б) промежуточную веху 1 ставят на глаз вблизи створа в точке I' . Затем по указанию наблюдателя в точке I' помощник выставляет веху 2 в точке $2'$ створа $I'-K$. После этого веху 1 выставляют в точке I'' створа $2'-E$ и аналогичными действиями быстро приходят к обозначению створа $E-K$.

В случае вешения через овраг или балку (рис.5.3, в) в створе $M-N$ ставят вехи 1 и 5, в створе $N-I$ – веху 2, в створе $M-5$ – вехи 3 и 4.

При прямой видимости в створе более точное вешение достигается с помощью зрительной трубы теодолита, установленного над одной из точек створа. Сначала устанавливают дальнюю веху, затем ставят промежуточные вехи, приближаясь к теодолиту.

Измерения линий лентой ЛЗ-20 выполняют два замерщика. Передний берет 5 или 10 шпилек, задний – одну и этой шпилькой, поставленной вертикально, закрепляет задний конец ленты у начальной точки, убедившись, что подписи метровых делений возрастают в направлении переднего ее конца. Затем задний замерщик прижимает ногой ленту к земле с упором к шпильке и направляет переднего замерщика, который натягивает ленту и помещает ее в створ – в направлении передней вехи, передний конец натянутой ленты закрепляется в земле шпилькой. Затем задний замерщик вынимает свою шпильку, а передний снимает ленту со шпильки, которая остается в земле и от которой измерение продолжается после продвижения ленты вперед на ее длину l .

Когда передний замерщик поставит последнюю шпильку, у заднего их будет 5 или 10, это значит, что измерен отрезок, равный $5 l = 100$ м или $10 l = 200$ м при $l = 20$ м. Задний замерщик передает переднему 5 или 10 шпилек. Каждая такая передача отмечается в журнале измерений.

При достижении конечной точки B линии AB измеряют так называемый остаток r – расстояние от заднего нулевого штриха ленты до центра знака B . Полевой результат измерения вычисляется по формуле

$$D = n l + r, \quad (5.2)$$

где n – число отложений ленты до остатка r .

Расстояние измеряется дважды. Допустимое расхождение ΔD первого и второго результатов D' и D'' определяется по их допустимой относительной погрешности, например $(\Delta D / D)_{\text{доп}} = 1 : 2000$, при этом $\Delta D_{\text{доп}} = D / 2000$.

Если линия или ее часть расположены на наклонной поверхности, то измеряют угол наклона ν и длину D_ν соответствующего отрезка. Определяют температуру t ленты во время измерений, если она отличается от температуры компарирования более чем на $8 - 10^\circ\text{C}$.

Техника измерения линий с помощью рулеток практически не отличается от рассмотренной для ленты ЛЗ.

Вычисление горизонтального проложения d измеренного отрезка D производится с учетом поправок на компарирование ленты, на приведение наклонных участков к горизонту и на температуру (формула 5.8).

Поправка на компарирование вычисляется с учетом формулы (5.2), т. е.

$$\Delta D_{\text{к}} = \Delta l_{\text{к}} (n + r / l), \quad (5.3)$$

она прибавляется к расстоянию D , если лента длиннее номинального значения l_0 , и вычитается, если лента короче. Такая поправка не принимается во внимание, если ее величина меньше $1 : 10\,000$ длины l , т.е. 2 мм при $l = 20$ м.

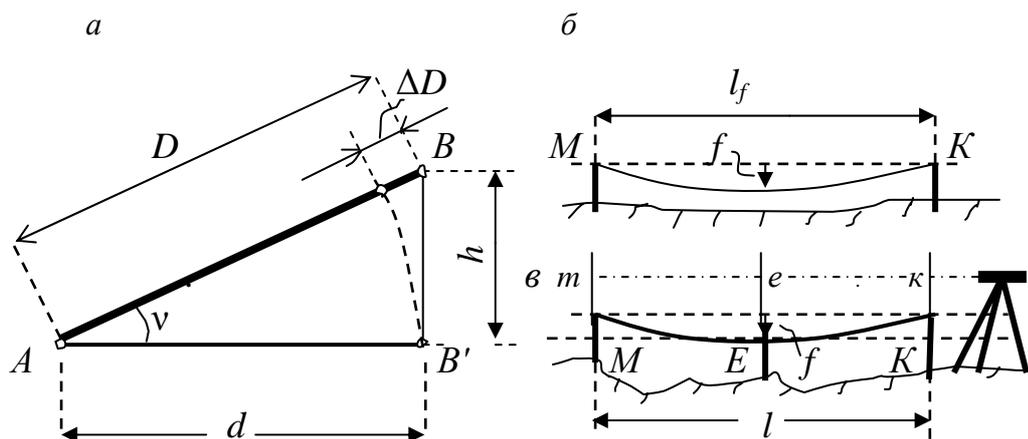
Поправка на наклон отрезка D учитывается в неявном виде при вычислении горизонтального проложения d (рис. 5.4) по формуле

$$d = D \cos v, \quad (5.4)$$

где v – угол наклона отрезка.

Поправка на наклон ΔD_v – отрицательное число, которое равно разности $d - D < 0$ или

$$-\Delta D_v = d - D = D \cos v - D = D (\cos v - 1). \quad (5.5)$$



a – наклон и горизонтальное проложение линии; *б* – провисание;
в – определение стрелы провисания

Рисунок 5.4 – Наклонное положение и провес мерной ленты

Если известно превышение h между конечными точками A и B прямого отрезка (см. рис. 5.4), то поправка на наклон

$$-\Delta D_v \approx h^2 / 2D. \quad (5.6)$$

Приближенная формула (5.6) выводится из рис. 5.4: $h^2 = D^2 - d^2 = (D + d)(D - d)$. При ограниченных значениях h принимаем $D + d \approx 2D$, а согласно формуле (5.5) $D - d = -\Delta D_v$. С учетом этих преобразований получена формула (5.6).

Поправка ΔD_v учитывается при углах наклона $v \geq 1,5^\circ$ или при превышениях $h \geq 2,6$ м на 100 м расстояния D .

Температурная поправка в измеренное расстояние

$$\Delta D_t = \alpha D (t - t_k), \quad (5.7)$$

где α – коэффициент температурной деформации ленты на 1°C (для стали $\alpha = 0,0000125$; для нержавеющей стали $\alpha = 0,0000205$);

t и t_k – температура ленты во время измерений и при компарировании соответственно.

Поправка на провес мерной ленты. В подземных выработках и иногда на земной поверхности мерной лентой измеряют расстояния «на весу» под постоянным натяжением динамометром (рис. 5.4, б). Стрела провисания равна f , при этом расстояние l_f между точками M и K отсчитывается по шкале ленты преувеличенным, а поправка на провисание теоретически вычисляется по формуле

$$\Delta l_{\text{п}} = -8f^2 / 3l, \quad (5.7, \text{а})$$

но практически ее аргумент f определяют опытным путем.

Для определения поправки $\Delta l_{\text{п}}$ кольца M и K забивают на одной высоте к контролем по горизонтальному визирному лучу теодолита или нивелира. Через верх кольшкков натягивают мерную ленту с помощью динамометра, с постоянной силой, которая будет применяться на объекте (в геодезии сила натяжения принята величиной 98 Н или 10 кгс). Рядом с точкой максимального провисания забивают кольшек E , совмещая его верх с уровнем ленты. Стрелу провеса измеряют с помощью линейки относительно горизонтального луча теодолита. Или кольшки нивелируют с помощью нивелира и рейки, берут отсчеты по рейке, соответственно m , e , k – расстояния от горизонтального визирного луча до точек ленты. Стрелу провеса вычисляют по формуле

$$f = (m + k) / 2 - e. \quad (5.7, \text{б})$$

Стрелу провеса следует определить для ряда длин провисания рулетки: 10, 15, 20, 25, 30, ... м и, пользуясь формулой (5.7, а), рассчитать для данного типа мерной ленты таблицу или график поправок $-\Delta l_{\text{п}}$ на провисание участков различной длины.

Длина горизонтального проложения вычисляется по формуле

$$d = D + \Delta D_{\kappa} + \Delta D_{\nu} + \Delta D_t + \sum \Delta l_{\text{п.}} \quad (5.8)$$

Пример 1. Определить горизонтальное проложение d линии AC при условии, что рабочая лента характеризуется уравнением $l = l_0 + \Delta l_{\kappa} = 20 \text{ м} + 0,008 \text{ м}$ при $t_{\kappa} = +20^{\circ}\text{C}$; результат первого измерения линии AC предстален числом отложений ленты $n = 15$, остатком $r_1 = 15,38 \text{ м}$, тогда $D' = 315,38 \text{ м}$, а результат второго измерения: $n = 15$, $r_2 = 15,48 \text{ м}$, поэтому $D'' = 315,38 \text{ м}$. На отрезке $AB = 100 \text{ м}$ линии AC угол наклона $\nu = 4^{\circ} 30'$. Температура стальной ленты при измерении $t = -10^{\circ}\text{C}$, при компарировании $t_{\kappa} = +20^{\circ}\text{C}$.

Решение. 1. Оценка качества полевого измерения линии AC : абсолютное расхождение результатов $\Delta D = D' - D'' = 0,10 \text{ м}$; относительная погрешность расхождения $\Delta D / D = 0,10 / 315 = 1 / 3150 \leq 1 / 2000$, т.е. расхождение $\Delta D = 0,10 \text{ м}$ допустимо, а среднее значения расстояния $D = (D' + D'') / 2 = 315,43 \text{ м}$.

2. Поправки: $\Delta D_{\kappa} = +0,008 (15 + 0,77) = +0,126 \text{ м}$;

$\Delta D_{\nu} = AB \cos \nu - AB = 100 \cdot 0,996917 - 100 = -0,308 \text{ м}$;

$\Delta D_t = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 315 [-10 - (+20)] = -0,118 \text{ м}$.

3. Результат: $d_{AC} = 315,43 + 0,126 - 0,308 - 0,118 = 315,13 \text{ м}$.

Внешние факторы ограничения точности измерения линий лентами. При измерениях лентами на местности возникают систематические и случайные погрешности. Систематическая погрешность складывается из ряда односторонне действующих факторов: остаточной погрешности компарирования ленты, погрешностей за счет искривлений ленты на вертикальных неровностях земной поверхности и отклонений ленты от створа, ее неверного натяжения и смещений шпилек, пренебрежения поправками за наклон при $\nu < 1,5^{\circ}$, а также температурными поправками.

Случайная погрешность обусловлена случайными влияниями неточного учета поправок на наклон и температуру, колебаниями силы натяжения ленты.

Внешние условия сильно влияют на точность измерений линий лентами. В благоприятных условиях (ровная поверхность связного грунта) относительная погрешность длины линии составляет в среднем $1 / T = 1 / 3000$, в средних условиях (небольшие неровности, невысокая трава) $1 / T = 1 / 2000$, в неблагоприятных условиях (резко пересеченная или заболоченная местность, кочковатость, пашня, высокие травы и др.) относительная погрешность $1 / T = 1 / 1000$ (0,1 м на 100 м расстояния).

Определение неприступных расстояний тригонометрическими способами – это измерение расстояний между точками, которые разделены препятствием (река, водоем, овраг и др.), превышающим длину механического мерного прибора (ленты). В таких случаях (если нет достаточно точного дальномера) неприступные расстояния определяют различными тригонометрическими (косвенными) способами.

1. *Параллактическими* называются косвенные способы измерения расстояний, основанные на вычислении высоты сильно вытянутого равнобедренного треугольника (рис. 5.5, а), в котором измеряется базис b и малый острый угол φ – параллактический угол. На местности закрепляют точки А и В определяемой линии, в точке А с помощью теодолита задают перпендикуляр, точки которого C_1 и C_2 закрепляют на расстоянии $b/2$ от точки А. После измерения b и φ вычисляется искомое расстояние

$$AB = d = (b / 2) \operatorname{ctg} (\varphi / 2).$$

Чтобы относительная погрешность результата d была не более $1/2000$, угол φ должен быть не меньшим $8 - 10^\circ$ и измеряться с погрешностью не более $10 - 15''$, а базис следует измерять с относительной погрешностью не грубее $1/4000 - 1/5000$.

2. Для отыскания длины d неприступного расстояния MN (рис. 5.5, б) на местности вначале закрепляют и измеряют два базиса b_1 и b_2 , измеряют углы треугольников MK_1N и MK_2N – β_1, α_1 и β_2, α_2 . Вычисляют углы γ_1 и γ_2 по формулам $\gamma_1 = 180^\circ - \beta_1 - \alpha_1$ и $\gamma_2 = 180^\circ - \beta_2 - \alpha_2$, а затем дважды вычисляют расстояние d :

$$d' = b_1 \sin \beta_1 / \sin \gamma_1 ; \quad d'' = b_2 \sin \beta_2 / \sin \gamma_2 . \quad (5.9)$$

Расхождение величин d' и d'' допускается до 1/1000 – 1/2000 от искомой длины d .

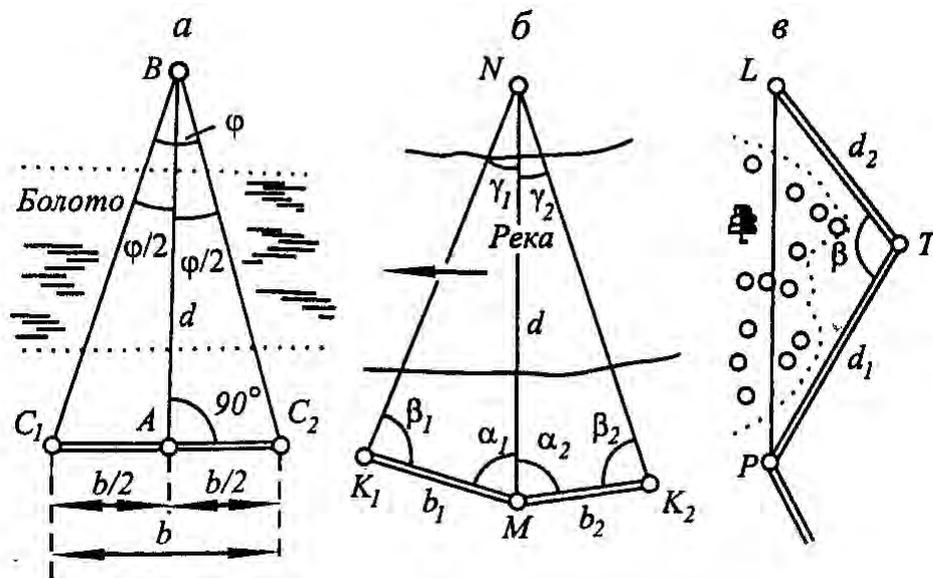


Рисунок 5.5 – Косвенные способы измерения расстояний

3. Между точками P и L (рис. 5.5, в) находится препятствие, перекрывающее видимость вдоль линии PL . В этом случае выбирают точку T с учетом хороших условий измерения линий PT и TL и после нахождения их горизонтальных проложений d_1 и d_2 и измерения угла β вычисляют по теореме косинусов

$$PL = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \beta} . \quad (5.10)$$

Для контроля измерения и вычисления повторяют.

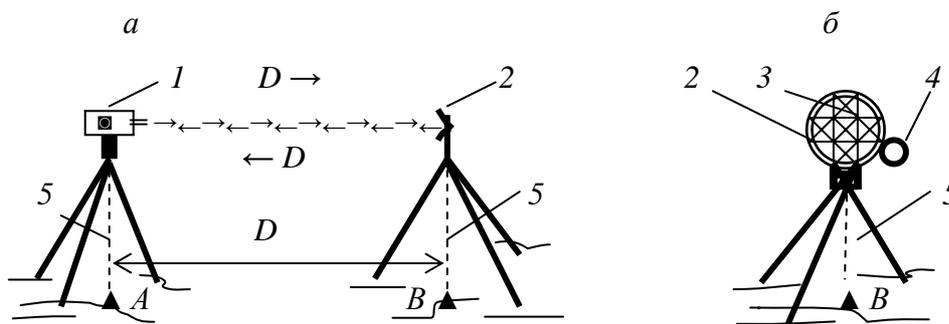
Рассмотренные способы прямого и косвенного измерения расстояний в настоящее время считаются трудоемкими, при этом затраты труда и времени намного возрастают при повышении требований к точности результатов. Большинство маркшейдерско-геодезических задач, связанных с измерениями расстояний, более эффективно решается с помощью светодальномеров.

5.2. СВЕТОДАЛЬНОМЕРЫ

Принцип работы светодальномеров базируется на измерении времени τ прохождения световым сигналом с постоянной скоростью отрезка линии (дальности) D (рис. 5.6). Над одной из точек линии установлен светодальномер, над второй – светоотражатель. Световые сигналы проходят расстояние $2D$, поэтому

$$D = v \tau / 2, \quad (5.11)$$

где $v = v_0 / n$; здесь $v_0 = 299\,792\,458$ м/с – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме; τ – время прохождения сигнала на расстоянии $2D$; n – показатель преломления воздушной среды, зависящий от ее температуры, плотности и влажности.



a – измеряемое расстояние D ; b – одиночный светоотражатель;
(1 – светодальномер; 2 – светоотражатель; 3 – набор световозвращающих призм;
4 – ориентирная трубка; 5 – луч оптического центра)

Рисунок 5.6 – Схема измерения расстояния светодальномером

Светодальномер состоит из источника лазерного излучения, электронного блока управления параметрами светового потока, оптической системы формирования узко направленного светового пучка, оптической системы приема отраженного светового сигнала и электронного блока совместной обработки излученных и принятых световых сигналов по определению дальности. В призмных светоотражателях используются специальные трипельпризмы, которые возвращают отраженные световые лучи к светодальномеру. Каждый светодальномер оснащен штатным аккумулятором.

Различают светодальномеры импульсные и фазовые.

В *импульсных светодальномерах* свет излучается кратковременными импульсами, а время прохождения расстояния $2D$ определяется приемным блоком светодальномера. Для этого часть энергии излученного светового импульса преобразуется в электроимпульс, который поступает в приемник в качестве опорного сигнала и запускает электронный счетчик импульсов. Счетчик фиксирует число N импульсов за время τ прохождения световым лучом расстояния $2D$, а дальность D вычисляется по формуле

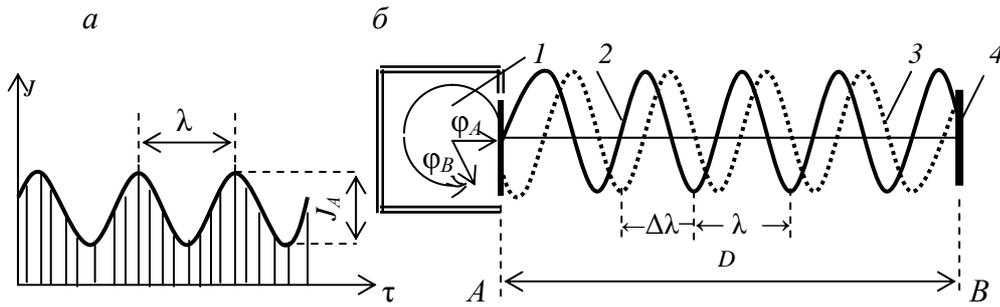
$$D = v \tau / 2 = v N / 2 f , \quad (5.12)$$

где f – частота следования импульсов, Гц.

Точность импульсных светодальномеров характеризуется метрами и долями метра.

В геодезии применяются более точные – *фазовые светодальномеры*. В них лазерное излучение модулируется по амплитуде или по интенсивности или изменением частоты модуляции гармоническим управляющим сигналом с частотой f . Например на рис 5.7, а приведен график изменения интенсивности светового потока $J = J_0 + J_A \cos ft$, где J_0 – средний уровень интенсивности; J_A – амплитуда колебаний переменной составляющей интенсивности; τ – текущее время от начала циклических периодов колебаний ($\omega = 2\pi f$). При частоте модуляции f в Герцах длина волны

$$\lambda = v / f. \quad (5.13)$$



a – синусоидальная модуляция интенсивности J света; *б* – измерение разности фаз;
 1 – фазы сигналов: опорного (φ_A) и отраженного (φ_B); 2 – излученная волна;
 3 – отраженная волна; 4 – светоотражатель

Рисунок 5.7 – Схема модуляции и измерения модулированного лазерного луча

После возвращения от отражателя 4 (см. рис. 5.7, б) модулированный световой поток в приемной части светодальномера преобразуется во вторичный электрический сигнал той же частоты. Последний подается на фазоизмерительное устройство, которое принимает и опорный управляющий гармонический сигнал и в котором измеряется разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B$ этих сигналов. Разности фаз $\Delta\varphi$ соответствует линейная величина домера $\Delta\lambda$, т.е. дробная часть длины волны λ . Поскольку справедливо соотношение $\Delta\lambda / \lambda = \Delta\varphi^\circ / 360^\circ$, то домер

$$\Delta\lambda = \lambda (\Delta\varphi^\circ / 360^\circ). \quad (5.14)$$

Между точками *A* и *B* (рис. 5.7, б) модулированный световой поток проходит расстояние $2D = \lambda N + \Delta\lambda$, где N – число целых волн, тогда определяемая дальность

$$D = (\lambda N + \Delta\lambda) / 2 = (\lambda / 2) (N + \Delta\varphi^\circ / 360^\circ). \quad (5.15)$$

Число N целых волн (число полных фазовых циклов $\Delta\varphi^\circ = 360^\circ$ или полных периодов гармонических колебаний), соответствующих основной частоте модуляции f , определяется в светодальномере автоматически за счет определения дальности при плавном изменении основной частоты

или на нескольких дополнительных частотах модуляции f_1 , f_2 , f_3 и совместного решения соответствующих уравнений вида (5.15). На дисплее светодальномера высвечивается результат измерения – дальность D .

В светодальномерах учитывается скорость света, отвечающая Международным стандартным условиям метеорологической среды (температура $t_c = 15^\circ\text{C}$, давление $P_c = 101080$ Па или 760 мм рт. столба, влажность $e_c = 0$).

В длину измеренной линии вводят поправки на ее наклон, а также поправки за счет отклонений температуры, давления и влажности воздушной среды от стандартных показателей.

Точность измерения дальностей зависит от основной частоты модуляции, точности фазоизмерительного устройства ($0,2 - 0,6^\circ$), ряда приборных факторов, величины дальности и изменения метеорологических условий. Рассчитаем погрешность m_D определения коротких дальностей ($D < 200$ м) светодальномером с основной частотой $f = 150$ МГц при учете только одной погрешности фазоизмерителя – погрешности измерения фазы $m_\varphi = 0,5^\circ$. На основе формулы (5,15) получаем

$$m_D = (\lambda / 2) (m_\varphi / 360^\circ). \quad (5.16)$$

Здесь согласно формуле (5.13) $\lambda \approx 2$ м ≈ 2000 мм, тогда $m_D \approx 1,4$ мм.

С увеличением дальности возрастают отрицательные влияния непостоянства метеорологических факторов на точность измерений. Для введения соответствующих метеопоправок измеряют давление, температуру и влажность воздуха вблизи прибора. При длине линии свыше 2-х км метеоданные определяют на обоих ее концах. Величина метеопоправки может составлять 1/50 000 – 1/60 000 от дальности. В автоматизированных светодальномерах учет метеопоправки заложен в программу вычислений по аргументам фактической температуры, давления и влажности воздушной среды.

В обобщенном виде средняя квадратическая погрешность m_D (в мм) измерения светодальномером дальностей D (в км) определяется формулой

$$m_D = \delta_1 + \delta_2 D \cdot 10^{-6}, \quad (5.17)$$

где δ_1 и δ_2 – погрешности постоянная и зависящая от расстояния

Наиболее эффективно в маркшейдерско-геодезических работах используются светодальномеры, входящие составной частью в электронный тахеометр – угломерно-дальномерный прибор универсального назначения (см. также § 7.4.).

Светоотражатели изготавливают в виде одного (см. рис. 5.6, б) или нескольких блоков (наборов) специальных призм (трипельпризм). Каждая такая призма отражает падающие на нее световые лучи в направлении, обратном и параллельном лучу, излученному светодальномером. Корпус светоотражателя закрепляют на штативе или на объекте, а призмы ориентируют на светодальномер по визирю с погрешностью, не большей 1° .

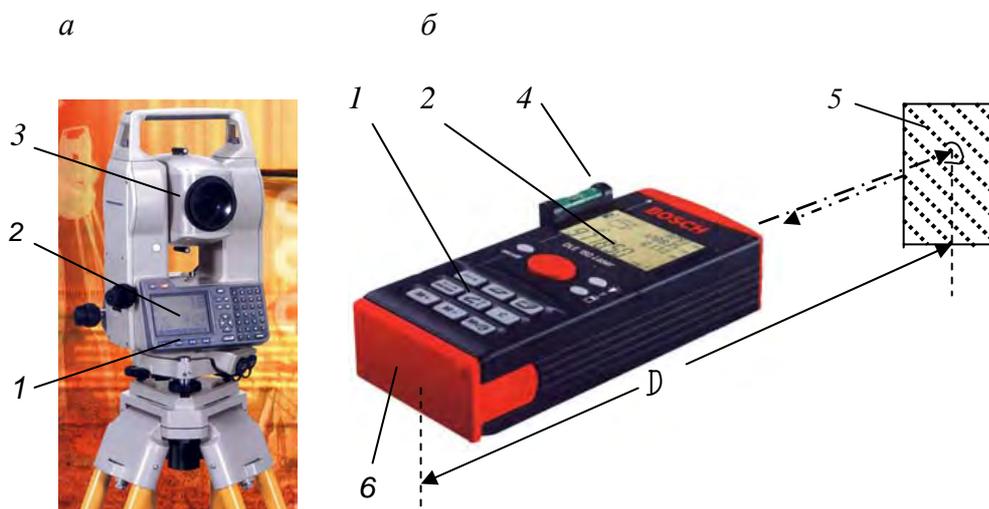
В специальных маркшейдерско-геодезических съемках при измерениях светодальномерами и лазерными рулетками ограниченных расстояний ($D < 50\text{--}200$ м) применяют малогабаритные светоотражатели в виде диска диаметром 10–15 мм. Его отражающая поверхность выполнена в виде мозаичного рельефа со свойствами световозвращения в сторону источника излучения. Светоотражающие диски наклеивают на поверхность объекта. Применяют также светоотражающие пленки.

Безотражательным называют светодальномер или режим измерений, при котором прибор может действовать без специального отражателя: расстояние определяется по лазерному лучу, отраженному от поверхности объекта.

Лазерные рулетки различных модификаций представляют малогабаритные лазерные светодальномеры, действующие в безотражательном режиме. Лазерные рулетки оснащены визирным устройством для наведения лазерного луча на точку объекта. Работают также со светоотражателя-

ми в виде призм или специальных пленок. Нажатием кнопки схема приводится в действие и на дисплее высвечивается результат – расстояние с точностью от 1,5 до 5 мм. В зависимости от конструкции лазерные рулетки действуют без светоотражателя при расстояниях до 300–200 м. Для фиксации на объекте определяемых точек при расстояниях от 20–30 до 200 м применяется мозаичный или же пленочный светоотражатель в виде диска диаметром около 10 мм, а так же матовая пластинка. Масса приборов составляет 0,4–0,5 кг. Аккумулятор встроенный. В различных приборах процессор обладает внутренней памятью на 20 – 2000 измерений (вычислений), а также различными встроенными функциями, позволяющими определять размеры объектов, площади, объемы и др.

Лазерные рулетки можно подключать к компьютеру и, используя специальную программу, выполнять обработку данных. Безотражательный дальномер (лазерная рулетка) модели DLE15 (рис. 5.8, б) измеряет расстояния до 150 м с погрешностью 2 мм. Прибор вычисляет площадь, объем, имеет другие функции и встроенную память. В комплект входит цилиндрический уровень и насадки для измерений из углов сооружений.



1 – панель управления встроенным процессором; 2 – дисплей; 3 – зрительная труба; 4 – цилиндрический уровень; 5 – поверхность объекта; 6 – плоское основание (упор) корпуса лазерной рулетки; D – измеряемая дальность

Рисунок 5.8 – Электронный тахеометр SET2220 (а) и лазерная рулетка (б)

Малогабаритная, легкая (315 г) лазерная рулетка Leica DISTO little предназначена для измерения расстояний от 0,2 до 200 м с точностью

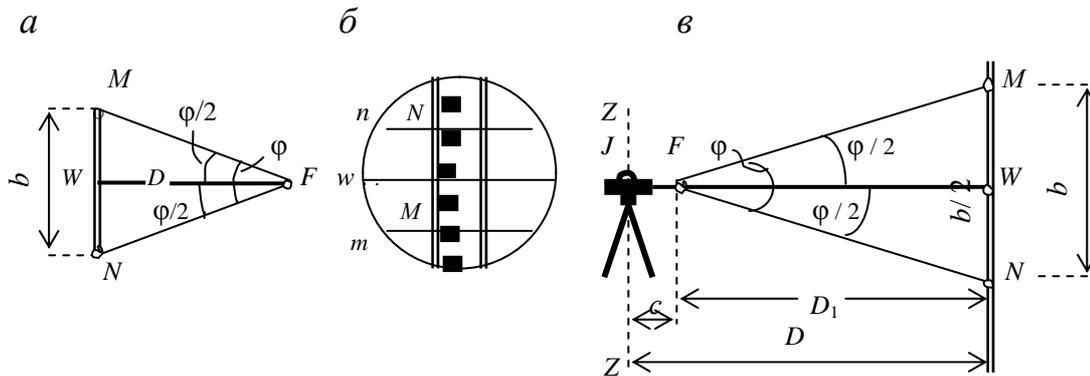
± 3 мм, вычисления площадей и объемов. Обладает большим экраном с подсветкой для работы в темноте, оснащена встроенным уровнем. Комплект из двух стандартных батареек обеспечивает выполнение 10 000 измерений.

Электронные тахеометры представляют собой приборы для измерения расстояний светодальномером, а также горизонтальных и вертикальных углов. Например, электронные тахеометры серии SET2220 / SET3220 / SET4220 (их вид показан на рис. 5.8, а) характеризуются следующими показателями. Увеличение зрительной трубы $30\times$. Минимальное фокусное расстояние 1 м. Точность измерения горизонтального угла 2" / 3" / 5". Измеряемое расстояние в метрах (на одну призму AP01) 1–2700 / 1–2500 / 1–1800. Точность измерения расстояния на пленку $(4 + 3\text{ppm} \times D)$ / на призму $(2 + 2\text{ppm} \times D)$ мм. Измеряемое расстояние на визирную пленку в метрах: 1 – 120 / 1 – 100 / 1 – 80 м. Внутренняя память сохраняет данные на 4 400 точек. Встроенное меню программ предусматривает решение задач, выполняемых при топографических съемках, уравнивание полигонометрического хода, обмеры объектов, преобразования координат, вынос на местность проектных точек прямой, дуги, перпендикуляра, поверхности искусственного рельефа и др.

5.3. ОПТИЧЕСКИЕ ДАЛЬНОМЕРЫ

Принцип измерения расстояний оптическими дальномерами геометрического типа основан на решении сильно вытянутого прямоугольника или равнобедренного треугольника, называемого параллактическим (рис.5.9, а), малая сторона которого $b = MN$ называется базисом дальномера, а противолежащий малый угол φ – параллактическим. Из прямоугольного треугольника FWM , где $WM = b / 2$ находим измеряемое расстояние

$$D = (1/2) b \text{ctg} (\varphi / 2). \quad (5.18)$$



a – геометрическая схема; *б* – поле зрения трубы; *в* – схема измерений
Рисунок 5.9 – Оптический дальномер геометрического типа

Различают оптические дальномеры с постоянным базисом и с постоянным параллактическим углом. В *дальномерах с постоянным базисом* используется специальная рейка с визирными марками *M* и *N*, расстояние между которыми принимается от 1,5 до 3 м и определяется с относительной погрешностью около 1 : 50 000 (не грубее 0,03 – 0,05 мм). Рейку устанавливают на штативе горизонтально и перпендикулярно линии *FW*, параллактический угол φ измеряют высокоточным теодолитом с погрешностью $m_\varphi \leq 3''$. Расстояние *D* вычисляют по формуле (5.18) с учетом температурной поправки в длину базиса.

В *дальномерах с постоянным параллактическим углом* измеряют базис *b*, при этом в формуле (5.18) произведение $(1/2) \operatorname{ctg}(\varphi/2) = K$ является постоянной величиной, которая называется *коэффициентом дальномера*, поэтому

$$D = K b. \tag{5.19}$$

Штриховой дальномер. В зрительной трубе теодолита и нивелира верхний и нижний горизонтальные штрихи *n* и *m* визирной сетки (рис. 5.9, б) образуют штриховой (нитяный дальномер) с вертикальным постоянным параллактическим углом φ . Вершина *F* этого угла (передний фокус оптической системы зрительной трубы) (рис. 5.9, в) расположена либо вне, либо внутри зрительной трубы. Визирные лучи, проходящие через даль-

мерные штрихи и точку F , пересекаются с вертикально расположенной дальномерной шкалой в точках N и M . Наблюдатель через окуляр трубы отсчитывает по шкале величину базиса b – число делений между штрихами n и m . Измеренное расстояние FW равно $D_1 = K b$. Полное расстояние $JW = D$ между вертикальной осью прибора ZZ и плоскостью шкалы вычисляются по формуле штрихового дальномера

$$D = K b + c, \quad \text{или} \quad D = D_1 + c, \quad (5.20)$$

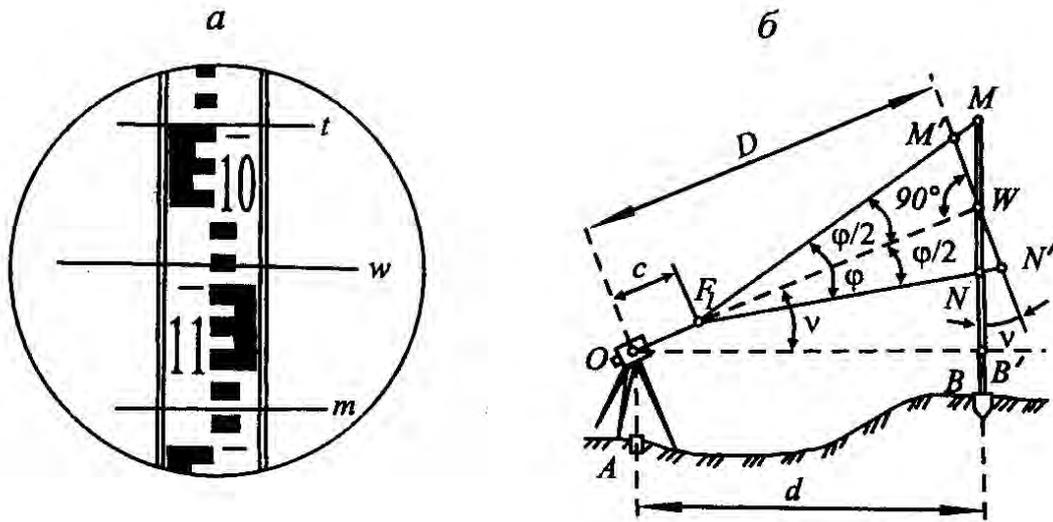
где c – постоянное слагаемое дальномера (расстояние между осью вращения ZZ прибора и передним фокусом F).

В современных зрительных трубах $K = 100$; $c \approx 0$, а соответствующий параллактический угол $\varphi = 34,38'$

Дальномерные рейки к штриховому дальномеру могут быть специальными, шкала которых нанесена с ценой деления 2 или 5 см для измерения расстояний до 200–300 м. Но при топографических съемках масштаба 1 : 1000 и крупнее обычно используют рейки для технического нивелирования с сантиметровыми шашечными делениями, при этом максимальное измеряемое расстояние близко к 150 м. На рис. 5.10, *a* по сантиметровым делениям между штрихами t и m отсчитывается отрезок шкалы $b = 17,6$ см = 0,176 м. При $K = 100$ и $c = 0$ расстояние $D = 17,6$ м.

П р и м е ч а н и е – При $K = 100$ наблюдатель принимает сантиметровые деления как метровые и в метрах отсчитывает по рейке искомое расстояние, в нашем примере $D = 17,6$ м и при $c = 0$ формула (5.20) принимает вид $D = D_1$.

Горизонтальное проложение. При измерениях расстояний дальномером зрительной трубы теодолита дальномерную рейку устанавливают вертикально. Визирование на рейку сопровождается наклоном визирной оси зрительной трубы на угол ν (рис. 5.10, *б*).



a – отсчет по дальномерным штрихам; *b* – горизонтальное проложение
Рисунок 5.10 – Определение расстояния по штриховому дальномеру

Между проекциями дальномерных штрихов на шкалу рейки в точки *M* и *N* берется отсчет базиса *b*, но его значение получается преувеличенным в сравнении с величиной $b' = M'N'$, которая получается при наклоне рейки в положение, перпендикулярное лучу *OW*. Треугольник *WMM'* практически прямоугольный, так как угол при вершине *M'* отличается от прямого на $\varphi/2 = 17,2' = 0,3^\circ$, поэтому $b' / 2 = WM' = WM \cos v = (b / 2) \cos v$. Отсюда и $b' = M'N' = b \cos v$. Тогда для треугольника F_1MN' высота $F_1W = K b'$, а наклонное расстояние $D = OW = K b' + c = K b \cos v + c$. Тогда горизонтальное проложение $d = OB' = OW \cos v = (D + c) \cos v$, или

$$d = K b \cos^2 v + c \cos v, \quad (5.21)$$

а при $c = 0$

$$d = K b \cos^2 v = D \cos^2 v. \quad (5.22)$$

Горизонтальное проложение вычисляется также по формуле

$$d = D - \Delta D_v, \quad (5.23)$$

где $\Delta D_v = 2D \sin 2v$ – поправка на наклон в расстояние, измеренное штриховым дальномером.

Для определения в полевых условиях величин d пользуются инженерными калькуляторами или специальными тахеометрическими таблицами.

Определение постоянных штрихового дальномера. Для каждого теодолита необходимо определить фактический коэффициент дальномера K , поскольку его погрешность может достигать 0,5% (т. е. 1/200 от измеряемого расстояния) и величину поправки c . Для проверки на ровном горизонтальном участке местности через 30–35 м забивают колышки, над начальным колышком центрируют теодолит, на остальных последовательно ставят рейку и по дальномеру отсчитывают значения b_1, b_2, \dots, b_n , затем рулеткой измеряют расстояние каждого колышка от начального. В соответствии с формулой (5.20) составляют несколько уравнений:

$$D_1 = K b_1 + c; \quad D_2 = K b_2 + c; \quad \dots, \quad D_n = K b_n + c, \quad (5.24)$$

где D_1, D_2, \dots, D_n – расстояния, измеренные рулеткой с точностью 0,01 – 0,02 м.

Вычитая одно уравнение из другого, находим, например,

$$K_1 = \frac{D_2 - D_1}{b_2 - b_1}; \quad K_2 = \frac{D_3 - D_1}{b_3 - b_1}; \quad K_3 = \frac{D_3 - D_2}{b_3 - b_2}; \quad \dots$$

и получаем среднее значение коэффициента дальномера

$$K = (K_1 + K_2 + \dots + K_n) / n. \quad (5.25)$$

Подставив значение K в каждое из уравнений (5.24) получаем величины c_1, c_2, \dots, c_n и среднее c . В современных теодолитах $c \approx 0$.

Если $K \neq 100$ и нельзя пренебрегать соответствующими погрешностями, то расстояния вычисляют при помощи инженерного калькулятора

или исправляют поправками, которые выбирают из специально составленной таблички.

Точность штрихового дальномера. При помощи штрихового дальномера технических теодолитов в комплекте с нивелирной рейкой с сантиметровыми делениями расстояния измеряются с погрешностями, которые зависят от ряда факторов: точности учета коэффициента дальномера K и постоянной c ; вертикальности рейки; состояния приземного слоя воздуха (величины рефракционных колебаний изображения). При точном учете величин K и c , старательной работе и благоприятных погодных условиях (облачность) на расстояниях D до 50-60 м погрешность ΔD равна приблизительно 0,05-0,1 м (при $D \approx 50$ м относительная погрешность расстояния составляет около 1/500), на расстояниях от 80 до 120 м $\Delta D \approx 0,2$ м (или в среднем 1/500), на расстояниях $D \approx 130-150$ м $\Delta D \approx 0,3-0,5$ м ($\Delta D_3/ D_3 \approx 1/400 - 1/300$). Однако при менее благоприятных условиях и недостаточной старательности наведения штрихов дальномера погрешности ΔD значительно возрастают.

Рассмотренные погрешности штрихового дальномера учитываются в инструкциях по наземным крупномасштабным топографическим съемкам: расстояния от теодолита до рейки ограничивают до 80 – 100 м.

5.4. УЧЕТ ЗНАЧИМОСТИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ И РАССТОЯНИЙ ПРИ ОБОСНОВАНИИ ТОЧНОСТИ МАРКШЕЙДЕРСКО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ

При производстве многих видов маркшейдерско-геодезических работ измеряют длины линий и горизонтальные углы между ними, но точности угловых и линейных измерений должны быть согласованы под условием их приблизительно равного влияния на погрешности планового положения определяемых точек. В соответствии с данным условием определяют согласованную точность приборов и методов линейных и угловых измерений.

В примере рис. 5.11 требуется вынести на местность точку B по проектному расстоянию d и проектному углу β относительно точки A и направления AN . Требования к точности выноса точки B определяются соответствующими техническим заданием, а точности измерения угла и расстояния взаимно увязываются на основе условия равного влияния погрешностей измерения линий и углов на общую линейно-угловую погрешность положения точки B .

Согласно рис. 5.11 погрешность Δd измерения линии d вызывает продольное перемещение точки B в положение B' , а погрешность $\Delta\beta$ измерения горизонтального угла приводит к поперечной линейной погрешности Δe и смещению точки в положение B'' . По условию равного влияния линейная поперечная погрешность Δe должна быть равна по величине продольной линейной погрешности Δd . При этом угловая погрешность вычисляется в радианах $\Delta\beta^{\text{рад}}$ по формуле

$$\Delta\beta^{\text{рад}} = \Delta e / (d + \Delta d) = \Delta d / (d + \Delta d), \quad (5.26)$$

где $(d + \Delta d)$ радиус дуги Δe .

По малости погрешности $\Delta d \approx 0$ из формулы (5.26) получаем

$$\Delta\beta^{\text{рад}} = \Delta d / d. \quad (5.27)$$

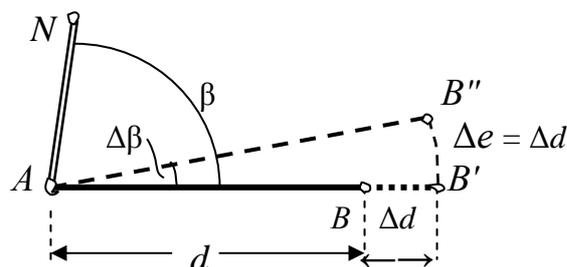


Рисунок 5.11 – Продольная Δd и поперечная $\Delta e = \Delta d$ линейные погрешности определения точки B линейно-угловыми измерениями

В формуле (5.27) отношение $\Delta d/d$ часто задается нормированной относительной погрешностью $\Delta d/d = 1/T$ измерения расстояния d , а горизон-

тальный угол $\Delta\beta$ выражается в градусах, минутах или секундах. Тогда угловые погрешности, отвечающие по условию равного влияния заданным относительным погрешностям $1/T$, будут равны

$$\Delta\beta^\circ = \rho^\circ(1/T); \quad \Delta\beta' = \rho'(1/T); \quad \Delta\beta'' = \rho''(1/T), \quad (5.28)$$

где $\rho^\circ = 57,295^\circ$; $\rho' = 3438'$; $\rho'' = 206265''$ – число градусов, минут и секунд в радиане.

