УДК 519.681.322

ВЫЧИСЛЕНИЕ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В СРЕДЕ WOLFRAM ALPHA

Домашкевич Никита Александрович, Амвросьев Егор Андреевич, Кирилов Леонид Александрович*, студенты 1-го курса*
кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(*Научный руководитель –Хотомцева М.А., старший преподаватель*)

Кратный интеграл – интеграл от функции нескольких переменных по некоторой области *D*. В свою очередь под *n*-кратными интегралами понимают двойные, тройные, и так далее интегралы.

Для существования двойного интеграла достаточно того, что область *D* по которой он вычисляется, была замкнутой квадрируемой, и функция $f(x,y)$ непрерывна в *D*. Для того, чтобы вычислить кратный интеграл аналитически, его нужно привести к повторному интегралу. Кратные интегралы применяются очень широко в математике, физике и технике.

Wolfram Alpha для вычисления двойных интегралов использует различные запросы специального вида.

Простейшим способом нахождения двойного интеграла в Wolfram Alpha является калькулятор двойных интегралов, он вызывается запросом “double integral calculator” в специальной строке (Рис. 1):

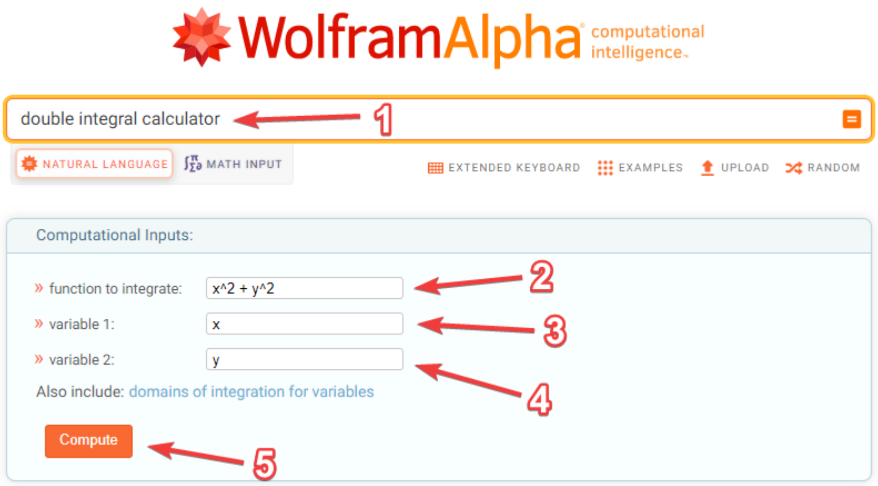

Рисунок 1 – Порядок ввода в Wolfram Alpha

Далее после нажатия кнопки «Compute» выводится решение (Рис. 2):

