УДК 624.21

УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ АВТОМОБИЛЬНОГО ПУТИ

Ахалли Илья Саидович, Анципарович Владислав Витальевич
студенты 1-го курса кафедры «Математические методы в строительстве»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель —Акимов В.А., канд. техн. наук, доцент)

Данная работа является продолжением научной работы [1] и с учетом сделанных в ней выводов, предполагаем непосредственно записать аналитическое уравнение переходной кривой в виде:

$$y = C_1x^3 + C_2x^4 \quad (1)$$

Это уравнение обеспечивает математическое равенство y’=y’’=0 при x=0, Которое с физической точки зрения обладает достаточной степенью гладкости сопряжения прямолинейного пути с переходной кривой (рис.1) Напомним, что в работе {1} для окружности

$$(a - x_0)^2(y_0 - b)^2 = R^2$$

с которой состыковывается переходная кривая первой и второй производных, где в точке M_0 определяется по формулам:

$$y'_{M_0} = \frac{a - x_0}{y_0 - b}$$

(2)

$$y''_{M_0} = \frac{R^2}{(y_0 - b)^3} \quad (3)$$

Выражая из (1). Первую и вторую производные в точке x=a, и подставляя их в выражения (2) и (3), получаем систему уравнений для нахождения постоянных C1 и C2:

$$\begin{cases} 3C_1 + 4C_2a = \dfrac{a - x_0}{a^2(y_0 - b)} \quad (4) \\ C_1 + 2C_2a = \dfrac{R^2}{6a(y_0 - b)^3} \quad (5) \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, определяем C1 И C2:

$$C_1 = \frac{3(a - x_0)(y_0 - b)^2 - aR^2}{3a^2(y_0 - b)^3}$$

$$C_2 = \frac{aR^2 - 2(a - x_0)(y_0 - b)^2}{4a^3(y_0 - b)^3}$$

Таким образом уравнение переходной кривой умеет вид:

$$y = \frac{3(a-x_0)(y_0-b)^2 - aR^2}{3a^2(y_0-b)^3}x^3 + \frac{aR^2 - 2(a-x_0)(y_0-b)^2}{4a^3(y_0-b)^3}x^4$$