Исходя из формул (2.28) определяется также относительная погрешность $1/T$ измерения линий при заданной допустимой погрешности $\Delta\beta$ измерения горизонтального угла:

$$1/T = \Delta\beta^\circ/\rho^\circ; \quad 1/T = \Delta\beta'/\rho'; \quad 1/T = \Delta\beta''/\rho''. \quad (5.29)$$

В таблице 2.1 приведены примеры значения относительных погрешностей $1/T$ и соответствующие им угловые погрешности $\Delta\beta$, а также примеры выбора приборов для угловых и линейных измерений с учетом приблизительного соответствия их точности.

Таблица 5.1 – Расчетное соответствие между точностью измерения линий и углов по условию равного влияния их погрешностей и примеры выбора средств линейных и угловых измерений

Вид погрешности, средства измерений	Величины погрешностей, средства измерений				
	1	2	3	4	5
Номер примера	1	2	3	4	5
Относительная погрешность измерения линий $1/T$	1 : 2000	1 : 3000	1 : 5000	1 : 10 000	1 : 25 000
Расчетная погрешность измерения углов $\Delta\beta_p$	1,7'	1,1'	41''	21''	8''
Угломерные приборы, точность которых не ниже точности теодолита типа	T30	T30	T15	T15	T5
Средняя квадратическая погрешность измерения углов $\Delta\beta_t$ данным теодолитом	0,5'	0,5'	15''	15''	5''
Приборы для измерения линий	Мерные ленты (практически отвечают условию равного влияния: точность измерений рассмотрена в § 5.1)		Светодальномеры (их линейная погрешность – см. § 5.2 – в примерах 3 и 4 намного меньше рассчитанной по формуле (2.29) по отношению к угловым погрешностям измерений теодолитом T15)		

Как видно из таблицы 2.1, теоретическое равенство значимости влияния погрешностей линейных и угловых измерений на практике соблюдает-

ся несколько приближенно. Причем на практике нет необходимости в абсолютном согласовании значимости влияния рассматриваемых погрешностей при выборе приборов. Но рассматриваемое соотношение учитывается при расчетах по обоснованию точности приборов, необходимых для выполнения линейных и угловых измерений во всех видах геодезических работ. Отметим, что в электронных тахеометрах достаточно хорошо выдержана согласованность точностей светодальномерного и угломерного блоков (см. в § 5.2 данные об электронных тахеометрах).

На практике соответствие точностей линейных и угловых измерений может не соблюдаться, например, когда в неблагоприятных условиях для преодоления препятствий и ускорения работ при измерениях линий вместо мерных лент целесообразно применять недорогие лазерные рулетки (см. § 5.2 и в таблице 2.1 примеры 2 и 4), но заданная точность угловых измерений будет обеспечиваться, например, теодолитом типа Т30 – 4Т30П.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какими приборами и с какой точностью измеряют расстояния? **2.** Как определяют поправку на компарирование для мерных лент? **3.** Что такое створ и какими способами вешения линий его обозначают? **4.** Как измеряют расстояния лентами ЛЗ-20 и рулетками? **5.** Напишите формулы для вычисления поправок в измеренные линии: на компарирование, наклон, температуру. **6.** Приведите примеры косвенных способов измерения расстояний. **7.** Изложите принцип работы импульсных и фазовых светодальномеров. **8.** Как рассчитать теоретическую точность фазового светодальномера? **9.** Как понимать термин «безотражательный светодальномер»? **10.** Опишите технические особенности лазерных рулеток. **11.** Опишите геометрический принцип работы штрихового оптического дальномера с постоянным базисом, с постоянным углом, формулы для вычисления постоянных K и c дальномера с постоянным углом. **12.** Как вычислить горизонтальное проложение линии, измеренной штриховым дальномером? **13.** Как практически определить постоянные K и c штрихового дальномера? **14.** Какова абсолютная и относительная точность штрихового дальномера для различных расстояний? **15.** Определите горизонтальное проложение d наклонной линии длиной $D = 251,07$ м при $v = - 5^\circ 18'$, температуре ленты во время измерений $t = - 20^\circ \text{C}$; фактическая длина ленты $l_p = 20,01$ м. **16.** С какой эффективностью можно применить лазерную рулетку в маршейдерско-геодезических работах различного назначения? **17.** Объясните сущность и назначение условия равного влияния для согласования точности линейных и угловых измерений. **18.** Определите показатели требуемой точности угломерного прибора и средства для измерения линий, если заданы: 1) $1/T = 1 : 1000$; 2) $1/T = 1 : 50\,000$. Назовите примеры наименования приборов. **19.** Оцените показатели согласованности погрешностей угловых и линейных измерений для примера 5 таблицы 2.1.

Г Л А В А 6

ИЗМЕРЕНИЯ ПРЕВЫШЕНИЙ

Назначение и виды нивелирования. Нивелирование – это измерение превышений и определение высотных координат точек на земной и водных поверхностях, точек наземных и подземных сооружений. Данные нивелирных измерений необходимы при осуществлении многих видов научных исследований, в геодезическом мониторинге вертикальных смещений земной поверхности тектонического характера и техногенного происхождения (от извлечения жидких и твердых ископаемых). Без нивелирных измерений невозможно проведение горно-промышленных и сопутствующих работ. Нивелирование представляет необходимую составляющую топографических съемок, геодезических изысканий для строительства жилых и промышленных зданий, гидроэлектростанций, водохранилищ, каналов, дорог, трубопроводов и других сооружений. Нивелирные измерения предусматриваются технологиями строительства практически всех видов сооружений и проходки горных выработок.

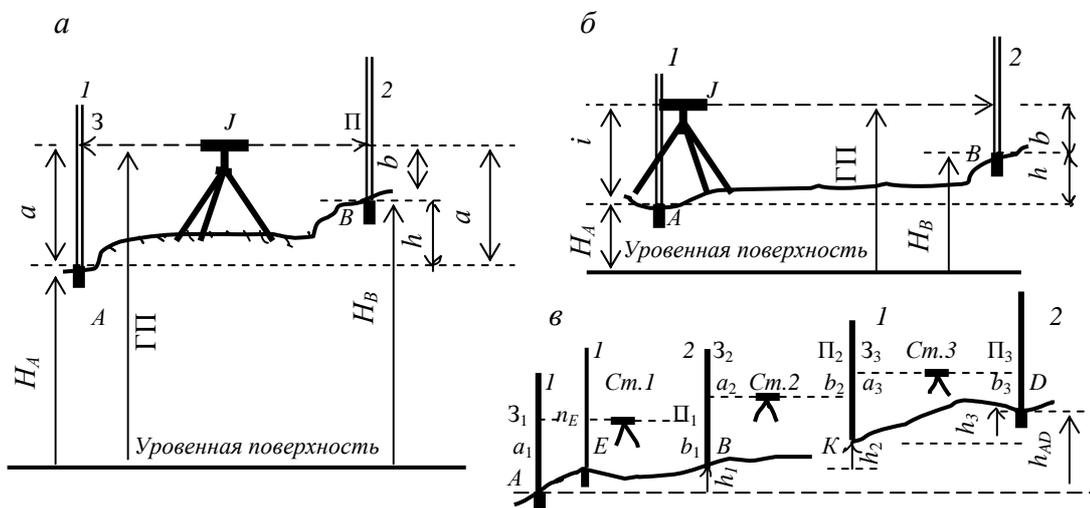
Наиболее широко применяются следующие виды нивелирования: геометрическое, тригонометрическое, спутниковое, гидростатическое, механическое. Используется в съемочных и разведочных работах менее точное – барометрическое нивелирование.

6.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

Геометрическое нивелирование выполняется по схеме рис. 6.1, *a* при помощи геодезического прибора (нивелира J) с горизонтальным лучом визирования и нивелирных реек 1 и 2 (прямолинейных мер длины со специальными шкалами), которые ставят вертикально на нивелируемые точки A и B .

При нивелировании *способом из середины* нивелир устанавливают на равных расстояниях от точек A и B (рис.б.1, a), на которые ставят нивелирные рейки. Визируют зрительной трубой на шкалу рейки 1 и берут отсчет a , равный высоте визирного луча над точкой A , а по шкале рейки 2 – отсчет b , равный высоте визирного луча над точкой B . Превышение точки B над точкой A – это расстояние h между уровнями поверхностями, проходящими через точки A и B , превышение равно разности отсчетов по рейкам, т.е.

$$h = a - b. \quad (6.1)$$



a – из середины; b – вперед; $в$ – нивелирный ход
(точки A, B, K, D – связующие; точка E – промежуточная на станции $См. 1$)

Рисунок 6.1 – Сущность и способы геометрического нивелирования

При нивелировании *вперед* (рис. 6.1, b) нивелир устанавливают окуляром зрительной трубы вплотную к рейке 1 , поставленной вертикально на точку A . Отсчет i по шкале рейки относительно центра окуляра называется *высотой прибора* над точкой A . Визируют на рейку 2 , поставленную отвесно на точку B , берут отсчет b и вычисляют превышение

$$h = i - b. \quad (6.2)$$

П р и м е ч а н и е – Высоту прибора, у которого зрительная труба обладает перископичностью (т.е. визирный луч в окуляре и в объективе не находятся на одной высо-

те), определяют относительно объектива так: нивелир ставят в 2-4-х метрах от рейки 1, на нее наводят зрительную трубу и отсчитывают высоту прибора.

Нивелирный ход применяют для измерения по частям превышения h_{AD} между точками A и D (рис. 6.1, в), разделенными значительным расстоянием или превышением. Нивелируют способом из середины: прибор последовательно устанавливают на станциях *Ст. 1*, *Ст. 2*, *Ст. 3*, которые выбирают на равных расстояниях от задней и передней по ходу точек A и B , B и K , K и D . Искомое превышение

$$h_{AD} = h_1 + h_2 + h_3 = (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) = \sum_1^n a_i - \sum_1^n b_i. \quad (6.3)$$

На каждой станции нивелирного хода различают заднюю и переднюю по ходу *связующие точки* (B, K, \dots), между которыми последовательно измеряют превышения. Отсчеты по задней и передней рейкам обозначают символами \mathcal{Z} и Π , при этом превышение $h_i = (\mathcal{Z}_i - \Pi_i)$ и формулу (6.3) представляют в такой записи:

$$h_{AD} = h_1 + h_2 + h_3 = (\mathcal{Z}_1 - \Pi_1) + (\mathcal{Z}_2 - \Pi_2) + (\mathcal{Z}_3 - \Pi_3) = \sum_1^n \mathcal{Z}_i - \sum_1^n \Pi_i. \quad (6.4)$$

Вычисление отметок. Если известна высота H_A (отметка) точки A над исходной уровенной поверхностью (см. рис. 6.1, а), то высота (отметка) точки B

$$H_B = H_A + h. \quad (6.5)$$

Высота визирной оси нивелира над исходной уровенной поверхностью называется *горизонтом прибора ГП (горизонтом нивелира)*. Согласно рис. 6.1, а горизонт прибора можно вычислить относительно точек A и B и определить его среднее значение:

$$\Gamma\Pi' = H_A + a = H_A + 3; \quad \Gamma\Pi'' = H_B + b = H_B + \Pi. \quad (6.6)$$

$$\Gamma\Pi = (\Gamma\Pi' + \Gamma\Pi'') / 2. \quad (6.6, a)$$

Относительно среднего значения горизонта прибора данной станции вычисляют отметку каждой точки N , на которую ставили рейку и по горизонтальному лучу брали по ней отсчет n_j :

$$H_j = \Gamma\Pi - n_j, \quad (6.7)$$

например на рис. 6.1, *a* $H_A = \Gamma\Pi - a$; $H_B = \Gamma\Pi - b$; или согласно рис. 6.1, *в* на станции *Ст. 1* отметка промежуточной точки E равна $H_E = \Gamma\Pi_1 - n_E$, где n_E – отсчет по рейке на точке E .

Влияние кривизны Земли и вертикальной рефракции на результаты нивелирования. Формулы (6.1) и (6.2) получены без учета вертикальной кривизны уровенных поверхностей и визирного луча. В приземных слоях воздушная среда обладает неоднородной плотностью и, следовательно, переменным коэффициентом преломления световых лучей. Лучи получают траекторию, которая называется рефракционной кривой. Когда температура земной поверхности выше, чем температура воздуха, рефракционные кривые JP и JR (рис. 6.2), т. е. визирные лучи отклоняются от горизонтальной линии MJN в сторону земной поверхности и по рейкам, поставленным на точки A и B , получают отсчеты a' и b' . Линейные величины *поправок в отсчеты на рефракцию* обозначим $Ma' = r_a$ и $Nb' = r_b$.

Визирные лучи Ja' и Jb' не совпадают и с уровенной поверхностью визирной оси нивелира $U_J = PJP_1$. Линейные величины $ME = k_a$ и $NT = k_b$ называются *поправками на кривизну Земли*.

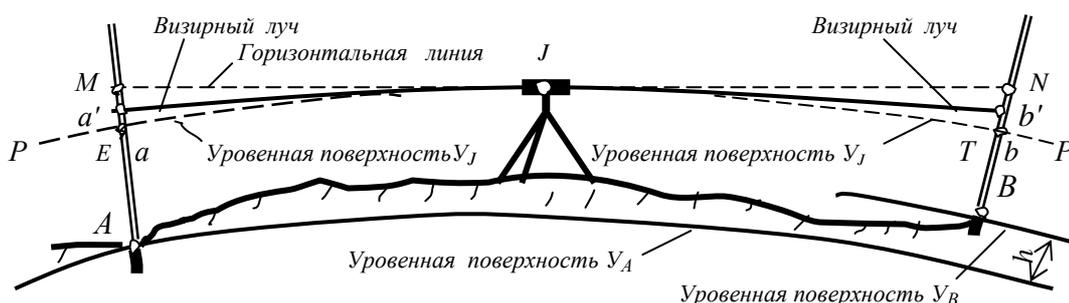
При проецировании визирных лучей на уровенную поверхность нивелира вычисляют исправленные отсчеты $a = AE$ и $b = BT$, для этого в фактические отсчеты a' и b' вводят *совместную поправку f на кривизну Земли и*

рефракцию: $f = k - r$, тогда $a = a' + f_a$ и $b = b' + f_b$. Величина f вычисляется по эмпирической формуле

$$f = 0,42 d^2 / R, \quad (6.8)$$

где d – расстояние от прибора до рейки; R – средний радиус Земли.

При $d = 50, 100, 150, 200, 300$ и 1000 м поправка f соответственно равна $0,16; 0,7; 1,5; 2,6; 6$ и 67 мм.



$AP = a', BQ = b'$ – фактические отсчеты по рейкам A и B ;

$AE = a, BT = b$ – отсчеты относительно уровня поверхности J нивелира

Рисунок 6.2 – Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты нивелирования

При равенстве расстояний от нивелира до реек принимается, что рассматриваемые поправки практически одинаковы, т. е. $f_a = f_b$, тогда

$$h = a - b = (a' + f_a) - (b' + f_b) = a' - b', \quad (6.9)$$

следовательно, совместное геометрическое действие кривизны Земли и рефракции практически не влияет на превышение, измеренное способом из середины.

При нивелировании способом вперед рассматриваемые рефракционные влияния не компенсируются, т. е.

$$h = i - (b' + f_b) = (i - b') - f_b, \quad (6.10)$$

но поправка f_b учитывается в зависимости от требуемой точности измерения превышения.

Учет вертикальной рефракции и кривизны Земли в маркшейдерско-геодезических работах. При развитии наземных высотных сетей и в подземных выработках нивелирные ходы прокладываются с точностью нивелирования IV класса и технического. При нивелировании такой точности влияние рефракции на превышения не учитывается. В круто падающих подземных выработках, где вертикальная рефракция значительно больше, чем в приземном слое воздуха, геометрическое нивелирование выполняется короткими лучами от 4 до 20 м и при таких малых расстояниях от нивелира до реек влияние вертикальной рефракции практически ничтожно и не рассматривается.

6.2. ПРИБОРЫ ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Нивелирные рейки изготавливаются в России под общими обозначениями РН-05, РН-3, РН-10 для нивелирования соответственно высокоточного (I и II классов), точного (III и IV классов) и технического. В рейках РН-05 высокоточная шкала нанесена на инварную полосу (инвар – металл с малым коэффициентом температурной деформации). Ряд зарубежных фирм к цифровым нивелирам поставляет высототочные рейки со штриховыми и метрическими шкалами. Все рейки для высокоточного и точного нивелирования оснащены круглым уровнем для контроля их установки в вертикальное положение.

Рейки РН-3 (сплошные), РН-10 (складные), двутаврового поперечного сечения (рис. 6.3, *a*) изготавливаются из дерева. Их длина 3 м. Рейка РНР-3 (раздвижная), ее длина 4 м (2 + 2 м). На одной стороне рейки шапечная шкала сантиметровых делений (см. рис. 6.3, *a*) нанесена красным цветом, на другой – черным. Нуль шкалы черной стороны совмещен с нижней плоскостью пятки рейки – стальной пластины, жестко закрепленной на рейке. На красной стороне рейки с нижней плоскостью пятки шкала

совмещена делением 4683 или 4783 мм (на других типах реек – иным делением).

В комплекте к нивелиру рейки должны быть парными: у них с нижней плоскостью пятки совпадают одинаковые деления красной стороны.

Применяются также облегченные рейки из сплава алюминия составные и телескопические, их полная длина 3 или 4 м. На одной стороне рейки нанесена шкала шашечных сантиметровых делений, на другой – шкала миллиметровых делений.

Перед началом работ *рейки компарируют*: их кладут горизонтально и с помощью специального контрольного метра измеряют длину дециметровых и метровых делений. Погрешность метровых делений допускается до 0,5 мм на рейках РН-3 и 1 мм на рейках РН-10. Погрешность дециметровых делений не должна превышать 0,5 мм. Прямолинейность рейки проверяется относительно натянутой на ней нити – величина прогиба (стрелы прогиба) допускается до 10 мм.

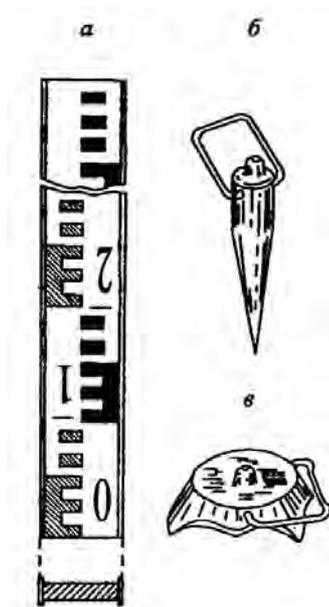


Рисунок 6.3 – Нивелирные рейка (а), костыль (б) и башмак (в)

Нивелирные башмаки и костыли. При измерении превышений рейки ставят на устойчивые предметы: на нивелирные реперы, прочно вби-

тые в землю переносные костыли или устойчиво поставленные башмаки (рис. 6.3, б, в) или же на колышки, другие неподвижные предметы.

Нивелиры. Нивелиры можно разделить по виду визирного луча на оптические и лазерные. В зависимости от принципа приведения визирного луча в горизонтальное положение различают оптические нивелиры двух видов – с цилиндрическим уровнем на зрительной трубе (в них пузырек уровня необходимо приводить в нуль-пункт) и нивелиры с компенсатором (в них визирный луч автоматически удерживается в горизонтальном положении при небольших наклонах прибора). В электронных (цифровых) нивелирах заложена максимальная автоматизация процесса нивелирования и обработки результатов измерений.

Согласно принятому в России стандарту нивелиры по точности подразделяют на три класса: высокоточные Н-05, Н-1, Н-2 – для нивелирования I и II классов; точные Н-3 – для нивелирования III и IV классов; технические Н-10 – для нивелирования технического, топографических съемок и многих видов инженерных работ. В обозначениях (шифрах) российских нивелиров с компенсатором к цифре добавляется буква К, а нивелиров с горизонтальным угломерным кругом (лимбом) – буква Л. Например нивелир Н-3К третьего поколения обозначается 3Н-3КЛ. Шифр лазерного нивелира – НЛ-30. Основные технические характеристики нивелиров приведены в таблице 6.1.

Сведения о современных лазерных, кодовых и других видов нивелиров приведены в § 6.4.

Схема оптического нивелира с уровнем. Зрительная труба и цилиндрический уровень, закрепленный на ее корпусе (рис.6.4), могут вращаться в небольших пределах вокруг горизонтальной оси с помощью элевационного винта. Круглый уровень предназначен для приведения вертикальной оси ZZ_1 нивелира в отвесное положение. Точные нивелиры Н-3 (рис. 6.5) и другие снабжены контактными уровнями: в них в поле зрения

трубы выведены изображения концов пузырька цилиндрического уровня (рис. 6.6).

Отсчет по шкале нивелирной рейки РН-3 или РН-10 производится после приведения пузырька цилиндрического уровня в нуль-пункт (совмещения его концов, видимых в окуляре зрительной трубы согласно рис. 6.6). В поле зрения трубы обратного изображения деления рейки отсчитываются сверху вниз, значения миллиметров (десятые доли сантиметрового шашечного деления) определяются на глаз. В нашем примере отсчеты по среднему, верхнему и нижнему горизонтальным штрихам сетки равны: $a_c = 1146$ мм; $a_B = 1055$ мм; $a_H = 1231$ мм.

Таблица 6.1 – Основные технические данные нивелиров

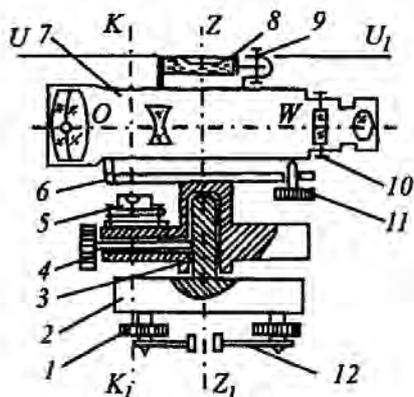
Показатель	Н-1	Н-3	3Н-3КЛ	Н-10	Н-10КЛ	НЛ-30
Средняя квадратическая погрешность измерения превышения, мм: двойное нивелирование на 1 км на станции при расстоянии 2×100 м на станции	0,5 2	3 2	3 5	10 5	10	2мм/15 м
Увеличение зрительной трубы, крат	44	30	30	20	20	
Коэффициент оптич. дальномера	100	100	100	100	100	
Цена деления уровней: цилиндрического, с круглого, мин	12 10	15 10	10	45 10	45 10	15 10
Масса, кг	7	2	2,5	2	2	

Схема оптического нивелира с компенсатором.

Компенсатор малых наклонов зрительной трубы представляет собой оптический элемент, который автоматически удерживает линию визирования в горизонтальном положении с высокой точностью (1" и точнее), но предварительно нивелир горизонтируют по круглому уровню.

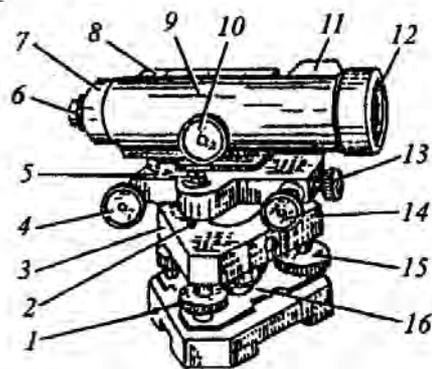
В одной из конструкций маятникового компенсатора (рис. 6.7) стеклянная призма, подвешенная на скрещивающихся нитях, при наклонах трубы до 8 - 15' изменяет ход визирного луча WO и сохраняет горизонтальность линии визирования (визирного луча). Такой компенсатор применен в нивелире Н-3К (рис. 6.8) и его зрительная труба получила некоторую перископичность: в ней визирный луч проходит через окуляр несколько выше, чем через объектив, поэтому высоту такого нивелира над

точкой нельзя измерять относительно окуляра (см. примечание к формуле 6.2). В большинстве конструкций нивелиров с компенсатором перископичность зрительной трубы устранена (см. примеры на рис. 6.8).



- 1 – подъемный винт; 2 – подставка;
- 3 – ось; 4 – закрепительный винт;
- 5 – круглый уровень; 6 – горизонтальная ось наклонов зрительной трубы 7;
- 8 – цилиндрический уровень;
- 9 – юстировочные винты цилиндрического уровня;
- 10 – юстировочные винты визирной сетки; 11 – элевационный винт;
- 12 – пружинящая пластина трегера

Рисунок 6.4 – Схема нивелира с уровнем



- 1 – головка штатива; 2 – юстировочный винт круглого уровня; 3 – подставка;
- 4 – элевационный винт;
- 5 – круглый уровень; 6 – окуляр;
- 7 – крышка окулярной части трубы;
- 8 – коробка цилиндрического уровня;
- 9 – зрительная труба; 10 – головка кремальеры; 11 – мушка; 12 – объектив;
- 13, 14, 15 – закрепительный, наводящий и подъемный винты соответственно;
- 16 – пружинящая пластина трегера

Рисунок 6.5 – Нивелир НЗ

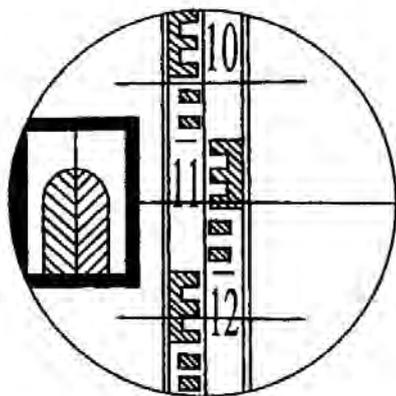
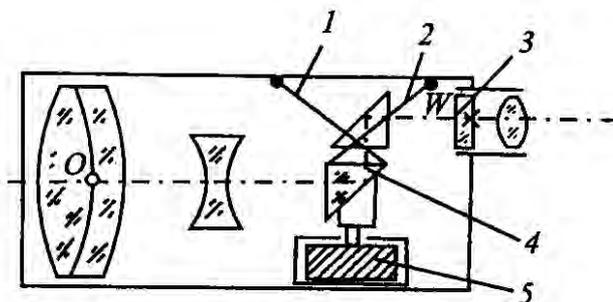
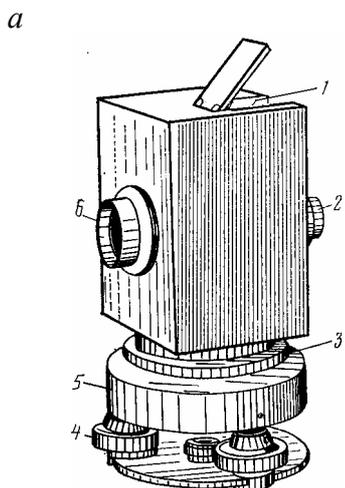


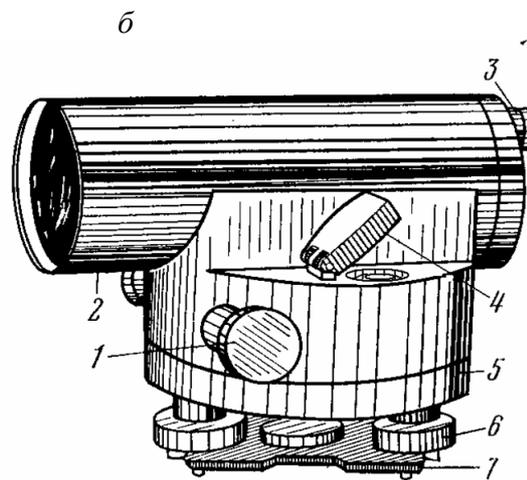
Рисунок 6.6 – Поле зрения нивелира Н-3



- 1, 2 – нити подвески;
 - 3 – пластинка визирной сетки;
 - 4 – подвешенная призма;
 - 5 – гаситель колебаний призмы
- Рисунок 6.7 – Схема компенсатора с подвешенной призмой**



1 – круглый уровень и зеркало;
2 – окуляр; 4 – подъемный винт;
5 – подставка с угломерным кругом 3;
6 – объектив
Нивелир Н10 КЛ



1 – наводящий винт; 2 – зрительная труба;
3 – окуляр; 4 – зеркало при круглом уровне;
5 – подставка; 6 – подъемный винт;
7 – трегер
Нивелир Н-ЗК



1 – оптический визир; 2 – окуляр
отсчетного микроскопа угломерного
круга
Нивелир В1С с угломерным кругом



1 – дисплей процессора;
2 – клавиатура процессора
Электронный нивелир SDL30М

а, б, в – оптико-механические; г – электронный
Рисунок 6.8 – Нивелиры

Краткие технические данные. Нивелир В1С: увеличение зрительной трубы 32^x , минимальное расстояние до рейки 2.3 м; диапазон работы компенсатора 10'; горизонтальный угломерный круг; погрешность превышения на 1 км двойного хода 0.8 мм; масса прибора 3.2 кг

Цифровой нивелир SDL30М (погрешность 1 мм на 1км двойного хода) с возможностью работы в оптическом режиме. Увеличение трубы 32^x . Имеется память и связь с компьютером. Большой набор встроенных функций. Диапазон измеряемых расстояний: 1,6 - 100 м; точность измерения расстояний до 10 м – 10 мм; точность измерения расстояний свыше 10 м: $0.1\% \times D$. Память на 2000 измерений. Масса прибора с аккумулятором: 2,4 кг.

6.3. ПОВЕРКИ И ЮСТИРОВКИ НИВЕЛИРОВ

Нивелиры, используемые на производстве, подлежат ежегодной метрологической аттестации в лаборатории государственной метрологической службы. Но и в процессе эксплуатации приборов необходимо периодически выполнять их полевые поверки и необходимые юстировки.

При внешнем осмотре нивелира проверяют исправность круглого и цилиндрического уровней и их юстировочных винтов, плавность вращения зрительной трубы, работу ее винтов – наводящего, закрепительного и элевационного, фокусирование визирной сетки и предмета, действие подъемных винтов подставки. В штативе устраняют шатания (люфты) его деталей умеренной подтяжкой соответствующих болтов.

Поверки нивелиров с уровнем. Нивелиры Н-3, Н-10 и другие, отвечающие схеме рис. 6.4, поверяются на следующие геометрические условия.

1. *Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира, т.е. $KK_1 \parallel ZZ_1$.* Действуя подъемными винтами подставки, пузырек круглого уровня приводят в нуль-пункт, затем верхнюю часть нивелира поворачивают на 180° вокруг оси ZZ_1 . Если пузырек остался в нуль-пункте, то условие выполнено. Если же пузырек отклонился, вращением подъемных винтов подставки его перемещают к центру ампулы на половину дуги отклонения, а окончательно совмещают с нуль-пунктом поочередным вращением юстировочных винтов. После этого поверку повторяют.

2. *Горизонтальный штрих сетки должен быть перпендикулярен оси вращения нивелира ZZ_1 .* Зрительной трубой визируют на рейку, установленную в 50-60 м от нивелира. Вращая зрительную трубу вокруг вертикальной оси, перемещают изображение рейки от одного края поля зрения к другому. Если отсчет изменяется больше, чем на 1 мм, диафрагму с сеткой поворачивают в требуемое положение, ослабив крепящие ее винты 4 (рис. 6.9). Для облегчения юстировки рекомендуется совмещать вертикальный

штрих сетки с изображением нити отвеса, подвешенного в 5-10 м от прибора.

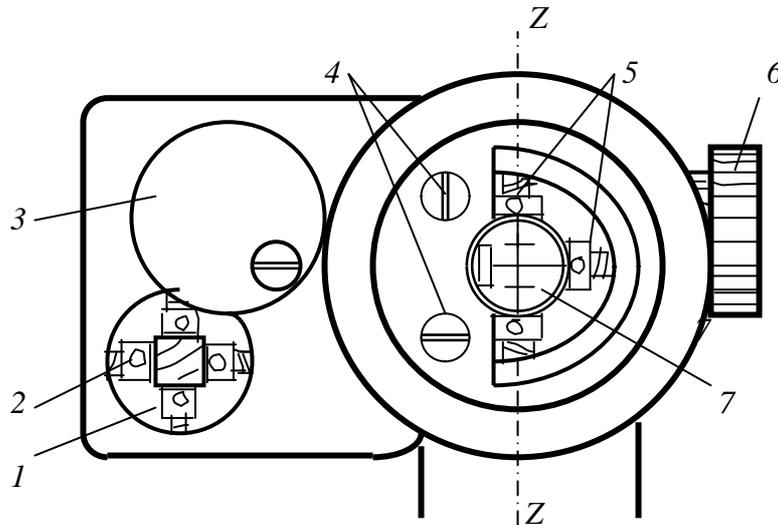
3. Проверка главного условия нивелира с уровнем. *Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы, т.е. $UU_1 \parallel WO$.* Это условие проверяют разными способами двойного нивелирования. Рассмотрим два из них.

С п о с о б 1. Нивелир устанавливают на станции J_1 (рис. 6.10) на равном удалении $d_1 = d_2$ от колышков A и B , вбитых на расстоянии 60 – 80 м друг от друга. На колышки ставят вертикально рейки. Если визирный луч горизонтален, то при нивелировании из середины получают по рейкам отсчеты a_1 и b_1 и вычисляют верное превышение $h = a_1 - b_1$. Если же главное условие не соблюдается, то отсчеты принимают значения $a'_1 = a_1 + \Delta a_1$ и $b'_1 = b_1 + \Delta b_1$, но при одинаковых расстояниях d_1 и d_2 от нивелира до реек равны и величины отклонений $\Delta a_1 = \Delta b_1$. Поэтому превышение $h = a'_1 - b'_1 = (a_1 + \Delta a_1) - (b_1 + \Delta b_1) = a_1 - b_1$ при нивелировании из середины определяется верно.

Затем нивелир устанавливают на станции J_2 в 3–5 м от реки B и по ней берут отсчет b'_2 , визируют на дальнюю рейку A и берут отсчет a'_2 . Вычисляют превышение $h'_2 = a'_2 - b'_2$ и сравнивают его с верным превышением h . Если разница $\Delta h = h'_2 - h$ меньше ± 5 мм в расчете на 100 м длины визирного луча (± 3 мм на длину $BA \approx 60$ м), условие считается выполненным.

Для необходимой юстировки вычисляют величину отсчета по дальней рейке $a_2 = b'_2 - h$, который практически соответствует горизонтальному положению визирного луча. Зрительную трубу наклоняют элевационным винтом до получения вычисленного отсчета a_2 . Затем при помощи юстировочной шпильки ослабляют боковой юстировочный винт 2 (см. рис. 6.9) цилиндрического уровня и, вращая его вертикальные юстировочные винты 1, добиваются контактного положения концов его пузырька при умеренной затяжке юстировочных винтов. После этого отсчеты по рейкам со станции

J_2 повторяют и сравнением полученного превышения h_2 с верным h проверяют качество юстировки.



1, 2 – юстировочные винты цилиндрического уровня; 3 – поворотная крышка;
4 – винты крепления окуляра; 5 – юстировочные винты визирной сетки 7;
6 – головка фокусирующего винта трубы (кремальера)

Рисунок 6.9 – Юстировочные винты нивелира НЗ (вид со стороны окуляра зрительной трубы при снятой защитной крышке окуляра)

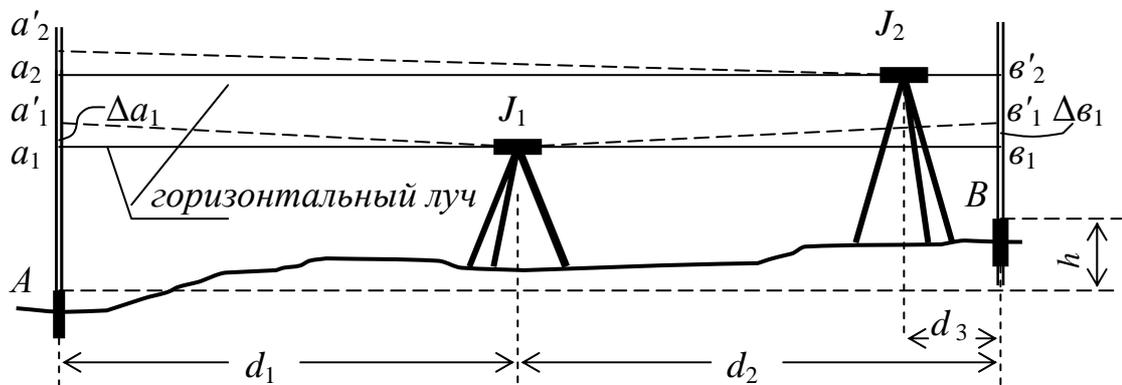


Рисунок 6.10 – Проверка главного условия нивелира

Рассмотренный способ применим для всех типов нивелиров и наиболее рационален в полевых условиях.

С п о с о б 2. Применяется для технических нивелиров при отсутствии перископичности зрительной трубы. Нивелир ставят над точкой A , как показано на рис. 6.1, б. Относительно центра окуляра измеряют высоту нивелир i_A , визируют на рейку B и берут отсчет b . Затем нивелир ставят над точкой B , измеряют его высоту i_B и берут отсчет a по рейке A . При не-

горизонтальном визирном луче в отсчетах a и b присутствуют равные погрешности $\Delta a = \Delta b = x$. Если из отсчетов вычесть x , то получатся правильное превышение $h = i_A - (b - x) = (a - x) - i_B$, откуда $x = (a + b)/2 - (i_A + i_B)/2$. Если погрешность $x > \pm 5$ мм на 100 м расстояния от нивелира до рейки, то прибор необходимо юстировать. Для этого, оставив его над точкой B , вычисляют правильный отсчет для рейки A : $a_0 = a - x$. Зрительную трубу элевационным винтом устанавливают на отсчет a_0 , далее действуют как при юстировке по способу 1.

Поверки нивелиров с компенсатором. Нивелиры с компенсатором Н-3К, Н-10К и их модификации, а также нивелиры с компенсатором иной конструкции подвергаются поверкам **1** и **2** и соответствующим юстировкам так же, как и нивелиры с уровнем. Рассмотрим поверки компенсатора и главного условия нивелира.

3. *Линия визирования должна самоустанавливаться практически равномерно в пределах работы компенсатора при различных направлениях наклона нивелира.* Штатив следует установить так, чтобы один из подъемных винтов подставки был направлен в сторону рейки, удаленной от нивелира на 70–100 м. Пузырек круглого уровня приводят в нуль-пункт и через зрительную трубу берут отсчет по рейке. Затем подъемными винтами подставки наклоняют нивелир вперед, назад, влево и вправо на угол, соответствующий отклонению пузырька от нуль-пункта на одно кольцевое деление. Каждый раз по рейке берут отсчет. В исправном нивелире отсчеты не должны изменяться больше чем на 1–2 мм. Компенсатор можно отъюстировать в геодезической мастерской (сервисном центре).

4. Поверка главного условия. *Линия визирования должна быть горизонтальна (в диапазоне работы компенсатора).* Нивелиры с одинаковой высотой линии визирования в окуляре и объективе зрительной трубы и нивелиры с перископичностью зрительной трубы следует проверять двойным нивелированием по способу 1 поверки **3** нивелиров с уровнем. Прибор горизонтируют по круглому уровню. На станции J_2 в процессе юсти-

ровки линию визирования переводят в горизонтальное положение на вычисленный отсчет a_2 перемещением диафрагмы с визирной сеткой, действуя вертикальным юстировочным винтом. Результат юстировки проверяют повторным нивелированием со станции J_2 .

Исследование перефокусировочных колебаний визирной оси зрительной трубы выполняют для всех типов нивелиров одинаково. На ровном участке местности по круговой дуге радиусом 50 м (рис. 6.11) закрепляют кольшками 8-9 точек. Эти точки нивелируют один раз со станции J_1 (из центра дуги) не меняя фокусировку зрительной трубы и определяют условные отметки H_i всех кольшков, приняв например для кольшка 1 отметку $H_1 = 100$ мм. Второй раз нивелируют со станции J_2 , расположенной в 3 – 4 м от точки 1, и аналогично вычисляют отметки кольшков H'_i . Если разности отметок $\Delta_i = H'_i - H_i$ одних и тех же точек достигают 2–3 мм, то это указывает на недопустимые колебания визирной оси при перемещениях фокусирующей линзы и необходимость ремонта зрительной трубы.

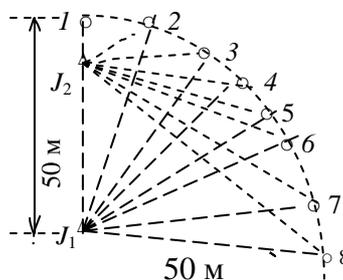


Рисунок 6.11 – Схема нивелирования при проверке хода фокусирующей линзы

Погрешности технического нивелирования. Приборные погрешности возникают вследствие неполной юстировки нивелира, ограниченной точности прибора и реек. Для ослабления их действия нивелирование производят способом из середины, превышение определяют дважды – по разностям отсчетов по черной и красной сторонам реек. Для уменьшения погрешностей нивелирования, вызываемых осадкой штатива, его необходимо устанавливать на устойчивом грунте. Рейки необходимо ставить на устой-

чивые предметы и удерживать отвесно: при наклоне рейки на угол ε отсчет a сопровождается односторонне действующей положительной погрешностью $+\Delta a = (a / \cos \varepsilon) - a$.

Погрешности измерения превышений при техническом нивелировании с расстояниями до задней и передней реек до 10 – 30 м составляют 1–2 мм, а при расстояниях 130 – 150 м достигают 5–6 мм. Для поддержания требуемой точности определенных видов нивелирных работ предельные расстояния от нивелира до реек ограничивают до 80, 100 или 150 м.

6.4. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

Тригонометрическое нивелирование между двумя пунктами A и B включает измерение расстояния и угла наклона между ними (рис. 6.12) с последующим вычислением превышения h по тригонометрическим формулам. Над пунктом A ставят теодолит, на пункт B – рейку или вежу. На рейке или веже отмечают точку визирования W и измеряют *высоту визирования* (высоту вежи) v – превышение WB . Над пунктом A измеряют высоту прибора i (превышение JA). Теодолитом измеряют угол наклона v линии JW . Наклонную дальность $JW = D$ определяют например светодальномером или оптическим дальномером.

Из треугольника JWE вычисляют неполное превышение $EW = h'$. Вертикальный отрезок $WB' = h + v = h' + i$, отсюда искомое (полное) превышение

$$h = h' + i - v, \quad (6.11)$$

При дальностях $D \geq 200$ м в определяемом превышении h учитывают поправку f на кривизну Земли и рефракцию, которую вычисляют по формуле (6.8), следовательно

$$h = h' + i - v + f \quad (\text{при } D \geq 200 \text{ м}). \quad (6.12)$$

4. Если при измерении углов наклона v визировать на рейку в точку W , отмеченную над ее пяткой на высоте прибора i , то в формулах (6.13), (6.14) и (6.15) слагаемые $i = v$ (тогда $i - v = 0$) и искомое полное превышение будет равно неполному превышению, т. е. соответственно:

$$h = D \sin v; \quad h = d \operatorname{tg} v; \quad h = (1/2)D \sin 2v. \quad (6.16)$$

По формулам (6.13) – (6.16) превышение h' вычисляют при помощи инженерных калькуляторов или компьютера. Для определения h' , соответствующего формуле (6.15), служат также тахеометрические таблицы.