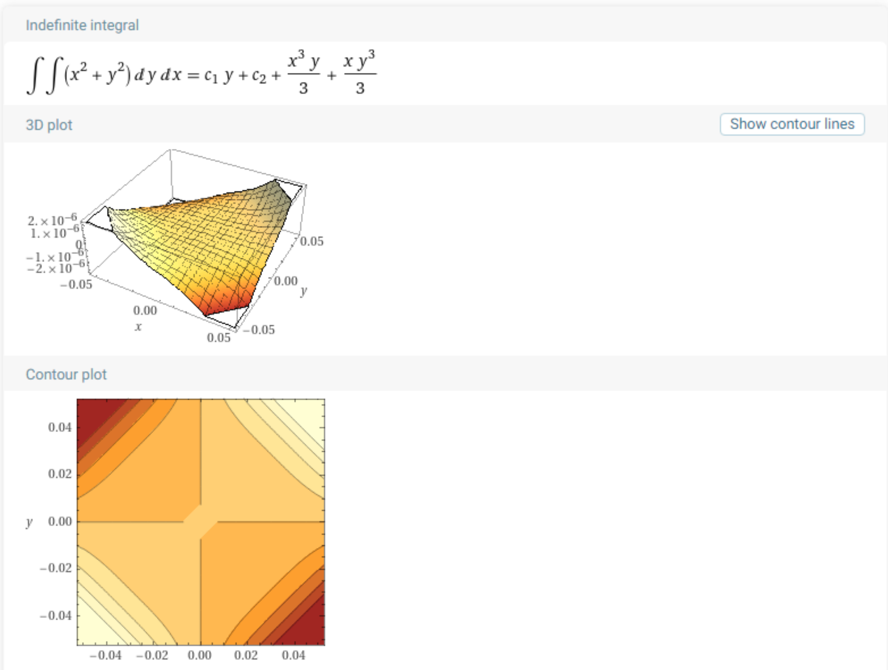

Рисунок 2 – Вывод ответа

Для нахождения неопределённого интеграла, в Wolfram Alpha предусмотрен свой особый синтаксис: в строку ввода команд сражу же вводится сам неопределённый интеграл с соблюдением всех правил записи (Рис. 3):

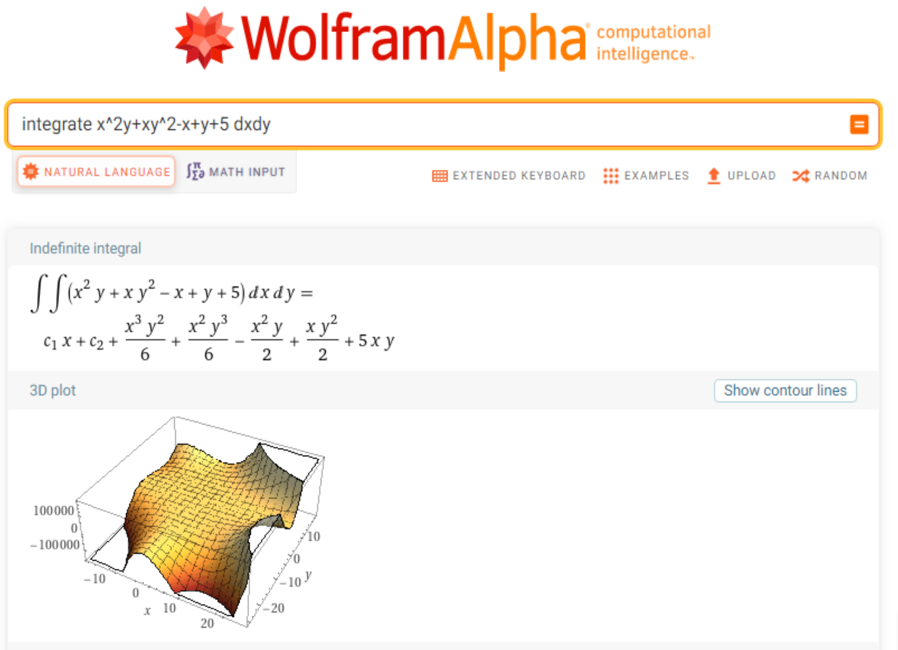

Рисунок 3 – Пример ввода двойного интеграла напрямую

Чтобы вычислить определенный двойной интеграл, нужно вписать пределы интегрирования. В простейшей ситуации вычислить двойной интеграл в Wolfram Alpha можно, введя в строку запрос, имеющий вид (Рис.4):

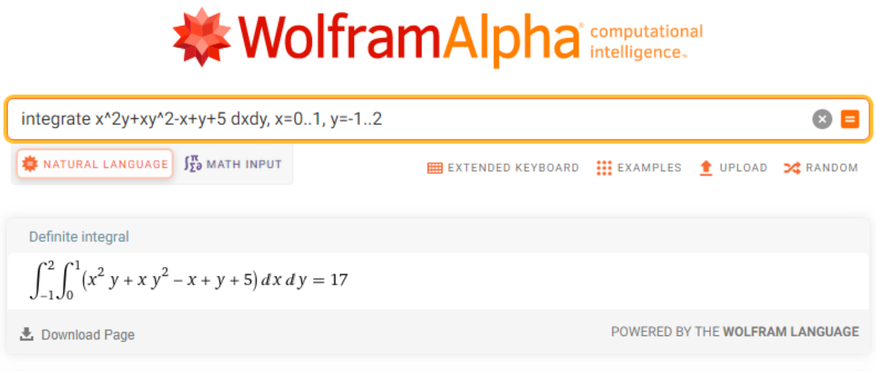

Рисунок 4 – Пример вычисления определенного интеграла

Таким же методом можно вычислить двойные интегралы, которые имеют бесконечные пределы (Рис. 5):

