



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный  
технический университет**

---

---

**Кафедра «Теория механизмов и машин»**

**П. П. Анципорович  
В. К. Акулич  
Е. М. Дубовская**

# **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Методическое пособие  
по курсовому проектированию**

**Минск  
БНТУ  
2014**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

---

Кафедра «Теория механизмов и машин»

П. П. Анципорович  
В. К. Акулич  
Е. М. Дубовская

## ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Методическое пособие  
по курсовому проектированию  
для студентов инженерно-технических специальностей

*4-е издание, исправленное*

Минск  
БНТУ  
2014

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41

A74

Рецензенты:

*М. В. Логачев, В. В. Бирич*

**Анципорович, П. П.**

A74 Теория механизмов и машин : методическое пособие по курсовому проектированию для студентов инженерно-технических специальностей / П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская. – 4-е изд., испр. – Минск : БНТУ, 2014. – 58 с.  
ISBN 978-985-550-580-9.

Методическое пособие представляет собой руководство по выполнению курсового проекта по дисциплине «Теория механизмов и машин», оформлению пояснительной записки и графической части. Показаны особенности решения задач по динамике машин и механизмов, синтезу кулачковых механизмов.

Издается с 2011 г. Третье издание выпущено в БНТУ в 2013 году, авторы П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская, А. Б. Дворянчикова.

**УДК 621.01(075.8)**

**ББК 34.41**

**ISBN 978-985-550-580-9**

© Белорусский национальный технический университет, 2011

© Анципорович П. П., Акулич В. К., Дубовская Е. М., с изменениями, 2014

© Белорусский национальный технический университет, 2014, исправленное

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ МАШИНЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ.....	5
2. ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МАШИНЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ.....	6
2.1. Задачи динамического синтеза и анализа машины .....	6
2.2. Определение размеров, масс и моментов инерции звеньев рычажного механизма .....	6
2.3. Структурный анализ рычажного механизма.....	7
2.4. Определение кинематических характеристик рычажного механизма .....	8
2.4.1. Построение планов положений механизма.....	8
2.4.2. Аналитический метод.....	9
2.4.3. Графический метод.....	12
2.5. Обработка механической характеристики и определение сил полезного сопротивления .....	13
2.6. Динамическая модель машины .....	14
2.7. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил .....	15
2.8. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^{II}$ и его производной .....	16
2.9. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^I$ и момента инерции маховика $I_M$ .....	17
2.10. Определение закона движения звена приведения .....	18
2.11. Схема алгоритма программы динамического синтеза .....	18
и анализа машины и исходные данные для расчетов.....	18
2.12. Обработка результатов расчетов .....	20
2.13. Выводы .....	27
3. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА ...	28
3.1. Задачи динамического анализа механизма .....	28
3.2. Графический метод .....	29
3.2.1. Кинематический анализ .....	29

3.2.2. Силовой анализ .....	32
3.3. Аналитический метод .....	35
3.3.1. Кинематический анализ .....	35
3.3.2. Силовой анализ .....	36
3.4. Исходные данные для выполнения расчетов с помощью программы «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов» .....	38
3.5. Обработка результатов расчетов .....	40
3.6. Выводы .....	44
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА .....	44
4.1. Задачи проектирования и исходные данные .....	44
4.2. Определение кинематических характеристик .....	45
4.3. Определение основных размеров (аналитический метод) .....	48
4.4. Определение полярных координат центрального профиля кулачка .....	49
4.5. Определение углов давления .....	50
4.6. Исходные данные для расчетов с помощью программы «Синтез кулачковых механизмов» .....	51
4.7. Обработка результатов расчетов .....	52
4.8. Выводы .....	58
ЛИТЕРАТУРА .....	58

## **ВВЕДЕНИЕ**

Курсовой проект по теории механизмов и машин предусматривает решение ряда задач: динамика машинного агрегата, динамический анализ основного исполнительного механизма машины, синтез кулачкового механизма. При решении их в настоящее время широко используются аналитические методы, на основе которых разработаны алгоритмы и программные продукты. Имеющиеся на кафедре программы служат для облегчения рутинных, повторяющихся процессов расчетов, а также для анализа графического материала (графиков, движущихся объектов).