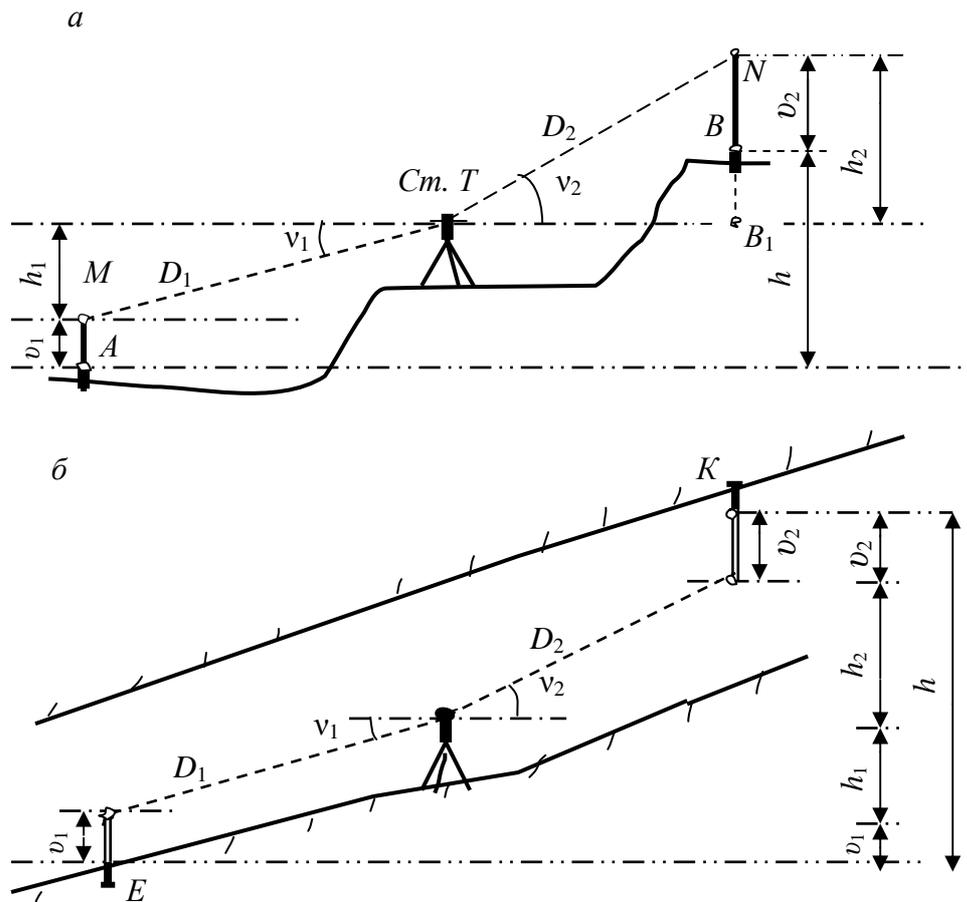
При известной высоте (отметке) H_A точки A высоту точки B вычисляют по формуле (см. рис. 6. 12)

$$H_B = H_A + h. \quad (6.17)$$

Точность тригонометрического нивелирования зависит от погрешностей: ΔD – измерения расстояний; Δv – измерения углов наклона, Δi – измерения высоты прибора; Δv – определения высоты наведения. В случае тахеометрической съемки при помощи теодолита Т30 погрешности измерений равны: $\Delta D = 0,3$ м; $\Delta v = 0,5'$; $\Delta i = \Delta v = 0,5$ см, тогда при расстоянии $D = 100$ м и углах наклона $v < 5^\circ$ погрешность величины h' приблизительно равна $m_{\Delta h} \approx 1,5$ см, а общая погрешность превышения $m_h^2 = m_{\Delta h}^2 + m_{\Delta i}^2 + m_{\Delta v}^2$, откуда $m_h = 1,7$ см. При углах наклона $v > 5^\circ$ погрешность превышений возрастает.

5. Тригонометрическое нивелирование без определения высоты прибора (рис. 6.13) характеризуется повышенной точностью за счет устранения соответствующей погрешностей Δi .

Возможные варианты такого нивелирования рассмотрены в примерах 5.1 и 5.2.



a – на поверхности; *б* – в подземной выработке по точкам, закрепленным на дне и в кровле выработки

Рисунок 6.13 – Тригонометрическое нивелирование без определения высоты прибора

5.1. Согласно схеме рис. 6.13, *a* на станции *Ст. Т* тахеометром измеряют дальности $D_1 = TM$ и $D_2 = TN$, углы наклона v_1 и v_2 , при этом известны высоты v_1 и v_2 визирных целей, поставленных на пункты, закрепленные в земле.

Превышение между точками *A* и *B* вычисляют по формуле

$$h = v_1 + h_1 + h_2 - v_2 = v_1 + D_1 \sin v_1 + D_2 \sin v_2 - v_2. \quad (6.18)$$

5.2. В подземной выработке (рис. 6.13, *б*) нивелируемые точки могут быть закреплены на дне выработки (пункт *E*) в кровле (пункт *K*). Для нивелирования точки *K* рейку поворачивают нулем вверх и прижимают отвесно к знаку *K*. Выполнив измерения углов наклона v_1 и v_2 и дальностей D_1 и D_2 *E* и *K* вычисляют h по формуле

$$h = v_1 + h_1 + h_2 + v_2 = v_1 + D_1 \sin v_1 + D_2 \sin v_2 + v_2, \quad (6.18, a)$$

или по формуле (6.18), придав знак минус высоте v_2 рейки K .

Оценка погрешности превышения h в обоих примерах дается по формуле

$$m_h^2 \approx 2m_{\Delta v}^2 + 2(D \sin v)^2 m_v^2 / (\rho'')^2.$$

Учет вертикальной рефракции и кривизны Земли при тригонометрическом нивелировании в маркшейдерско-геодезических работах.

При развитии наземных высотных сетей и в подземных выработках ходы тригонометрического нивелирования прокладываются лучами ограниченной длины при помощи теодолитов Т15 и горных теодолитов класса 2Т30М, допустимая погрешность измерения вертикальных углов принимается от 0,2 до 1'. В круто падающих подземных выработках вертикальная рефракция более значительна, чем на поверхности, вследствие того, что плотность воздушной среды возрастает с увеличением глубины выработки и дополнительно возрастает, когда наклонный световой луч проходит вблизи дна или кровли выработки. Но тригонометрическое нивелирование выполняется короткими лучами до 20-100 м; при таких малых дальностях проявления рефракции незначительны и не учитываются.

6.5. СВЕДЕНИЯ О СОВРЕМЕННЫХ НИВЕЛИРАХ И ВИДАХ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Лазерные нивелиры (см. рис. 6.8, *д*) содержат оптический кантовый генератор (ОКГ), подобный тем, какие используют в светодальномерах. Пучок лазерных лучей на выходе из ОКГ расходится приблизительно на 30" и для уменьшения угла расходимости (фокусирования) светового пятна пучок пропускают через коллиматор. В качестве коллиматора можно использовать зрительную трубу геодезического прибора. Для приведения

лазерного луча в горизонтальное положение применяют цилиндрический уровень или оптический компенсатор малых наклонов. При падении лазерного пучка на шкалу вертикально поставленной нивелирной рейки отсчет деления берут в центре светового пучка (визуальная регистрация). При автоматизированном нивелировании используют рейки с фотоэлектрическими ячейками.

В лазерных приборах, предназначенных для нивелирования в круговом секторе, лазерный пучок вращается в горизонтальной плоскости, на рейке визуально опознается горизонтальная световая полоса (видимый след горизонтальной плоскости), которую можно фиксировать одновременно на нескольких рейках автоматически с помощью реек с фотоэлектрическими ячейками. Визуально световое пятно распознают на рейках или на стенах сооружения или же подземной выработки и отмечают точки горизонта прибора.

При визуальной регистрации неподвижного лазерного пятна в солнечную погоду расстояние от прибора до рейки ограничивают до 100 и 200 м (в тени) и до 500–1000 м при фотоэлектрической регистрации с защитой рейки от прямых солнечных лучей. Точность нивелирования характеризуется погрешностями до 5 – 10 мм на расстояниях до 100 м.

Кодовые (цифровые) нивелиры (см. рис. 6.8, з) обеспечивают максимальную автоматизацию нивелирных работ. На нивелирные рейки нанесены штрих-кодовые шкалы. При наведении трубы на рейку положение линии визирования относительно штрихов кодовой шкалы обрабатывается в приемном электронно-вычислительном модуле с высокой точностью (до 0,1 - 0,01 мм). В блок памяти кодового нивелира вводят информацию об отметках начального и конечного пунктов нивелирного хода, на каждой станции вводят ее номер, обозначения ее точек и другие данные. Зрительную трубу последовательно наводят на заднюю и переднюю рейки, нажимают клавишу “Отсчет”. Автоматические отсчеты производятся по двум

сторонам реек, их значения записываются в оперативную память и в карту памяти.

Среди современных нивелиров зарубежных фирм можно назвать цифровые нивелиры фирмы Leica под шифром DNA03 для нивелирования I и II класса (погрешность превышения на 1 км двойного хода 0,3 мм). Прибор оснащен маятниковым компенсатором, электронно-вычислительным блоком, в котором обрабатываются электронные отсчеты по шкале инварной рейке. Набор встроенных программ включает: отсчет по рейке и определение расстояния; высотную привязку нивелирного хода к реперам; проложение нивелирного хода с набором промежуточных пикетных точек, автоматическое вычисление высот и др. Результаты текущих измерений (отсчет по рейке, горизонтальное расстояние до нее, превышение, горизонт прибора, отметка точки) отображаются на дисплее блока и одновременно записываются в карту памяти, Нивелир можно использовать в режиме оптических измерений с метрическими рейками (при этом погрешность суммарного превышения составляет 2 мм на 1 км двойного хода). Цифровой нивелир DNA10 предназначен для инженерно-технических работ с высокой точностью (погрешность измерения превышения 1–1,5 мм на 1 км двойного хода). Прибор обладает описанными выше функциональными возможностями.

Спутниковое нивелирование заключается в определении высоты точек, над которыми устанавливают наземные GPS-приемники (см. § 1.7). По разности высот вычисляю превышения между точками. Погрешность определения высот в два раза больше погрешности позиционирования в плане. Например при позиционировании по методу базовой станции минимальные погрешности определения плановых координат точки относительно базового пункта составляют $m_{xy} = (3-5)$ мм на дальностях до 1 км, а погрешности высот (отметок) точек относительно высоты базового пункта близки к $m_H = (6-10)$ мм на тех же дальностях.

Физические методы нивелирования основаны на использовании определенных физических явлений – это нивелирование гидростатическое, барометрическое и радиолокационное.

Гидростатический нивелир действует по принципу сообщающихся сосудов и состоит из двух или нескольких измерительных сосудов в виде стеклянных трубок, соединенных шлангами или металлическими трубками. Стеклянные трубки снабжены подставками и шкалами миллиметровых делений. Система заполнена жидкостью, например дистиллированной водой, которая устанавливается на одной уровенной поверхности. Разность высот стеклянных трубок определяется разностью отсчетов уровня жидкости по шкалам. Точность такой системы ограничена до 3–5 мм на расстояниях до 50 м местными отклонениями атмосферного давления и неравенством температуры жидкости. В гидростатическом нивелире, оснащенном вторым шлангом, который соединяет стеклянные трубки по верху и изолирует систему от воздействий неоднородностей атмосферного давления, для отсчета уровня жидкости применен электроконтактный микрометр и превышение измеряется с точностью до 0,03 – 0,1 мм.

При *барометрическом нивелировании* барометром измеряют атмосферное давление в нескольких точках и по разности давлений вычисляют превышения. Наиболее точные барометрические нивелиры характеризуются погрешностью 0,3 – 0,5 м.

Радиолокационное нивелирование производят с самолета при постоянной высоте полета. Измеряют вертикальные расстояния до земной поверхности, а по их разностям – превышения с точностью до 1 м.

Сканерное нивелирование – это составляющая сканерной съемки местности с опорной точки на земле или например с самолета. Сканирование местности включает излучение сканером направленных электромагнитных сигналов и прием отраженных сигналов с обработкой их в вычислительном модуле, в результате которой получают цифровую модель местности, ее картографическое отображение, а также высоты и превышения. Точность

метода зависит от масштаба съемки и достигает от дециметров до нескольких миллиметров.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Назовите цели и методы нивелирования. **2.** Изложите сущность трех методов геометрического нивелирования. **3.** Как при геометрическом нивелировании вычисляют превышения, высоту точек, горизонт прибора, и отметки точек относительно горизонта нивелира? **4.** Назовите комплект приборов для геометрического нивелирования и требования к точности нивелирных реек, их поверки. **5.** Для чего используются нивелирные башмаки и костыли, а также колышки при нивелировании? **6.** Назовите основные части нивелира и его геометрические оси, укажите, как должны быть сопряжены основные оси нивелира. **7.** Как действует компенсатор малых наклонов нивелира?. **8.** Как выполняется главная поверка нивелира с уровнем, нивелира с компенсатором? **9.** Какие меры принимают для ослабления действия основных источников погрешностей геометрического нивелирования? **10.** Вычислите ГП, если высота точки A $H_A = 120,843$ м, отсчет по рейке, поставленной на точку A , $a = 1257$ мм. Относительно найденного значения ГП вычислите отметку точки B по отсчету $b = 2500$ мм. **11.** Напишите полную формулу тригонометрического нивелирования и частные случаи такой формулы. **11.** Какова сущность тригонометрического нивелирования без определения высоты прибора? **12.** Теодолит поставлен над точкой A , дальномерная (нивелирная) рейка – на точке B . Отсчет по штриховому дальномеру $D = 120,0$ м; угол наклона $v = +3^\circ 36'$; высота прибора 1,35 м, высота визирования 1,35 м; отметка точки A $H_A = 218,24$ м. Вычислите отметку точки B . **13.** Какова сущность и точность спутникового нивелирования? **14.** Назовите особенности и точность кодовых и лазерных нивелиров. **15.** Укажите особенности геометрического и тригонометрического нивелирования в горных выработках крутого падения (большого наклона свыше 10°). **16.** Изложите сущность гидростатического, барометрического и сканерного нивелирования, укажите их точность.

Г Л А В А 7

ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

7.1. ПЛАНОВОЕ СЪЕМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ТЕОДОЛИТНЫЕ ХОДЫ

Общие сведения

В задачи маркшейдерско-геодезических съемок входят составление топографических карт и планов земной поверхности и создание маркшейдерских планов земной поверхности и горных выработок. Теоретические основы съемочных работ на поверхности, в открытых карьерах и в подземных выработках совпадают. В настоящей главе съемочные работы рассматриваются на основе топографических съемок земной поверхности, при этом приводятся отдельные примеры особенностей съемочных маркшейдерско-геодезических работ в горных выработках.

Плановое геодезическое съемочное обоснование

Плановое геодезическое съемочное обоснование создается для передачи координат от исходных пунктов плановых сетей на участок топографической съемки. В последующем пункты съемочного обоснования могут использоваться для перенесения на местность проектов сооружений различного назначения, в их числе объектов горнодобывающей промышленности. Пункты съемочного обоснования закрепляют постоянными знаками на застроенной территории (постоянное съемочное обоснование) – центрами, заложенными в грунт, в углы капитальных зданий, и стержнями с головкой – в асфальтовое покрытие. На незастроенной территории, как правило, применяются временные знаки – деревянные столбы, колья, металлические трубки, стержни и т.п.

При использовании технического теодолита и стальной мерной ленты плановое съемочное обоснование в открытой местности можно создавать теодолитными ходами, микротриангуляцией в виде пунктов, образующих сети треугольников с длиной сторон не менее 150 м, углами не

меньше 20° и не больше 160° . Базисные стороны сети измеряются с относительной погрешностью $1 / 5000$, а углы в треугольниках – с погрешностью $m_\beta = 0,5'$, допустимая невязка измеренных углов в каждом треугольнике равна $1,5'$. Примером микротриангуляции служит схема цепочки треугольников (рис. 7.1, а), опирающихся на стороны AB и CD геодезической опорной сети.

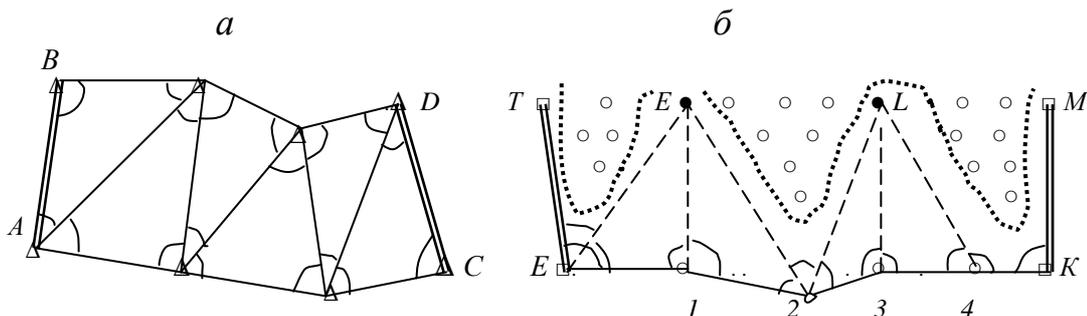


Рисунок 7.1 – Цепочка микротриангуляции (а) и угловые засечки (б)

Плановые координаты пунктов E и L (рис. 7.1, б) получают прямыми геодезическими засечками относительно пунктов теодолитного или полигонометрического хода $1, 2, 3, 4$, в процессе его проложения или при развитии съемочного обоснования.

При использовании электронных тахеометров координаты определяемых пунктов находят полярным способом с высокой точностью, следовательно, отпадает надобность в трудоемких работах по развитию съемочного обоснования по многим схемам, включая показанные на рис. 7.1.

Теодолитные ходы прокладывают на земной поверхности для развития съемочного обоснования в населенных пунктах и на местности, покрытой высокой растительностью, а также на открытых площадках.

Теодолитным ходом называется полигонометрический ход (см. § 1.5), в котором углы между сторонами измеряют техническим теодолитом, а стороны – мерными приборами с относительной погрешностью от $1 / 1000$ до $1 / 3000$.

По форме теодолитные ходы бывают *разомкнутые* (рис. 7.2, а) и *замкнутые* (рис. 7.2, б). Внутри замкнутого хода для сгущения пунктов съемочного обоснования прокладываются дополнительные *диагональные ходы* (см. рис. 7.2, б). Теодолитные ходы могут прокладываться через общие для них пункты, которые называются *узловыми*. Теодолитный ход, опирающийся только на один пункт опорной геодезической сети, называется *свободным*, но для контроля ход должен быть замкнутым.

Разомкнутый теодолитный ход, опирающийся только одной точкой на исходный пункт, называется *висячим*, например ход С-15-16-17 на рис. 7.2, а. В висячем ходе на земной поверхности допускается не более 3-х сторон, его длина не должна быть больше, указанной в табл. 7.1.

Допустимая длина основных теодолитных ходов при топографических съемках земной поверхности рассчитывается по следующей формуле (в км)

$$\Sigma d_{\text{доп}} = 2\Delta p \times M \times T / 10^6, \quad (7.1)$$

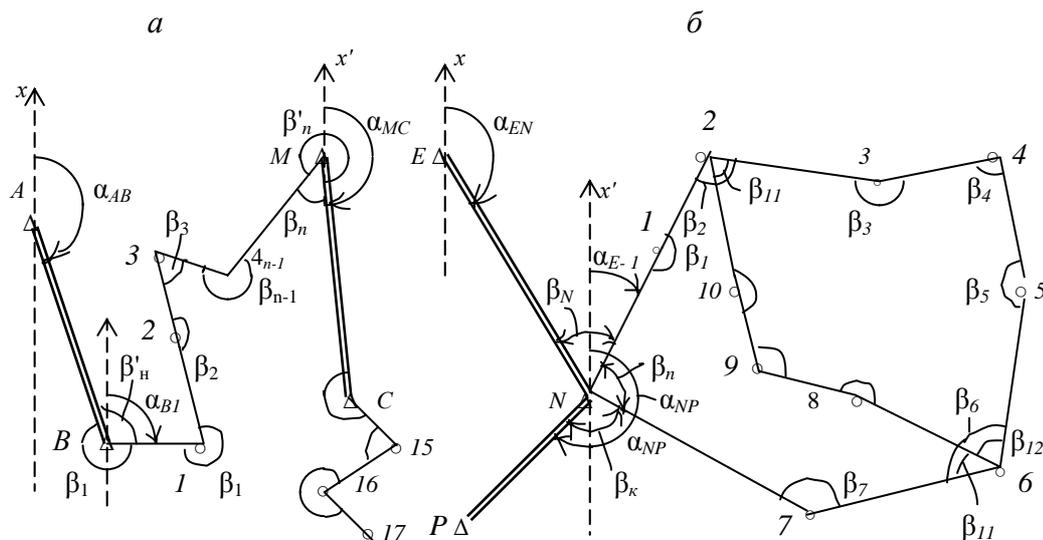
где Δp – допустимая погрешность положения на плане масштаба 1 : М точки теодолитного хода, наиболее удаленной от опорных пунктов (в середине хода, т.е. в слабом месте хода); Т – знаменатель относительной погрешности хода 1 / Т. Для открытой местности и застроенной территории допустимая погрешность $\Delta p = 0,2$ мм, а для закрытой местности (заросшей кустарниковой и древесной растительностью) $\Delta p = 0,3$ мм.

В таблице 7.1 приведены предельные длины теодолитных ходов съемочного обоснования.

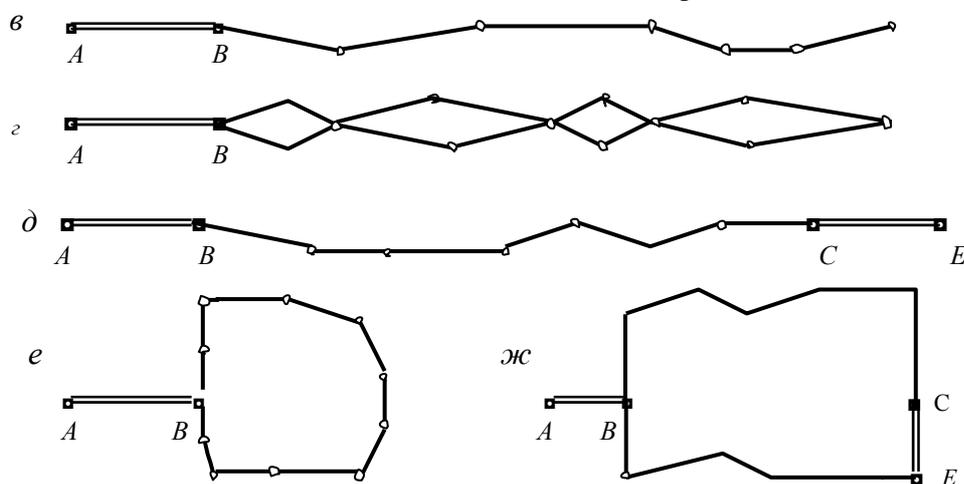
Особенности подземных маркшейдерских съемочных сетей

Основные подземные выработки представляют собой узкие протяженные объекты и их съемка выполняется единственно возможным методом – полигонометрическим, включающим прокладку теодолитных ходов, относительно которых ведется съемка подробностей и определяется направление дальнейшей выработки.

Теодолитные ходы на поверхности



Теодолитные ходы в подземных выработках



a – ход разомкнутый; *б* – замкнутый и диагональный; *в* – разомкнутый висячий или свободный; *г* – условное обозначение двойного висячего хода; *д* – разомкнутый несвободный; *е* – замкнутый свободный; *ж* – замкнутый несвободный;
 (Δ , \blacksquare – опорные пункты триангуляции и полигонометрии;
 \circ – вершины теодолитных ходов)

Рисунок 7.2 – Схемы теодолитных ходов на поверхности и в подземных выработках в их плановой привязки

К протяженности подземных съемочных теодолитных ходов не применяют допуски, указанные в таблице 7.1. Длина подземных теодолитных ходов рассчитывается исходя из требований к точности маркшейдерских опорных и съемочных сетей. Различают следующие виды подземных ходов:

висячий (свободный) ход (рис. 7.2, в), опирающийся на сторону *AB* подземной маркшейдерской сети с известными координатами пункта *B* и дирекционным углом стороны *AB*;

двойной висячий ход (на рис. 7.2, г показан условным знаком), проложенный дважды для контроля и повышения точности съемки, опирающийся на сторону *AB* маркшейдерской сети;

разомкнутый несвободный ход (рис. 7.2, д), опирающийся на стороны *AB* и *CE* маркшейдерской сети; в таком ходе обеспечивается контроль измерения его углов, длины сторон и вычисления координат его вершин;

замкнутый свободный ход (рис. 7.2, е), опирающийся на сторону *AB* маркшейдерской сети, в данном ходе существует контроль точности измерения углов и сторон для замкнутого многоугольника;

замкнутый несвободный ход (рис. 7.2, ж), привязанный к двум сторонам *AB* и *CE* маркшейдерской сети; для хода обеспечен контроль определения координат его вершин.

Содержание работ при теодолитной съемке земной поверхности

Подготовительные работы. После получения задания на топографическую съемку изучают имеющиеся картографические материалы, схемы геодезической сети вблизи участка съемки и составляют проект схемы будущих теодолитных ходов.

Полевые работы при теодолитной съемке включают рекогносцировку участка местности, окончательный выбор места и закрепление вершин теодолитного хода, измерение углов и длины его сторон и съемку ситуации относительно вершин и сторон теодолитного различными способами.

Камеральные работы состоят из вычислительной обработки полевых журналов, расчета координат вершин теодолитного хода и составления контурного плана местности.

Прокладка теодолитных ходов. В процессе *рекогносцировки* на местности отыскивают опорные геодезические пункты, сохранившиеся пункты геодезической основы предыдущих съемок, проверяют условия оптиче-

ской видимости между ними и возможность измерения длин линий на местности для угловой и плановой привязки теодолитного хода. Придерживаясь проекта, выбирают места окончательного закрепления вершин теодолитного хода. Длины их сторон должны быть не менее 20 и не более 350 м. Вершины теодолитного хода обозначают либо деревянными колышками (временными знаками на период съемочных работ), либо надежно закрепленными трубами, стержнями, рассчитанными на создание постоянного съемочного обоснования. Постоянные знаки окапывают.

Таблица 7.1 – Технические требования к теодолитным ходам съемочного обоснования при топографических съемках земной поверхности

Масштаб съемки	Открытая местность, застроенная территория				Закрытая местность			Удаленность узловых точек от исходных пунктов допустимая, км
	1/Т 1/3000	1/Т 1/2000	1/Т 1/1000	висячий ход	1/Т 1/2000	1/Т 1/1000	висячий ход	
	Допустимая длина хода, км							
1:5000	6,0	4,0	2,0	0,35	6,0	3,0	0,5	3
1:2000	3,0	2,0	1,0	0,2	3,6	1,5	0,3	2
1:1000	1,8	1,2	0,6	0,15	1,5	1,5	0,2	1,3
1:500	0,9	0,6	0,3	0,1	—	—	—	—

Измерения углов. В теодолитных ходах чаще всего измеряют правые по ходу горизонтальные углы техническими теодолитами класса Т30 двумя полуприемами с соблюдением методики измерений и технических требований по уменьшению действия основных источников погрешностей, рассмотренных в § 4.4. При измерениях заполняется полевой журнал, содержащий графы таблицы 4.2 или 4.3.

Для осуществления съемки в установленной системе координат теодолитный ход прокладывают между пунктами геодезической сети. Должны быть известны координаты x и y начального и конечного исходных пунктов и необходимые дирекционные углы сторон сети, например α_{AB} , α_{MC} на рис. 7.2, *a*. При угловой привязке на исходных пунктах, начальном B и конечном M , измеряются правые по ходу примычные углы β_1 и β_n , а для контроля и левые по ходу примычные углы β'_1 и β'_n . Оптическая видимость между исходными пунктами B и C обеспечивается визирными уст-

ройствами: либо визирным цилиндром сигнала или пирамиды или же ве-
хой.

Угловая привязка разомкнутого теодолитного хода должна выпол-
няться с таким же контролем, как и разомкнутого. Если в пункте N плано-
во-угловой привязки существует видимость на другие пункты исходной
геодезической сети E и P (см. рис. 7.2, б), то способом круговых приемов
определяют внутренний правый по ходу угол β_n и два примычных угла,
например β_n и β_k . В данном случае проверяется условие

$$(\beta_n + \beta_n + \beta_k) - (\alpha_{NP} - \alpha_{EN} + 180^\circ) \leq \pm (0,5' - 1').$$

Стороны теодолитного хода измеряются мерной лентой (стальной
рулеткой) или светодальномером (например, лазерной рулеткой) в прямом
(D') и обратном (D'') направлениях. При измерениях стальной лентой до-
пустимое расхождение первого и второго результатов $\Delta D = D' - D''$ опре-
деляется по допустимой относительной погрешности $1 / T$ теодолитного
хода (см. табл. 7.1). Например при условии $1 / T = 1 / 2000$ получаем
 $\Delta D_{\text{доп}} = D / 2000$. Если угол наклона стороны хода или ее отрезка $v \geq 1,5^\circ$,
то его измеряют. В средние значения D длин линий вводят поправки на
компарирование, наклон и температурную, если их абсолютная величина
больше $D / 10\,000$ (см. § 5.1).

В процессе прокладки теодолитного хода результаты полевых изме-
рений и сопутствующие пояснительные рисунки вносят в специальный
полевой журнал. Для последующих камеральных вычислений составляется
общая схема теодолитных ходов в произвольном масштабе, на которой
указываются величины измеренных углов и горизонтальных расстояний.
Заполняется исходными данными Ведомость вычисления координат вер-
шин теодолитного хода (таблица. 7.2): в графе 1 указываются номера пунк-
тов, в графе 2 – величины измеренных углов, в графе 5 – горизонтальные
проложения сторон хода, в графе 4 – исходные дирекционные углы α_n и α_k ,

в графах 11 и 12 – координаты x и y начального и конечного исходных пунктов.

Угловая невязка замкнутого теодолитного хода. Для вычисления угловой невязки суммируют все внутренние измеренные правые по ходу углы β' замкнутого хода (см. рис. 7.2, б), исключая примычные, и вычисляют теоретическую сумму внутренних углов такого n -вершинного многоугольника $\Sigma\beta_{\text{теор}} = 180^\circ (n - 2)$. Разность f_β суммы измеренных углов β' и теоретической их суммы называется *угловой невязкой хода*. В замкнутом многоугольнике

$$f_\beta = \sum_i^n \beta'_i - 180^\circ(n - 2), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.2)$$

Фактическая величина f_β характеризует качество измерения углов в сравнении с *допустимой угловой невязкой*, вычисляемой по формуле

$$f_{\beta\text{доп}} = \pm 2t\sqrt{n}, \quad (7.3)$$

где t – заданная средняя квадратическая погрешность измерения углов, которую назначают в зависимости от вида работ, например при измерении углов теодолитами Т30 в теодолитных ходах принимают $t = 30''$ и допустимую угловую невязку определяют по формуле

$$f_{\beta\text{доп}} = \pm 1'\sqrt{n}. \quad (7.4)$$

Формулы (7.3) и (7.4) обоснованы в § 3.3, где в выражении (3.35) допустимая погрешность $\Delta_{\Sigma\Delta\text{пред}}$ обозначена через $f_{\beta\text{доп}}$, удвоенная погрешность измерения угла $2t = 2m = 1'$.

Если фактическая угловая невязка превышает допустимую величину, то для устранения допущенных ошибок необходимо проверить результаты вычислений и измерений.

Уравнивание измеренных углов. Если фактическая угловая невязка допустима, то измеренные углы β' уравнивают, т. е. между ними практически поровну распределяют фактическую невязку f_β , разделенную на поправки $\upsilon_{\beta i}$, противоположные по знаку невязке:

$$\upsilon_{\beta i} = -f_\beta / n$$

и округленные до $0,1'$, причем сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком, т.е.

$$\sum_i^n \upsilon_{\beta i} = -f_\beta, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.5)$$

Уравненные таким приближенным способом углы β_i равны

$$\beta_i = \beta'_i + \upsilon_{\beta i}, \quad (7.6)$$

а сумма уравненных углов должна равняться теоретической.

Угловая невязка разомкнутого теодолитного хода. В примере рис. 7.3 разомкнутый теодолитный ход опирается на пункты B и C исходной геодезической сети с известными дирекционными углами стороны AB триангуляции и стороны CD полигонометрии. В разомкнутом ходе измерены примычные углы β_1 и β_n , являющиеся правыми по ходу, как и углы $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{n-1}$ между сторонами хода.

Значения углов записаны в таблицу 7.1 (ведомость вычисления координат). Число n измеренных углов на единицу больше числа $n-1$ измеренных сторон. В исходной сети известны прямоугольные координаты всех названных пунктов и решением обратной геодезической задачи (см. § 1.4, формулы 1.14 и 1.15) определены значения исходных дирекционных углов: начального $\alpha_n = \alpha_{AB}$ и конечного $\alpha_k = \alpha_{CD}$ ($\alpha_n = 111^\circ 50,8'$ и $\alpha_k = 260^\circ 50,8'$ записаны в графу 4 таблицы 7.2).

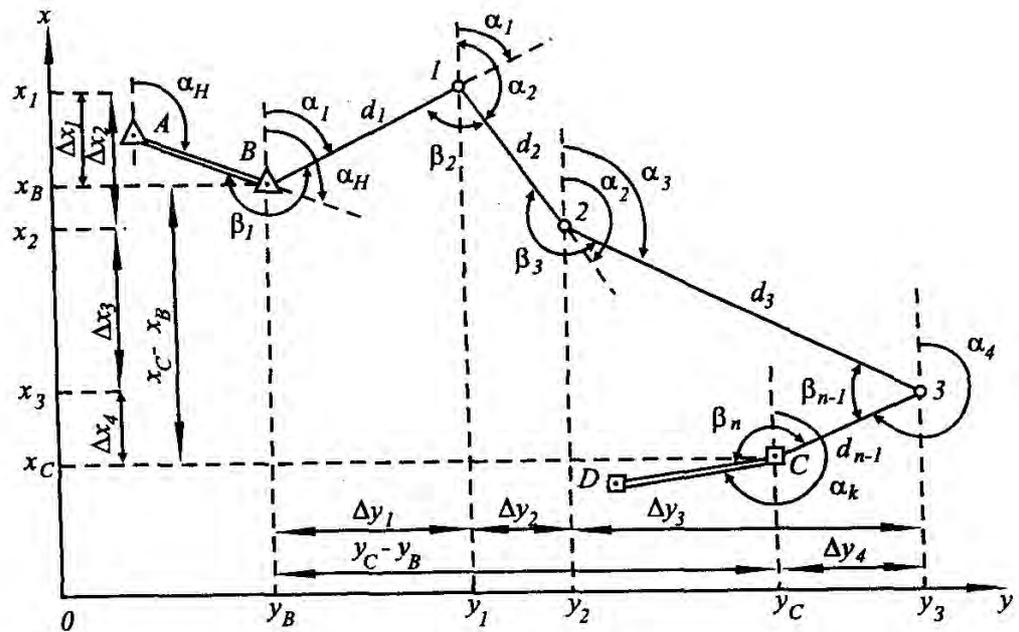


Рисунок 7.3 – Дирекционные углы сторон и координаты вершин теодолитного хода

Согласно рис. 7.3 при пункте B сумма углов $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_H + 180^\circ$, откуда $\alpha_1 = \alpha_H + 180^\circ - \beta_1$. При вершине I сумма углов $\alpha_2 + \beta_2 = \alpha_1 + 180^\circ$, откуда $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ - \beta_2$. Аналогично вычисляется дирекционный угол при каждой вершине и в конечном пункте $\alpha_k = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_n$. Следовательно, дирекционный угол следующей стороны хода равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс 180° минус правый по ходу угол или в математической записи

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + 180^\circ - \beta_i; \quad (\alpha_{i+1} < 360^\circ), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.7)$$

Если при вычислениях по формуле (7.7) отдельные величины α_{i+1} получаются равными или большими 360° , то их уменьшают на 360° . Вычисления начинаются от начального дирекционного угла α_H и контролируются по конечному значению дирекционного угла α_k .

Теоретическая сумма правых по ходу углов разомкнутого теодолитного хода равна

$$\sum_i^n \beta_i_{\text{теор.}} = \alpha_H + 180^\circ n - \alpha_k, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.8)$$

Практическая сумма измеренных с погрешностями углов β'_i отличается от теоретической суммы на величину фактической угловой невязки

$$f_{\beta} = \sum_i^n \beta'_i - (\alpha_n + 180^\circ n - \alpha_k), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.9)$$

Допустимая угловая невязка вычисляется по формуле (7.3) или (7.4), т.е. $f_{\beta\text{доп}} = 1' \sqrt{n}$. Если $f_{\beta} \leq f_{\beta\text{доп}}$, то фактическая невязка допустима и измеренные углы уравниваются по формулам (7.4), (7.5), (7.6).

В примере табл. 7.2. записаны: сумма измеренных углов $\Sigma\beta' = 750^\circ 58,6'$; теоретическая их сумма $\Sigma\beta_{\text{теор}} = 111^\circ 50,8' + 180^\circ \cdot 5 - 260^\circ 50,8' = 751^\circ 00,0'$. Фактическая угловая невязка $f_{\beta} = -0^\circ 01,4'$, допустимая $f_{\beta\text{доп}} = \pm 2,2'$. Поправки в углы $v_{\beta i} = -f_{\beta} / n = +1,4'/5 \approx +0,28'$ округлены до $+0,3$ и $+0,2$ и записаны в графе 2 с условием $\Sigma v_{\beta i} = -(f_{\beta}) = +01,4'$. Уравненные углы записаны в графе 3.

В графе 4 таблицы 7.2. записаны результаты вычисления дирекционных углов по формуле (7.7), например $\alpha_{B-1} = \alpha_n + 180^\circ - \beta_B = 111^\circ 50,8' + 180^\circ - 225^\circ 10,8' = 66^\circ 40,0'$; далее вычисления продолжены с конечным контролем по величине α_n . В графе 5 указаны румбы тех же сторон хода (см. для справки рис. 1.9).

Если в теодолитном ходе измерены *левые по ходу углы*, то формулы (7.7) и (7.9) примут вид

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \beta_i - 180^\circ, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.10)$$

$$f_{\beta} = \sum \beta'_i - (\alpha_k + 180^\circ n - \alpha_n), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.11)$$

Вычисление приращений координат и оценка точности теодолитного хода. В графе 6 таблицы 7.2 записывают горизонтальные проложения d_i сторон хода, рассчитанные с учетом поправок на компарирование, наклон и температуру. *Вычисленные* приращения координат (графы 7 и 8) находят по формулам

$$\Delta x'_i = d_i \cos \alpha_i \quad \text{и} \quad \Delta y'_i = d_i \sin \alpha_i \quad (7.12)$$

и записывают со знаком “плюс” или “минус” соответственно направлению стороны хода (см. рис. 1.9). При учебных вычислениях пользуются инженерными калькуляторами, результаты округляют до 0,01 м.

Согласно рис. 7.3 приращения координат Δx_i и Δy_i представляют собой проекции сторон d_i на оси абсцисс и ординат. В случае безошибочности приращений теоретические суммы таких проекций равны разностям координат опорных пунктов, т.е.

$$\sum_i^n \Delta x_{i,\text{теор}} = x_C - x_B; \quad \sum_i^n \Delta y_{i,\text{теор}} = y_C - y_B, \quad (7.13)$$

или

$$\sum_i^n \Delta x_{i,\text{теор}} = x_K - x_H; \quad \sum_i^n \Delta y_{i,\text{теор}} = y_K - y_H, \quad (7.14)$$

где $x_C = x_K$, $x_B = x_H$, $y_C = y_K$, $y_B = y_H$ – координаты конечного и начального исходных пунктов.

Вследствие погрешностей в значениях дирекционных углов α_i и сторон d_i вычисленные приращения $\Delta x'_i$ и $\Delta y'_i$ и их суммы $\sum \Delta x'_i$ и $\sum \Delta y'_i$ тоже содержат погрешности, поэтому условие (7.13) точно не выполняется. Расхождения между суммами вычисленных и теоретических приращений координат называются *невязками f_x и f_y приращений координат*:

$$f_x = \sum_i^n \Delta x'_i - (x_K - x_H); \quad f_y = \sum_i^n \Delta y'_i - (y_K - y_H). \quad (7.15)$$

Таблица 7.2 – Ведомость вычисления координат вершин теодолитного хода

Вершина	Горизонтальные углы		Дирекционные углы α	Румбы, r	Длина сторон d , м	Приращения координат, м				Координаты, м		Вершина
	измеренные β' и поправки $\upsilon\beta$	уравненные β				вычисленные, поправки		уравненные		x	y	
						$\Delta x'$	$\Delta y'$	Δx	Δy			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	--		α_n <u>111° 34,8'</u>							x_n	y_n	
B	+0,3 225° 10,5'	225° 10,8'	66° 40,0'	СВ : 66° 40,0'	151,92	-0,03 +60,17	+0,06 +139,50	+60,14	+139,56	<u>+6000,00</u>	<u>+2000,00</u>	B
I	+0,3 100° 22,0'	100° 22,3'	146° 17,7'	ЮВ : 33° 42,3'	119,20	-0,03 -99,00	+0,05 +66,04	-99,03	+66,09	+6060,14	+2139,56	I
2	+0,3 207° 46,8'	207° 47,1'	118° 30,6'	ЮВ : 61° 29,4'	274,46	-0,06 -131,00	+0,11 +241,18	-131,06	+241,29	+5961,11	+2205,65	2
3	+0,3 52° 23,2'	52° 23,5'	246° 07,1'	ЮЗ : 66° 07,1'	112,54	-0,03 -45,56	+0,05 +102,90	-99,03	+66,09	+5830,05	+2446,94	3
C	+0,2 165° 16,1'	165° 16,3'	α_k <u>260° 50,8'</u>							<u>+5830,05</u>	<u>+2446,94</u>	C
D												

$$\Sigma\beta' = 750^\circ 58,6'$$

$$\Sigma\beta_{\text{теор}} = 751^\circ 00,0';$$

$$f_\beta = -0^\circ 01,4';$$

$$f_{\beta \text{ доп}} = 1' \sqrt{5} = \pm 2,2';$$

$$\Sigma d = 658,12$$

$$\Sigma\Delta x'$$

$$-215,39$$

$$\Sigma\Delta x_{\text{теор}}$$

$$-215,54$$

$$\Sigma\Delta y'$$

$$+343,82$$

$$\Sigma\Delta y_{\text{теор}}$$

$$+344,09$$

$$\Sigma\Delta x$$

$$-215,54$$

$$\Sigma\Delta y$$

$$+344,09$$

$$x_k - x_n$$

$$-215,54$$

$$y_k - y_n$$

$$+344,09$$

$$f_x = +0,15; f_y = -0,27$$

$$\text{Фактич. абс. невязка: } f_d = \sqrt{0,15^2 + 0,27^2} = \pm 0,31 \text{ м; абс. доп } (f_d)_{\text{доп}} = \Sigma d / 2000 = 658,12 / 2000 = \pm 0,33.$$

$$\text{Фактич. относит. невязка: } f_d / \Sigma d = 0,31 / 658,12 = 1 / 2112 < (1 / 2000).$$

Величины f_x и f_y являются катетами прямоугольного треугольника погрешностей, гипотенуза которого f_d представляет *абсолютную невязку* теодолитного хода:

$$f_d = \pm \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (7.16)$$

По формулам обратной геодезической задачи (1.14) и (1.15) можно определить румб и дирекционный угол абсолютной невязки f_d .

Допустимая абсолютная невязка теодолитного хода вычисляется по формуле

$$f_{d \text{ доп}} = \sum d (1 / T) \leq 2\Delta p \text{ М} / 1000, \quad (7.17)$$

где согласно условию (7.1) $\Delta p = 0,2$ мм – допустимая погрешность положения на плане масштаба 1: М точек съемочного обоснования в середине хода для застроенной территории и открытой местности и $\Delta p = 0,3$ мм для закрытой местности.

Точность теодолитного хода оценивают также его *относительной невязкой* $1 / T$, при этом фактическая относительная невязка

$$f_d / \sum d = 1 / (\sum d : f_d). \quad (7.18)$$

Допустимая величина относительной невязки хода $(1/T)_{\text{доп}}$ принимается по табл. 7.1, либо определяется особыми требованиями к точности съемочного обоснования. Фактическая относительная невязка хода должна дополняться указанием ее допустимости:

$$f_d / \sum d = 1 / (\sum d : f_d) \leq (1/T)_{\text{доп}}. \quad (7.19)$$

Условие (7.19) применяют для теодолитных ходов, длина которых меньше предельной, указанной в табл. 7.1.