Рисунок 5 – Пример вычисления двойного интеграла с бесконечными пределами

Если область интегрирования отлична от прямоугольника или плоскости, то пределы интегрирования во внутреннем повторном интеграле нужно расставлять вручную, предварительно изобразив область интегрирования, используя какой-либо графический калькулятор.

Для нахождения тройного интеграла без расстановки пределов интегрирования в Wolfram Alpha, нужно употребить иной синтаксис, который имеет вид (Рис. 6):

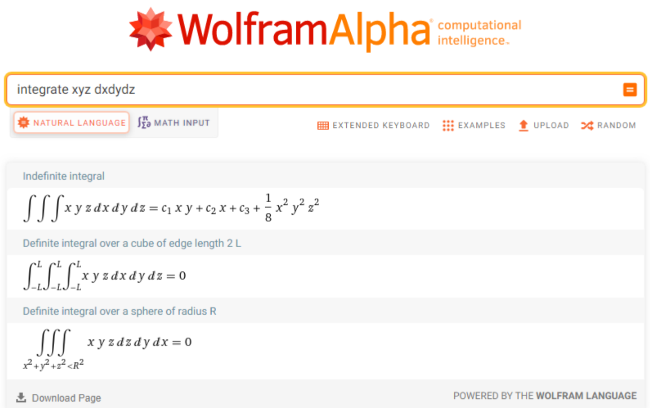

Рисунок 6 – Пример вычисления тройного интеграла

При записи дифференциалов *dx*, *dy*, *dz* в подынтегральном выражении с использованием Wolfram Alpha важна правильная последовательность их записи. Она и определяет порядок повторного интегрирования. Выводимый Wolfram Alpha результат обусловлен верной последовательностью при выполнении повторного интегрирования, результат зависит от порядка записи *dx*, *dy* и *dz.*

Как пример тому, можно взять предыдущий пример, и просто изменить порядок записи пределов интегрирования (с *dxdydz* на *dzdxdy*), тогда сам Wolfram Alpha выдаст нам иной результат (Рис.7):

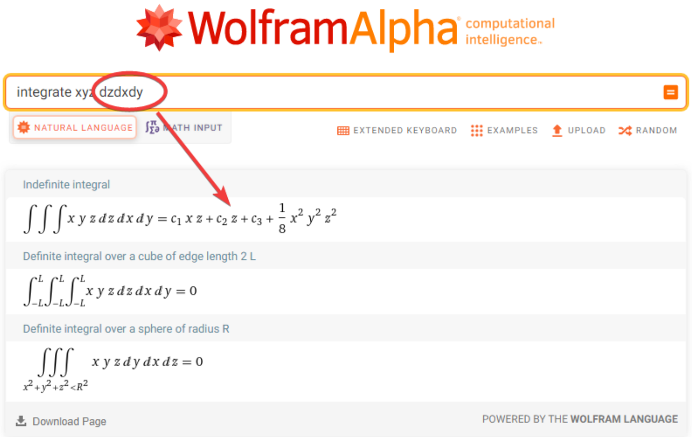

Рисунок 7 – Пример ответа при изменённом порядке интегрирования

Подведя итоги, можно прийти к тому, что Wolfram Alpha — это универсальная система, обладающая огромной базой знаний и большим набором алгоритмов, которая в разы упрощает работу с кратными интегралами, за счёт своего функционала она делает процесс вычисления интегралов в разы быстрее, потому что не всегда удобно вычислять вышеназванные интегралы вручную, да и не каждому это порой под силу.