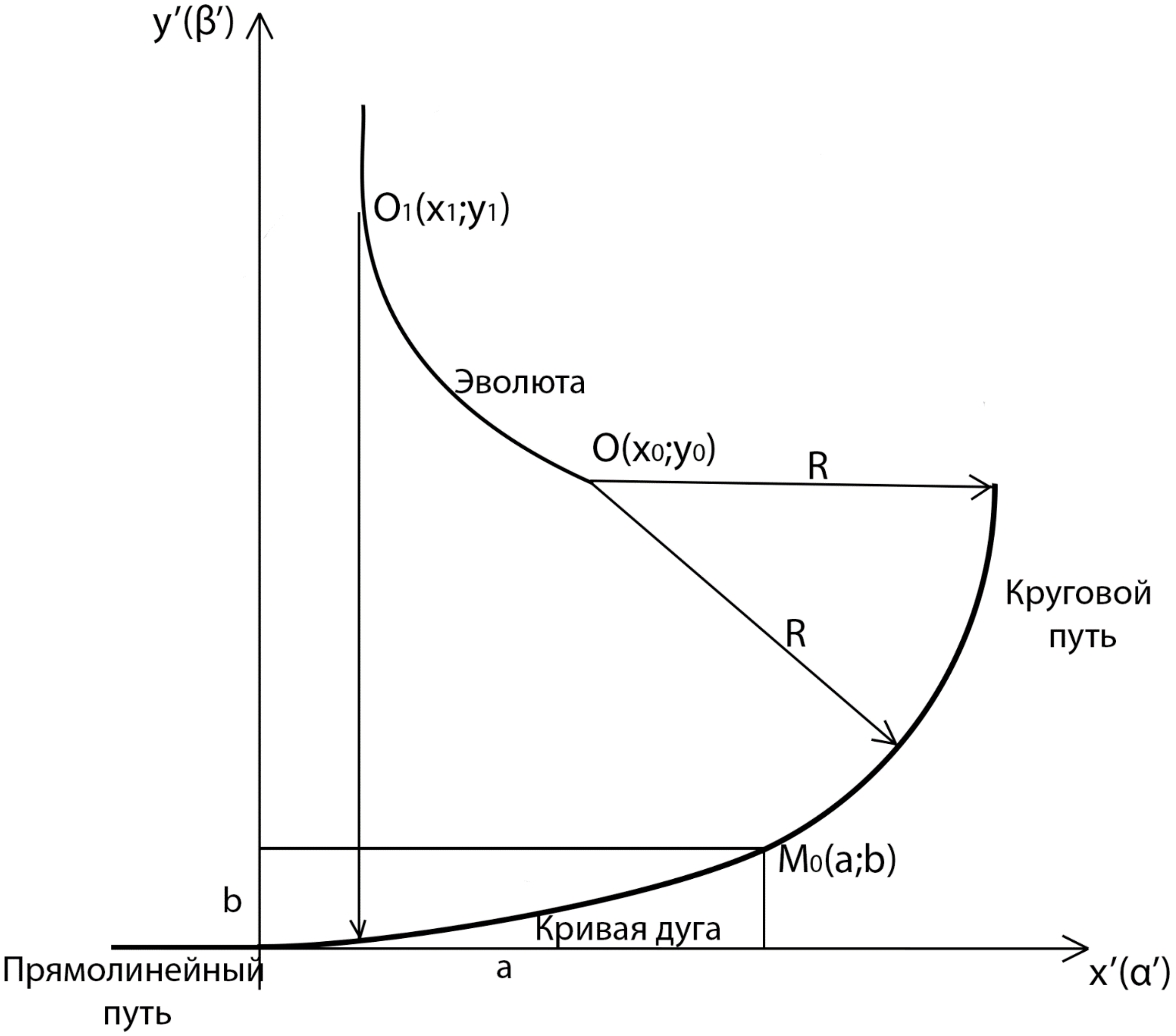

Рисунок 1

<u>Проверка</u>. Проверим условие сопряженности в точке M_o (a;b):
$y'/_{x=a} = \frac{3(a-x_0)(y_0-b)^2 - aR^2}{(y_0-b)^3} + \frac{aR^2 - 2(a-x_0)(y_0 b)^2}{(y_0-b)^3} = \frac{a-x_0}{y_0-b}$, т.е. совпадает с (2).
$y''/_{x=a} = \frac{6(a-x_0)(y_0-b) - aR^2}{a(y_0-b)^3} + \frac{3aR^2 - 6(a-x_0)(y_0 b)}{a(y_0-b)^3} = \frac{R^2}{(y_0-b)^3}$, т.е. совпадает с (3).

Таким образом условия сопряжения в точках O (0;0) и M_o (a;b) выполняются, что и являлось нашей исходной целью.

Вывод. Предложена более простая формула переходной кривой. Заметим, что она проще построения клотоиды, в которой после 3-ей степени сразу идут 7-ая и затем 11-ая степени x.

В перспективе мы также можем принять:

$y = c_1x^3 + c_2x^4 + c_3x^5$ и для нахождения c_3 составить ещё одно уравнение, например:

$l(y_0 - b) = Ra$ (6), где l – длина переходного участка. Уравнение (6) является аппроксимацией длины переходного пути:

$$l = \int_0^a \sqrt{1 + (y')^2}dx = \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{a - x_0}{y_0 - b}\right)^2}\, dx = \frac{Ra}{y_0 - b} => l = (y_0 - b) = Ra.$$

Эта формула является приближенной и заменяет собой «неберущийся» интеграл. Более точно её можно расчитать при помощи сплайнов 3 и 4 степеней.

По существу новое, более простое, направление построения переходной кривой автомобильного пути. С чисто математической точки зрения аппроксимацию от x можно брать без пропуска степеней, главное, с физической точки зрения, это все равно позволяет обеспечить ту самую необходимую гладкость кривой, а не опираться на некоторые несущественные в данном случае аспекты поведения этой кривой. С точки зрения аппроксимация сплайнами – это вполне корректный и более доступный подход.