Пример. В табл. 7.2. для хода малой длины по формулам (7.12) вычислены и указаны в графах 7 и 8 значения $\Delta x'_i$ и $\Delta y'_i$, $\sum \Delta x'_i = -215,39$ и $\sum \Delta y'_i = +343,82$, теоретические суммы $\sum \Delta x_{\text{теор}} = x_k - x_n = 215,54$; $\sum \Delta y_{\text{теор}} = y_k - y_n = + 344,09$. По формулам (7.15)

найлены невязки $f_x = +0,15$; $f_y = -0,27$; по формуле (7.16) – абсолютная невязка хода $f_d = 0,31$ м. Фактическая относительная невязка $f_d / \Sigma d = 1 / 2112$ оказалась меньше допустимой относительной $(1/T)_{\text{доп}} = 1 : 2000$. По формуле (7.17) находим, что для съемки застроенной территории в масштабе $1 : M = 1 : 1000$ абсолютная фактическая невязка теодолитного хода $f_d = 0,31$ м. меньше его допустимой невязки $f_{d \text{ доп}} \leq 0,4$ м.

Уравнивание приращений координат. Если фактическая линейная невязка хода f_d допустима, то вычисленные приращения координат $\Delta x'_i$ и $\Delta y'_i$ приближенно уравнивают (увязывают) поправками v_{xi} и v_{yi} . Поправки пропорциональны длинам соответствующих сторон хода и вычисляются по формулам

$$v_{xi} = K_x d_i; \quad v_{yi} = K_y d_i, \quad (7.20)$$

где K_x и K_y – коэффициенты пропорциональности:

$$K_x = -f_x / \sum_i^n d_i; \quad K_y = -f_y / \sum_i^n d_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Сумма поправок должна быть равна соответствующей невязке, взятой с обратным знаком:

$$\sum_i^n v_{xi} = -f_x; \quad \sum_i^n v_{yi} = -f_y, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.21)$$

Поправки v_{xi} и v_{yi} прибавляют к вычисленным приращениям и получают *уравненные (увязанные) приращения координат*:

$$\Delta x_i = \Delta x'_i + v_{xi}; \quad \Delta y_i = \Delta y'_i + v_{yi}. \quad (7.22)$$

Пример. В табл. 7.2. (графы 7 и 8) над значениями $\Delta x'_i$ и $\Delta y'_i$ записаны поправки v_{xi} и v_{yi} . Для уравнивания по оси x : $K_x = -(+0,15) / 658,12 = 0,000 224$; $v_{x1} = K_x d_1 = K_x \cdot 151,92 = -0,03$ м; $v_{x2} = K_x \cdot 119,2 = -0,03$ м и т. д. Сумма поправок v_{xi} равна невязке f_x с обратным знаком, т. е. $\Sigma v_{xi} = -f_x = 0,15$ м. В графе 9 записаны уравненные приращения координат Δx_i и их сумма $\Sigma \Delta x = -215,54$, которая совпала с разностью $x_k - x_n$. Аналогично уравниваются приращения по оси y .

Вычисления координат. Координаты x_i и y_i вершин теодолитного хода последовательно вычисляются по формулам

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i; \quad y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \quad (7.23)$$

т. е. абсцисса x_i и ордината y_i следующей вершины равны абсциссе и ординате предыдущей вершины плюс соответствующие уравненные приращения координат. Для контроля вычисляют координаты x_k и y_k конечного пункта, которые должны совпасть с исходными значениями.

Пример. В графах 11 и 12 табл. 7.2 координаты вершин теодолитного хода последовательно вычислены по формулам (7.23) от исходных значений x_n и y_n (пункт B) с конечным контролем по исходным величинам x_k и y_k (пункт C).

Вычисление координат вершин замкнутого теодолитного хода.

Вычисления ведутся в ведомости по форме табл. 7.2. В ее графе 1 последовательно записываются номера пунктов (см. рис. 7.1, б) $N, 1, 2, \dots, 7, N, 1$, и, начиная с точки 1 , соответствующие правые по ходу углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_7, \beta_n$. В графе 4 дважды записывается проверенное значение дирекционного угла α_{E-1} стороны $N-1$: один раз в значении начальном α_n , второй – α_k . В графе 6 указываются длины $d_{N-1}, d_{1-2}, \dots, d_{7-N}$ сторон хода. В графы 11 и 12 дважды вносятся координаты x_N и y_N пункта N в значении начальных x_n и y_n и конечных x_k и y_k .

Сначала вычисления ведутся по формулам (7.2) – (7.6). Вычисления приращений координат аналогичны вычислениям, рассмотренным для разомкнутого хода. В формуле (7.15) для замкнутого хода $x_k = x_n$; $y_k = y_n$ и тогда

$$f_x = \sum_i^n \Delta x'_i - 0; \quad f_y = \sum_i^n \Delta y'_i - 0. \quad (7.24)$$

Дальнейшие вычисления полностью совпадают с рассмотренными в таблице 7.2

7.2. ВЫСОТНОЕ СЪЕМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ, ТЕОДОЛИТНО-ТАХЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХОДЫ

Для постоянных и временных пунктов съемочного геодезического обоснования должны быть известны не только плановая координата x и y , но и высотная координата H . На участке маркшейдерско-топографической съемки в дополнение к плановым пунктам закладывают высотные геодезические знаки – грунтовые и стенные реперы и создается *высотное съемочное обоснование*.

Высотные координаты передают на плановые и высотные пункты съемочного обоснования от исходных грунтовых и стенных реперов высотной геодезической сети I–IV классов. Для этого от исходных реперов через пункты съемочной сети прокладывают ходы геометрического нивелирования IV класса или технического. Нивелирные и теодолитные ходы, проложенные через одни и те же пункты, называются *теодолитно-нивелирными*.

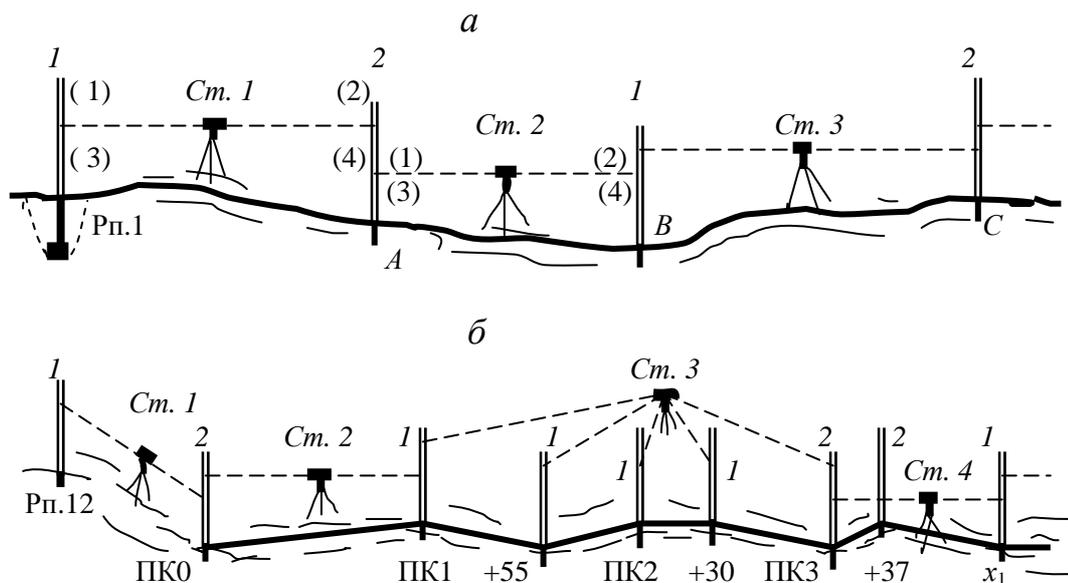
Высота пунктов съемочного обоснования может определяться тригонометрическим нивелированием при проложении теодолитно-тахеометрических ходов, если точность такого нивелирования достаточна для съемки данного масштаба.

Техническое нивелирование включает в себя полевые и камеральные работы. Полевые работы начинают с рекогносцировки участка местности, при этом выявляется сохранность исходных реперов государственной геодезической сети, намечаются места закладки грунтовых и стенных реперов съемочного обоснования с учетом их использования не только при предстоящих съемках, но и в будущих маркшейдерско-геодезических работах на объектах горного предприятия. После установки всех знаков приступают к техническому нивелированию, ходы которого должны опираться

не менее чем на два исходных репера и проходить через все закрепленные плановые пункты и реперы съемочного обоснования.

Техническое нивелирование выполняется способом из середины. Расстояния до реек допускаются до 120 м, а в благоприятных условиях и до 150 м. Неравенство плеч, т.е. расстояний до задней и передней реек, допускается до 10 м. Расстояние до реек можно проверить штриховым дальномером или шагами. Нивелирные рейки устанавливают на знаки, для которых определяют отметки, и на устойчивые связующие точки: деревянные колышки, забитые в землю, на верхнюю точку камня и др. Не допускается установка реек на землю.

Ходы технического нивелирования могут прокладываться: 1) без нивелирования промежуточных точек; 2) с нивелированием промежуточных точек. В первом случае (рис. 7.4, а) на каждой станции отсчеты берутся только по задней и передней рейкам, которые поставлены на выступы устойчивых предметов, называемые *связующими точками*. Во втором случае (рис. 7.4, б) отсчеты сначала берутся по рейкам на связующих точках (задней, затем передней), потом по рейке, которую последовательно ставят на нужные промежуточные точки.



а – нивелирный ход;

б – нивелирный ход с нивелированием промежуточных точек

Рисунок 7.4 – Схемы технического нивелирования

Рассмотрим методику технического нивелирования для второго случая, когда нивелирный ход прокладывается по трассе проектируемого линейного сооружения, например автомобильной дороги.

Ось дорожной трассы через каждые 100 м обозначена забитыми в землю пикетными кольшками ПК0, ПК1, ПК2 и т.д., а между ними перегибы земной поверхности обозначены так называемыми плюсовыми точками ПК1 + 55, ПК2 + 30, расположенными на расстояниях 55 м от ПК1, 30 м от ПК2 и т.д.

На каждой станции нивелирного хода действуют в определенной последовательности, называемой *программой наблюдений*: вначале берут (с записями в журнал нивелирования – табл. 7.3) отсчеты (1) и (2) по черной стороне задней и передней реек, затем отсчеты (3) и (4) по красной стороне задней и передней реек. После этого вычисляют превышения $h' = (1) - (2)$ и $h'' = (3) - (4)$. Если расхождение превышений больше 5 мм, наблюдения реек повторяют. Результаты повторных наблюдений записывают в новые строки журнала, а неверные записи зачеркивают, но не замазывают. Вычисляют среднее превышение $h_{\text{ср}} = (h' + h'') / 2$. Если между задней и передней рейками расположены подлежащие нивелированию промежуточные точки (точки ПК1 + 55, ПК2 + 30 на станции 2), то программа продолжается: заднюю рейку поочередно ставят на промежуточные точки, а соответствующие отсчеты записывают в журнал (табл. 7.3, записи на станции 3).

При перемещении нивелира на каждую следующую станцию меняют местами заднюю и переднюю рейки на связующих точках. Например, нивелир со станции 1 переносят на станцию 2, рейку 2 оставляют на связующей точке ПК0, а рейку 1 переносят на переднюю связующую точку ПК1 (см. рис. 7.4, б). При переходе на станцию 3 рейку 2 переносят на переднюю связующую точку ПК3, а после наблюдений на станции 3 задней и передней реек заднюю рейку 1 ставят поочередно на промежуточные точки.

На крутых ровных склонах, где нет необходимости отмечать плюсовые промежуточные точки, рейки приходится ставить на вспомогательные

связующие точки (колышки или устойчивые местные предметы), которые называют *переходными точками* и обозначают ПТ1, ПТ2, ... или обозначают x_1, x_2, \dots (называют «икс-точками») (см. рис. 7.4, б, станция 4, передняя связующая точка x_1).

Если для нивелирования используются односторонние рейки, то на каждой станции сначала отсчеты берут по задней и передней рейке при одном горизонте прибора, затем меняют высоту нивелира на 3-10 см и по этим рейкам берут отсчеты при втором горизонте. Вычислив превышения h' , h'' и $h_{\text{ср}}$, нивелируют промежуточные точки.

Перед уходом с трассы на перерыв в работе необходимо надежно закрепить переднюю связующую точку. После перерыва нивелирование следует повторить на последней станции и убедиться, что превышение $h_{\text{ср}}$ не изменилось более чем на 5 мм.

Если ход технического нивелирования прокладывается через пункты съемочного обоснования, то нивелируют только связующие точки, которые в журнале обозначают номером геодезического знака или переходной точки.

Вычислительную обработку журнала нивелирования завершают в камеральных условиях. Сначала выполняют *постраничный контроль* вычислений, сделанных в поле: вычисляют и записывают внизу каждой страницы сумму отсчетов по задней рейке ΣZ , по передней рейке $\Sigma П$ и сумму средних превышений $\Sigma h_{\text{ср}}$ (см. табл. 7.3). Если выполняется равенство

$$(\Sigma Z - \Sigma П) / 2 = \Sigma h_{\text{ср}}, \quad (7.25)$$

то превышения h' , h'' и $h_{\text{ср}}$ вычислены верно.

Вычисляют фактическую невязку превышений хода (в мм):

$$f_h = \sum_i^n h_{\text{ср}i} - (H_{\text{к}} - H_{\text{н}}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.26)$$

где $H_{\text{к}}$ и $H_{\text{н}}$ – отметки конечного и начального реперов, выраженные в мм.

Если ход замкнутый, то $H_k = H_n$, поэтому

$$f_h = \sum_i^n h_{\text{ср}i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.27)$$

Допустимую невязку превышений $f_{h \text{ доп}}$ (в мм) вычисляют по формулам, установленным строительными нормами:

$$f_{h \text{ доп}} = \pm 10 \sqrt{n} \quad \text{или} \quad f_{h \text{ доп}} = \pm 30 \sqrt{L}, \quad (7.28)$$

где n – число превышений (станций); L – длина хода, км, в формуле принимается безразмерной величиной. При этом если на 1 км хода количество станций $n \geq 25$, то применяется первая из формул (7.28). Например на сильно пересеченной местности при $L = 4$ км и $n = 100$ получаем на 1 км $n = 25$, тогда $f_{h \text{ доп}} = 100 \sqrt{100} = 100$ мм, но на ровной местности при $L = 4$ км и $n < 25$ станций на 1 км применяется вторая формула и тогда $f_{h \text{ доп}} = \pm 30 \sqrt{L} = 30 \sqrt{4} = \pm 60$ мм.

П р и м е ч а н и е – Первая из формул (7.28) обоснована в § 3.3, где для суммы равноточно измеренных превышений в выражении (3.35) допустимая погрешность $\Delta_{\Sigma \Delta \text{пред}}$ обозначена через $f_{h \text{ доп}}$, удвоенная погрешность определения среднего превышения $2m_{\text{ср}} = 10$ мм. Для второй формулы (7.28) осредненное значение $2m_{\text{ср}} = 30$ мм на 1 км.

Уравнивание превышений и вычисление отметок связующих точек. Фактическую невязку превышений f_h , если она допустима, распределяют между средними превышениями с условием, чтобы уравненные (увязанные) превышения были числами, не содержащими долей мм. Поэтому предварительную среднюю величину поправок оценивают по формуле

$$v_{hi} = -f_h / n, \quad (7.28, a)$$

Согласно формуле (7.28, a) знак поправки противоположен знаку невязки. Поправки округляют до целых миллиметров, но если превышение содержит 0,5 мм, то и в поправку включают 0,5 мм. Проверяют, чтобы сумма поправок равнялась невязке с обратным знаком, т.е. $\Sigma v_{hi} = -f_h$.

Таблица 7.3 – Журнал технического нивелирования

Станция	Точка	Отсчеты по рейкам, мм			Превышения h' , h'' , мм	Среднее превыше- ние, h_{cp} , мм	Горизонт прибора ГП, м	Отметка H , м	Примечание
		задние З	передние П	промежу- точные, С					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Рп. 12 ПК0	1472 (1) 6259 (3)	1350 (2) 6135 (4)		+0122 (5) +0124 (6)	-2 <u>+0123 (7)</u> +0121		80,000 80,121	Рп. 12 грун- товый
2	ПК0 ПК1	3796 8584	0283 5068		+3513 +3516	-1,5 <u>+3514,5</u> +3513		80,121 83,634	Рейка нивели- рная, раздви- жная, длиной 4 метра
3	ПК1 ПК3 ПК1+55 ПК2 ПК2+30	0823 (1) 5612 (3)	3849 (2) 8633 (4)	3625 (9) 1440 (10) 1495 (11)	-3026 -3021	-1,5 <u>-3023,5 (7)</u> -3025	84,457 <u>84,458</u> 84,458	83,634 80,609 80,833 83,018 82,963	
4	ПК3 x_1 ПК3+37	0647 5432	0555 5340	2370	+0092 +0092	-2 <u>+0092</u> +0090	81,256 <u>81,254</u> 81,225	80,609 80,699 78,885	понижение

$$\Sigma Z = 32\ 625; \quad \Sigma П = 31\ 213; \quad (\Sigma Z - \Sigma П) / 2 = 0706; \quad \Sigma h_{cp} = +0706 \text{ мм}$$

Уравненные превышения

$$h_i = h_{\text{ср}i} + v_{hi} . \quad (7.29)$$

Отметки связующих точек выражают в м и последовательно находят по формуле (7.30)

$$H_{i+1} = H_i + h_i , \quad (7.30)$$

где уравненное превышение h_i учитывается в м.

Пример 1. Уравнять превышения и вычислить отметки связующих точек в нивелирном ходе из 16 станций, если $H_n = 80,000$ м; $H_k = 86,563$ м; $\sum h_{\text{ср}} = +6598$ мм.

Решение. Выразив H_n и H_k в мм, по формуле (7.26) найдем $f_h = +6598 - (86563 - 80000) = +35$ мм, а по формуле (7.28) $f_{h \text{ доп}} = 10\sqrt{n} = \pm 40$ мм. Здесь $f_h < f_{h \text{ доп}}$. Средняя величина поправок $v_{hi} = -35 / 16 = -2,2$ мм получается дробной, но в табл. 7.3 над средними превышениями записаны округленные поправки $-2; -1,5; -1,5; -2$ мм и их сумма по всему ходу должна равняться -35 мм, т.е. невязке с обратным знаком. Под средними превышениями (графа 7 табл. 7.3) записаны превышения, увязанные без десятых долей мм по формуле (7.29). В графе 9 записаны результаты вычислений отметок по формуле (7.30), где увязанные превышения учтены в м ($h_1 = +0,121; h_2 = +3,513; \dots$), например $H_{\text{ПК0}} = H_{\text{рп.12}} + h_1 = 80,000 + 0,121 = 80,121; H_{\text{ПК1}} = 80,121 + 3,513 = 83,634, \dots$. В конце вычислений должна получиться исходная отметка $H_k = 86,563$ конечного репера.

Вычисление отметок промежуточных точек. Для станций, на которых нивелировали промежуточные точки, определяют с контролем горизонт прибора:

$$\text{ГП}'_i = H_{3i} + 3_i; \quad \text{ГП}''_i = H_{\text{п}i} + \text{П}_i; \quad \text{ГП}_i = (\text{ГП}'_i + \text{ГП}''_i) / 2, \quad (7.31)$$

где H_{3i} и $H_{\text{п}i}$ – отметки задней и передней связующих точек; 3_i и П_i – отсчеты по черной стороне задней и передней реек, м; значения $\text{ГП}'_i$ и $\text{ГП}''_i$ могут различаться до 0,010 м.

Отметки промежуточных точек определяют относительно среднего значения горизонта прибора, т.е.

$$H_j = \text{ГП}_i - C_j , \quad (7.32)$$

где C_j – отсчет по черной стороне рейки на промежуточной точке j , выраженный в метрах.

Пример 2. Вычислить отметки промежуточных точек для станции 3 (см. табл. 7.3). Здесь $ГП'_3 = 83,634 + 0,823 = 84,457$; $ГП''_3 = 80,609 + 3,849 = 84,458$; среднее $ГП_3 = 84,458$. Отметки промежуточных точек: $H_{ПК1+55} = 84,458 - 3,625 = 80,333$; $H_{ПК2} = 84,458 - 1,440 = 83,018$ и т.д.

Теодолитно-тахеометрические ходы. При создании планово-высотного обоснования с помощью технического теодолита в комплекте с рейкой РНТ для съемки масштаба 1 : 2000 с высотой сечения рельефа $h_c = 2$ м прокладывают теодолитно-тахеометрические ходы. Расстояния между вершинами хода измеряют штриховым дальномером теодолита в прямом и обратном направлении с относительной погрешностью 1/400 – 1/500, при этом длину сторон хода ограничивают до 120 м (см. § 5.3). Стороны длиной от 120 до 240 м можно измерять дальномером теодолита с той же точностью, если теодолит устанавливать в середине линии и затем суммировать ее измеренные отрезки. Допустимую длину теодолитно-тахеометрического хода рассчитывают по формуле (7.1) при $1/T = 1/500$.

Горизонтальные углы между сторонами хода измеряют двумя полуприемами, вертикальные – при КП и КЛ в прямом и обратном направлении. Превышения вычисляют по формуле тахеометрического нивелирования (6.15), т. е. $h = (1/2)D \sin 2v + i - v$.

В камеральных условиях в журнале проверяют записи и сделанные в поле вычисления. Вычисляют углы наклона, их средние значения со знаком вертикального угла в прямом направлении, затем по формуле (6.15) – превышения между точками хода. Суммируют измеренные превышения между начальным и конечным исходными пунктами вычисляют фактическую невязку f_h . Допустимая невязка превышений, м вычисляется по формуле (7.33)

$$f_{h \text{ доп}} = \pm 0,04 \sum_i^n D_i / \sqrt{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.33)$$

где $0,04 \sum_i^n D_i$ – длина хода, в сотнях метров, n – число его сторон.

Фактическую невязку, если она допустима, распределяют с обратным знаком на вычисленные превышения, но не поровну, а пропорционально длинам сторон, т.е. поправки вычисляют по формуле $v_{hi} = (f_h / \sum D_i) D_i$. Отметки вершин хода последовательно рассчитывают по формуле (7.30) с контролем.

Плановые координаты вершин теодолитно-тахеометрического хода вычисляют так же, как и теодолитного, но допустимую угловую невязку определяют по формуле $f_{\beta \text{ доп}} = 2' \sqrt{n}$, а допустимую абсолютную невязку – по формуле $f_{d \text{ доп}} = \sum D / 400 \sqrt{n}$.

7.3. ТЕОДОЛИТНАЯ СЪЕМКА

Топографические карты и планы больших территорий создаются в основном методом аэрофотосъемки, т. е. фотографирования земной поверхности с летательных аппаратов, преимущественно самолетов (воздушные съемки). В настоящее время разрабатываются и внедряются в практику другие методы воздушных съемок – сканирование земной поверхности в оптическом диапазоне, лазерное сканирование с последующей компьютерной обработкой данных. На территориях горных предприятий (например, добычи калийных солей, разработки торфяных месторождений, карьеров) применяют наземные топографические (маркшейдерские) съемки – теодолитную, тахеометрическую, нивелирование поверхности, фототеодолитную.

Наземной топографической съемкой называется комплекс работ, выполняемых на местности и в камеральных условиях с целью составления топографической карты или плана, также получения данных для создания цифровой модели местности. Топографические съемки производятся относительно *пунктов съёмочного геодезического обоснования*, созданного теодолитно-нивелирными ходами, микротриангуляцией, геодезическими

засечками или же современными более точными и технологичными методами, которые обеспечиваются электронными тахеометрами и спутниковыми приборами.

На рис. 7.5 приведен пример схемы планового съемочного обоснования, созданного теодолитными ходами.

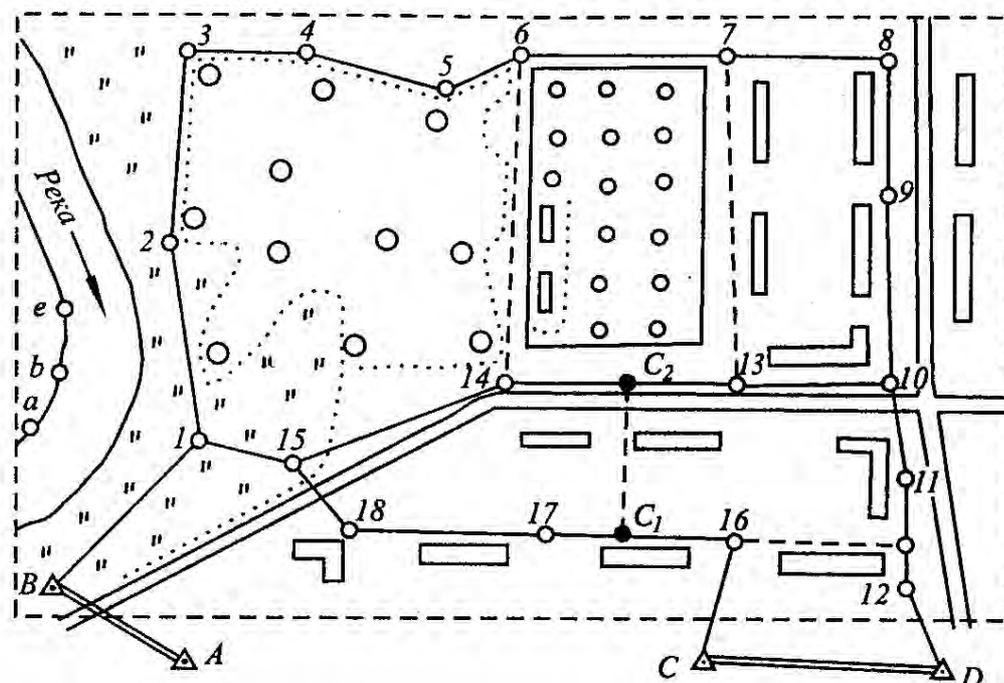


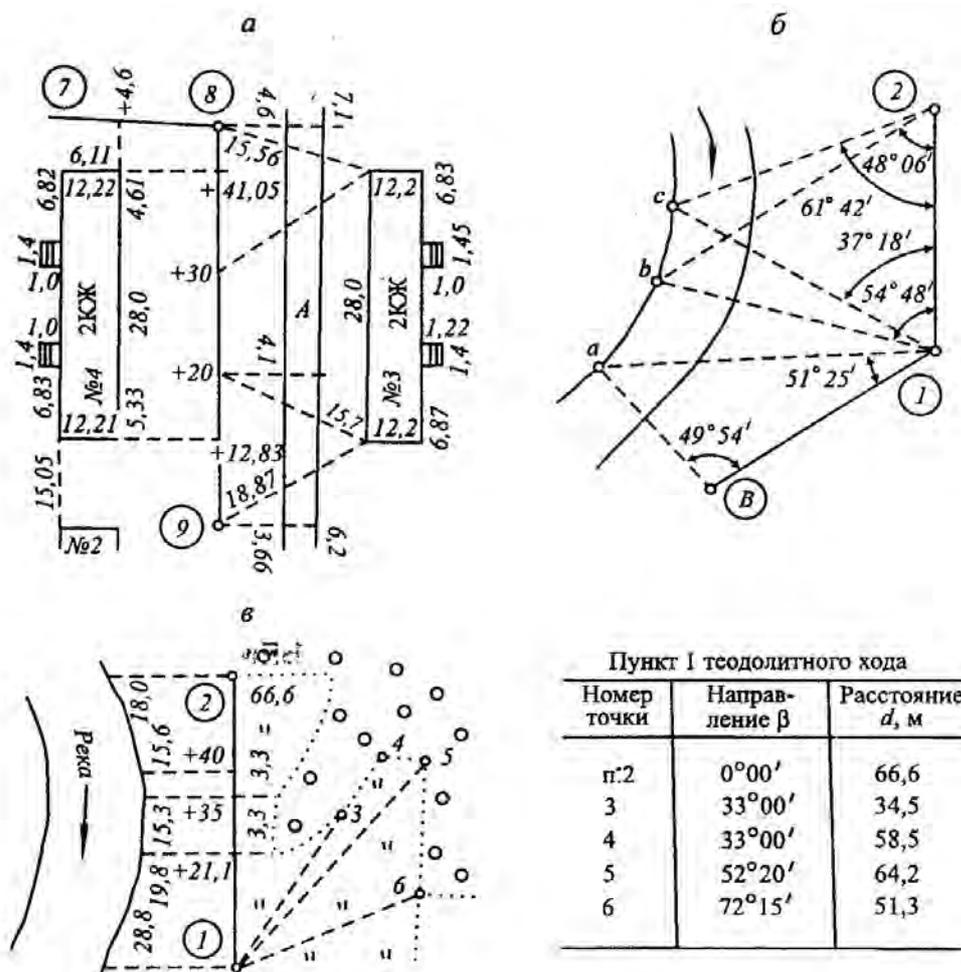
Рисунок 7.5 – Схема съемочного обоснования, созданного теодолитными ходами

Теодолитной съемкой называют плановую (контурную, горизонтальную) съемку участка земной поверхности и маркшейдерские контурные съемки в горных выработках, выполняемые при помощи теодолита и мер длины. Теодолитом измеряют горизонтальные углы; длины линий – стальными лентами (рулетками), оптическими и лазерными дальномерами. По данным съемки составляют контурные планы объекта, определяются площади его участков. При необходимости теодолитная съемка дополняется высотной съемкой участка и на плане отображается рельеф горизонталями и (или) числовыми данными.

Способы съемки ситуации. Съемка ситуации (подробная съемка контуров местности) производится либо одновременно с проложением теодолитного хода, либо после вычисления координат его вершин. В процессе съемки составляются абрисы – разборчивые схематические чертежи,

на которых показывают точки теодолитного хода, контуры объектов и записывают линейные и угловые данные съемочных измерений, выполняемых различными способами.

Способ перпендикуляров (способ прямоугольных координат) применяется для съемки объектов, расположенных вблизи сторон теодолитного хода. В комплект средств для измерений входят теодолит, мерная лента и рулетка, экер, вехи. Сторону 9–8 теодолитного хода (рис. 7.6, а) обозначают вехами и принимают за ось абсцисс. Мерную ленту, например длиной 20 м, помещают с помощью зрительной трубы теодолита (или ее оптического визира) в створе пунктов 9 и 8, совместив нуль ленты с точкой 9. Приложив нуль рулетки к углу дома № 4, на ленту опускают перпендикуляр и отсчитывают его длину (ординату y) по рулетке (5,33 м), по ленте – расстояние x от точки 9 до основания перпендикуляра (+12,83).



а – перпендикулярами и линейными засечками; б – угловыми засечками;
в – полярным способом

Рисунок 7.6 – Абрисы съемки ситуации

Перпендикуляры длиной до 4–5 м восстанавливают на глаз, более длинные (до длины рулетки в 20–30 м) – при помощи экера. Ленту перемещают в створе 9–8 через интервалы, равные ее длине, и аналогичными перпендикулярами выполняют съемку других точек. На абрисе указывают данные обмера контура здания по цоколю, и обмера его выступов, отмостки, расстояния между соседними постройками. По измеренной длине фасада контролируется съемка его краев перпендикулярами.

Способ линейных засечек. Как и при способе перпендикуляров ленту помещают в створе стороны 9–8 теодолитного хода. Рулеткой измеряют расстояния от угла дома №3 до пункта 9 и до створной точки +20 (см. рис.7.6, а). Аналогично привязывают к теодолитному ходу второй угол дома. Обмеряют контур здания, в том числе для проверки съемки его точек линейными засечками.

Применяя *способ угловых засечек*, на противоположном берегу водной преграды или на стороне глубокого карьера ставят вехи в точках *a, b, c* (рис. 7.6, б). Теодолитом относительно пунктов и сторон съемочного обоснования *B–1–2* измеряют горизонтальные углы. По данным абриса точки находят на плане с помощью транспортира в пересечениях сторон углов.

При съемке границы луга *полярным способом* составляются абрис и таблица (рис. 7.6, в). Теодолит устанавливается над пунктом *1* (полюсом). При визировании зрительной трубой в положении КЛ на веху в пункте *2* отсчет по горизонтальному кругу устанавливается на $0^{\circ} 00'$ (задается полярное направление *1–2*). Положение съемочных точек определяется горизонтальными углами β_i , отсчитанными по горизонтальному кругу теодолита относительно полярного направления, и расстояниями d_i , которые измеряются штриховым дальномером или рулеткой.

Способ обхода состоит в том, что теодолитный ход прокладывают по контуру пашни, леса или по границе территории, обозначенной граничными знаками. Точки хода наносятся на план по их координатам, а отрезки

линий между точками представляют контуры местности или границы территории и изображаются соответствующими условными знаками.

Составление плана. В камеральных условиях план составляют в заданном масштабе по данным абриса. Точки наносят в соответствии со способом съемки, пользуясь масштабной линейкой, угольниками, циркулем-измерителем, транспортиром. Конечный результат теодолитной съемки – это контурный план местности.

7.4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Топографическая съемка местности, выполняемая при помощи тахеометра или теодолита полярным способом относительно пунктов съемочного обоснования, называется *тахеометрической*. Тахеометрическая съемка производится для составления топографических планов крупного масштаба (1 : 500, 1 : 1000, 1 : 2000) на небольшие по площади участки застроенной и незастроенной территории, карьеры, а также на полосу местности вдоль протяженных объектов, например подземных и наземных коммуникаций (трассы водопровода, газопровода, канализации), отдельных дорог и др. На топографическом плане рельеф изображается горизонталями и дополняется отметками отдельных точек

Для производства съемки тахеометр или теодолит устанавливают над пунктом B съемочного обоснования (рис. 7.7), а тахеометрическую рейку ставят на характерные точки ситуации и рельефа и относительно стороны BA по тахеометру определяют пространственные полярные координаты съемочных пикетов, например для съемочного пикета I – горизонтальный угол β_1 , горизонтальное расстояние d_1 , превышение h_1 . Значения d_1 и h_1 определяют через измерения наклонного расстояния D_1 и его угла наклона ν_1 . В процессе съемки заполняется журнал измерений и составляется абрис.

Местоположение пунктов съемочного обоснования выбирается в процессе рекогносцировки с таким расчетом, чтобы весь участок местности

был покрыт съемкой без пропусков, при этом учитываются допустимые расстояния до съемочных пикетов, которые назначаются в зависимости от точности применяемого тахеометрического прибора. Выбранные точки закрепляют колышками или металлическими стержнями, составляют схему съемочного обоснования и его привязки к опорным пунктам геодезической сети.

Планово-высотное обоснование создается теодолитно-нивелирными ходами, т.е. через выбранные и закрепленные на местности пункты прокладывают теодолитный ход и ход технического нивелирования, опирающиеся соответственно на ближайшие плановые и высотные пункты геодезической сети. Вычисляют плановые x , y и высотные H координаты пунктов съемочного обоснования. С таких пунктов и ведется тахеометрическая съемка на достаточно открытой местности.

Тахеометрическая съемка с помощью теодолита выполняется с соблюдением технических требований, указанных в таблице 7.4. Технология действий на станции следующая. На стороне AB съемочного обоснования пункт A обозначают вехой, а теодолит (например Т30) центрируют по нитяному отвесу над пунктом B (см. рис. 7.7), горизонтируют, измеряют высоту прибора i с точностью до 0,01 м и записывают в журнал тахеометрической съемки (табл. 7.5). На рейке РНТ высоту прибора отмечают, например, кольцевой резинкой.

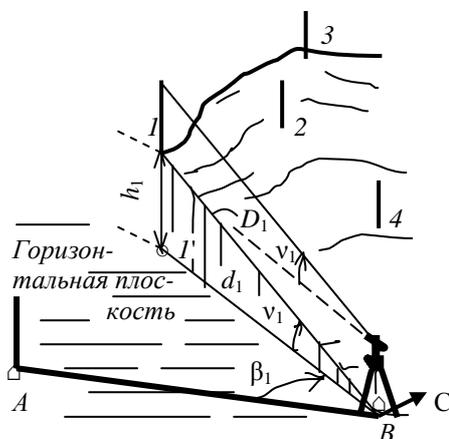


Рисунок 7.7 – Схема тахеометрической съемки

Теодолит ставят в положение КЛ, его ориентируют и закрепляют так, чтобы при визировании трубой на соседний пункт *A* отсчет по горизонтальному кругу был равным $0^{\circ} 00'$. Производят контрольные измерения: 1) по рейке, поставленной на пункт *A*, по дальномеру зрительной трубы отсчитывают расстояние *D*; 2) визированием на метку высоты прибора при КЛ и КП определяют величины МО и угла наклона ν (см табл. 7.5) и превышения *h*. Оценивают контрольные величины: 1) между дальномерным значением *D* (или $d = D \cos \nu$) и измеренной лентой длиной стороны *BA* допускается расхождение до 0,1 – 0,3 м; 2) между вычисленным превышением *h* и превышением из технического нивелирования – до 0,02 м.

Завершив подготовительные действия, приступают к съемке. Составляют абрис прилегающей местности (рис. 7.8): на лист плотной бумаги схематически наносят линию *BA* съемочного обоснования, прилегающие контуры ситуации. Элементы рельефа показывают условными горизонталями и стрелками направления скатов. Абрис дополняют в процессе съемки. Съемочные пикеты обозначают и нумеруют на абрисе одновременно с записями номеров точек в журнале тахеометрической съемки.

Таблица 7.4 – Тахеометрическая съемка при помощи теодолита

Масштаб съемки	Высота сечения рельефа	Максимальное расстояние, м			
		от теодолита до рейки при съемке контуров		между пикетами	от теодолита до рейки
		четких	нечетких		
1 : 500	0,5	60	80	15	100
	1	80	80	20	150
1 : 1000	0,5	80	100	20	200
	1	80	100	50	150
1 : 2000	0,5	100	150	40	200
	1	100	150	60	250
	2	100	150	60	250

Примечание: в случае применения рейки РНТ максимальное расстояние от теодолита до рейки ограничивается до 150 м по условиям ее видимости.

Программа наблюдений речной точки при работе с теодолитом.

Тахеометрические измерения по рейке, поставленной на съемочную точку местности, могут выполняться в таком варианте:

Первое измерение: один из дальномерных штрихов зрительной трубы совмещают с метровым делением шкалы (1,00 или 2,00 м), по второму дальномерному штриху берут отсчет расстояния $D = Kb$ (в м) и записывают в графу 2 журнала (таблица. 7.5).

Второе измерение: центр визирной сетки наводят на метку высоты прибора $i = v$ (а если метка не видна за препятствием, то наводят на деление рейки $v = 2,00$ м или $v = 3,00$ м или же на другое деление) и берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам теодолита. В графе 3 журнала указывают величину v , а в графах 4 и 5 – значения отсчетов по кругам теодолита.

Через каждые 8–10 наблюдений речных точек проверяют ориентацию горизонтального круга контрольным визированием на вежу пункта A : допускается отклонение от отсчета $0^\circ 00'$ до $\pm 2-3'$.

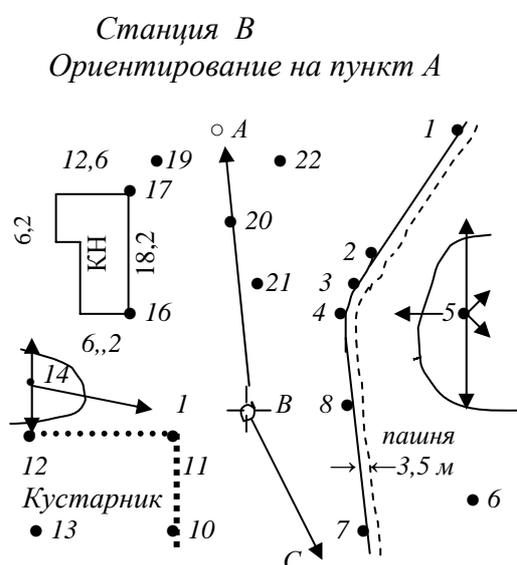


Рисунок 7.8 – Пример абриса тахеометрической съемки

Рисунок 7.9 – Тахеометрический транспортёр

Таблица 7.5 – Журнал тахеометрической съемки

20 июня 2008 г. Теодолит 4Т30П. Станция В, $H_{ст} = 80,50$ м; $i = 1,45$ м. $K = 99,94$

Наблю- даемая точка	Отсчеты по даль- номеру D , м	Высота наведе- ния v , м	Отсчеты по кругам		Угол наклона v	Горизон- тальное пролож. d , м	Превышение, м		Отметка, м $H =$ $= H_{ст} + h$	Описание реечного пикета
			горизон- тальному Γ	вертикаль- ному B			h'	$h = h' +$ $+ i - v$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	123,6	1,45	0° 00'	П 179° 40' Л 0° 24'	+ 0° 22'	123,5	+0,79	+0,79	81,29	Пункт съемочн. обоснования
Съемка при КЛ; МО = 0° 02'; ориентирование на пункт A										
1	138,4	3,00	28° 26'	1° 46'	+1° 44'	138,3	+4,18	+2,63	83,13	Дорога полевая
2	106,2	1,45	25° 45'	0° 18'	+1° 44'	106,2	+0,49	+0,49	80,99	-- " --
3	83,0	2,00	25° 45'	359° 30'	-0° 32'	83,0	-0,77	-1,32	79,18	-- " --
4	62,5	1,45	31° 27'	359° 50'	-0° 32'	62,5	-0,22	-0,22	80,28	-- " --
5	88,2	1,45	31° 27'	5° 27'	+5° 25'	87,5	+8,29	+8,29	88,79	Высотный
16	55,2	1,45	307° 40'	1° 20'	+1° 18'	55,1	+1,25	+1,25	81,75	Угол дома
22	84,4	1,45	9° 24'	359° 44'	-0° 18'	84,4	-0,44	-0,44	88,79	Высотный
A			0° 02'							Контроль

Вычислительная обработка журнала тахеометрической съемки включает вычисление углов наклона по формуле $v = \text{Л} - \text{МО}$, и горизонтального проложения $d = D \cos^2 v$; превышения $h = (1/2) D \sin 2v + i - v$ (при $i = v$ превышение $h = h' = (1/2) \sin 2v$).

Значения d и h' вычисляют с помощью инженерного калькулятора, компьютера или тахеометрических таблиц.

При углах наклона $v \leq 4^\circ$ и расстояниях $D \leq 150$ м превышения h' можно вычислять с незначительной погрешностью $\Delta h' \leq 0,025$ м, пользуясь приближенными формулами

$$h = D \sin v + i - v, \quad \text{а при } i = v \quad h = D \sin v. \quad (7.34)$$

Тахеометрическая съемка при помощи электронных тахеометров. Электронные тахеометры – это геодезические приборы многофункционального назначения, обеспечивающие автоматизацию процессов измерения углов и расстояний и обработки данных измерений. В качестве примера современных электронных тахеометров можно назвать приборы серии LEICA TPS1200, характеризующиеся следующими показателями точности:

Тахеометр	TPS1201; TPS1203; TPS1204		
Погрешность угловая Г и В:	1"	3"	4"
Погрешность дальности:	2 мм + 2 ppm		
Дальность с 1 призмой:	1,5 – 3000 м		
Дальность без отражателя:	1,5 – 150 м		

Предусмотрена комбинация названных тахеометров со спутниковыми приемниками LEICA GPS 1200, у которых точность местоопределения составляет 5–10 мм в плане и 10–20 мм по высоте и достаточна для создания съемочного обоснования при крупномасштабных съемках.

Тахеометры снабжены компенсатором малых наклонов вертикального круга, вычислительным блоком с дисплеем, который работает по программам вычисления горизонтальных проложений, превышений, дирекционных углов, плановых и высотных координат пунктов съемочного обос-

нования и аналогичных данных для съемочных пикетов. Данные измерений, записанные в карту памяти, можно передавать на компьютер для хранения и автоматического составления цифровых моделей местности и получения топографических планов в графическом виде.