Применяемая в данном случае методика курсового проектирования предполагает предварительное выполнение ряда работ, связанных с анализом исходных данных, исследованием строения механизмов и машины, структурным и геометрическим синтезом механизма, подготовкой алгоритмов и контрольными расчетами.

Студент допускается к работе в компьютерном классе только в случае своевременного и качественного выполнения этих работ.

Курсовой проект состоит из пояснительной записки, выполняемой на листах формата А4, и графической части на трех листах формата А1.

Студенту выдается задание на курсовое проектирование, содержащее описание работы машины и исходные данные.

Ниже приводится пример последовательности выполнения курсового проекта и оформления пояснительной записки.

### **1. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ МАШИНЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

Описание работы машины и исходные данные приводятся в пояснительной записке в соответствии с выданным заданием. В данном пособии рассматривается горизонтально-ковочная машина.

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МАШИНЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ

### 2.1. Задачи динамического синтеза и анализа машины

Задачи исследования динамики машинного агрегата приведены в п. 1.1 пособия [2] и излагаются студентом в пояснительной записке. Приводится блок-схема исследования.

### 2.2. Определение размеров, масс и моментов инерции звеньев рычажного механизма

Входными параметрами геометрического синтеза кривошипно-ползунного механизма являются: ход ползуна  $H = 0,24$  м,

$$\lambda = \frac{l_{OA}}{l_{AB}} = \frac{1}{3,2}, \quad \varepsilon = \frac{e}{l_{OA}} = 0,25.$$

Выходные параметры  $l_{OA}$ ,  $l_{AB}$ ,  $e$  определяются в соответствии с примером 2 пособия [1]. Приводятся соответствующая схема и все необходимые формулы с подстановками значений и результатами. Для рассматриваемого примера получено:  $l_{OA} = l_1 = 0,1196$  м,  $l_{AB} = l_2 = 0,3827$  м,  $e = 0,0299$  м.

Координата центра масс шатуна

$$l_{AS_2} = l_3 = 0,35l_{AB} = 0,35 \cdot 0,3827 = 0,1339 \text{ м.}$$

Массы звеньев (заданы):

$$m_1 = 80 \text{ кг}, \quad m_2 = 180 \text{ кг}, \quad m_3 = 360 \text{ кг}.$$

Силы тяжести звеньев:

$$G_1 = m_1 g = 80 \cdot 9,81 = 784,8 \text{ Н},$$

$$G_2 = m_2 g = 180 \cdot 9,81 = 1765,8 \text{ Н},$$

$$G_3 = m_3 g = 360 \cdot 9,81 = 3531,6 \text{ Н}.$$

Моменты инерции звеньев:  $I_{S_1} = 0,012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  (задано),

$$I_{S_2} = 0,17 m_2 l_{AB}^2 = 0,17 \cdot 180 \cdot 0,3827^2 = 4,4816 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Приведенный момент инерции вращающихся звеньев (без маховика)

$$I_{\Pi}^0 = I_{S_1} + I_P \left( \frac{n_d}{n_1} \right)^2 = 0,012 + 0,009 \cdot \left( \frac{960}{150} \right)^2 = 0,381 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

где  $n_d$  – частота вращения электродвигателя;

$n_1$  – частота вращения кривошипа;

$I_P$  – момент инерции ротора электродвигателя.

Средняя угловая скорость кривошипа

$$|\omega_1|_{\text{ср}} = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 150}{30} = 15,7 \text{ рад/с.}$$

Обобщенная координата механизма в крайнем, наиболее удаленном положении ползуна 3 (рис. 2.1) равна

$$\varphi_0 = 180 - \arcsin \frac{|e|}{l_1 + l_2} = 180 - \arcsin \frac{0,0299}{0,1196 + 0,3827} = 176,59 \text{ град.}$$

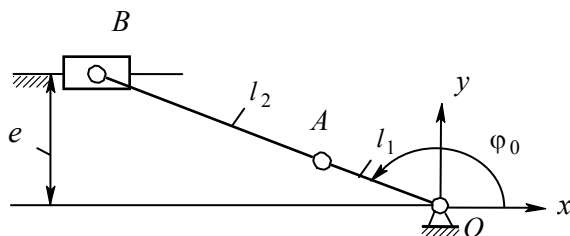


Рис. 2.1

### 2.3. Структурный анализ рычажного механизма

Выполняется в соответствии с пособием [5].