При работе электронный тахеометр устанавливают над пунктом съемочного обоснования, ориентируют, во встроенный компьютер вводят координаты x , y , H этого пункта, высоту прибора, а над съемочными точками местности ставят на штанге или на штативе призму светоотражателя, на нее визируют зрительной трубой и нажимают клавишу исполнения измерений. На дисплее процессора высвечиваются в соответствии с заданной программой отсчеты по угломерным кругам, дальность и пространственные прямоугольные координаты съемочной точки. Семантические (описательные) данные об объектах местности записываются на электронный носитель в кодовой форме. Один из исполнителей съемки может находиться рядом со светоотражателем и там вести абрис.

Электронные тахеометры дают возможность создавать съемочное обоснование с более высокой точностью и более протяженными полигонометрическими ходами, чем указано в табл. 7.1. Съемку местности часто совмещают с работами по определению координат пунктов съемочного обоснования. Если топографический план будет составляться по координатам съемочных пикетов, рассчитанных процессором электронного тахеометра, то допустимые расстояния от прибора до съемочных пикетов принимают до 0,5 км и более в зависимости от масштаба съемки и условий видимости.

7.5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА

По материалам теодолитной съемки составляют контурный план земной поверхности или подземных объектов, а по материалам тахеометрической съемки – топографический план с изображением рельефа местности.

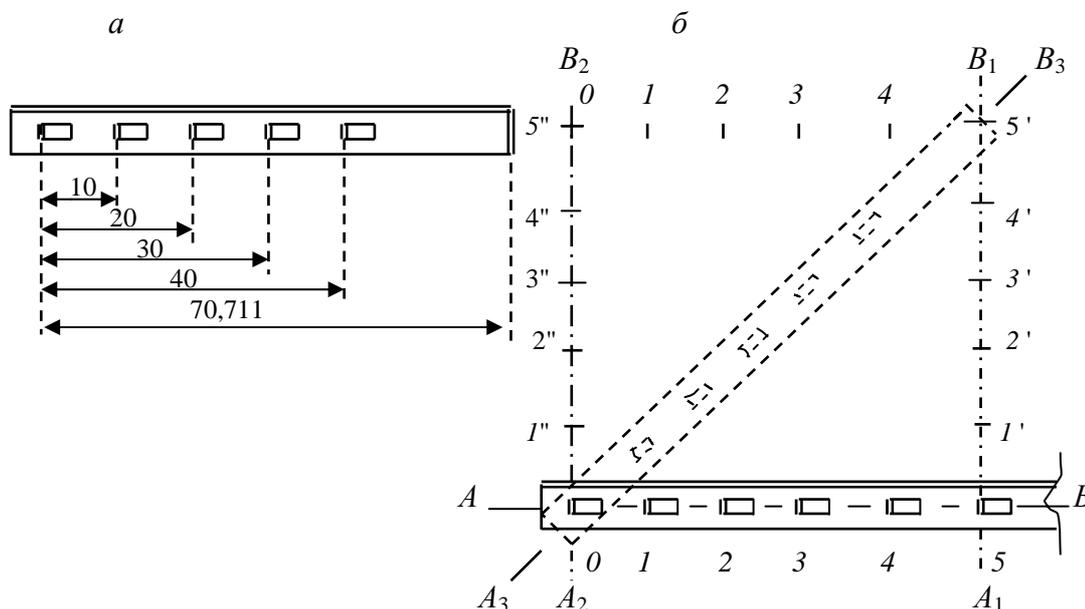
Оригиналы планов составляют на планшетах размером 50×50 см по внутренней рамке. Планшеты представляют собой листы чертежной бумаги высокого качества, наклеенные на недеформируемую основу. Иногда участки объекта изображают на отдельном листе чертежной бумаги нестандартных размеров. На планшетах и отдельных листах показывают прямоугольную координатную сетку с подисями абсцисс и ординат ее линий.

Координатную сетку наносят с высокой точностью с помощью координатографа, или фотомеханическим копированием или при помощи шаблонов или же при помощи координатной линейки ЛД-1 Дробышева. В металлической основе такой линейки вырезаны 6 окошек (рис. 7.10, *а*), скошенные края которых очерчены дугами радиусов 10, 20, ..., 50 мм с общим центром O в начальном окошке. Скошенный конец линейки очерчен по дуге радиуса 70,711 мм, которая равна диагонали квадрата со сторонами 50×50 см.

На листе чертежной бумаги формата А1 (60×75 см) с помощью линейки и остро отточенного простого карандаша прочерчивают прямую AB (рис. 7.10, *б*) на расстоянии 5 см от края листа. Линейку смещают так, чтобы линия AB пересекала окошки, вдоль их скошенных краев проводят штрихи 0, 1, 2, ..., 5. После этого линейку кладут перпендикулярно линии AB , совмещают 0 линейки со штрихом 5 и прочерчивают штрихи 1', 2', ..., 5'. Потом линейку кладут по диагонали A_3B_3 , совмещают нуль линейки с центром штриха 0 на линии AB и по скошенному концу линейки прочерчивают дугу, пересекающую штрих 5'. Через полученную точку пересечения 5' и точку 5 вычерчивают перпендикуляр A_1B_1 к линии AB . Аналогично находят перпендикуляр A_2B_2 и на нем штрихи 1'', 2'', ..., 5''.

Линейку кладут на линию 5''–5'. Нуль 0 линейки совмещают с точкой 5''. При этом дуга в шестом окошке должна пересечь точку 5' (допускается несовпадение дуг и соответствующих точек 0,1–0,2 мм). После этого проводят остальные штрихи 1, 2, ... – метки сетки квадратов. После нанесения всей координатной сетки проверяют ее точность: линейку совмещают ско-

шенным краем с точками O и $5'$ и через вершины сетки прочерчиваю короткие штрихи, треугольники погрешностей не должны превышать $0,2$ мм. Аналогично сетку проверяют по другим диагональным направлениям.



a – линейка; b – нанесение на планшет меток координатной сетки
Рисунок 7.10 – Координатная линейка Дробышева

Для нанесения с помощью линейки ЛД-1 координатной сетки общим размером 40×30 см действуют аналогично, но используют свойство “египетского треугольника” с соотношением катетов и гипотенузы 3–4–5: принимают катеты $AB = 40$ см, $A_1B_1 = 30$ см, гипотенузу $A_3B_3 = 50$ см. После нанесения всей сетки ее проверяют по диагональным направлениям.

Контур сетки служит внутренней границей рамки планшета или отдельного плана. Между внутренней и внешней линиями рамки даются подписи абсцисс и ординат с учетом номенклатуры системы планов данного объекта. На учебных планах сетку оцифровывают с таким расчетом, чтобы участок съемки изображался на листе в заданном масштабе по возможности целиком.

На рис. 7.11 координатная сетка оцифрована для плана масштаба $1:1000$ через 100 м с учетом того, чтобы точки, координаты которых приведены в координатной ведомости (см. табл. 7.2), расположились в пределах планшета. Изображение пункта триангуляции B ($x_B = 6000,00$ м; $y_B =$

= 2000,00 м) совпадает с пересечением линий сетки. Для нанесения на план полигонометрического пункта C ($x_C = 5784,46$ м; $y_C = 2344,09$ м) сначала находят квадрат, в котором пункт расположен, затем определяют ее положение в данном квадрате: приращения координат $\Delta x = 5784,46 - 5700 = +84,46$ м и $\Delta y = 2344,09 - 2300 = +44,09$. На плане масштаба 1:1000 $\Delta x_{\text{п}} = 84,46$ мм; $\Delta y_{\text{п}} = 44,09$ мм. Отметив на сторонах данного квадрата вертикальные отрезки $\Delta x_{\text{п}}$, наносят точку C по длине отрезка $\Delta y_{\text{п}}$. Точность нанесения проверяется измерением на плане отрезков до противоположных сторон квадрата: $\Delta x'_{\text{п}} = 5800 - 5784,46 = 15,54$ мм и $\Delta y'_{\text{п}} = 2400 - 2344,09 = 55,91$ мм; допускается расхождение до 0,2 мм. Аналогично наносят точки 3, 2 и т.д., а для проверки измеряют на плане длины отрезков $C-3$, $3-2$, и т.д., сравнивают их с соответствующими горизонтальными проложениями, записанными в координатной ведомости (см. табл. 7.2, графа 6). Допускается расхождение до 0,3 мм.

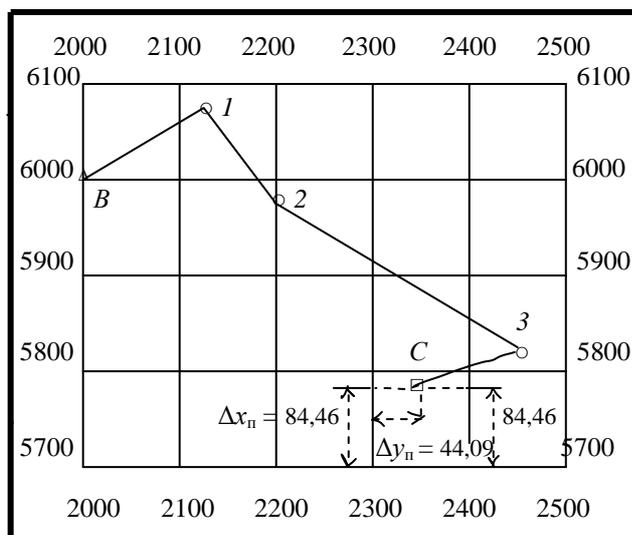


Рисунок 7.11 – Нанесение точек на план по координатам

Составление контурного плана. Его составляют по абрисам теодолитной съемки (см. рис. 7.6). Способ нанесения точек и контуров на план соответствует способу съемки. При выполнении графических работ применяют циркуль-измеритель, масштабную линейку и прямоугольный треугольник для построения на плане отрезков заданной длины, нанесения

точек способом перпендикуляров и линейными засечками. Геодезический транспортир служит для нанесения точек угловыми засечками и полярным способом. Для этой же цели применяют тахеометрический транспортир (рис. 7.9). Контур местности изображаются на плане по их зарисовкам в абрисах. Размеры объектов, расстояния на плане между ними проверяются по данным абрисов (например, размеры зданий по цоколю, расстояния между соседними постройками, ширина улиц, проездов, тротуаров и т.п.).

На план наносят только постоянные контуры ситуации, и не прочерчивают такие поясняющие линии абриса, как перпендикуляры и полярные направления. После нанесения точек угловыми засечками стирают пересекающиеся линии. Не подписывают цифровые данные съемки.

После составления плана карандашом проверяют его точность и полноту в камеральных условиях и выборочно в поле, затем вычерчивают тушью в соответствующих условных знаках (топографических или принятых для маркшейдерских съемок).

Составление топографического плана по материалам тахеометрической съемки, выполненной с помощью теодолита. Как и при подготовке плана по материалам теодолитной съемки на бумажную основу наносят координатную сетку, ее оцифровывают соответственно масштабу плана, наносят пункты съемочного обоснования по их прямоугольным координатам. Затем при помощи геодезического транспортира и масштабной линейки наносят на план съемочные пикеты по их полярным координатам – горизонтальным углом β_i и расстоянию d_i (см. рис. 7.7). Для нанесения съемочных пикетов предназначен тахеометрический транспортир (см. рис. 7.9), который закрепляется на плане иглой через отверстие O в точке B плана и затем ориентируется относительно линии BA .

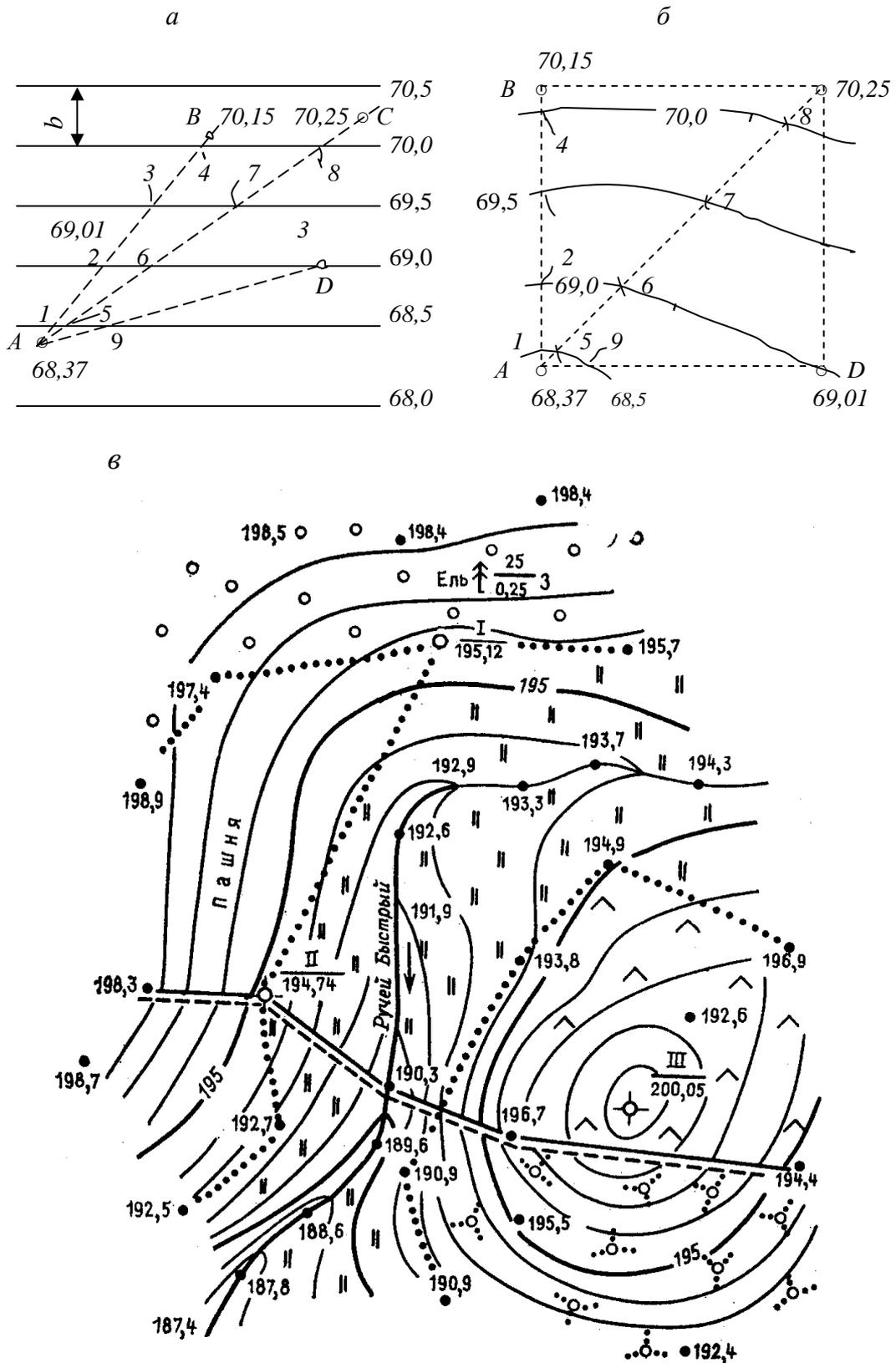
Ситуацию наносят на план согласно абрису (рис. 7.8). Рядом с высотными точками подписывают их отметки, используя которые проводят горизонтали. Горизонтали можно наносить на план с помощью прозрачной палетки, например в виде сетки параллельных линий, прочерченных на

листе восковки через равные промежутки величиной $b = 30\text{--}20$ мм, которые должны быть меньше минимального расстояния между горизонталями (рис. 7.12, *a*). Линии подписывают отметками горизонталей для данного участка плана. В нашем примере подписи соответствуют высоте сечения $h_c = 0,5$ м. Палетку кладут на план так, чтобы точка A расположилась между линиями палетки 68 и 68,5 (см. рис. 7.12, *a*) пропорционально своей отметке $68,37 \approx 68,4$ м. Прижимают палетку в точке A заостренным предметом (карандашом, шариковой ручкой) и поворачивают в положение, при котором точка B располагается между линиями 70 и 70,5 пропорционально своей отметке 70,15. Точки пересечения отрезка AB линиями палетки 1, 2, 3, 4 переносят на план (см. рис. 7.12, *б*) – через эти точки (следы) пройдут горизонтали. Палетку поворачивают вокруг точки A (см. рис. 7.12, *a*) в положение, при котором точка C располагается между линиями 70 и 70,5 пропорционально своей отметке 70,25, затем на отрезке AC плана (см. рис. 7.12, *б*) отмечают точки 5, 6, 7, 8 – следы горизонталей. Аналогично находят след 9 на линии AD и следы горизонталей на линии CD . Затем через равнозначные по высоте следы проводят горизонтали – плавные линии, которые местами дополняют подписями их высоты и бергштрихами.

Вычерчивание топографического плана. План, составленный карандашом, тщательно проверяют, после чего вычерчивают тушью, соблюдая образцы начертания и размеры топографических условных знаков, пояснительных надписей, оформления рамок и размещения зарамочных надписей. На практике находят применение готовые условные знаки, которые переносят на план с прозрачной основы.

Пояснительные надписи и цифровые данные располагают параллельно северной (южной) стороне рамки, горизонтали вычерчивают светлорычневой тушью. На топографическом плане, составленном по материалам нивелирования поверхности (см. § 8.1) не показывают ни сетку квадратов, ни магистрали, ни поперечники за исключением тех случаев, когда эти

данные нужны для составления проектов вертикальной планировки территории и подсчетов объемов земляных масс.



a – палетка; *б* – фрагмент плана и горизонталей;
в – пример топографического плана при высоте сечения рельефа $h_c = 1$ м
Рисунок 7.12 – Нанесение на план горизонталей при высоте сечения рельефа $h_c = 0,5$ м

Учебное задание. На рис. 7.12, в приведен фрагмент топографического плана с горизонталями, отображающими рельеф участка местности, но план вычерчен с неточностями, которые следует выявить: в толщине горизонталей, в нанесении бергштрихов, ориентации подписи «пашня», начертании знаков луга, границ между земельными угодьями, высотных точек.

Нивелирование застроенной территории производится после составления контурного плана, например по данным теодолитной съемки. С плана снимают копию для использования в качестве абриса нивелирования. Через участок съемки прокладывают ход технического нивелирования, связующие точки хода выбирают на устойчивых предметах, точки вертикальной съемки нивелируют как промежуточные. Их номера в журнале и на копии плана должны быть одинаковы. Плановое положение точек, не лежащих на контурах, определяют промерами относительно показанных на копии объектов, в пересечении створов и т.п. В камеральных условиях вычисляют отметки (см. § 7.2), их значения подписывают на плане и проводят горизонтали.

Нивелирование поверхности полярным способом можно выполнять при помощи теодолита и нивелира или посредством электронного тахеометра. Теодолит устанавливают над пунктом съемочного обоснования и ориентируют как при тахеометрической съемке (см. § 7.4). В нескольких метрах от теодолита устанавливают нивелир и определяют его горизонт (ГП) по отметкам двух высотных пунктов. В процессе высотной съемки плановые полярные координаты съемочных пикетов определяются по рейке теодолитом, а нивелиром – отметки тех же точек как разность ”горизонт прибора минус отсчет по рейке в метрах“.

Электронный тахеометр является универсальным прибором, его применение дает возможность эффективно модернизировать любой из рассмотренных способов нивелирования поверхности, использовать высокоточное тригонометрическое нивелирование, получать отметки в реальном времени, автоматизировать составление топографического.

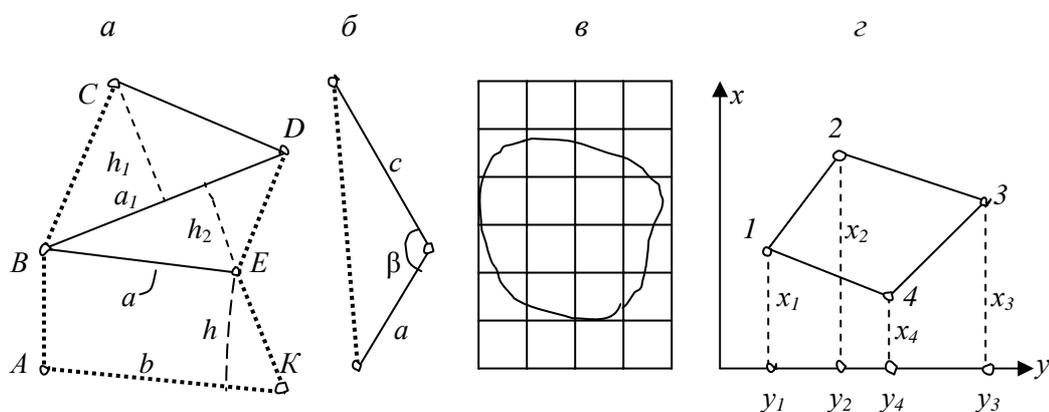
7.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Площадь участка земной поверхности, проекции на нее контура полезного ископаемого, других объектов определяют по топографическим и маркшейдерским чертежам геометрическими способами (графическими измерениями) или механическим. На местности площадь геометрически простого участка определяют по результатам измерения его размеров. Площади земель определяют также аналитически – по координатам вершин граничного замкнутого многоугольника. Вычисления производят по компьютерным программам, в их числе основанным на ЦММ, или по программам, заложенным в процессор электронного тахеометра.

Геометрические способы определения площади применяются для небольших участков. На местности (рис. 7.13, а) сложный контур $ABCDEK$ разделяют на простые геометрические фигуры, вершины которых обозначают вехами. В трапеции $ABEK$ измеряют основания a и b , высоту h , а в треугольниках BCD и BDE измеряют основания a_1 и a , высоты h_1 и h . Площадь участка $P = P_1 + P_2 + P_3$, где $P_1 = h(a + b)/2$; $P_2 = a_1 h_1 / 2$; $P_3 = a h_2 / 2$.

Если треугольнике (рис. 7.13, б) измерить две стороны и угол β между ними, то $P = 0,5ac \sin \beta$.

Площадь определяется рассмотренными способами с относительной погрешностью $1 / 1000 - 1/5000$.



$a, б$ – измерением геометрических фигур; $в$ – с помощью палетки; $г$ – по координатам
Рисунок 7.13 – Геометрические способы определения площадей

Аналогичные способы можно применить для *графического определения площади по плану* масштаба $1 : M$, но с относительной погрешностью $1/50 - 1/1000$, зависящей от масштаба и точности плана. С помощью карандаша и линейки контур $ABCDEK$ (см. рис. 7.13, б) разграфляют на плане на простые фигуры, а их площади в нашем примере будут вычисляться по формулам, приведенным выше, или по формулам $P_1 = M^2 h (a + b)/2$; $P_2 = M^2 a_1 h_1 /2$; $P_3 = M^2 a h_2 /2$. Линейные величины a , b и h определяются по плану с погрешностями до 0,5 мм за счет неточностей изображения границ общего контура.

Площадь по плану или карте можно определить при помощи *палетки*, представляющей прозрачный лист пластика, на который нанесена сетка равных по площади фигур, например квадратов со стороной от 2 до 10 мм (рис. 7.13, в). Палетку кладут на план и подсчитывают внутри фигуры число n_1 целых квадратов и число n_2 равных им квадратов, но составленных на глаз из частей, прилегающих к линии контура. Площадь участка

$$P = p (n_1 + n_2), \quad (7.35)$$

где p – площадь одного квадрата в масштабе плана.

Площадь затем определяют второй раз после поворота палетки на $40-50^\circ$ и выводят среднее из результатов. Относительная погрешность определения площади палеткой составляет около $1/50 - 1/200$ без учета погрешности, вызванной не точным изображением контура на плане.

Аналитический способ определения площади применяют для замкнутых плоских многоугольников, в которых известны координаты x и y всех вершин (к таким многоугольникам относятся граница населенного пункта, промышленного, сельскохозяйственного или горно-добывающего предприятия, территории разработки торфяного месторождения и т.д.).

Площадь замкнутого многоугольника вычисляют по различным формулам аналитической геометрии, наиболее распространены следующие:

$$2P = \sum_i^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1}); \quad 2P = \sum_i^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}); \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.36)$$

т.е. удвоенная площадь многоугольника равна сумме произведений каждой абсциссы на разность ординат передней и задней по ходу точек, а также сумме произведений каждой ординаты на разность абсцисс задней и передней по ходу точек. Например, для многоугольника 1-2-3-4 (рис. 7.13. з)

$$\left. \begin{aligned} 2P &= x_1 (y_2 - y_4) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_1 - y_3); \\ 2P &= y_1 (x_4 - x_2) + y_2 (x_1 - x_3) + y_3 (x_2 - x_4) + y_4 (x_3 - x_1). \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

Площадь вычисляют отдельно по каждой формуле (7.37) с промежуточным контролем разностей на условие

$$\sum_i^n (y_{i+1} - y_{i-1}) = 0; \quad \sum_i^n (x_{i-1} - x_{i+1}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.38)$$

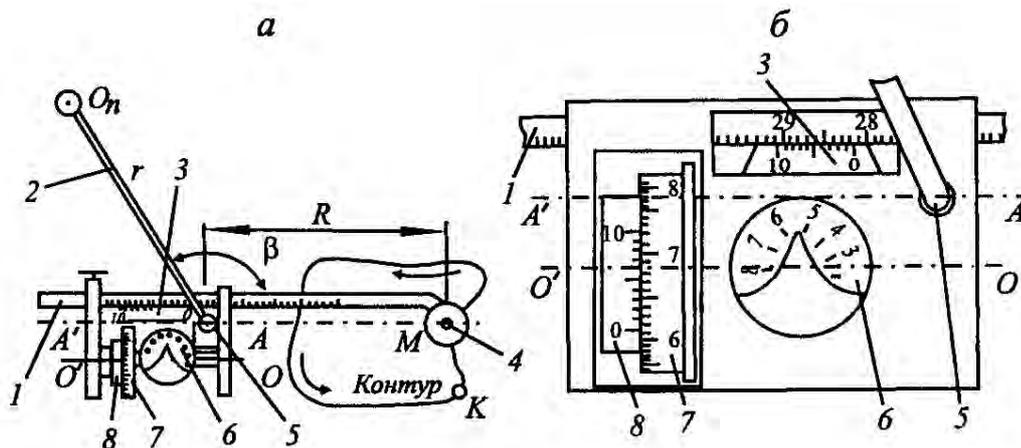
Точность расчетов по формулам (7.37) определяется погрешностями координат. Например, если координаты вершин многоугольника получены теодолитным ходом, то площадь участка получается с относительной погрешностью $1/500 - 1/2000$. В случае неверно записанного значения хотя бы одной из координат x_i или y_i получается ошибочное значение площади при полном совпадении результатов расчетов по формулам (7.37) и (7.38). Такую ошибку можно обнаружить, например, по чрезмерному расхождению между площадью многоугольника и суммой площадей контуров внутри него, нанесенных на план и измеренных планиметром.

Определение площади полярным планиметром.

Полярный планиметр – это механическое устройство для определения площади фигур на планах и картах, а также на других чертежах. На полюсном рычаге планиметра закреплен груз с иглой, представляющей полюс $O_{\text{п}}$ (рис. 7.14, а), вторым концом полюсный рычаг шарнирно входит

в гнездо корпуса счетного механизма, установленного на обводном рычаге. Обводное стекло с точкой M укреплено на обводном рычаге. Рабочий радиус R обводного рычага равен расстоянию AM между центром шарнира и обводной точкой M . Этот радиус можно изменить перемещением корпуса счетного механизма вдоль обводного рычага, а величину радиуса отсчитать по шкале на обводном рычаге и верньеру счетного механизма. В нашем примере (рис. 7.14, б) $R = 2816$.

Отсчет по шкалам счетного механизма содержит четыре цифры (см. рис. 7.14, б). Здесь отсчет $u = 5614$, где 5 – число оборотов счетного колеса отсчитанное по циферблату; 614 – отсчет по шкале счетного колеса относительно верньера (61 – номер штриха расположенного ниже нуля верньера; 4 – номер совмещенного штриха верньера).



a – общая схема; $б$ – счетный механизм;
 1, 2 – обводный и полюсный рычаги; 3 – верньер счетного механизма; 4 – обводная точка;
 5 – шарнир; 6 – циферблат; 7 – счетное колесо со шкалой сотых долей оборота; 8 – верньер

Рисунок 7.14 – Полярный планиметр

П о в е р к и п л а н и м е т р а. До начала работ планиметр необходимо проверить на комплектность и устранить обнаруженные механические неисправности, затем выполнить проверки устройства.

1. *Счетное колесо должно свободно вращаться при незначительном люфте и с небольшим (0,1–0,2 мм) зазором относительно пластинки верньера.* При юстировке вращают два осевых винта, в отверстия которых входят конические концы оси счетного колеса.

2. Ось счетного колеса должна быть параллельна прямой, проходящей через обводную метку и центр шарнира, т.е. $O'O \parallel AM$ (см. рис. 7.14, а, б). Для проверки контур обводят маркой M несколько раз в положении планиметра МЛ «счетный механизм слева от фигуры» (см. рис. 7.15) и столько же раз в положении МП «счетный механизм справа от фигуры», не меняя точки полюса O . Если средние разности отсчетов $n_{МЛ}$ и $n_{МП}$ различаются в пределах точности измерений планиметром, то условие считается выполненным. Для юстировки исправительным винтом изменяют угол между корпусом счетного механизма и обводным рычагом.

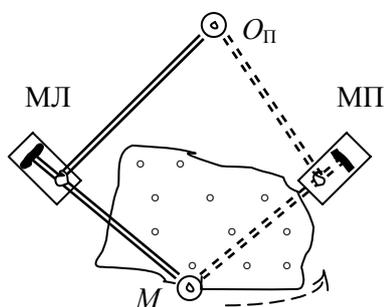


Рисунок 7.15 – Вторая проверка планиметра

При работе с неотъюстированным на данное условие планиметром каждую фигуру следует обводить при двух положениях планиметра – ПП и ПЛ и за окончательный результат принимать среднее.

Для измерения площади план кладут на расположенную горизонтально чертежную доску с гладкой поверхностью. Полюс полярного планиметра можно закреплять на плане в положении *вне контура* или в положении *внутри контура*, предпочтительное положение полюса – вне контура. Выбирают положение полюса так, чтобы при обводе контура угол β между рычагами (см. рис. 7.14, а) не был меньше 30° и больше 150° . Обводную точку M совмещают с какой-либо точкой K контура. По счетному механизму берут отсчет u_1 (см. рис. 7.14, б, а также табл. 7.6), затем контур плавно обводят точкой M и завершают обвод в точке K и берут отсчет u_2 (желательно обводить против часовой стрелки, в этом случае последовательные значения отсчетов u_i уменьшаются и это удобно для вычислений).

Разность отсчетов $u_1 - u_1 = n_1$ представляет площадь в делениях планиметра.

Продолжают обводы, берут отсчеты u_i (см. табл. 7.6) и вычисляют разности отсчетов n_i , которые не должны различаться между собой более чем на две единицы при $n \leq 200$, на четыре при $n \leq 1000$, на шесть при $n \leq 2000$. Вычисляют среднюю площадь n в делениях планиметра.

Если полюс расположен вне фигуры, ее площадь в масштабе плана вычисляется по формуле

$$P = c n, \quad (7.39)$$

если же полюс находится внутри фигуры, то площадь вычисляется по формуле

$$P = c n + Q, \quad (7.40)$$

где c – цена деления планиметра;

Q – постоянное слагаемое (обе величины зависят от масштаба плана и радиуса планиметра);

$n = u_i - u_{i+1}$ – разность начального и конечного отсчетов при обводе замкнутого контура

Определение постоянных планиметра c и Q . На плане данного масштаба выбирают простую фигуру с известной площадью P , например квадрат координатной сетки 10×10 см или два таких квадрата и в положении “полюс вне контура” 4–5 раз обводят планиметром контур, находят среднюю разность n и цену деления планиметра

$$c = P / n, \quad (7.41)$$

Для определения постоянной Q выбирают фигуру, которую можно обвести с полюсом вне ее и внутри. Поместив полюс внутри фигуры полу-

чим $P_1 = c n_1 + Q$, а установив полюс вне фигуры найдем $P_2 = c n_2$ и, следовательно,

$$Q = c (n_2 - n_1). \quad (7.42)$$

Пример 1. Определить цену деления планиметра при радиусе $R = 2816$, если на плане масштаба $1 : 1000$ квадрат 10×10 см соответствует площади на местности $P = d^2 M^2 = 0,1^2 \cdot 1000^2 = 10\,000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га}$.

Решение. Четырехкратным обходом этого контура с полюсом вне контура получена средняя разность отсчетов $n = 1013$ (см. табл. 8.2). Цена деления планиметра $c = 10\,000 / 1013 = 9,8717 \text{ м}^2 / 1 \text{ деление} = 1 / 1013 = 0,0009871 \text{ га} / 1 \text{ деление}$. Такая “некруглая” цена деления осложняет устные вычисления по формулам (7.39) и (7.40).

Для изменения цены деления планиметра изменяют радиус R обводного рычага до значения R_0 , рассчитанного по формулам

$$R_0 = R (c_0 / c) \quad \text{или} \quad R_0 = R (n / n_0), \quad (7.43)$$

где n_0 – средняя разность отсчетов, отвечающая значению c_0 .

Таблица 7.6 – Схема записей величин отсчетов и результатов вычислений при определении площади полярным планиметром №2815 на плане масштаба $1 : 1000$ (радиус $R = 2816$, полюс вне контура, размер контура 10×10 см)

Буквенные обозначения			Численный пример		
отсчетов	разности отсчетов	средней разности отсчетов	отсчетов	разности отсчетов	средней разности отсчетов
u_i	n_i	n	u_i	n_i	n
u_1	$u_1 - u_2 = n_1$	N	6949	1015	1013
u_2	$u_2 - u_3 = n_2$		5934	1011	
u_3	$u_3 - u_4 = n_3$		4923	1013	
u_4			3910		

В нашем примере круглое значение $c_0 = 10 \text{ м}^2 / 1 \text{ деление}$, ему соответствует радиус $R_0 = 2816 (10 / 9,8717) = 2853$ или $R_0 = 2816 (1013 / 1000) =$

= 2853. После установки радиуса R_0 проверяют новую цену деления несколькими обводами контура.

Зависимость цены деления планиметра от масштаба плана. Если при многократном обводе контура, например квадрата размером 10×10 см, средняя разность отсчетов $n_{\text{ср}} = 1000 \pm 2$ деления, то практически точные значения цены деления планиметра (формула 7.41) будут равны:

- $c = 0,1$ га/дел. для плана масштаба 1:10 000;
- $c = 10$ м²/дел. (0,001 га/дел) для плана масштаба 1:1000;
- $c = 2,5$ м²/дел. (0,00025 га/дел) для плана масштаба 1:500.

Если же при обводе указанного квадрата величина $n_{\text{ср}}$ заметно отличается от 1000, то цена деления будет неудобной для устных расчетов. Для коррекции цены деления в соответствии с формулой (7.43) счетный механизм перемещают на радиус $R_0 = R n_{\text{ср}} / 1000$, где R – радиус, при котором получено $n_{\text{ср}}$. Результат коррекции проверяют несколькими обводами фигуры с известной площадью.

Уравнивание площадей. Если на плане (рис. 7.16) измерены планиметром (или палеткой) площади P'_i всех участков в пределах многоугольного контура с известной площадью P_T (вычисленной например по координатами x_i и y_i вершин замкнутого теодолитного хода), то необходимо оценить качество измерений и уравнять (увязать) измеренные площади участков.

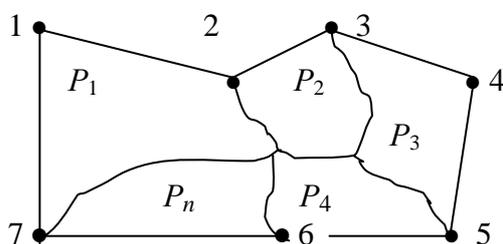


Рисунок 7.16 – Площади участков в пределах контура 1 -...4 -...7

Сначала вычисляют фактическую и допустимую невязки измеренных площадей:

$$f_P = \Sigma P'_i - P_T; \quad f_{P \text{ доп}} = \Sigma P'_i / 200. \quad (7.44)$$

Для увязки измеренных площадей вычисляют коэффициент

$$K_P = -f_P / \Sigma P'_i, \quad (7.45)$$

затем поправки к измеренным площадям

$$v_i = K_P \cdot P'_i, \quad (7.46)$$

где знак всех поправок противоположен знаку невязки, а сумма поправок должна равняться фактической невязке с обратным знаком, т.е.

$$\Sigma v_i = -f_P. \quad (7.47)$$

Уравненные площади

$$P_i = P'_i + v_i. \quad (7.48)$$

Сумма уравненных площадей должна равняться теоретической величине P_T .

7.7. ФОТОТОПОГРАФИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Общие сведения. В настоящее время топографические карты и планы, а также картографические материалы специального назначения (например, планы территорий угольных, меловых, сланцевых, торфяных месторождений, карты населенных пунктов, сельскохозяйственных и лесных земель и др.) создаются и возобновляются в основном фототопографическими методами – путем получения изображений земной поверхности аппаратурой, установленной на летательных аппаратах (воздушные съемки) или на искусственных спутниках Земли (космические съемки) или же на земной поверхности (наземные фототопографические съемки).

Наука, которая изучает методы и технологию определения по фотографическим изображениям форму, размеры и планово-высотное положение объектов называется *фотограмметрией* (от греческих слов *phôtos* – свет, *gramma* – запись, изображение и *metreô* – измеряю). Раздел фотограмметрии, который рассматривает составление карт и планов, называется *фототопографией*. Раздел, который изучает по снимкам с космических аппаратов изображения космических тел, а также земные природные ресурсы, экологические процессы, проблемы охраны природной среды и др. называется *космической фотограмметрией*.

Космические съемки применяются при изучении природных явлений, земных ресурсов, экологических исследованиях и сопровождаются картографированием объектов изучения. Одной из характеристик космической информации является ее разрешающая способность, т. е. минимальная линейная величина четкого отображения контуров земной поверхности. Принято различать четыре категории разрешения для космических съемок фотографическими, оптикоэлектронными, радиолокационными, сканерными и другими методами:

- материалы низкого разрешения от 0,1–0,3 км до нескольких километров (используются в основном в гидрометеорологии);
- информация малого разрешения от 20 до 50 м (находит применение при изучении динамики природных процессов на значительных территориях, лесных пожаров и др.);
- космические съемки среднего разрешения в пределах 3–5 м (наиболее востребованы для решения научных, проектных и производственных задач);
- изображения с высоким разрешением около 1–2 м (применяются, как правило, для ограниченных по площади объектов и решения локальных задач).

Космические фотоснимки снимки высокого разрешения по графической точности соответствует топографическим картам масштаба 1 : 10 000

– 1 : 25 000 (см. § 2.1). Такие снимки получают длиннофокусными фотокамерами, и в результате полоса фотографирования по ширине ограничивается до приблизительно 10 км, а повторный выход спутника на ту же или параллельную трассу происходит более чем через 1–2 месяца и реже, но фотосъемка будет возможной только в отсутствии облачности. Стоимость космической съемки высокого разрешения пока еще выше стоимости аэрофотосъемки.

Аэрофотосъемка. Учитывая, что разрешение космических снимков в 1 м недостаточно для создания карт и планов масштабов 1: 5000 и крупнее крупномасштабное картографирование выполняют с помощью воздушной съемки – аэрофотосъемки. *Аэрофотосъемкой* называют комплекс работ, который выполняется для получения топографических планов и цифровых моделей местности на основе материалов фотографирования местности с летательных аппаратов.

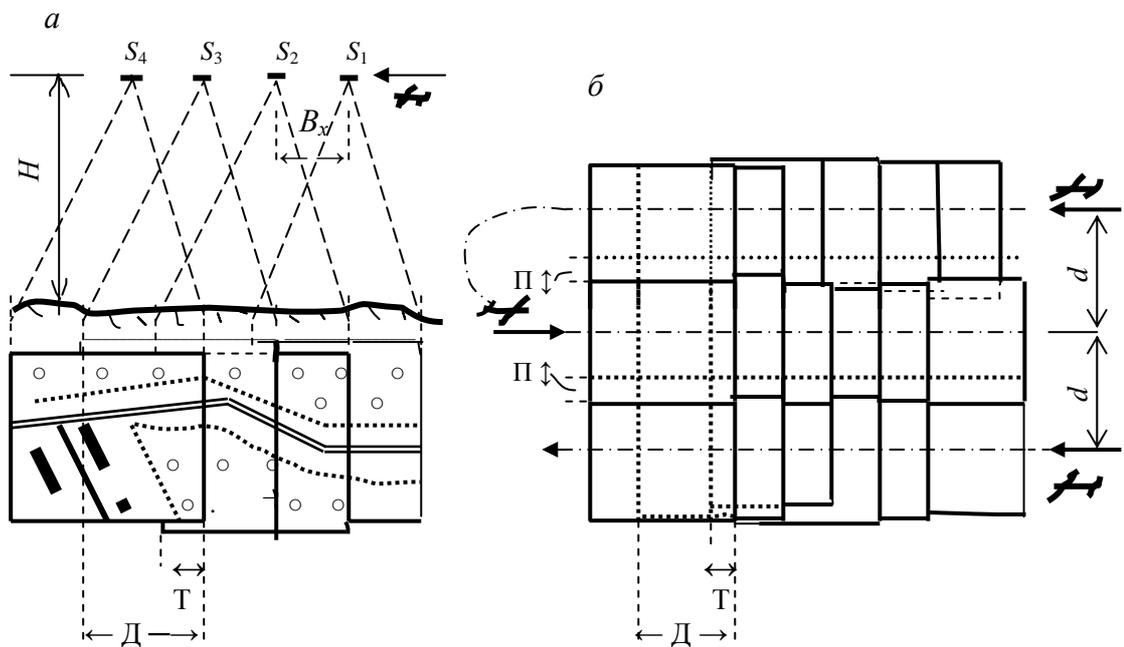
Наиболее распространена *плановая аэрофотосъемка*, при выполнении которой ось фотокамеры располагается вертикально (при отклонении от вертикали не более 3°), а плоскость фотоизображения (аэрофотоснимка) практически совпадает с горизонтальной плоскостью. На плановых снимках отображается наибольший объем информации о ситуации и рельефе и других особенностях местности.

Перспективная аэрофотосъемка производится при наклонном положении оси фотокамеры. Перспективные снимки используются для оценки для оценки ландшафтных особенностей природных и искусственных объектов, экологических последствий антропогенной деятельности, дешифрирования плановых снимков.

Аэрофотоснимки получают с помощью пленочных или же цифровых аэрофотоаппаратов, последние характеризуются наиболее высокими фотографическими и технологическими показателями. На *цветных снимках* цветность изображения наиболее близка к естественной. На *спектральных* цвет изобразившихся объектов заранее подбирают условным в

зависимости от ряда факторов: например породы лесонасаждений, периода вегетации и состояния сельскохозяйственных посевов, влажности земель и др. По отклонения условного цвета объекта от цвета эталонного устанавливают состояние здоровья лесов или характеристики произрастания и прогноза урожайности посевов или же нарушения экологических условий среды обитания. На *инфракрасных снимках*, полученных в инфракрасном диапазоне электромагнитных колебаний, отображаются наземные и подземные объекты, температура которых на доли градуса отличается от температуры окружающей земной поверхности, например подземные тепло-трассы, тоннели неглубокого заложения. *Сканерные методы* фототопографической съемки могут выполняться видимыми или лазерными лучами при помощи соответствующей сканерной аппаратуры.

Маршруты аэрофотосъемки. Одиночная аэрофотосъемка ограничивается одним или несколькими снимками местности. *Маршрутная съемка* (рис. 7.17, а) применяется для фотографирования местности вдоль заданного направления.

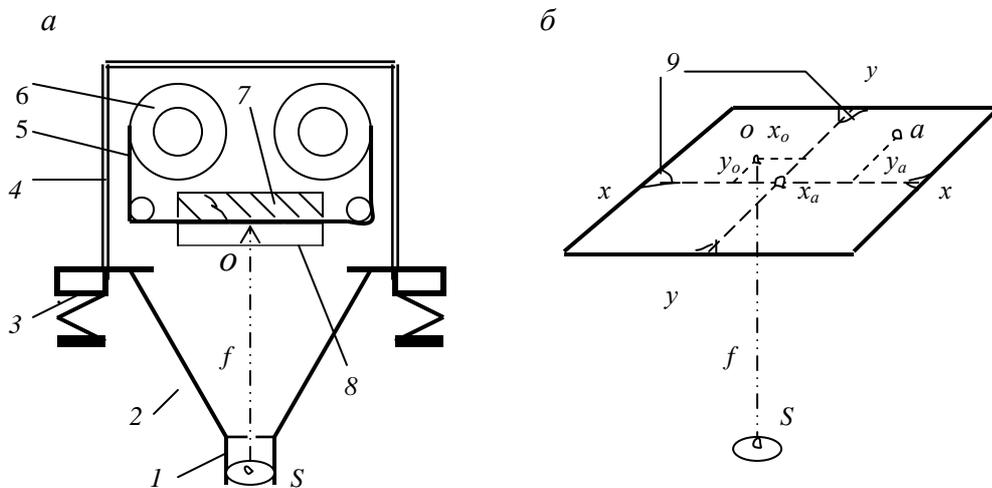


а – маршрутная; б – площадная (S_1, S_2 – центры фотографирования, B – базис фотографирования; H – высота фотографирования; D – двойное продольное перекрытие снимков; T – тройное продольное перекрытие, Π – поперечное перекрытие)

Рисунок 7.17 – Схемы аэрофотосъемки

Площадная съемка (рис. 7.17, б) производится параллельными маршрутами, которые прокладывают, как правило, вдоль географических параллелей. С целью осуществления геометрической связи между аэрофотоснимками и возможности их совместной фотограмметрической обработки установлено продольное последовательное перекрытие снимков вдоль маршрута на 60%, в результате обеспечивается тройное продольное перекрытие трех последовательных снимков. Для снимков соседних параллельных маршрутов установлено поперечное перекрытие на 20%.

Аэрофотоаппараты представляют собой сложные устройства. На рис 7.18, а приведена схема пленочного аэрофотоаппарата (АФА). В настоящее время применяются более совершенные – цифровые АФА, но геометрические характеристики пленочных и цифровых аэрофотоснимков описываются совпадающими математическими выражениями центральной проекции.



а – общая схема; б – плоскость снимка;
 1 – объектив; 2 – конус фотокамеры; 3 – амортизатор; 4 – корпус; 5 – фотопленка;
 6 – кассета; 7 – прижимная доска; 8 – стеклянная пластина с кадровой рамкой;
 9 – координатные метки; f – фокусное расстояние АФА; S – центр проекции;
 x - x и y - y – оси абсцисс и ординат в плоскости снимка

Рисунок 7.18 – Схема АФА и снимка

Над люком самолета (вертолета) аэрофотоаппарат закрепляют на амортизаторах совместно со стабилизирующим гироскопическим устройством, которое гасит вибрации АФА и удерживает его оптическую ось в

вертикальном положении с точностью до $0,2-0,3^\circ$ при покачиваниях самолета в полете. Автоматизация фотографирования осуществляется процессором, который задает моменты экспозиции в зависимости от скорости самолета, высоты полета и размера кадров фотоизображения. В пленочном АФА после экспозиции пленка автоматически перемещается на один кадр.

Объектив АФА должен отвечать высоким требованиям на геометрическую точность построения изображения в плоскости снимка. Четкое изображение в плоскости негатива (рис. 7. 17, б) получается при *главном фокусном расстоянии* АФА $S_o = f$, которое равно расстоянию между центром проекции объектива S и плоскостью негатива в его главной точке o . Главное фокусное расстояние f аэрофотокамеры постоянно, рассчитано на бесконечное удаление предмета фотографирования и определено с высокой точностью.

По величине главного фокусного расстояния аэрофотоаппараты подразделяют на короткофокусные ($f = 50 - 140$ мм), среднефокусные ($f = 200$ мм) и длиннофокусные ($f = 350$ и 500 мм). Пленочные АФА выпускались для получения кадров размером 18×18 , 23×23 и 30×30 см. Цифровые АФА обеспечивают развертку кадров до заданного формата, например 40×40 см.

Подготовка к аэрофотосъемке. В техническом задании на аэрофотосъемку указывают объект фотографирования его границы, масштаб фотографирования $1 : m$ (масштаб негативов при пленочной съемке), высоту фотографирования H , главное фокусное расстояние f АФА.

Аэрофотосъемка выполняется в масштабе $1 : m$, в несколько раз более мелком, чем масштаб $1 : M$ создаваемой карты, т. е.

$$m : M = K > 1, \quad (7.49)$$

где K – коэффициент трансформирования или коэффициент укрупнения масштаба конечного фотоизображения. При фотографировании на фотопленку вследствие ее зернистости коэффициент ограничивают до значений

$K = 3 - 4$. При фотографировании цифровым АФА выбирают коэффициент $K = 20 - 100$ и большим в зависимости от разрешения цифровой фотоаппаратуры и масштаба создаваемой карты.

До начала аэрофотосъемки на полетную карту масштаба $1 : M_n$ наносят оси параллельных маршрутов через равные расстояния

$$d = B_y / M_n, \quad (7.50)$$

где B_y – заданная величина поперечного перекрытия аэроснимков:

$$B_y = ml (100 - P_y) / 100, \quad (7.51)$$

где l – длина стороны снимка; P_y – заданный процент поперечного перекрытия снимков.

Базис фотографирования B_x (расстояние между последовательными центрами фотографирования S_i (см. рис. 7.17, а) равен

$$P_x = ml (100 - P_x) / 100. \quad (7.52)$$

Интервал времени между моментами фотографирования зависит от величины базиса фотографирования, скорости самолета, направления и скорости ветра.

Летно-съёмочные работы. Фотографирование местности для картографирования производят в безоблачную погоду при высоком стоянии Солнца, весной до распускания листвы на деревьях. Скорость самолета должна быть до 400 км/час. Радиовысотомером определяют высоту полета над земной поверхностью с погрешностью 1–1,5 м. Современные спутниковые приборы дают возможность определять пространственные координаты центра фотографирования в полете с точностью около 1 м. На каждом аэроснимке отображаются: его номер, показания часов, высотомера и круглого уровня.

Первичная обработка материалов аэросъемки. Фотолабораторную химическую обработку пленочных аэрофильмов проводится при строгом режиме в соответствующих растворах. Материалы цифровой аэросъемки обрабатывают с помощью компьютера. Местность отображается на снимках в масштабе $1 : m$.

Накидной монтаж пленочных аэроснимков производят для проверки качества результатов летно-съемочных работ: снимки совмещают по одноименным контурам в единую картину, прижимая их грузиками к поверхности стола. С накидного монтажа делают фоторепродукцию в масштабе в 5-6 раз более мелком, чем масштаб смонтированных снимков.

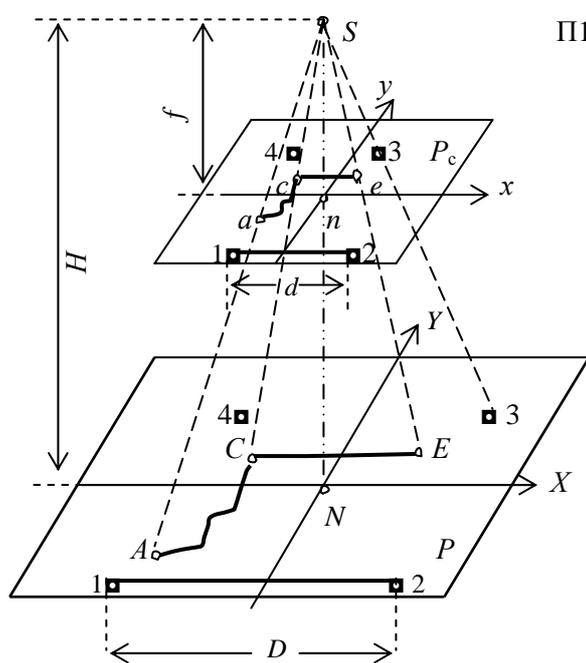
Методом сканирования пленочных фотоизображений получают их цифровые аналоги. Цифровые снимки совмещают в единую картину с помощью компьютера. По накидному монтажу или компьютерному изображению определяют прямолинейность маршрутов, фактические величины продольного и поперечного перекрытий снимков, качество фотоизображений, углы наклона снимков (по показаниям уровня), их развороты относительно трассы полета.

Плановые аэрофотоснимки, их масштаб. Фотоизображения равнинной местности относят к плановым, если отклонение оси аэрофотоаппарата от отвесной линии не превышает 3° . При этом плоскость снимка P_c и предметная плоскость (местности) P располагаются практически горизонтально (рис. 7.19). В момент экспозиции на снимке изображаются контуры местности и координатные метки внутренних осей x и y (см. рис. 7.18, б). Контуры местности изображаются в *центральной проекции*, схема которой приведена на рис. 7.19, на которой для упрощения геометрических построений плоскость снимка P_c помещена между центром проекции S и предметной плоскостью P на постоянном фокусном расстоянии f . Световые лучи проходят через центр проекции S объектива, не меняя своего направления. Расстояние H от центра S до предметной плоскости (местности) называется *высотой фотографирования*.

Из пропорционального подобия фигур в центральной проекции на горизонтальных снимке и предметной плоскости следует, что рассматриваемый снимок является планом, его масштаб равен

$$1 / m = f / H = ce / CE = d / D, \quad (7.53)$$

где ce и CE – пропорциональные отрезки на плоскостях снимка и предметной; d – длина изображения отрезка 1–2 на снимке; D – длина горизонтального отрезка 1–2 на местности.



P_c – плоскость снимка;

P – предметная плоскость (местности)

Рисунок 7.19 – Центральная проекция и масштаб планового снимка равнинной местности

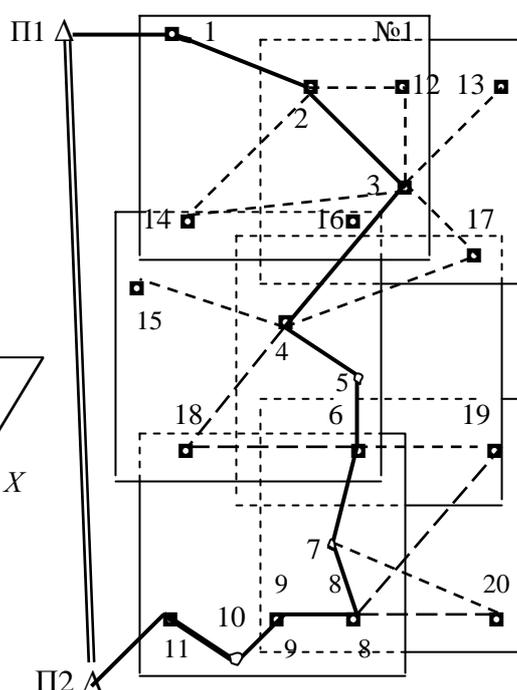


Рисунок 7.20 – Опорные точки и их плановая привязка теодолитным ходом и полярным способом

Плановая и высотная привязка аэрофотоснимков. Для планово-высотной привязки аэрофотоснимков на каждом из них необходимо дешифровать не менее четырех четко распознаваемых точек местности (пересечения дорог, углы контуров, строений и т. п.) и определить их геодезические координаты x, y, H . Такие точки именуют *опознаками*. Наиболее оперативно координаты опознаков определяют при помощи спутниковых геодезических приборов. Плановые и высотную координаты каждого

опознака определяют также теодолитными ходами и различными засечками (рис. 8.16.) с точностью не грубее 0,3 мм в масштабе плана, а отметки – с точностью технического нивелирования.

Масштабирование плановых аэрофотоснимков. Приведение изображения на снимке к заданному масштабу осуществляется либо с помощью фототрансформатора (по пленочным негативам), либо с помощью компьютера (цифровые отображения).

Сущность масштабирования фотоизображения на бумажном носителе состоит в следующем. На план наносят координатную сетку и в заданном масштабе наносят по координатам четыре опорные точки, опознанные на данном кадре аэрофильма, например для аэронегатива № 1 (см. рис. 7.20) – точки 1, 12, 13, 3. На негативе № 1 в опорных точках пробивают отверстия диаметром около 1 мм, затем негатив вставляют в кассету фототрансформатора и включают осветительное устройство, создающее световые проецирующие лучи, проходящие через опорные отверстия в негативе. На экран фототрансформатора кладут план и, перемещая экран вдоль оси проектора, наклоняя экран, добиваются, чтобы четыре световых проецирующих луча совместились с соответственными опорными точками на планшете. Затем на планшет кладут фотобумагу, экспонируют на нее изображение с негатива. После проявки и закрепления фотокадры представляют фрагменты *фотоплана местности*.

Для составления фотоплана на планшеты данного масштаба наносят опознаки по их координатам и каждый масштабированный фотоотпечаток монтируют на планшет, совмещая одноименные опорные точки (изображения опознаков). Перекрывающиеся снимки прорезают. Основную часть каждого снимка приклеивают к планшету безводным клеем. Точность фотоплана контролируют по положению опознаков и величинам несовпадения контуров вдоль линий разреза и вдоль рамок соседних планшетов.

Компьютерная обработка цифровых аэрофотоснимков производится по специальным программам. В результате получают цифровые моде-

ли планов местности в ортогональной проекции. Высокоточный принтер (плоттер), связанный с компьютером, обеспечивает печать на бумажном носителе планшетов размером 50×50 см в цветном изображении и с соблюдением условных топографических знаков.

Искажения аэрофотоснимка на рельефе. На горизонтальном снимке неровной местности (рис. 7.21) масштаб ее изображения получается переменным в зависимости от высоты неровностей. Для горизонтальных участков местности, расположенных вблизи точки A (на возвышении), точки надира N (в горизонтальной предметной плоскости EE), точки B (в понижении) высота фотографирования равна соответственно $H - h_A$, H и $H + h_B$, а масштаб соответствующих участков фотоизображения в плоскости C снимка принимает значения

$$1 : m_A = f : (H - h_A); \quad 1 : m_N = f : H; \quad 1 : m_B = f : (H + h_B) \quad (7.54)$$

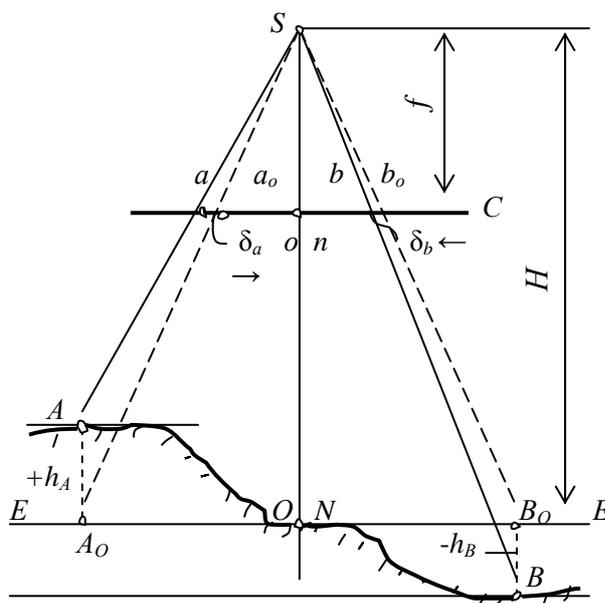


Рисунок 7.21 – Смещения точек аэрофотоснимка при неровном рельефе местности

На отвесном проецирующем луче SN аэрофотоаппарата расположены точки надира n (на снимке) и N (на предметной плоскости EE). Точки местности A и B в центральной проекции изображаются на снимке в точках a и b . Но для получения их изображения a_0 и b_0 в отвесной проекции отвесной проекции точки местности A и B теоретически следует отвесно

спроецировать на предметную горизонтальную плоскость EE в точки A_O и B_O . Проецирующие лучи SA_O и SB_O определяют, что для исправления искажений изображения, вызванных рельефом, точки снимка a и b необходимо сместить в положение a_0 и b_0 в радиальных направлениях относительно точки надира n . Величины радиального смещения δ элементов изображения в точки a_0 и b_0 рассчитывают по формуле

$$\delta_a = rh / H = rh / fm, \quad (7.55)$$

где r – радиальное расстояние участка изображения от точки надира n на снимке.

Искажения фотоизображения, вызванные рельефом, устраняют компьютерной обработкой числовой модели стереопары снимков.

Стереопара аэрофотоснимков. Два соседние перекрывающиеся аэрофотоснимки образуют стереопару. Рассматривая стереоснимки двумя глазами, наблюдатель воспринимает объемное изображение земной поверхности и ее предметов. Линейные зависимости, формирующие модель стереоизображения, заложены в конструкцию фотограмметрических стереоскопических приборов и в компьютерные программы обработки стереоизображения для получения топографических планов местности.

В полете самолета расстояние B между центрами проекции $S_{\text{Л}}$ и $S_{\text{П}}$ (рис. 7.22) образует *базис фотографирования*. В центральной проекции изображения местности фиксируются на левом и правом снимках в масштабе $1 : m$. Снимки стереопары взаимно ориентируют на стереоприборе и тем создают стереоскопическую картину, подобную самой местности. Масштаб стереомодели $1 : m_{\text{М}}$ равен отношению базиса модели $b_{\text{М}}$ к базису фотографирования B , т. е.

$$1 : m_{\text{М}} = b_{\text{М}} : B. \quad (7.56)$$

Для правильного взаимного ориентирования и создания неискаженной стереомодели в заданном масштабе снимки необходимо трансформи-

ровать в этот масштаб и ориентировать относительно опорных геодезических пунктов, используя изображения опознаков.

Измерение на стереомодели превышений. В идеальном случае базис фотографирования B , а также плоскости левого и правого снимков стереопары будут горизонтальны (см. рис. 8.18). На снимках находят главные точки $o_{\text{л}}$ и $o_{\text{п}}$ и опознают их на соседних снимках. Оси абсциссов совмещают с направлением, проходящим через собственную главную точку и опознанную точку соседнего снимка.

Точка A предметной плоскости E (местности) изображена на левом снимке в точке $a_{\text{л}}$, на правом – в точке $a_{\text{п}}$, их абсциссы соответственно равны $+x_{\text{л}}$ и $-x_{\text{п}}$ (в масштабе стереомодели). Разность абсциссов изображения одной и той же точки на левом и правом снимках стереопары называется *продольным параллаксом* p

$$p = +x_{\text{л}} - x_{\text{п}} \quad (7.57)$$

Продольный параллакс точки A (см. рис. 7.22) равен

$$p_a = +x_{a_{\text{л}}} - x_{a_{\text{п}}} = x_{a_{\text{л}}} + |x_{a_{\text{п}}}|. \quad (7.58)$$

Аналогично определяются продольные параллаксы точек c и d , которые лежат в вертикальной плоскости $O_{\text{л}}S_{\text{л}}S_{\text{п}}O_{\text{п}}$

$$p_c = x_{c_{\text{л}}} - x_{c_{\text{п}}}; \quad p_d = x_{d_{\text{л}}} - x_{d_{\text{п}}} \quad (7.59)$$

Чтобы показать на правом снимке точки $c'_{\text{л}}$ и $\kappa'_{\text{л}}$, соответствующие точкам $c_{\text{л}}$ и $\kappa_{\text{л}}$ на левом снимке, проведем лучи $S_{\text{п}}c'_{\text{л}} \parallel S_{\text{л}}c_{\text{л}}$. Для подобных треугольников $S_{\text{л}}S_{\text{п}}C$ и $c_{\text{п}}c'_{\text{л}}S_{\text{п}}$ справедливо соотношение $B/H_C = p_c / f$, из которого находим зависимость между параметрами фотографирования и продольным параллаксом p_c

$$H_C = Bf / p_c. \quad (7.60)$$

Из формулы (7.60) получаем также величину базиса b фотографирования в масштабе снимков $1 : m$

$$p_c = B f / H_C = B / m = b. \quad (7.61)$$

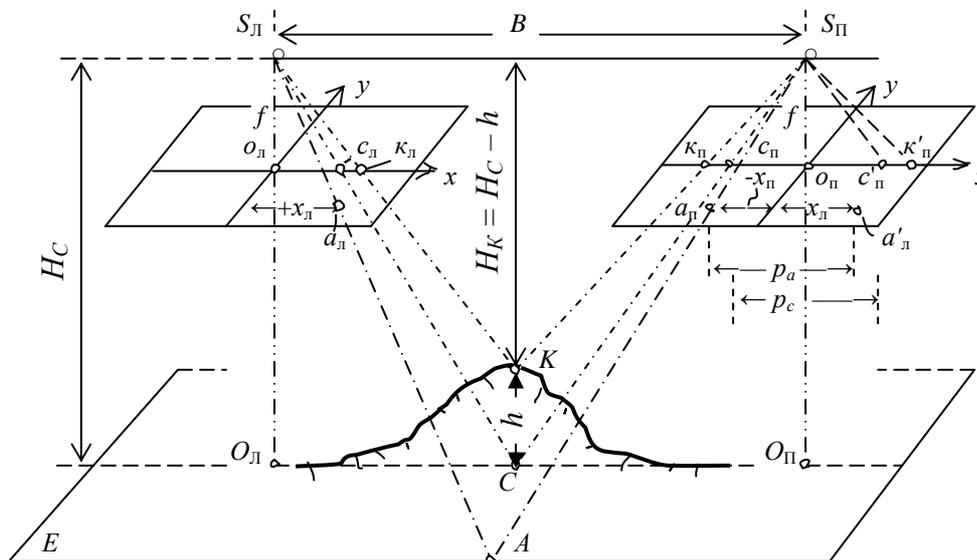


Рисунок 7.22 – Продольный параллакс одноименных точек на стереоскопических снимках

Для точки K местности высота фотографирования

$$H_K = H_C - h = B f / p_K. \quad (7.62)$$

Превышение h между точками K и C (см. рис. 7.22) равно разности высот фотографирования

$$h = H_K - H_C = B f / p_K - B f / p_C = [B f / p_C](p_K - p_C) = H_C \Delta p / p_C, \quad (7.63)$$

где $\Delta p = p_K - p_C$ – разность продольных параллаксов точек s и k , которую измеряют по снимкам стереопары.

Согласно формуле (7.61) $p_c = b$, поэтому

$$p_K = p_C + \Delta p = b_C + \Delta p,$$

и тогда формула (7.63) принимает вид

$$h = H_C \Delta p / (b_c + \Delta p). \quad (7.64)$$

Если превышения невелики и разность продольных параллаксов $\Delta p \leq 1-2$ мм, то значения h можно вычислять по приближенной формуле

$$h = H\Delta p / b = H\Delta p / p. \quad (7.65)$$

Чтобы оценить, с какой точностью необходимо измерять разности продольных параллаксов, воспользуемся формулой (7.65) и напишем $\Delta p = hp/H = hb/H$, а согласно формуле теории погрешностей (3.24) искомая погрешность $m_{\Delta p} = m_h b/H$. При $m_h = 0,1$ м; $b = 150$ мм и $H = 1000$ м находим $m_{\Delta p} \approx 0,015$ мм. С такой точностью разности продольных параллаксов измеряют по стереоснимкам с помощью специальных фотограмметрических приборов или вычисляют компьютерными методами.

Изображение рельефа горизонталями. Фотограмметрические приборы обеспечивают определение численных значений высотных координат необходимого количества точек на видимой поверхности стереоскопической модели местности и высоты объектов. Отметки точек определяются относительно отметок опознаков и других опорных точек. Горизонтالي для изображения рельефа можно проводить на снимке по стереоскопической модели в фотограмметрическом приборе вручную относительно подписей отметок земли. Компьютерные технологии обеспечивают автоматизацию составления топографических планов.

7.8. ПОНЯТИЕ О ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЯХ МЕСТНОСТИ

Топографические и маркшейдерско-геодезические планы, профили, другие чертежи местности и полезных ископаемых являются графическими отображениями наземной ситуации и рельефа, а также контуров подземных залежей. Математическое и цифровое описание таких объектов применяется в компьютерных системах сбора, регистрации и обработки данных о

местности и недрах и используется в технологиях системного автоматизированного решения многообразных маркшейдерско-геодезических задач в процессе инженерных изысканий, проектирования и эксплуатации горных предприятий, извлечения полезных ископаемых, восстановления нарушенных земель и др.

Цифровой моделью местности (ЦММ) называют совокупность точек местности с известными координатами x_i , y_i , H_i и различными кодовыми обозначениями, предназначенными для замены реальных геометрических форм, отображающих на планах земные объекты, другими геометрическими формами, которые соответствуют математическому языку ЭВМ. Например, кривые линии контуров и горизонталей заменяются ломаными, такие замены называются аппроксимациями, но в дальнейшем при переходе к изображению названных кривых на дисплее компьютера или в графической форме на плане восстанавливается их кривизна соответствующими компьютерными подпрограммами. ЦММ составляются для ситуации, рельефа, почвенно-грунтовых, гидрологических, геологических, метеорологических и других характеристик местности. При геометрическом описании полезных ископаемых составляются ЦМГН – цифровые модели геометризаций недр. Информационная емкость цифровых моделей объектов, как правило, значительно больше информационной емкости самого подробного плана или карты. Это значит, что на носителях информации для ЭВМ записывается значительно больше разнообразных данных, чем можно показать в графической форме на маркшейдерско-геодезическом чертеже. Математические выражения, в которые подставляются данные ЦММ для решения конкретных инженерных задач на компьютере, называются математическими моделями местности (МММ). На базе общей ЦММ разрабатываются несколько МММ различного назначения, например для составления профиля земной поверхности по оси трассы дороги, канала, профилей карьеров, геологических разрезов и др. Конкретные виды ЦММ используются при автоматизированном проектировании объектов линейно-

го вида, учете объемов извлечения полезных ископаемых и пустой породы и т.п. Автоматизированное проектирование инженерных сооружений ведется на уровне компьютерных систем автоматизированного проектирования (САПР) с получением откорректированной ЦММ и соответствующих крупномасштабных планов того же участка и объекта проектирования.

Эффективность перехода от графического моделирования местности и геологических образований (планы, профили, разрезы) к цифровому и математическому зависит от возможностей применяемой геодезической техники в автоматизации топографических съемок, специальных угломерных и нивелирных работ, возможностей записи результатов полевых измерений в карты памяти. К таким приборам относятся электронные тахеометры и автоматизированные нивелиры. Современные средства аэрофото съемки и сканирования земной поверхности с самолета в сочетании с наземным фотографированием представляют наиболее полные данные для получения ЦММ.

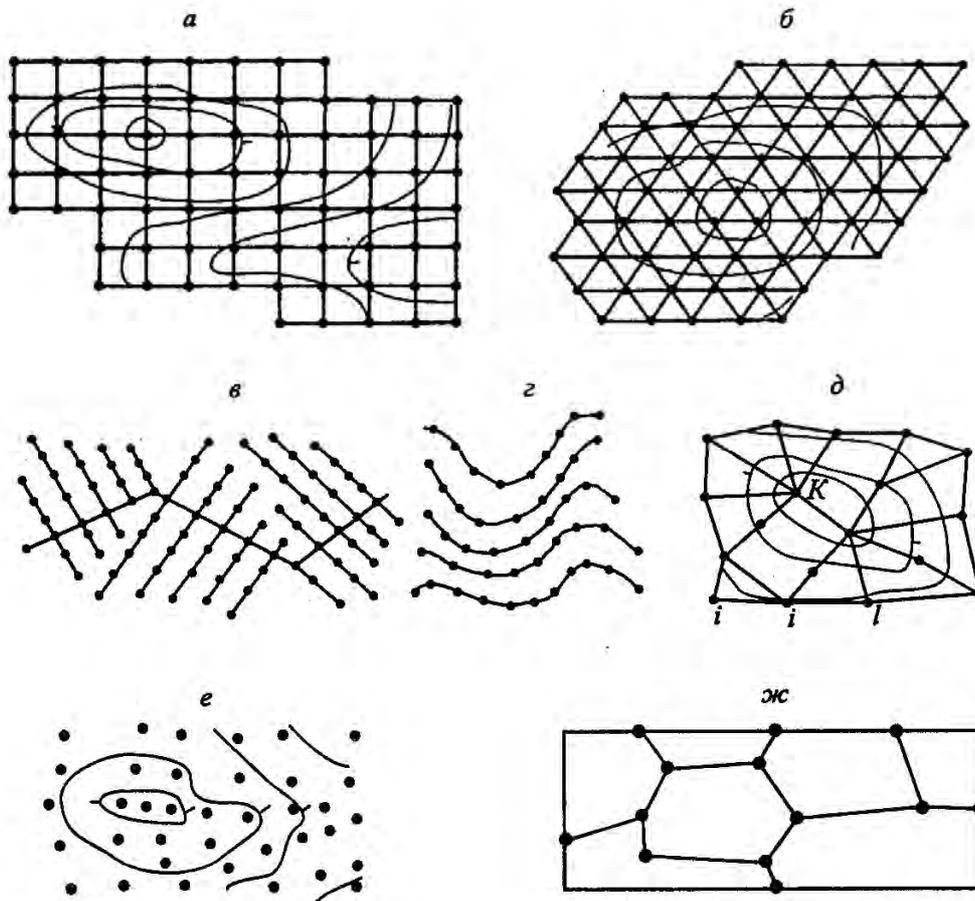
Виды цифровых моделей местности. Цифровые данные о местности записывают для точек, которые в проекции на горизонтальную плоскость расположены либо в вершинах правильных фигур, либо распределены иными способами. Применяемые виды ЦММ подразделяются на несколько групп.

Регулярными ЦММ называются такие, в которых точки модели совмещены с узловыми точками геометрически правильных сеток (треугольных, прямоугольных, шестиугольных), которые как бы накладывают на поверхность аппроксимации (рис. 7.23, а, б).

Нерегулярные ЦММ более разнообразны. К ним относятся система точек на магистралях и поперечниках (рис. 7.23, в). Данная конкретная модель получается в результате съемки местности соответствующим способом (см. рис. 7.23, б).

Иной вид нерегулярной ЦММ создается на основе крупномасштабных планов и карт, когда массив точек, определяемых координатами x_i, y_i , и

H_i , размещается на горизонталях через заданные интервалы (рис. 7.23, *з*). Данные регистрируются с помощью специального прибора – дигитайзера при перемещениях его визира вдоль горизонтали плана.



а, б – в вершинах прямоугольных и треугольных сеток; *в* – на поперечниках к магистральному ходу; *г* – на горизонталях, *д* – на структурных линиях, *е* – статистические; *ж* – на контурах

Рисунок 7.23 – Геометрические виды цифровых моделей местности

Структурные ЦММ могут строиться, например, по данным тахеометрической съемки (рис. 7.23, *д*). Структурные линии соединяют точки, между которыми определяется положение горизонталей.

Статистические ЦММ основаны на определении координат точек, случайно и достаточно равномерно выбранных на местности (рис. 7.23, *е*).

Контурные ЦММ относятся к простейшим (рис. 7.23, *ж*). В них определяются плановые координаты точек контуров местности, задающих положение прямых отрезков линейных объектов.

Методы получения данных для формирования ЦММ основаны на результатах наземных топографических съемок или обработки материалов аэрофото и сканерной съемок, а также измерений по крупномасштабным топографическим планам. Данные, полученные непосредственными измерениями на местности, являются наиболее точными (координаты точек теодолитных ходов, абрисы съемки ситуации, материалы тахеометрической съемки, нивелирования поверхности).

При использовании для построения ЦММ существующих топографических карт и планов и материалов аэрофотосъемки анализируют их точность и, если она недостаточна, то переходят к съемкам местности. Необходимое разрешение цифровой модели выбирается с учетом требуемой точности решаемых с ее помощью инженерных задач. В числе общих требований: погрешность планового положения контуров ситуации не должна выходить за пределы 1 мм в масштабе плана; погрешности высот при моделировании рельефа не должны выходить за пределы $1/4$ высоты сечения рельефа для равнинной местности и $1/2$ высоты сечения в пересеченной.

В равнинной местности среднее расстояние между точками исходного массива (см. рис. 7.23, *а, б, в, г*) принимается равным 20–30 м, в пересеченной – 10–15 м.

Инженерные задачи, решаемые с использованием цифровых и математических моделей местности. В САПР ряда объектов строительства с применением ЦММ и МММ получены методы решения многих инженерных задач, среди них:

- выбор оптимального положения на местности автомобильных дорог, каналов;
- получение продольного профиля и поперечных профилей сооружений линейного вида (дорог, каналов, трубопроводов и др.);
- получение геологических разрезов по заданным маршрутам;
- проектирование преобразованного рельефа на площадках застройки или отвалов вскрышных пород и определение в них объемов земляных масс.

Разрабатываются решения многих других задач, например по оптимизации процессов проектирования искусственного рельефа с учетом требований по минимизации нарушений естественной природной среды.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каково содержание топографического плана, полученного в результате теодолитной съемки? **2.** Расскажите о содержании подготовительных, полевых и камеральных работ при теодолитной съемке. **3.** Раскройте содержание способов съемки ситуации при теодолитной съемке. **4.** Какими способами наносят на план координатную сетку и как ее оцифровывают? **5.** Как наносят на план пункты съемочного обоснования по их координатам и контролируют точность нанесения? **6.** Сформулируйте сущность выполнения тахеометрической съемки и раскройте содержание полученного топографического плана. **7.** Как создается планово-высотное обоснование для крупномасштабной тахеометрической съемки? **8.** Каково содержание работы на станции при тахеометрической съемке при помощи теодолита и по каким формулам вычисляют превышения и отметки съемочных пикетов? **9.** Для чего и как на каждой станции ориентируют горизонтальный угломерный круг теодолита (тахеометра) и периодически проверяют его ориентировку? **10.** Каковы особенности тахеометрической съемки при помощи электронного тахеометра? **11.** По каким данным тахеометрической съемки теодолитом на план наносят ситуацию и горизонтали? **12.** В чем сущность автоматизации процесса тахеометрической съемки при помощи электронного тахеометра? **13.** Какими способами определяют площади земельных участков на местности и по плану и какова их точность? **14.** Можно ли обнаружить ошибку (и как это сделать) в результатах вычисления площади по координатам, если ошибочно записана какая-либо координата? **15.** Как поверить планиметр, определить и изменить цену его деления? **16.** Каково место космических и фототопографических съемок в картографировании и изучении природных ресурсов? Каково содержание фотограмметрии и фототопографии? Что входит в содержание аэрофотосъемки? **17.** Каковы преимущества цифровых аэрофотоаппаратов перед пленочными? Как рассчитываются маршруты аэрофотосъемки? Каковы должны быть продольное и поперечное перекрытие аэроснимков, масштаб фотографирования, базис фотографирования? **18.** Как преобразуют аэроснимки из центральной проекции в ортогональную, соответствующую топографическим чертежам? **19.** Какими методами осуществляют плановую и высотную привязку аэроснимков? **20.** Как по стереопарам аэроснимков определяют превышения между точками и наносят горизонтали? **21.** Какое применение на практике находят цифровые модели местности и геологических образований? Какие виды ЦММ применяются в геодезии и инженерных задачах? Назовите примеры таких задач.

Г Л А В А 8

НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

О МАРКШЕЙДЕРСКО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ

8.1. МАРКШЕЙДЕРСКИЕ СЪЕМКИ ПРИ ИЗЫСКАНИЯХ ПОВЕРХНОСТНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

В состав маркшейдерско-геодезических изысканий поверхностного полезного ископаемого (например, торфяного массива) входят маркшейдерско-геодезическая съемка дневной поверхности и планово-высотная привязка разведочных (инженерно-геологических) скважин по определению толщи и глубины залежи. По данным изысканий вычисляют объем залежи ископаемого.

На больших площадях залежей в качестве плановой основы для изысканий целесообразно использовать масштабированные аэрофотоснимки и фотопланы местности, а в качестве обзорных фотоматериалов – космические плановые снимки высокого разрешения. При небольших в плане размерах залежей на площади объекта создается съемочное обоснование и выполняется наземная топографическая (маркшейдерско-геодезическая) съемка поверхности месторождения.

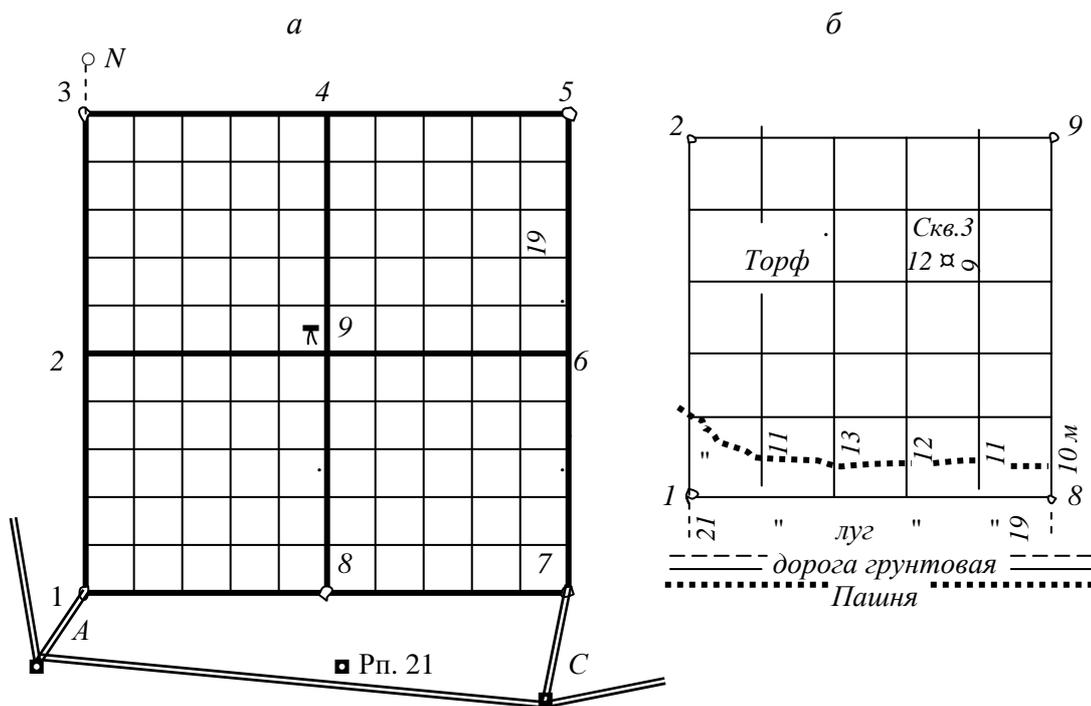
К рациональным наземным способам топографической маркшейдерской съемки небольших по площади залежей относятся способы нивелирования поверхности геометрическим или тригонометрическим нивелированием. Глубину залежи определяют бурением разведочных скважин, отметку устья скважины определяют нивелированием. В зависимости от метода определения планового положения точек поверхности, высоту которых находят методом геометрического нивелирования, применяют способы съемки, которые получили названия: *нивелирование по квадратам*, *нивелирование по параллельным линиям*, *нивелирование по магистралям*. По результатам съемки составляют планы месторождения на бумажном носителе

в масштабе 1 : 500; 1 : 1000; 1 : 2000; или 1 : 5000 а также же в цифровой форме; вычисляют объем ископаемого.

Планово-высотное съёмочное обоснование на участке залежи может создаваться теодолитными ходами или более эффективными методами с помощью электронных тахеометров. Высотные координаты пунктов съёмочного обоснования определяют нивелированием IV класса и техническим или же с помощью электронных тахеометров соответствующей точности.

Нивелирование по квадратам применяют на открытой от зарослей и достаточно ровной местности. Проект сетки квадратов составляют на плане более мелкого масштаба. Сетка состоит из основных квадратов размером 100×100 м. Для повышения точности определения объема залежи при выраженных неровностях основания сетку квадратов сгущают: например стороны заполняющих квадратов принимают 20×20 м при съёмках масштаба 1 : 500 и 1 : 1000; со сторонами 40×40 м или 50×50 – при съёмках масштаба 1 : 2000 и 1 : 5000. Проектируют также местоположение разведочных скважин по определению толщины слоя залежи.

Разработанный проект сетки переносят на местность несколько приближенно относительно контуров местности, отображенных на плане-проекте сетки. Сначала определяют положение наиболее длинной стороны 1-3 общего контура сетки, закрепляют кольшком его начальную точку 1 (рис. 8.1, а) и обозначают вехой *N* направление стороны 1-3. Над точкой 1 ставят теодолит и зрительной трубой в створе 1–*N* следят за положением кольшков, которыми через каждые 100 м закрепляют вершины 2 и 3 основных квадратов. Расстояния измеряют лентой или светодальномером (лазерной рулеткой). В угловой точке 3 общего контура прямой угол строят теодолитом при двух положениях вертикального круга способом “от нуля”. Продолжая разбивку, закрепляют точки основных квадратов (4, 5), строят прямой угол в точке 5 и т. д.



a – общая схема сетки; *б* – абрис съемки ситуации
 (Скв. 3 – скважина и ее плановая привязка к сетке квадратов)
Рисунок 8.1 – Сетка квадратов со сторонами 20×20 м

В точке 7 производят контрольный вынос точки *I*: по прямым углом к стороне 7–5 измеряют расстояние 7–*I*, равное проектному, и обозначают контрольную точку *I'*. Линейная величина несовпадения точек *I'* и *I* представляет абсолютную невязку ΔL выполненных построений, ее допустимая величина принимается как $1 / 2000$ от длины *L* общего контура, т.е. $\Delta L_{\text{доп}} = \Delta L / 2000$.

Для точной плановой привязки сетки через вершины основных квадратов прокладывают теодолитный ход *A*-3-5-7-*C*, опирающийся на ближайшие пункты геодезической сети (см. рис. 8.1, *a*).

Нивелированием IV класса и техническим определяют отметки вершин основных квадратов по общему контуру относительно двух-трех ближайших реперов высотной геодезической сети.

Сетка заполняющих квадратов обозначается внутри основных квадратов деревянными сторожками. Их можно вынести в натуру с помощью

теодолита и ленты или же при помощи 100-метрового троса, размеченного через 20 м.

Контур месторождения и контуры местности снимают линейными измерениями относительно вершин сетки квадратов, обозначенных сторожками. Пример абриса дан на рис. 8.1, б.

При вертикальной съемке длину визирного луча нивелира допускают до 150 м, что позволяет на ровной открытой местности с одной станции нивелировать на площади до 4 га. Для этого нивелир ставят, например, вблизи вершины 9, общей для четырех основных квадратов (см. рис. 8.1, а), определяют горизонт прибора не менее чем по двум вершинам основных квадратов, через которые проложен нивелирный ход. Нивелируют устья всех пройденных разведочных скважин.

На суходольном участке, отведенном под строительство производственных зданий, при значительных уклонах земной поверхности ее вертикальную съемку выполняют с нескольких установок нивелира, при этом в журнале-схеме нивелирования (рис. 8.2) проводят соответствующую граничную линию *AB*.

В примере рис. 8.2 на станции 1 сначала нивелировались точки 21 и 22 с известными отметками, соответствующие отсчеты по черной стороне рейки $a_2 = 2248 \text{ мм} = 2,248 \text{ м}$ и $a_6 = 1042 \text{ мм} = 1,042 \text{ м}$ записаны в журнале-схеме. Вычислены значения горизонта прибора: $\text{ГП}'_1 = H_2 + a_2 = 79,990 + 2,248 = 82,238$; $\text{ГП}''_1 = H_6 + a_6 = 81,203 + 1,042 = 82,245$; среднее $\text{ГП}_1 = 82,242 \approx 82,24 \text{ м}$ (расхождение величин $\text{ГП}'_1$ и $\text{ГП}''_1$ допускается до 0,010 м). Затем в процессе вертикальной съемки в журнал-схему записывались отсчеты по черной стороне рейки, поставленной на землю поочередно у каждой вершины квадратов. Отсчеты целесообразно выражать в метрах с округлением до 0,01 м. Граница нивелирования *AB* определяется в процессе работы. На второй станции действовали так же, как на первой.

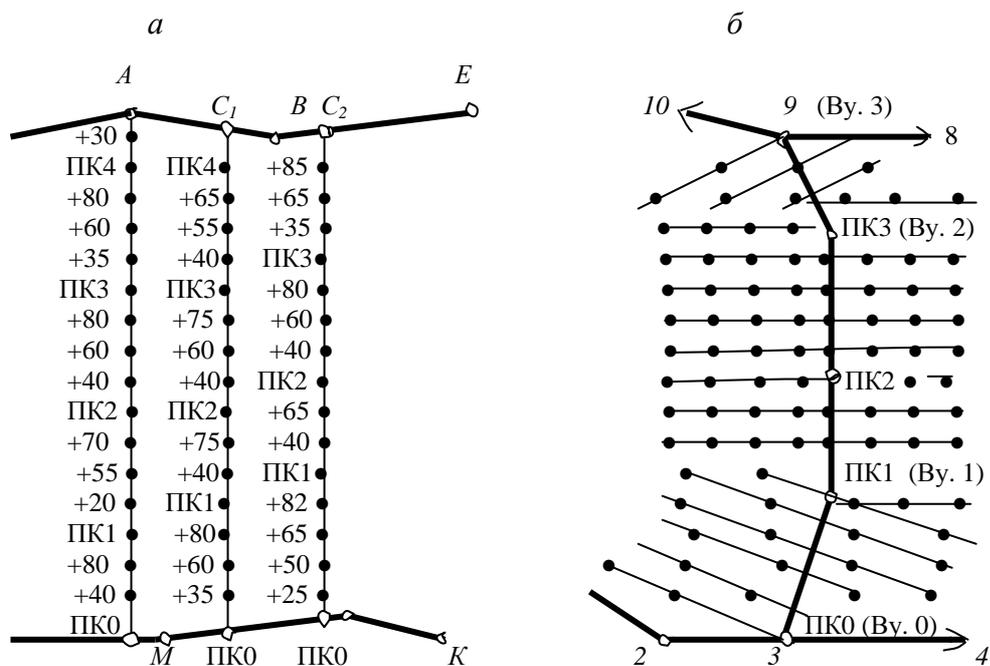
	2,248	2,06	1,79	1,52	1,08	1,02
21	79,90 ГП ₁ = 82,238	80,18 82,238	80,45	80,72	81,16 ГП ₁ " = 82,245	81,203 82,245
	1,87	1,74	1,51	1,28	0,75	0,22
	80,37	80,50	80,75	80,96	81,9	82,02
	1,48	1,36	1,14	0,69	0,35	1,92
	80,76	80,88 ГП ₁ = 82,242	81,10 см. 1	81,55	81,89	82,50
	0,97	0,86	0,67	0,30	1,97	1,43
	81,27	81,38	81,57	81,94	82,45	82,99
	0,32	0,24	2,20	1,81	1,30	0,90
A	84,82	82,00	82,22 см. 2	82,61	83,12	83,52
	ГП ₂ = 84,414	ГП ₂ = 84,417	ГП ₂ = 84,417	ГП ₂ = 84,420	ГП ₂ = 84,420	ГП ₂ = 84,420
20	1,950	1,70	1,42	1,10	0,68	1,340
	82,464	82,74	83,00	83,32	83,74	84,266
						23

Рисунок 8.2 – Журнал-схема нивелирования по квадратам неровной поверхности

Вычисление отметок. Отметки поверхности земли вычисляют по правилу: «горизонт прибора (постоянное число для данной станции) минус отсчет по рейке в данной точке». Значения отметок записывают в журнале-схеме при соответствующей вершине квадратов с округлением до 0,01 м (см. рис. 8.2). Отметку дна приповерхностной залежи ископаемого вычисляют по формуле; «отметка устья скважины минус толщина слоя залежи» и записывают с округлением до 0,1 м.

Нивелирование по прямым параллельным профильным линиям применяют на местности, местами покрытой растительностью, препятствующей развитию сетки квадратов. Для этого по контуру участка прокладывают теодолитно-нивелирный ход, опирающийся на исходные геодезические пункты и реперы. На сторонах хода закрепляют створные точки, являющиеся опорными для прямых профильных линий, пересекающих участок (рис. 8.3, а). Профильные линии назначают через 20 при съемках масштаба 1 : 500 и 1 : 1000 и через 40–50 м при съемке масштаба 1 : 2000.

На профильных линиях разбивают пикетаж, сотенные пикеты обозначают кольями, плюсовые точки – сторожками через каждые 20 или 40 м (соответственно масштабу съемки). Пикетажные надписи делают на сторожках. Одновременно выполняют съемку контуров местности в основном перпендикулярами и составляют соответствующие абрисы. На абрисах показывают место разведочных скважин.



a – по параллельным профильным линиям; *б* – по магистралям и поперечникам

Рисунок 8.3 – Плановые основы нивелирования поверхности

Вдоль каждой линии прокладывают нивелирный ход технической точности, который опирается на пункты с известными отметками. С каждой станции нивелируют связующие и промежуточные точки на нескольких соседних профильных линиях, а также устья разведочных скважин. Между последовательными станциями нивелирования выбирают по две связующие точки. Отсчеты берут по черной стороне рейки и записывают в журнал нивелирования или в журнал-схему. Вычислительная обработка материалов нивелирования профильных линий практически не отличается обработки, рассмотренной в § 7.2.

Нивелирование по магистралям применяется при съемке заболоченной местности, частично покрытой растительностью, перекрывающей

прямую видимость через весь участок между опорными пунктами основного теодолитного хода, проложенного вдоль контура участка (рис. 8.3, б). Для съемки через участок прокладывают магистрали – теодолитные ходы, опирающиеся на пункты основного теодолитно-нивелирного хода. На сторонах магистрали разбивают пикетаж через 20 или 40–50 м в соответствии с масштабом съемки (см. нивелирование по профильным линиям). Сотенные пикеты закрепляют устойчивыми кольями, плюсовые точки обозначают сторожками с надписями их пикетного положения. На пикетах и плюсовых точках строят поперечники длиной до 100–120 м в обе стороны от магистрали, как правило, под углом 90° к соответствующей ее стороне. На поперечниках сторожками через 40 или 40 м обозначают точки высотной съемки. Съемку ситуации выполняют относительно магистралей и поперечников.

Обозначенные точки поверхности вдоль магистрали нивелируют ходом технического нивелирования с двумя связующими точками между станциями. Расстояние до промежуточных нивелируемых точек принимается до 150 м. Записи отсчетов по рейкам выполняются так же, как при нивелировании по параллельным линиям. Вычислительная обработка материалов нивелирования по магистралям и поперечникам рассмотрена в § 7.2.

Составление плана. После вычисления координат привязочного теодолитного хода его точки наносят на план. Относительно нанесенных опорных точек на план наносят сетку квадратов, параллельные линии, магистрали и поперечники и точки, лежащие на них; наносят точки, снятые полярным способом. По данным абрисов наносят ситуацию. Из журналов нивелирования выписывают отметки точек, положение которых на плане определено (вершины квадратов, пикетные и плюсовые точки, устья и дно залежи у скважин). Проводят горизонтали для поверхности и несколько приближенно для дна залежи; один из способов их проведения рассмотрен в § 7.5.

Определение объема залежей. Объем месторождения вычисляют при помощи компьютера по типовым программам с использованием цифровых данных о площади и высоте слоя залежи или же одним из следующих графо-аналитических способов.

Способ горизонтальных сечений. По материалам нивелирования залежи и глубинам разведочных скважин (отметок ее поверхности и основания) составляют план днища залежи в горизонталях (рис. 8.4, в). С помощью планиметра определяют площади P_1, P_2, P_3, P_4 горизонтальных сечений, ограниченных на плане горизонталями a, b, c, d (см. рис. 8.4, в). В соответствии с профилем рис. 8.4, а объемы тел высотой h_1, h_2, h_3 , заключенных между соседними горизонтальными сечениями, вычисляют по формуле усеченной пирамиды, например объем V_1 тела высотой h_1 между сечениями A и B равен

$$V_1 = (P_1 + P_2 + \sqrt{P_1 P_2}) h_1 / 3. \quad (8.1)$$

Если площади соседних горизонтальных сечений различаются менее чем вдвое, то формулы вида (8.1) заменяют более простой:

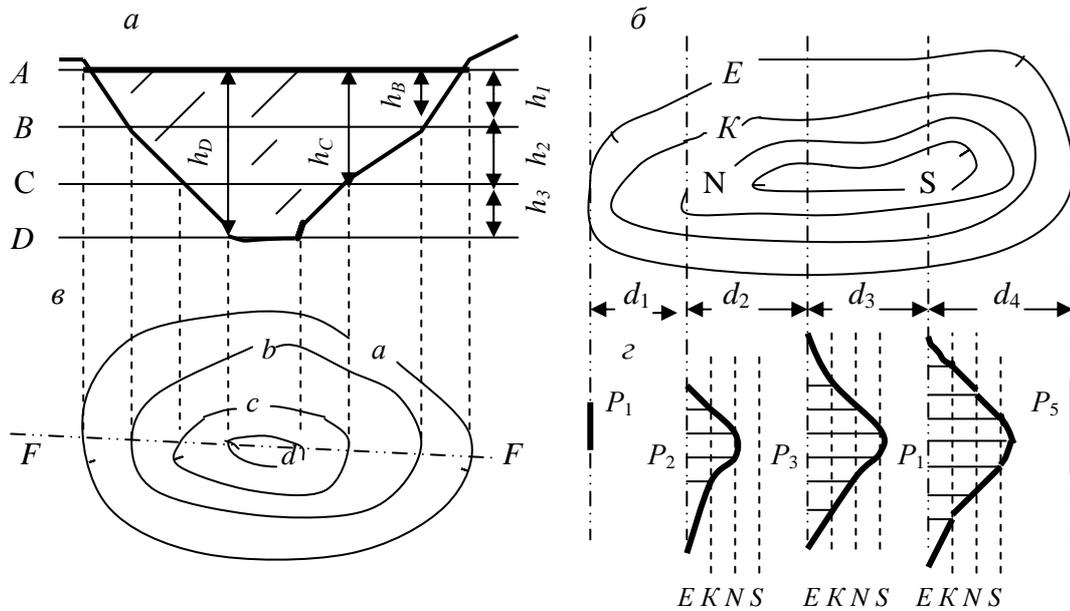
$$V_i = (P_i + P_{i+1}) h_i / 2. \quad (8.2)$$

Искомый объем залежи равен сумме объемов тел, заключенных между горизонтальными сечениями

$$W = \sum_1^n V_i. \quad (8.3)$$

Способ вертикальных параллельных сечений. Вертикальные разрезы залежи (рис. 8.4, з) составляют на основе результатов нивелирования поверхности и разведочных скважин по параллельным профильным линиям или же на основе плана (рис. 8.4, б), составленного при съемке залежи методом нивелирования по квадратам, по магистралям или тахеометрическим.

Вертикальный масштаб разрезов принимают в 20, 50 или 100 раз крупнее горизонтального. Определяют соответствующую цену деления планиметра и находят площади P_i каждого профиля. По плану измеряют расстояния d_i между сечениями, а объемы тел, ограниченных соседними сечениями, вычисляют по формуле (8.1) или (8.2), в которые взамен h_i подставляют значения d_i .



a - профиль по сечению *FF*; *б*, *в* - планы дна залежи в горизонталях;
з - профили к плану *б*

Рисунок 8.4 – Графо-аналитическое определение объема торфяной залежи

Погрешность искомого объема может достигать 3 – 7% и больше в зависимости от неточностей определения подземных контуров залежи.

8.2. ВЕРТИКАЛЬНАЯ ПЛАНИРОВКА НАРУШЕННЫХ ЗЕМЕЛЬ

В процессе извлечения жидкого или газообразного полезного ископаемого земная поверхность постепенно оседает. При заполнении отработанных подземных выработок твердого ископаемого горными породами осадка земной поверхности происходит кратковременно и неравномерно. Дневная поверхность становится бугорчатой и зачастую непригодной для многих видов хозяйственного использования. Возникает необходимость в

вертикальной планировке нарушенной земной поверхности с целью придания ей уклонов, обеспечивающих упорядоченный сток дождевых и талых вод и устранение очагов заболачивания, создание благоприятной экологической обстановки. *Вертикальная планировка* – это комплекс маркшейдерско-геодезических и земляных работ по преобразованию нарушенного рельефа земной поверхности над завершёнными горными выработками в искусственный рельеф, пригодный для хозяйственного использования или отвечающий требованиям восстановления благоприятной природной среды. Задачи вертикальной планировки решаются при помощи ЭВМ по соответствующим компьютерным программам. В настоящем параграфе рассматривается геометрическая сущность вертикальной планировки и выполняемых расчетов.

Для составления проекта вертикальной планировки служит специальный топографический план (топографическая основа) нарушенного участка в масштабе 1 : 200; 1 : 500; 1 : 1000 или же 1 : 2000. Топографическая основа для вертикальной планировки составляется по материалам тахеометрической съемки или крупномасштабной аэрофотосъемки. При незначительных по размерам в плане неровностях нарушенного рельефа на топографическую основу масштаба 1 : 500 наносят сетку квадратов со стороной 5 или 10 м (в масштабе плана). При более крупных в плане неровностях рельефа на топографическую основу наносят квадраты со стороной 20 м. Применяют также сетку квадратов со стороной 40 и 50 м (в масштабе чертежа), нанесенную на топографическую основу масштаба 1 : 1000 или 1 : 2000. В случае малой бугристости нарушенного рельефа (до 1,5 – 2 м по высоте) применяют также вертикальную съемку открытого от зарослей участка методом нивелирования по квадратам (см. § 8.1).

Отметки земли при вершинах квадратов на топографической основе определяют относительно горизонталей или по отметкам, найденных при нивелировании участка по квадратам.

Проектные отметки вершин квадратов определяют исходя из, например, условия, что поверхность земли на некотором участке после вертикальной планировки будет горизонтальной или на всей площади после рекультивации должен обеспечиваться естественный водоотвод. Следовательно, проектную поверхность рельефа следует рассчитать с определенным уклоном, а для заполнения понижений рельефа предусматривать использование пригодных горных пород из отвалов или же доставку грунтов из специального карьера.

Рассмотрим три типичные задачи вертикальной планировки.

Задача 1. Наклонная плоская поверхность искусственного рельефа по высоте должна устранить понижение нарушенной земной поверхности и обеспечить поверхностный сток дождевых и талых вод. Решение задачи связано с определением объема грунтовых масс, необходимых для заполнения возникшего понижения земли.

В примере рис. 8.5 отметки нарушенной земной поверхности (отметки земли) записаны ниже и правее вершин квадратов со стороной $l = 20$ м, они получены методом нивелирования по квадратам. Для проектной наклонной плоскости $ABCD$ в увязке с окружающим ненарушенным рельефом по плану определены начальные проектные отметки $H_{пА} = 82,50$; $H_{пС} = 81,30$ и $H_{пD} = 80,10$ м точек A , C и D .

Уклоны проектной плоскости равны:

$$\text{вдоль оси } x \text{ уклон } i_x = (H_{пС} - H_{пА}) / 2l = -0,03;$$

$$\text{вдоль оси } y \text{ уклон } i_y = (H_{пС} - H_{пD}) / 3l = -0,02;$$

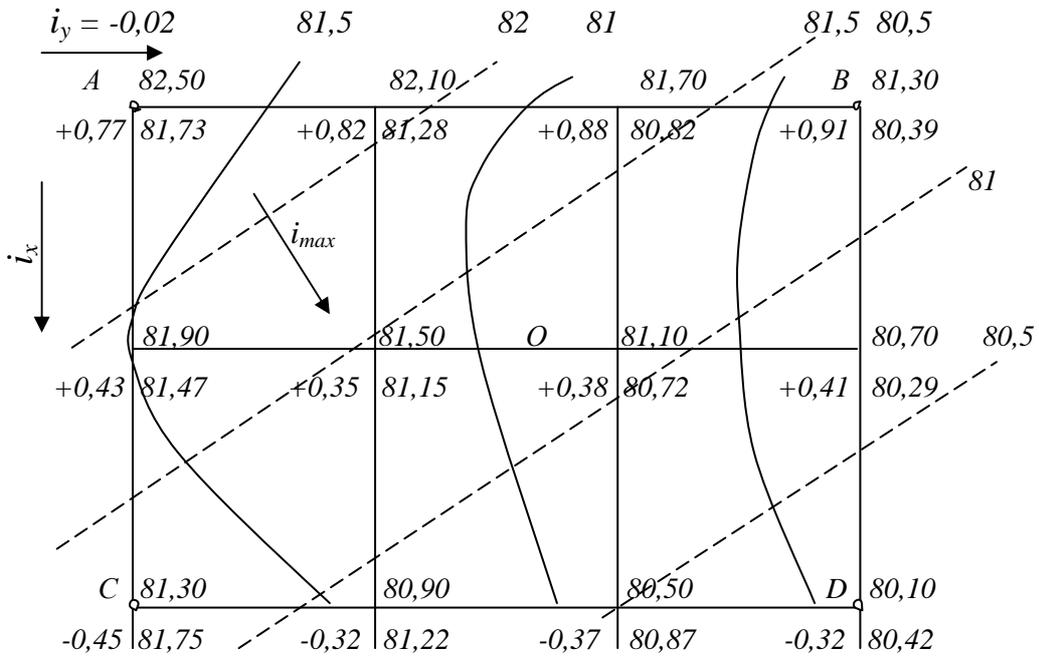
$$\text{полный уклон } i_{max} = \sqrt{i_x^2 + i_y^2} = 0,036.$$

Проектные отметки вершин квадратов можно последовательно вычислить относительно отметки $H_{пА}$ по линии AB :

$$H_{пj+1} = H_{пj} + i_y l, \quad (l = 1, 2, \dots, n), \quad (8.4)$$

а затем по перпендикулярным направлениям по этой же формуле, но при уклоне i_x . Контроль отметок производится их вычислением по линии CD . В

нашем примере соответствующие проектные превышения между вершинами квадратов со стороной $l = 20$ м равны: 1) в направлениях, параллельных оси y : $h_y = i_y l = -0,40$ м; 2) в направлениях, параллельных оси x : $h_x = -0,60$ м. Проектные отметки вершин квадратов, рассчитанные по формуле (8.4), указаны на рис. 9.5 выше и правее каждой вершины.



сплошные линии – горизонтали; штриховые – проектные горизонтали

Рисунок 8.5 – Проектирование наклонной плоской поверхности

Рабочие отметки. Высоты насыпи и глубины выемки в вершинах квадратов вычисляют по известной формуле

$$h_{\text{раб}} = h_j = H_{\text{п}} - H_{\text{зем}}, \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (8.5)$$

где $H_{\text{п}}$ – отметка проектная, м; $H_{\text{зем}}$ – отметка земли, м.

Величины $h_{\text{раб}}$ записывают на плане высот и рабочих отметок проектной горизонтальной поверхности (см. рис. 8.5).

План земляных масс показан на рис. 8.6. При каждой вершине сетки квадратов записывают отметки земли, проектную и рабочую. На плане находят **положение линии нулевых работ** относительно вершин квадра-

тов, для этого вычисляют расстояния l_1 и l_2 (см. рис. 8.6) по формулам (8.6), например, для квадрата 4:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= l |h_1| / (|h_1| + |h_2|) = 20 \cdot 0,45 / (0,45 + 0,43) = 10,22 \text{ м;} \\ l_2 &= l |h_2| / (|h_1| + |h_2|) = 20 \cdot 0,43 / (0,45 + 0,43) = 9,78 \text{ м} \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

Значения l_1 и l_2 записаны в графы 2 и 3 таблицы 8.1, а в графе 4 указаны среднее арифметическое l_{cp} из l_1 и l_2 .

На картограмме рис. 8.6 по расстояниям l_1 и l_2 для каждого из квадратов 4, 5 и 6 квадрата найдены точки нулевых работ, через которые проведена прерывистая линия нулевых работ.

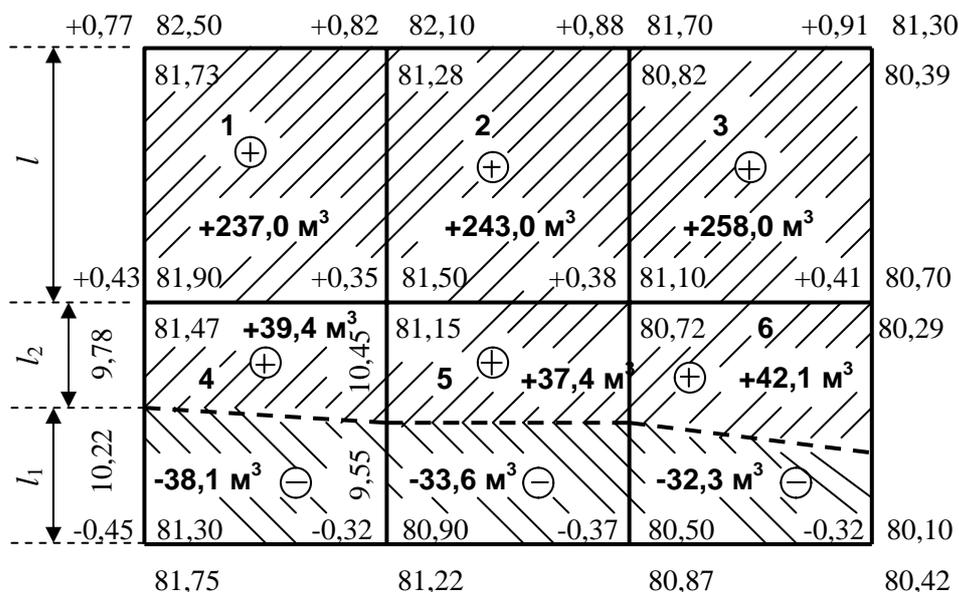


Рисунок 8.6 – План (картограмма) земляных масс

Объемы земляных масс. В пределах квадрата с рабочими отметками h_j одного знака объем земляных масс $V_{кв}$ приближенно равен объему призмы с квадратным основанием размером $l \times l \text{ м}^2$:

$$V_{кв} = l^2 (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) / 4. \quad (8.7)$$

По формуле (8.7) рассчитаны и в ведомости табл. 8.1 записаны объемы земляных масс по насыпи для квадратов 1, 2 и 3.

Таблица 8.1 – Ведомость расчета объемов земляных масс

№ квадрата	Длина стороны, м			Площадь P , м ²	Рабочие отметки, м					Объем, м ³	
	Лев $L_{Л}$	Прав $l_{П}$	$l_{ср}$		H_1	h_2	h_3	h_4	$h_{ср}$	Насыпи	Выемки
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1(+)			20,0	400	+0,43	+0,77	+0,35	+0,82	+0,59	237,0	–
<u>2(+)</u>			20,0	400	+0,35	+0,82	+0,38	+0,88	+0,61	243,0	–
...
4(+)	9,8	10,4	10,1	202	0,00	+0,43	0,00	+0,35	+0,195	39,4	–
4(–)	10,2	9,55	9,87	198	-0,45	0,00	-0,32	0,00	-0,192	–	38,1
...
6(–)	32,3

Суммарные объемы: насыпи $\Sigma V_{н} = +856,9 \text{ м}^3$

выемки $\Sigma V_{в} = -104,0 \text{ м}^3$

Требуемый объем доставки грунта из карьера $\Sigma V_{к} = \Sigma V_{н} - \Sigma V_{в} = +752,9 \text{ м}^3$

Вероятная погрешность объемов $\Delta \Sigma V_{н} + \Sigma V_{в}$ 3%- 5% или 26 – 43 м³

В переходных квадратах, через которые проходит линия нулевых работ, основание призмы может быть трапецией, треугольником или более сложной фигурой. В случае основания в форме трапеции, например в квадрате 4 (рис. 8.6), площадь трапеции на участке насыпи 4(+)^{равна} (см. табл. 9.1) $P_{\text{трап}} = l l_{ср} = 20 \cdot 10,1 = 202 \text{ м}^2$. Здесь объем земляных масс вычислен по формуле $V = l l_{ср} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) / 4 = 202(0 + 0,43 + 0 + 0,35 = + 39,4 \text{ м}^3$.

На участке выемки 4(–) ее объем вычислен аналогично (см. табл. 8.1) и равен – 38,1 м³.

Задача 2. Плоскую горизонтальную поверхность требуется запроектировать с соблюдением баланса земляных масс. Условие баланса подразумевает, что грунты из зоны выемки подлежат перемещению в зону насыпи в пределах площади вертикальной планировки. Проектную высоту

$H_{\text{п}}$ горизонтальной поверхности с условием баланса земляных масс рассчитывают по формуле

$$H_{\text{п}} = (\Sigma H_1 + 2\Sigma H_2 + 3\Sigma H_3 + 4\Sigma H_4)/4n, \quad (8.8)$$

где ΣH_1 – сумма отметок земли у вершин, входящих в один квадрат; ΣH_2 , ΣH_3 , ΣH_4 – суммы отметок земли у вершин, общих соответственно для двух, трех и четырех квадратов; n – число квадратов.

Если поверхность земли ровная, то влияние рельефа на точность соблюдения баланса земляных масс может считаться незначительным, и тогда проектная отметка горизонтальной поверхности находится по формуле среднего арифметического

$$H_{\text{п}} = (\Sigma H_n) / n, \quad (8.9)$$

где n – количество отметок земли.

После вычисления значения $H_{\text{п}}$ составляют план земляных масс, у вершин квадратов которого записывают отметки земли, проектные и рабочие отметки. Составляют также ведомость расчетов земляных масс. Рассчитывают и наносят на план линию нулевых работ, определяют объемы земляных масс по выемки и насыпи и их баланс: несовпадение объемов допускается до 1%.

Задача 3. Плоскую наклонную поверхность следует запроектировать с соблюдением баланса земляных работ. Данная задача состоит в подборе такой высоты проектной поверхности, при которой равны объемы земляных масс по выемке и насыпи. Задача быстро решается с помощью ЭВМ по соответствующей программе.

Корректировка расчетных объемов земляных масс. На практике в балансе земляных масс учитывается также увеличение до 3–5% объема разрыхленного грунта, который из карьера или зоны выемки перемещен на участки насыпи и затем не претерпел певоначального уплотнения.

8.3. ЭЛЕМЕНТЫ РАЗБИВОЧНЫХ РАБОТ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ СООРУЖЕНИЙ И ПРОВЕДЕНИЕ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

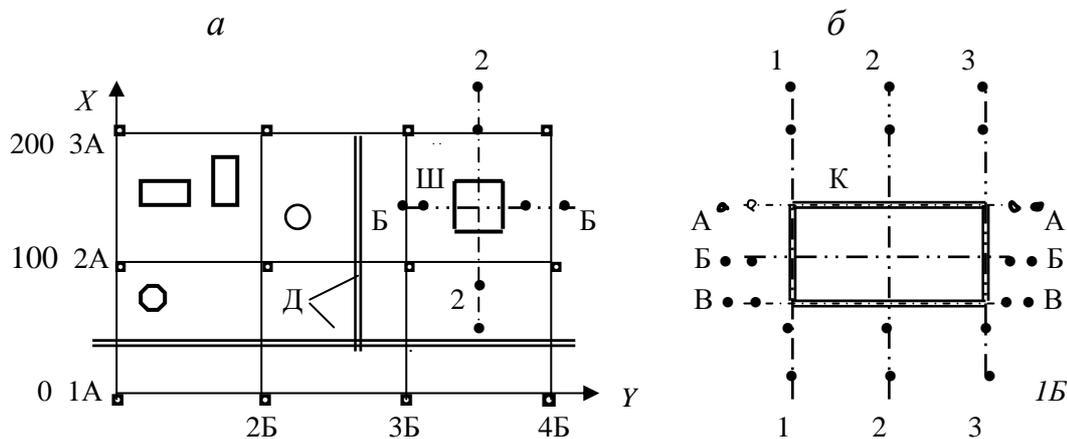
Общие сведения

До начала строительства горного предприятия на маркшейдерско-топографических планах и профилях составляется проект размещения его зданий, сооружений и подземных выработок в плане и по высоте. В процессе добычи полезных ископаемых проект горного предприятия дополняется новыми объектами. В период строительства сооружений горного предприятия и затем в процессе его развития выполняются маркшейдерско-геодезические работы по выносу в натуру в плане осей наземных зданий и сооружений, надшахтных комплексов, подземных выработок и др. Производят также вынос опорных точек объекта в проектное положение по высоте. Вынос проектных точек в натуру принято называть *разбивочными работами*.

Различают главные, основные и вспомогательные оси зданий и сооружений. *Главными* называют те оси, относительно которых здание или сооружение расположено симметрично, например, на рис. 8.7, *а, б* показаны главные оси Б-Б и 2-2 шахтного сооружения Ш и административного здания К. *Основные оси* (габаритные оси) А-А, В-В, 1-1 и 3-3 здания К определяют геометрию его внешнего контура. *Вспомогательные оси* (промежуточные, дополнительные) служат для детальных разбивочных работ.

Вынос в натуру в плане и по высоте опорных точек объектов согласно проекту выполняется относительно пунктов и реперов опорной маркшейдерско-геодезической сети полигонометрии и пунктов съемочного обоснования, которых были созданы для съемки маркшейдерско-топографических планов и профилей. На таких планах составляют проект размещения объектов горного предприятия на местности. Для выполнения разбивочных работ сеть планово-высотных пунктов на поверхности сгущается с таким расчетом, чтобы проектные точки, как правило, находились от опорных пунктов на расстоянии до 10–20 м, но не дальше 50–100 м. Сеть

планово-высотных опорных пунктов может создаваться в виде прямоугольной разбивочной сетки (см. рис. 8.7, а) со сторонами квадратов 50×50; 100×100 или 200×200 м. Стороны разбивочной сетки проектируют на плане параллельно главным осям объектов, к которым относятся главные оси производственных зданий, сооружений шахтных стволов.



a – разбивочная сетка; *б* – оси здания; (Б-Б и 2-2 – главные оси шахтного сооружения Ш и административного здания К; А-А, В-В, 1-1 и 3-3 – основные оси административного здания; •• – створные знаки закрепления осей; К; Д – внутренние дороги)

Рисунок 8.7 – Разбивочная сетка и оси сооружений

Вершины разбивочной сетки, например, 1Б и 4Б, выносят в натуру от ближайших пунктов полигонометрии или съёмочного обоснования. От точек 1Б и 4Б измеряют стороны разбивочной сетки с относительной погрешностью $1/T = 1 : 3000 - 1 : 5000$; створ линий и прямые углы задают с погрешностью $\Delta\beta'' = \rho''(1/T) = 60 - 40''$ (см. § 5.4). Вершины разбивочной сетки закрепляют устойчивыми знаками. Отметки знаков определяют геометрическим нивелированием.

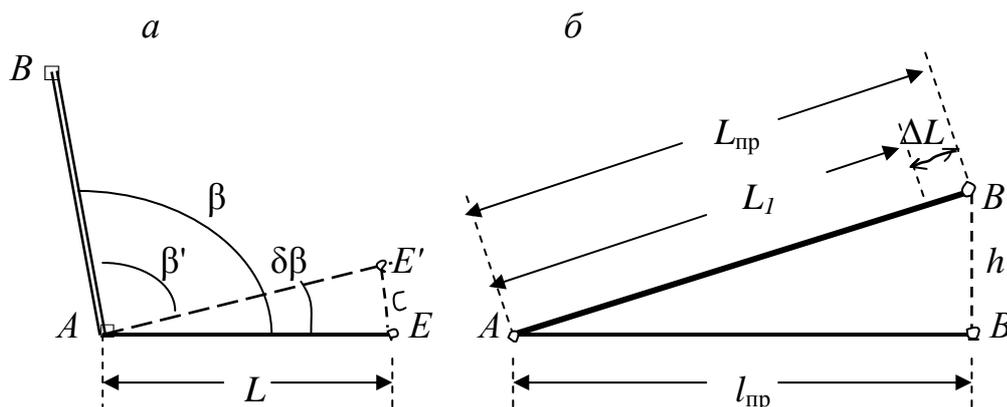
Точки, обозначающие оси сооружения (створные знаки), выносят относительно пунктов разбивочной сетки (см. рис. 8,7, а) или относительно ближайших пунктов полигонометрии или съёмочного обоснования, используя измерительные действия, именуемые элементами разбивочных работ.

В дальнейшем в подземных выработках разбивочные работы производят относительно пунктов подземной полигонометрии и подземных съемочных сетей.

Элементы разбивочных работ

Построение на местности проектного горизонтального угла

Случай 1. Допустимая погрешность построения угла $2m_\beta = 1'$. Теодолит Т30 ставят над вершиной A разбиваемого угла β (рис. 8.8, *a*), центрируют, горизонтируют, закрепляют горизонтальный круг и визируют зрительной трубой на точку B . Берут отсчет b по горизонтальному лимбу и вычисляют отсчет $e = b + \beta$. Верхнюю часть прибора устанавливают на отсчет e и вдоль визирной оси зрительной трубы ставят визирную цель E . Затем построение угла повторяют при втором положении вертикального круга, при этом допускается расхождение в положениях цели E до 2–3 см на каждые 100 м расстояния $AE = l$. Расстояние $EE' = c$ делят пополам и получают искомую точку E . При этом угловая погрешность выноса оценивается величиной $m_\beta \approx (0,5c/l)\rho''$. Если $c = 3$ см; $l = 100$ м, то $m_\beta = (0,5 \times 0,03/100)206265 \approx 30''$.



a – горизонтального угла; *б* – проектного расстояния

Рисунок 8.8 – Разбивки проектной величины

Случай 2. Проектный угол необходимо построить с повышенной точностью 15" или более высокой. В этом случае применяют точный или

высокоточный теодолит. Его центрируют по оптическому отвесу с точностью 1 мм. Сначала выполняют описанные выше действия, находят предварительное положение E' определяемой точки, затем несколькими приемами измеряют угол $BAE' = \beta'$ и вычисляют отклонение δ_β полученного угла от проектной величины. После этого измеряют расстояние $l = AE$ и вычисляют линейную поправку (редукцию) c для перемещения визирной цели в проектную точку $E_{пр}$:

$$c = l \operatorname{tg} \delta_\beta = l \delta_\beta / \rho'', \quad (8.10)$$

После определения места точки $E_{пр}$ для контроля измеряют угол $BAE_{пр}$, его значение не должно отличаться от проектного свыше допустимой величины $\Delta\beta_{доп}$.

Случай 3. Отсчетные устройство теодолитов типа Т30 – 4Т30П дают возможность построения горизонтальных углов со средней квадратической погрешностью $m_\beta = 5\text{--}6''$ (с предельной погрешностью $2m_\beta = 10\text{--}12''$), но при условии, что заданный угол не содержит дробных долей наименьшего деления шкалы отсчетного микроскопа (см. рис. 4.8), например углы $90^\circ 00'$; $90^\circ 10'$ и т.д. Построение угла с повышенной точностью реализуется за счет того, что отсчетный индекс или нулевой штрих шкалы отсчетного микроскопа достаточно точно совмещают со штрихом градусного деления (с малой погрешностью $m_c = 3\text{--}4''$).

Пример. Требуется построить на местности проектный горизонтальный угол $BAE = \beta = 90^\circ 00'$ с допустимой погрешностью $2m_\beta \approx 10''$. Теодолит Т30 (2Т30П, 4Т30П) центрируют над вершиной угла с точностью 1 мм при помощи зрительной трубы, установленной вертикально на отсчет по вертикальному кругу $270^\circ 00'$ или $90^\circ 00'$. Устанавливают верхнюю часть прибора на отсчет по горизонтальному кругу $0^\circ 00'$ и, не изменяя отсчет, наводят зрительную трубу на визирную цель B , закрепляют горизонтальный круг, устанавливают верхнюю часть прибора на отсчет по горизонтальному кругу $90^\circ 00'$ и на направлении визирного луча устанавливают

визирную цель E . Затем переводят зрительную трубу через зенит и при отсчете по горизонтальному кругу $180^\circ 00'$ визируют на цель B , устанавливают верхнюю часть прибора на отсчет $180^\circ 00'$, закрепляют горизонтальный круг, устанавливают верхнюю часть прибора на отсчет по горизонтальному кругу $180^\circ 00' + \beta$, визируют в направлении AE , отмечают второе положение цели E . Допустимое расхождение между двумя положениями цели E равно

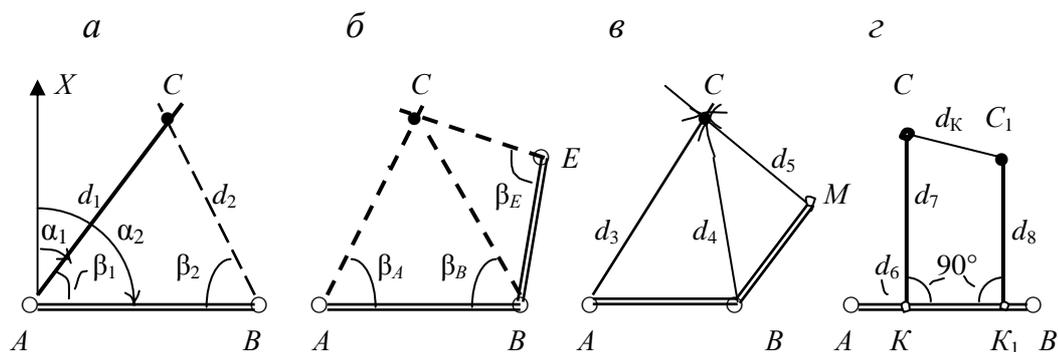
$$\delta_E \leq l \operatorname{tg} 10'' = l \times 10 / \rho''; \text{ при } l = 100 \text{ м } \delta_E \leq 5 \text{ мм.} \quad (8.11)$$

Построение проектного отрезка прямой линии. Проектная длина отрезка $AB = l_{\text{пр}}$ задается в горизонтальном проложении (рис. 8.8, б). Но в натуре измерения могут выполняться на наклонной поверхности. В этом случае вычисляется проектное наклонное расстояние $L_{\text{пр}} = \sqrt{l_{\text{пр}}^2 + h^2}$. При выносе в натуру точки B относительно точки A стальной или лазерной рулеткой измеряют наклонный отрезок $L_{\text{пр}} = L_1 + \Delta L$, где ΔL – суммарная поправка, включающая поправки $\delta L_{\text{к}}$ и $\delta L_{\text{т}}$ на компарирование ленты, температурную и провисание, которые в данной задаче учитываются с противоположным знаком тому, который указан для формул (5.3), (5.7) и (5.7, а) в § 5.1.

Перенесение точек в проектное положение в плане осуществляется несколькими способами (рис. 8.9) при помощи теодолита и средства для измерения линий или же электронного тахеометра. Применяемые приборы должны обеспечивать заданную точность выноса точек в натуру. Расчеты точности рассматриваемых разбивочных работ и выбор приборов изложены в § 5.4.

П о л я р н ы й с п о с о б (см. рис. 8.9, а). Известны координаты x_A, y_A, x_B, y_B вершин A и B теодолитного хода и проектные координаты x_C, y_C точки C . Для выноса в натуру (разбивки) точки C необходимо вычислить дирекционные углы α_1 и α_2 линий AC и BC , а так же расстояния $d_1 = AC$ и $d_2 = BC$ по формулам обратной геодезической задачи (см. в § 1.5, формулы

1.14; 1.15 и пример 2). Горизонтальный угол $\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$. Аналогично угол β_2 вычисляется как разность дирекционных углов линий BC и BA .



a – полярный; *б* – угловой засечки; *с* – линейной засечки;
г – перпендикуляров или прямоугольных координат
Рисунок 8.9 – Способы перенесения точек в натуру

Теодолит центрируют над пунктом A и относительно стороны AB строят проектный угол β_1 , вдоль направления AC , задаваемого визирным лучом, с помощью мерной ленты или лазерной рулетки разбивают проектный отрезок d_1 и выносят точку C_1 . Контрольный вынос производят относительно пункта B по углу β_2 и расстоянию d_2 и отмечают точку C_2 . При измерениях линий с относительной погрешностью $1/T = 1/2000$ и углов с погрешностью $30''$ допустимое несовпадение Δ_C точек C_1 и C_2 составляет $\Delta_C = d / T$.

С помощью электронного тахеометра рассмотренный вынос точки C выполняется с высокой точностью с минимальными тратами времени.

С п о с о б у г л о в о й з а с е ч к и (рис. 8.9, б). Искомая точка C находится в пересечении двух направлений, построенных теодолитом под углами β_A и β_B относительно стороны AB геодезической сети. Вычисления углов рассмотрены при изложении полярного способа. Способ угловой засечки применяется, если существуют препятствия для измерения линий мерной лентой. Необходим контроль разбивки, например, построением направления EC под углом β_E в пункте E .

С п о с о б л и н е й н о й з а с е ч к и (рис. 8.9, в). Определяют проектные расстояния d_3 , d_4 , d_5 . На земле относительно исходных пунктов

прочерчивают дуги указанных радиусов. В центре треугольника погрешностей, образованного дугами, находится искомая точка C .

С п о с о б перпендикуляров (прямоугольных координат) – рис. 8.9, *з*. Применяется для выноса точек, расположенных вблизи пунктов геодезической сети. По плану или аналитическими расчетами определяют координаты каждой определяемой точки C , координаты точки K – основания перпендикуляра KC , длину отрезка $d_6 = AK$ и перпендикуляра d_7 . При разбивке точки C действуют при помощи теодолита и мерной ленты. Контроль результатов разбивки осуществляют измерением контрольных расстояний d_k между вынесенными точками C_i .

В практике шахтного строительства при разбивках точек способом перпендикуляров в качестве опорной линии AB используется натянутая проволока. Основания перпендикуляров обозначаются нитяными отвесами, относительно отвесов измеряют проектную длину перпендикуляров и закрепляют нужные точки.

Вынос точки на проектную отметку. При строительстве сооружений горного предприятия и в других работах необходимо выдерживать проектное положение объектов по высоте. При этом требуется выносить на проектные отметки ряд опорных точек объекта. Задача решается геометрическим нивелированием способом из середины относительно репера A с известной отметкой H_A (рис. 8.10).

По рейке 1 , поставленной на репер A , берут отсчет a , вычисляют горизонт прибора $\text{ГП} = H_A + a$, после этого вычисляют такой отсчет b по рейке 2 , который должен быть получен, когда верх колышка B будет на проектной отметке H_B . Очевидно $b = \text{ГП} - H_B$. В процессе выноса верха колышка B на проектную отметку его забивают в землю, пока отсчет по рейке 2 станет равным расчетному значению b . Или же на высоком колышке отмечают чертой проектное положение пятки рейки при отсчете по ней, равном b , затем колышек обрезают по черте. Для контроля отметку колышка B проверяют относительно другого ближайшего к ней репера.

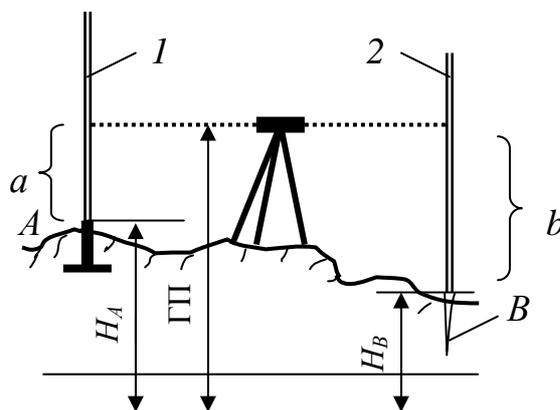


Рисунок 8.10 – Вынос точки на проектную отметку

8.4. НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О СПЕЦИАЛЬНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И МАРКШЕЙДЕРСКИХ ПРИБОРАХ И ЭЛЕМЕНТАХ МАРКШЕЙДЕРСКИХ СЪЕМОК

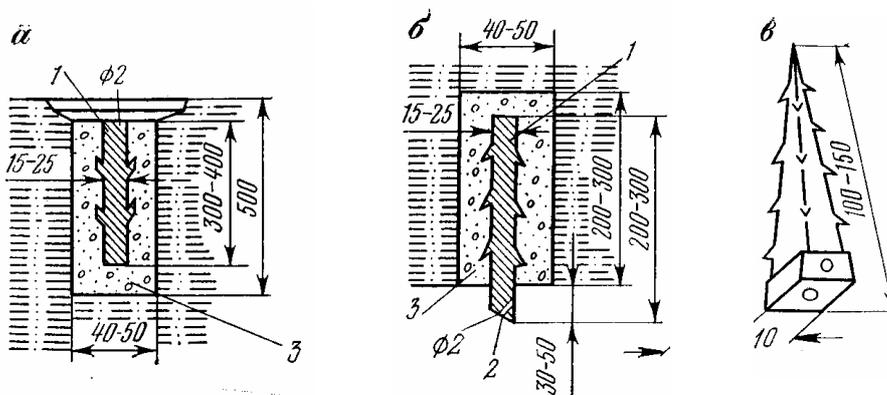
Маркшейдерские съемки выполняются с точностью, обусловленной техническими требованиями по производству маркшейдерских работ для данного объекта. При строительстве метрополитенов необходима максимальная точность ориентации оси тоннеля, особенно когда его проходка ведется встречными забоями. При разработке полезных ископаемых подземные выработки ориентируют относительно наземных маркшейдерско-геодезических сетей, точность которых указана в таблице 1.3. В процессе разработки полезного ископаемого требования к точности маркшейдерских работ изменяются: основные подземные выработки ориентируют и снимают с заданной точностью (0,2 - 2') при помощи электронных тахеометров, маркшейдерских гирокомпасов, теодолитов и отвечающих им по точности мер длины. Небольшие подземные выработки часто ориентируют и снимают при помощи угломерных приборов малой точности (0,2 – 0,5°), к которым относятся горные буссоли, маятниковые наклонометры и др.

Маркшейдерские съемки подземных выработок выполняются в стесненных условиях, при различной устойчивости горных пород кровли, стенок, дна и крепежа выработки, при слабой освещенности места работ и значительной запыленности воздушной среды. Имеет место адаптация из-

мерительных приборов, методов измерений, конструкции маркшейдерских знаков и способов их закрепления в горных выработках, дополнительных приспособлений к специфическим условиям подземных маркшейдерских работ. Например, вследствие вынужденной прокладки подземных теодолитных ходов с короткими сторонами менее 10 м, прибор и визирные цели необходимо центрировать с высокой точностью, не грубее 1 мм. Такая центровка осуществляется принудительно, например, при помощи центрировочных приспособлений, показанных на рис. 9.15.

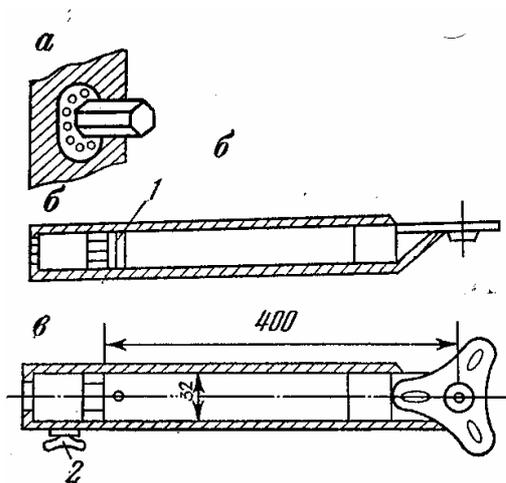
Знаки маркшейдерских пунктов

Постоянные маркшейдерские знаки используют для закрепления пунктов постоянных маркшейдерских сетей. Знаки устанавливают в местах, где обеспечивается их длительная сохранность, в частности, в основании или в кровле выработки иногда в стенке выработки, если их состояние устойчиво. Конструкция постоянных пунктов показана на рис. 8.11, а, б, в и рис. 8.12, а, б, в.



а – в породе дна выработки; *б* – в кровле выработки; *в* – знак, забиваемый в деревянную пробку или непосредственно в кровлю выработки; (1 – стальной сержень; 2 – пробка; 3 – бетон)

Рисунок 8.11 – Постоянные знаки для закрепления пунктов подземных маркшейдерских сетей



a – постоянная опора консоли; *б* – вертикальное сечение съемной консоли;
в – вид консоли сверху; 1 – фиксирующий упор; 2 – крепежный винт

Рисунок 8.12 – Постоянный боковой консольный знак для принудительного центрирования теодолита

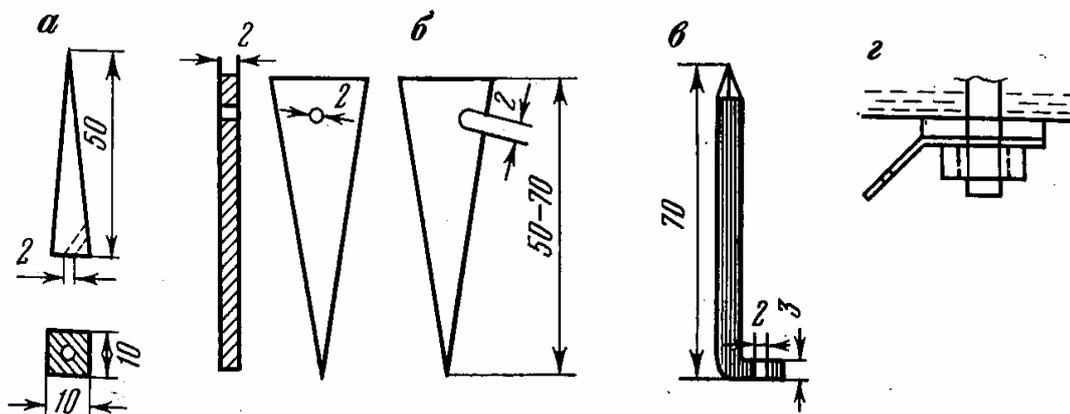
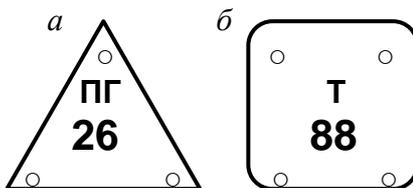


Рисунок 8.13 – Временные маркшейдерские знаки



a – для постоянного знака; *б* – для временного знака

Рисунок 8.14 – Марки для знаков

Временные маркшейдерские пункты закрепляют знаками, показанными на рис. 8.13. Знак *a* закладывают в ненарушенную горную породу вне крепи; знак *б* – в верхняке деревянной крепи; знак *в* закрепляют в деревянной пробке в отверстии; знак *г* закрепляют на металлической крепи.

Опознавательные марки (рис. 8.14) устанавливают напротив каждого постоянного или временного маркшейдерского пункта (знака). На марке указывают порядковый номер пункта (знака).

Горные теодолиты и их установка

Горный теодолит 2Т30МЭ показан на рис. 4.12. В его конструкции предусмотрена возможность измерения горизонтальных углов в крутопадающих горных выработках, что и отмечено в кратком описании прибора. Применяются также точные и высокоточные теодолиты типа Т2, Т5, Т15, 2Т15К, 2Т2 и других марок.

Горные теодолиты в отличие от теодолитов, предназначенных для измерений на земной поверхности, должны иметь на зрительной трубе верхний центр, например в виде стерженька диаметром 0,5 мм, предназначенный для центрирования теодолита под отвесом, закрепленным на знаке в кровле выработки.

Накладной цилиндрический уровень используется для более точной установки горизонтальной оси вращения трубы при измерениях горизонтальных углов в выработках с большими углами наклона.

В качестве опор под теодолит используются штативы раздвижные, а также постоянные или временно устанавливаемые консоли. Конструкция последних зависит от вида крепления горной выработки: ввинчивающиеся консоли применяют при деревянной крепи, захватные – при металлической и железобетонной.

На рис. 8.15 показан комплект оборудования к теодолиту 2Т30МЭ для работы в подземных выработках. Захват *б* служит для фиксации консолей на металлической или железобетонной крепи. Центрировочная тарелка *а* с круглым уровнем устанавливается на консоли в качестве устройства для быстрого принудительного центрирования теодолита и подставок *г* под визирные цели (сигналы) типа *в* или иного вида при их переустановке местами с теодолитом в процессе измерения углов. Переходники *д* служат для удлинения консоли и изменения высоты теодолита. Цилиндриче-

ский уровень *ж* применяется для придания сигналу *в* или визирной цели *е* отвесного положения на кронштейне. Оптическая дальномерная насадка *з* закрепляется на объективе зрительной трубы.

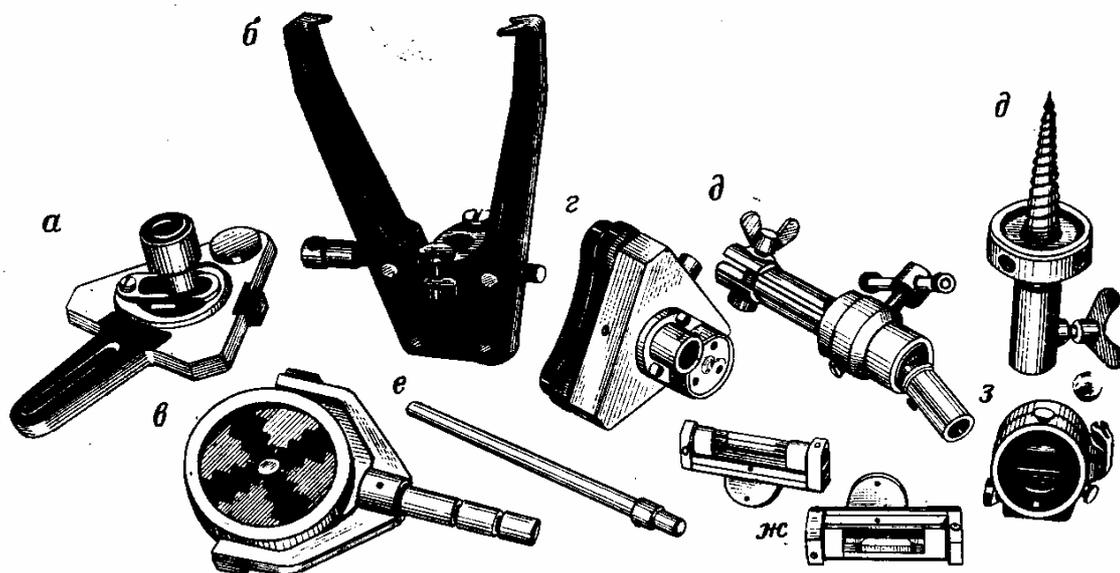


Рисунок 8.15 – Комплект оборудования к теодолиту Т30МЭ

Лазерные приборы и их возможное применение для маркшейдерских работ

В § 5.2 даны сведения о безотражательных тахеометрах и лазерных рулетках, которые эффективны, например, при проложении полигонометрических и теодолитных ходов на поверхности и в горных выработках. В настоящем параграфе приведены основные данные о лазерных приборах, которые могут найти применение в маркшейдерских работах на поверхности и в горных выработках.

Указатель (задатчик) направления лазерный ЗНЛ-01 (рис. 9.16, а) предназначен для обозначения точек на объекте световым пятном лазерного луча, лежащих в горизонтальных и вертикальных плоскостях, может использоваться при съемках нивелированием по квадратам, установке вертикальных стоек шахтных сооружений, разметке фундаментов. Точность установки луча: 6 мм / 10 м. Лазерный луч может поворачиваться в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях, с точной фиксацией через 90°,

что позволяет использовать прибор как уровень, отвес, угольник с размерами сторон до 20 м.

Лазерный уровень PLS3 (рис. 8.16, б). Точность горизонтирования лазерного луча: 1 мм / 10 м, расстояние: до 30 м. Пределы компенсации наклона прибора: $\pm 8^\circ$. Направление горизонтальных лучей можно устанавливать: вперед, влево, вправо; вертикальных лучей: вверх и вниз.



a – задатчик направлений ЗНЛ-01; *б, в* – лазерные уровни PLS3 и УЛ-01;
г – лазерный построитель плоскости LP30

Рисунок 8.16 – Вспомогательные лазерные приборы

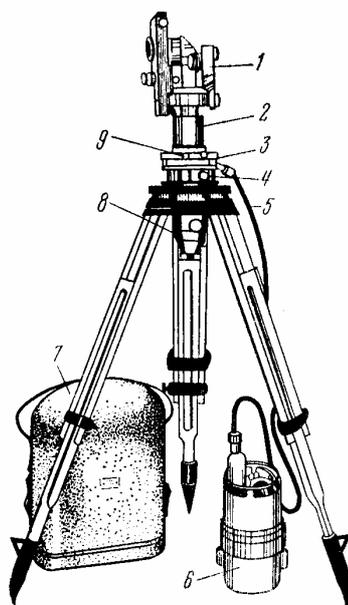
Уровень лазерный УЛ-01 (рис. 8.16, в) предназначен для построения горизонтальных и вертикальных плоскостей, построения параллельных линий под произвольным углом к горизонту, может использоваться для

съемки горизонтальных и наклонных поверхностей, проверки вертикальности стоек, разметки фундаментов по шахтное оборудование и др. Точность горизонтирования лазерного луча: 3 мм / 10 м, масса с батарейками: 290 г.

В лазерном построителе плоскости LP30 (рис. 8.16, в) лазерный луч вращается в горизонтальной плоскости на 360°. Для удержания луча в горизонтированном положении служит компенсатор наклонов прибора. Остаточные отклонения луча от горизонтального положения не превышают 15". Влагозащита надежно действует и при погружении прибора в воду. Масса прибора с элементами электропитания составляет 2,5 кг. Прибору придаются специальные рейки с фотоэлементами для автоматического получения отсчетов и вычисления отметок нивелируемых точек.

Маркшейдерский гирокомпас (гиротеодолит)

Маркшейдерский гирокомпас (гиротеодолит) предназначен для автономного ориентирования осей подземных выработок, сторон подземной полигонометрии и теодолитных ходов относительно северного направления меридиана, которое определяется при взаимодействии сил инерции быстро вращающегося гороскопа и вращающейся Земли.



- 1 – угломерная часть; 2 – поворотный корпус; 3 – подставка с подъемными винтами 4;
5 - кабель электропитания; 6 – блок аккумуляторов; 7 – футляр прибора;
8 – корпус гироскопа; 9 – наводящее устройство

Рисунок 8.17 – Маркшейдерский гирокомпас MBT2

Известны несколько конструкций маркшейдерских гирокомпасов. На рис. 8.17 показан комплект гирокомпаса МВТ2. В гирокомпасе МВТ4 основные блоки заключены в одном взрывобезопасном футляре.

Гироскопический способ ориентирования основан на определении направления географического меридиана за счет свойства оси гироскопа совершать затухающие колебания в плоскости меридиана, проходящей через ось вращения Земли. Через окуляр оптической системы берут отсчеты a_3 и a_B по горизонтальному угломерному кругу для точек отклонения оси гироскопа к западу и востоку. Из полученных отсчетов серии наблюдений выводят среднее значение отсчета a_N , соответствующее положению равновесия гироскопа и определяющему направлению гороскопического (приборного) меридиана:

$$(a_N)' = \sum a_3 / \sum a_B. \quad (8.12)$$

Для перехода к действительному меридиану величину $(a_N)'$ исправляют поправкой

$$\varepsilon = \Delta + \tau, \quad (8.13)$$

где Δ – постоянный угол между зеркалом отсчетного устройства и осью гироскопа; τ – конструктивная поправка измерительного блока.

Горизонтальный угол Γ_0 , отсчитанный от северного направления гироскопического меридиана по часовой стрелке до ориентируемой линии BE называется гироскопическим меридианом. Для перехода от гироскопического азимута к дирекционному углу необходимо определить поправку гирокомпаса δ .

Значение поправки δ находят опытным путем для данной гонной выработки: гирокомпасом определяют гироскопический азимут нескольких сторон полигонометрического или теодолитного хода и вычисляют разности $\delta_i = \alpha_i - \Gamma_0$ и среднее значение разностей δ_m , которое представляет «ме-

стную поправку» гирокомпаса. Дирекционный угол ориентируемой линии BE вычисляется по формуле

$$\alpha = \Gamma_0 + \delta_m. \quad (8.14)$$

Гироскопическое ориентирование выполняется с погрешностью в среднем $10 - 15''$, а при помощи наиболее точных гиротеодолитов – с погрешностью $5 - 8''$. Продолжительность ориентирования одним запуском гироскопа составляет $45 - 50$ минут.

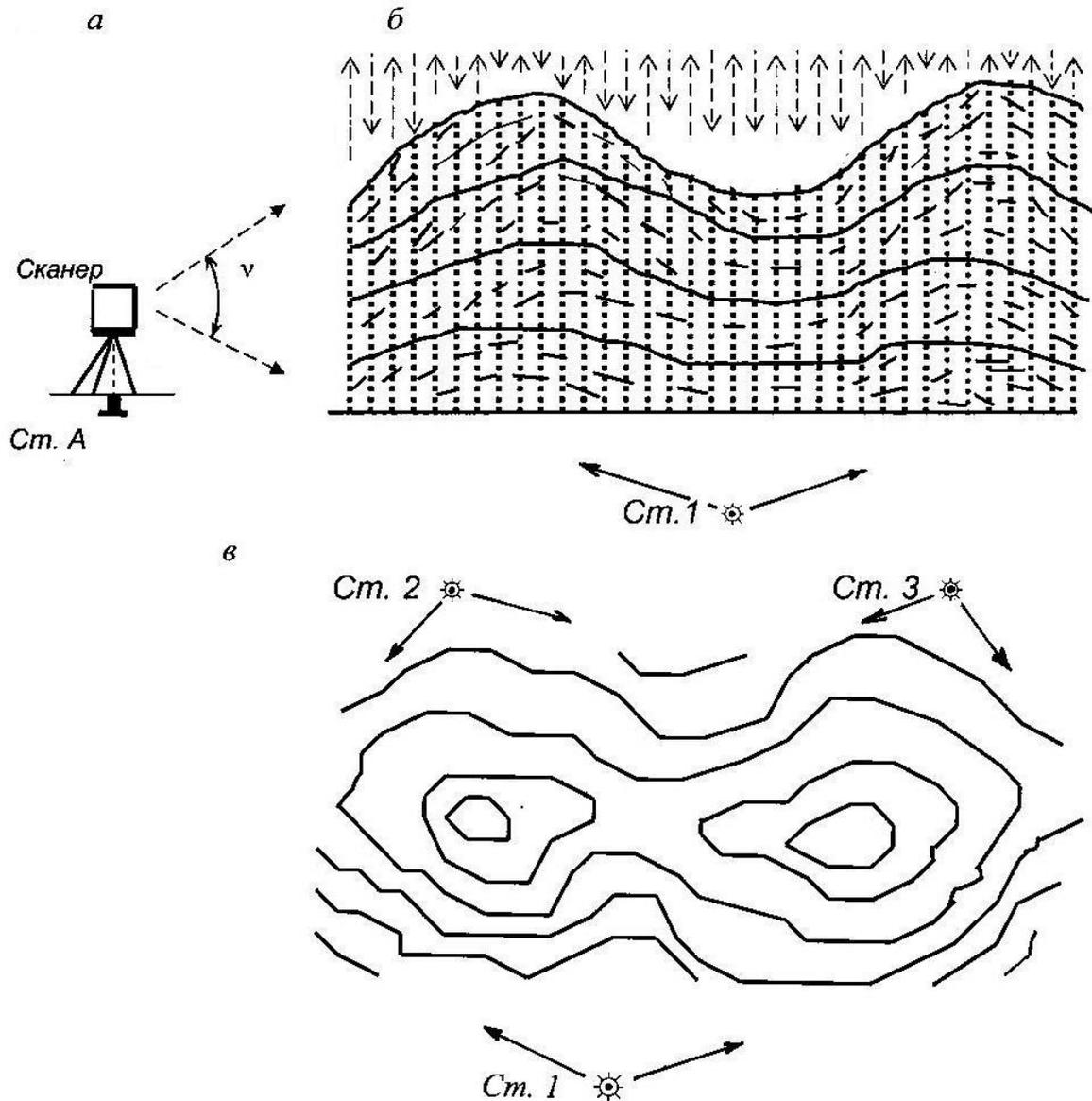
Стороны подземных сетей полигонометрии и теодолитных ходов, ориентированные при помощи гиротеодолита, служат опорными для определения дирекционных углов других сторон сети.

Понятие о сканерных съемках объектов горной промышленности

Сканерные приборы в настоящее время применяются на крупных горнодобывающих предприятиях для съемки отвалов горных пород и определения их объема, но в будущем, по мере совершенствования сканеров и снижения их стоимости, сканерные методы получат эффективное применение для съемки подземных горных выработок и топографических съемок поверхности, мониторинга просадок подрабатываемых территорий, автоматизированных расчетов планировки нарушенных земель, и таких немаловажных технических вопросов, как, например, измерения деформаций подъемной стрелы экскаваторов, рельсовых путей, показателей устойчивости высоких надшахтных сооружений и других объектов, испытывающих осадку и крен.

Лазерный сканер включает источник лазерного излучения, модулятор лазерного излучения, устройство для автоматической развертки лазерного луча в вертикальной плоскости, устройство для поворотов по азимуту зрительной трубы и, соответственно, вертикальной плоскости развертки с заданным угловым шагом в пределах от 0 до 360° , процессор обработки измеренных дальностей по отраженным сигналам и вычисления простран-

ственных координат сканированных точек. Обработка цифровой информации сканирования выполняется при помощи компьютера по специальным программам. По результатам сканирования, например, отвалов горных пород получают план поверхности отвала в горизонталях и объем отвала.



a – сканер и угол α в вертикальной развертке сканирующего луча;
б – проекция на вертикальную плоскость точек сканирования, лежащих в вертикальных плоскостях на радиальных направлениях относительно центра ☼ установки сканера на станции 1 (*ст. 1*); *в* – компьютерное изображение поверхности отвала горизонталями, полученными по результатам съемки со станций *ст. 1*, *ст. 2* и *ст. 3*

Рисунок 8.18 – Схема сканерной съемки поверхности отвала горной породы

Наземный лазерный сканер фирмы Leica предназначен для съемки высокого разрешения (High definition surveying). Сканирующий лазерный луч разворачивается в вертикальной плоскости в пределах угла $\alpha = 37^\circ$ за

$\approx 0,3$ секунды, при этом производится 50 000 измерений дальности за 1 секунду. Угловое разрешение между точками сканирования составляет 0,22 миллирадиан или 7,5 мм на 50 м; точность моделирования рельефа поверхностей близка к ± 3 мм; максимально точная технология специальных съемок достигается на дистанциях от 1 до 80 м; для съемок отвалов, карьеров – до 350–400 м; при этом точность определения координат точки, четко отражающей луч, достигает ± 5 –10 мм. Масса прибора без штатива составляет 19 кг.

Лазерный сканер устанавливают над пунктом съемочного обоснования *I* (на станции *ст. I* – рис. 8.18, *а*), ориентируют по соседним пунктам и приводят в действие. Сканирующий луч автоматически разворачивается в вертикальных плоскостях, сходящихся над точкой центрирования сканера *ст. I*. В результате сканирования получается «облако точек», которое после съемки обрабатывается при помощи компьютера, и в результате создается пространственная виртуальная модель объекта, которую можно представлять в демонстрационных подвижных и неподвижных ракурсах, а также в проекции на горизонтальную плоскость в виде топографической поверхности, изображенной горизонталями как на рис. 8.18, *б*. Горизонтали могут быть представлены ломаными линиями или сглаженными. По данным сканирования объем отвала в целом или его частей вычисляется компьютером по соответствующей программе.

Горные угломерные приборы малой точности

Горные буссоли (угломерные приборы с магнитной стрелкой) служат для ориентирования относительно силовых линий магнитного поля Земли. Вследствие ограниченной точности определения магнитных азимутов ($m_A \approx 0,3 - 1^\circ$) практическое использование буссолей ограничивается съемками небольших по протяженности поверхностных и подземных горных выработок на разведочных шахтах мелкого заложения. Буссоль соответствующей конструкции используется при ориентировании на местности топографических и маркшейдерских чертежей.

Подвесная буссоль (рис. 8.19, а) состоит из круглой коробки 1 и подвеса 2, который закрепляют на шнуре 3 и горизонтируют. В центре коробки 1, закрытой защитным стеклом, на стальную иголку свободно опирается магнитная стрелка, которая в нерабочем положении должна быть прижата к стеклу арретирующим устройством. По окружности коробке нанесена шкала градусных делений, возрастающих против хода часовой стрелки от 0 до 360°; цена деления 0,5°.

До начала работ подвесную буссоль необходимо повернуть, как показано в § 2.4, при этом условие поверки 3 будет следующим: *диаметр 0-180° и шнур подвеса должны находиться в одной вертикальной плоскости.*

Угловые погрешности буссоли, обусловленные ее неполной юстировкой, учитываются в поправке δ_x на отклонение магнитной стрелки от оси абсцисс для места работ в данной системе прямоугольных координат. Для отыскания величины поправки δ_x над пунктами *E* и *K* стороны *EK* теодолитного хода центрируют отвесы и рядом с ними натягивают шнур так, чтобы он почти касался нитей отвесов. Рядом с точкой *E* в створе *EK* подвешивают буссоль нулевым делением в сторону точки *K*. Берут отсчеты: по северному и южному концам магнитной стрелки, например, $A_N = 46,3^\circ$; $A_S = 226,8^\circ - 180,0^\circ = 46,8^\circ$ и вычисляют среднее арифметическое значение магнитного азимута $A_{EK} = (46,3^\circ + 46,8^\circ) / 2 = 46,6^\circ$. Затем от точки *K* аналогично определяют обратный азимут $A_{KE} = 226,2^\circ$. Допустимое расхождение результатов составляет 0,5° (минус 180°).

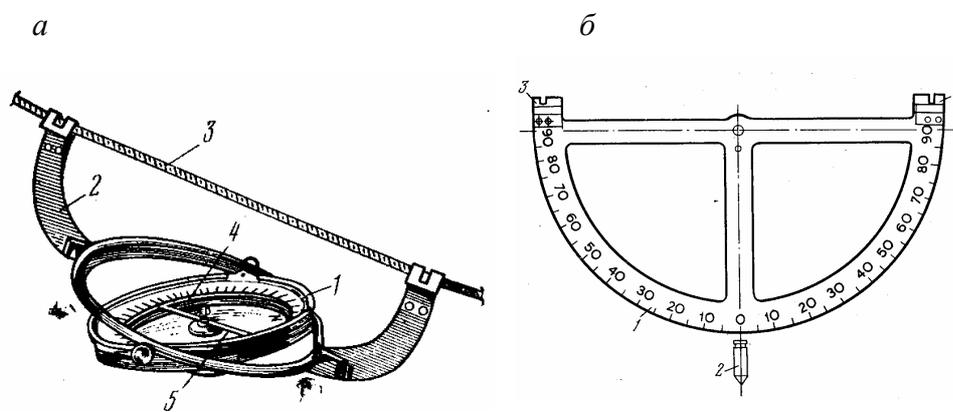
Величина склонения

$$\delta_x = \alpha_{KE} - A_{KE}, \quad (8.15)$$

где α_{KE} – дирекционный угол стороны *KE*.

Значения δ_{xi} определяют на нескольких сторонах маркшейдерской опорной сети. Среднее из δ_{xi} будет искомым результатом, если отсутствуют местные аномалии геомагнитного поля.

Маятниковый наклонмер (рис. 8.19, б) используется для измерения углов наклона ν сторон буссольного хода. На полукруге 1 угломера нанесены две шкалы градусных делений от 0 до 90° относительно направления силы тяжести – нити отвеса 2, которая закреплена в центре полукруга. Параллельно горизонтальному диаметру на краях полукруга закреплены два крючка 3 для подвешивания угломера на шнур, который натягивают силой 98Н параллельно линии, наклон которой измеряют. При этом нить отвеса остается вертикальной и относительно нее по шкале отсчитывают угол наклона шнура.



a – подвесная буссоль; *б* – маятниковый наклонмер
Рисунок 8.19 – Угломерные приборы для буссольной съемки

Маятниковый наклонмер должен отвечать следующим условиям:

- точка крепления нити отвеса должна совпадать с центром лимба;
- точки опирания подвесов на шнур должны лежать на линии, параллельной штрихам диаметра 90°-90°.

Для проверки наклонмера на отмеченные два условия угол наклона ν натянутого шнура определяют при двух положениях устройства: отвес слева (ν_1) и отвес справа (ν_2) относительно направления AB . Тогда среднее значение угла

$$\nu = (\nu_1 + \nu_2) / 2; \quad (8.16)$$

угол ε между шнуром и диаметром 90-90°

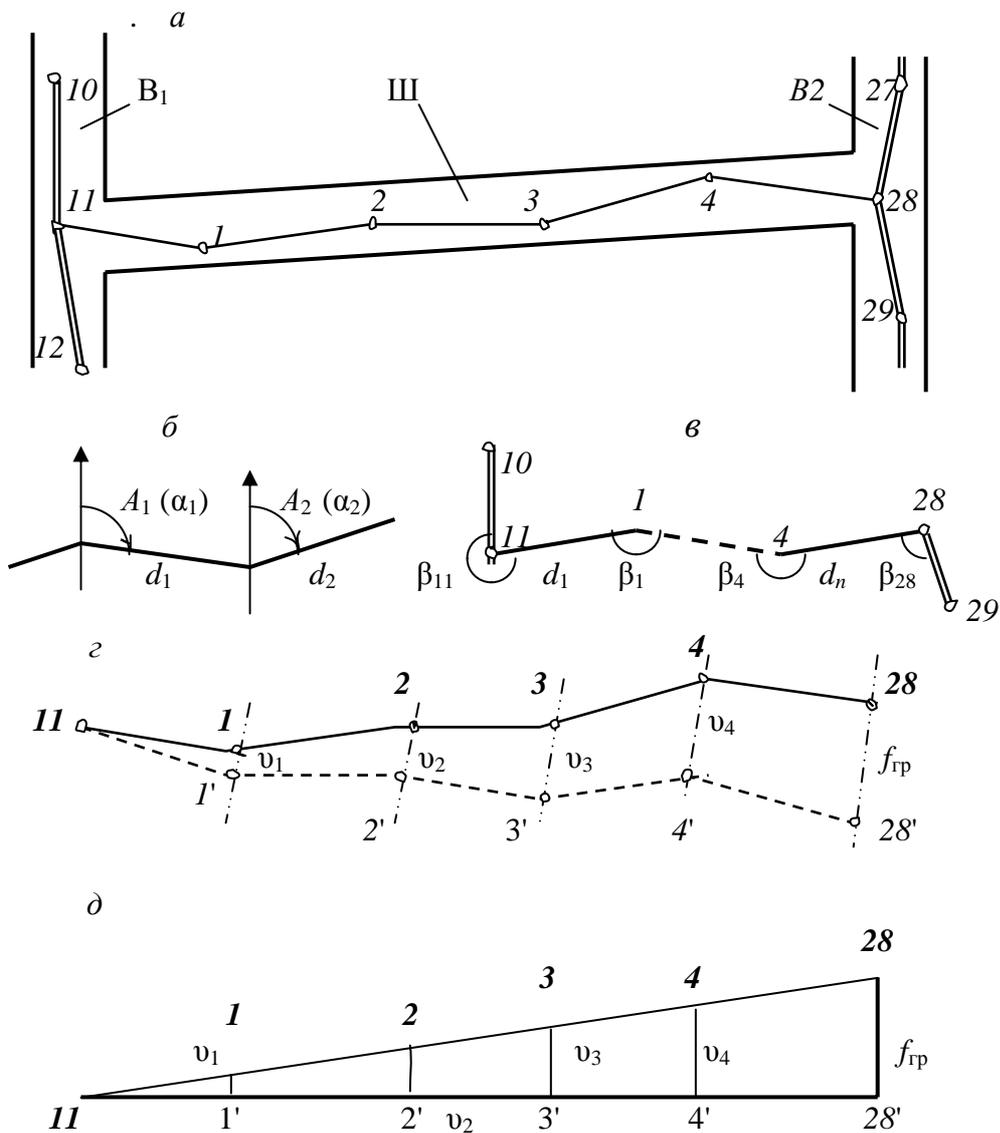
$$\varepsilon = (v_1 - v_2) / 2. \quad (8.17)$$

При стабилизированном положении подвешенного накломера отсчет по шкале берется с погрешностью $\pm 0,3^\circ$, но угол наклона определяется с ошибкой, зависящей от величины непараллельности шнура и наклонной линии местности. Поэтому маятниковый накломер применяют только для измерения углов наклона коротких линий до 20 м при буссольной съемке небольших выработок, рассмотренной в § 8.5.

8.5. БУССОЛЬНАЯ СЪЕМКА

Буссольной съемкой называется инструментальная съемка горных выработок, выполняемая при помощи буссоли и мер длины, обеспечивающих относительную точность измерения линий около $1 / T = 1 / 200$. Вследствие малой точности буссольную съемку используют в подземных выработках ограниченных размеров, при этом буссольные ходы опирают на пункты полигонометрических или теодолитных ходов, а направления сторон буссольного хода определяют относительно северного направления магнитной стрелки. В примере рис. 8.20, *а* буссольный ход применен для съемки промежуточного штрека III между наклонными выработками B_1 и B_2 , съемка которых выполнена относительно пунктов 10, 11 и 28, 29 теодолитных ходов.

На рис. 8.20, *б* показан буссольный ход, стороны которого ориентированы измерением их магнитного азимута. При этом магнитный азимут каждой стороны должен измеряться в прямом и обратном направлениях, за окончательный результат принимается среднее со значением прямого азимута. С учетом найденного угла δ_C между северным направлением магнитной стрелки и положительным направлением оси абсцисс вычисляется дирекционный угол каждой стороны. Горизонтальные проложения сторон вычисляются по результатам измерения их длины и угла наклона.



a – привязка хода в плане; *б* – измерение магнитного азимута сторон; *в* – измерение правых по ходу углов; *г* – графическая увязка буссольного хода способом параллельных линий; *д* – чертеж графических поправок (графические величины $f_{гр}$ и v преувеличены для наглядности)
Рисунок 8.20 – Схемы ходов буссольной съемки и графического уравнивания хода

В случае измерения правых по ходу углов β (рис. 8.20, *в*) необходимо измерить и примычные углы β_{11} и β_{28} для определения надежности угловых измерений по величине фактической угловой невязки $f_{\beta доп} = 0,4^\circ \sqrt{n}$. Буссольный ход наносят на план либо по координатам его вершин, либо графическим способом, показанным на рис. 8.20, *г*.

Нанесение буссольного хода на план графическим способом выполняют между исходной точкой 11 и конечной 28 (рис. 8.20, *а*). Если измерены магнитные азимуты A сторон хода и вычислены их дирекционные углы

α (рис. 8.20, б), то направление сторон хода на плане измеряют транспортом с погрешностью $\approx 0,2^\circ$ относительно вертикальных линий координатной сетки, а длину d каждой стороны откладывают в масштабе плана при помощи масштабной линейки с погрешностью $\approx 0,1 - 0,2$ мм. Если измерены правые по ходу углы β , то для их перенесения на план при помощи транспортира необходимо продолжить рисками направления исходных сторон, например стороны $10 - 11$, а на полученном направлении $11 - 1$ отложить длину стороны d_1 в масштабе плана.

Конечную точку 28 необходимо нанести по дирекционному углу α_{4-28} или измеренному углу β_4 (см. рис. 8.20, в). В результате погрешностей натуральных измерений и графических построений (рис. 8.20, з) конечная точка получит на плане положение $28'$. Расстояние $f_{гр} = 28-28'$ называется графической невязкой буссольного хода. Допустимая величина графической невязки определяется по формуле

$$f_{гр\ доп} = (1 / 100)\sum d = \sum d / 100 \leq f_{гр\ пред}, \quad (8.18)$$

где $\sum d$ – длина хода на плане; $f_{гр\ пред}$ – предельная величина графической невязки, установленная правилами ведения маркшейдерских работ на данном объекте (например, $f_{гр\ пред} = 2$ мм).

Если графическая невязка $f_{гр}$ допустима, то предварительное положение нанесенного на план хода $11 - 1' - 2' - \dots - 28'$ (см. рис. 8.20, з) исправляют – *ход увязывают способом параллельных линий*. Для этого на плане измеряют отрезок $f_{гр}$ и переносят его на чертеж графических поправок (рис. 8.20, д) перпендикулярно линии $11-28'$, на которую в масштабе плана нанесены стороны хода. Проводят гипотенузу $11-28'$ и вертикальные отрезки v_1, \dots, v_4 , равные по величине искомым поправкам.

При устранении невязки $f_{гр}$ (увязке) хода, на плане (см. рис. 8.20, з) намечают направление невязки $28 - 28'$, затем через нанесенные предварительно точки $1', 2', \dots, 4'$ проводят линии, параллельные направлению невязки, относительно точек $1', 2', \dots, 4'$, на проведенных линиях откла-

дывают отрезки (поправки) v_1, v_1, \dots , измеренные на чертеже поправок, и получают увязанное положение вершин $1, 2, \dots, 4$ буссольного хода.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Назовите способы планово-высотной топоъемки при маркшейдерско-геодезических изысканиях приповерхностных залежей. Раскройте содержание съемки по способу нивелирования пол квадратам. **2.** Как определить объем залежи приповерхностного полезного ископаемого по материалам топографической съемки и определения толщи залежи? **3.** С какой целью выполняют вертикальную планировку нарушенных земель? Как выполняют расчеты проектной плоской поверхности земли? **4.** По каким формулам вычисляют объемы земляных масс по насыпи и выемке? Что показывают на плане земляных масс? **5.** Какие три задачи вертикальной планировки вам известны и как они решаются? **6.** Как различают главные, основные и вспомогательные оси зданий и сооружений? **7.** Раскройте сущность способов выноса точки в натуру: полярного, угловых и линейных засечек, перпендикуляров с необходимым контролем. **8.** Как рассчитать данные для выноса точки в натуру полярным способом? **9.** С какой целью, как и с каким контролем выносят точку на проектную отметку? **10.** К какой точностью необходимо центрировать теодолиты и визирные цели в горных выработках и какие приспособления для этого применяют? **11.** Какие знаки применяются для закрепления пунктов подземных теодолитных ходов? **12.** Назовите оптико-механические и лазерные приборы (и укажите их точность), которые можно использовать при съемках подземных выработок. **13.** Каков принцип действия и назначение маркшейдерских гирокомпасов? Их точность?. **14.** Изложите сущность, технологические возможности и точность сканерного метода топографических и маркшейдерских съемок и определения объемов полезного ископаемого. **15.** Опишите устройство горной буссоли и ее поверки, ее назначение. **16.** Опишите устройство, поверки и применение маятникового наклономера. **17.** Раскройте сущность буссольной съемки горных выработок, условия ее применения. **18.** Изложите сущность графического нанесения буссольного хода на план и его увязки способом параллельных линий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии «Геодезия» изложены теоретические и практические сведения, предусмотренные типовой учебной программой к изучению в рамках раздела 1 «Геодезия» дисциплины «Маркшейдерское дело и геометризация недр». Знания и умения, полученные при освоении раздела «Геодезия», необходимы в дальнейшем при изучении последующих разделов дисциплины: раздела 2 «Горные работы в открытых выработках» и раздела 3 «Маркшейдерское дело и геометризация недр. Горные работы в подземных выработках».

В результате изучения раздела 1 «Геодезия» студенты

должны знать:

- системы геодезических координат, топографические карты, маркшейдерские планы и чертежи, их применение при решении типичных маркшейдерско-геодезических задач;
- назначение и методы создания плановых и высотных геодезических и маркшейдерских опорных сетей традиционными и спутниковыми методами;
- методы наземных и аэрофототопографических съемок территорий и участков, отведенных горному предприятию, возвращенных под рекультивацию нарушенных земель, подлежащих экологическому мониторингу и др.;
- требования к точности маркшейдерско-геодезических работ и практику их реализации;
- способы выноса в натуру проектных точек сооружений в плане и по высоте;
- технику и технологию непосредственной вычислительной и компьютерной обработки маркшейдерско-геодезической информации;
- общие условия применения геодезических и маркшейдерских приборов в подземных выработках;

должны уметь:

- пользоваться геодезическими и маркшейдерско-геодезическими приборами при создании опорных сетей и выполнении наземных планово-высотных съемок, решении типичных маркшейдерско-геодезических задач начальной сложности;
- выполнять вычислительную обработку данных, полученных при прокладке теодолитных и нивелирных ходов, выполнении теодолитной, тахеометрической и нивелирной съемок местности;
- определять площади объектов по планам и картам, а также по координатам точек контуров, оценивать точность результатов;
- осуществлять маркшейдерско-геодезические изыскания планово-высотного положения приповерхностной залежи полезного ископаемого, определять его толщину, составлять планы и профили полезной залежи, вычислять ее объем;
- производить поверки и доступные юстировки средств маркшейдерско-геодезических измерений.

Полученные знания по разделу «Геодезия» необходимы будущему инженеру горного дела не только при продолжении изучения дисциплины «Маркшейдерское дело и геометризация недр», но и при освоении смежных учебных дисциплин, а также в будущей инженерной деятельности для успешного выполнения работ по разведке месторождений полезных ископаемых, проектировании и строительстве горного предприятия, эксплуатации месторождения, измерениях смещений и деформаций горных пород и земной поверхности, в производстве топографо-маркшейдерских съемок для проектирования и осуществления мер по рекультивации нарушенных земель и проведения других специальных работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борщ-Компаниец, В.И. Геодезия. Маркшейдерское дело / В.И. Борщ-Компаниец. – 3-е издание. – М.: Недра, 1981.
2. Ушаков, И.Н. Маркшейдерское дело. Часть I / И.Н. Ушаков [и др.]; под общ. ред. И.Н. Ушакова. – М.: Недра, 1989.
3. Букринский, В.А. Геометризация недр. Практический курс. – М.: Недра, 2004.
4. Назаров, А.С. Координатное обеспечение топографо-геодезических и земельно-кадастровых работ / А.С. Назаров. – Минск: Учеб. центр подгот., повышения квалификации и переподгот. кадров землеустроит. и картографо-геод. службы, 2008.
5. Горная графическая документация. ГОСТ 2.850-75 – ГОСТ 2.857-75. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам.
6. Инструкция по производству маркшейдерских работ. – М.: Недра, 1987.
7. Инструкция по нивелированию I, II, III, и IV классов. – М.: Недра, 1991.
8. СТБ 1653-2006. Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь. Основные положения. – Минск, БелГИИС, 2006.
9. СТБ 1820-2007. Государственная нивелирная сеть Республики Беларусь. – Минск, БелГИИС, 2007.
10. ТКП 120-2007(03150). Государственная геодезическая сеть республики Беларусь. Порядок создания фундаментальной астрономо-геодезической сети и высокоточной геодезической сети. – Минск, Государственный комитет по имуществу Республики Беларусь, 2007.
11. ТКП 119-2007(03150). Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь. Порядок создания спутниковой геодезической сети 1 класса. – Минск, Государственный комитет по имуществу Республики Беларусь, 2007.
12. Условные знаки для топографических планов масштабов 1 : 5000, 1 : 2000; 1 : 1000, 1 : 500. – М. Недра, 1996.
13. Несцяролак, В.Ф. Інжынерная геадэзія: падручнік для вузаў / В.Ф. Несцяролак, М.С. Несцяролак – Мн.: БДТУ, 1998.
14. Лабораторный практикум по инженерной геодезии: учеб. пособие для вузов / В. Ф. Лукьянов [и др.]. – М.: Недра, 1990.
15. Нестеренок, М.С. Инженерная геодезия. Методическое пособие к контрольным и лабораторным работам для студентов строительных специальностей заочной формы обучения / М.С. Нестеренок, А.С. Позняк. – Мн.: БНТУ, 2005. – 116 с.
16. Позняк А.С. Методическое пособие «Алгоритмы и программы решения типовых инженерно-геодезических задач» / А.А. Позняк. – Мн.: БНТУ, 2008. – 55 с.