Число подвижных звеньев  $n = 3$ .

Число низших кинематических пар  $p_H = 4$ , в том числе вращательные пары –  $O(1,0)$ ,  $A(1,2)$ ,  $B(2,3)$ , поступательная пара –  $B(3,0)$ . Число высших кинематических пар  $p_B = 0$ .



Число степеней свободы механизма

$$W = 3n - 2p_H - p_B = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Начальным звеном является кривошип 1. Механизм образован из механизма 1-го класса (0,1) и структурной группы (2,3) (рис. 2.2).

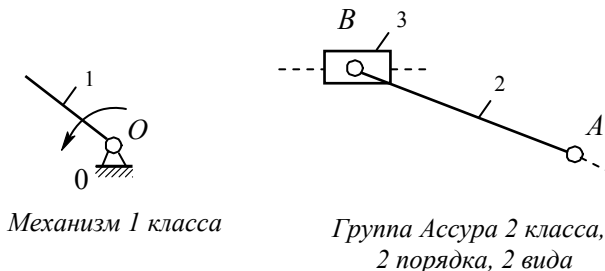


Рис. 2.2

Формула строения механизма:  $I(1,0) \rightarrow II(2,3)$ , механизм 2-го класса.

## 2.4. Определение кинематических характеристик рычажного механизма

### 2.4.1. Построение планов положений механизма

Для построения планов выбираем масштабный коэффициент

длин  $\mu_l = 0,0015 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ .

**Примечание.** Масштабные коэффициенты рекомендуется принимать в виде чисел, содержащих одну цифру 1,2,...9 с требуемым количеством нулей слева или справа. Например, 0,01; 2; 50.

Определяем чертежные размеры звеньев механизма:

$$OA = \frac{l_{OA}}{\mu_l} = \frac{0,1196}{0,0015} = 79,7 \text{ мм};$$

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,3827}{0,0015} = 255,1 \text{ мм};$$

$$AS_2 = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,1339}{0,0015} = 89,3 \text{ мм};$$

$$E = \frac{e}{\mu_l} = \frac{0,0299}{0,0015} = 19,9 \text{ мм}.$$

Методом засечек строим 12 последовательных планов положений механизма через 30 градусов по углу поворота кривошипа  $OA$ , начиная с крайнего положения 1, в котором  $\varphi_1 = \varphi_0$  и звенья  $OA$  и  $AB$  вытягиваются в одну прямую линию. Второе крайнее положение  $6'$ , в котором звенья  $OA$  и  $AB$  накладываются одно на другое, находим дополнительно. Все положения нумеруются в направлении вращения кривошипа.

На шатуне 2 отрезком  $AS_2$  отмечаем положение точки  $S_2$  на всех планах и соединяем их плавной линией, получая траекторию движения центра масс шатуна.

### 2.4.2. Аналитический метод

Изображается расчетная схема механизма (рис. 1.5, *a* из пособия [2]). Для вертикальных механизмов расчетной схемой является рис. 1.5, *в* из того же пособия.

Алгоритм определения кинематических характеристик (17 формул) приведен в п. 1.2.1 пособия [2]. В соответствии с этим алгоритмом выполняется расчет для контрольного положения  $i = 12$  (рис. 2.3).

Обобщенная координата

$$\varphi_1 = \varphi_0 + (i - 1) \cdot \Delta\varphi_1 = 176,59 + (12 - 1) \cdot 30 = 506,59 \text{ град.}$$

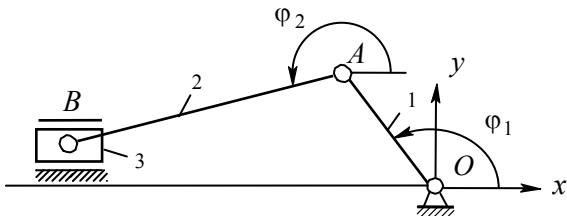


Рис. 2.3

Так как  $\varphi_1 > 360$  град, то принимаем

$$\varphi_1 = 506,59 - 360 = 146,59 \text{ град.}$$

Далее вычисляются следующие параметры.

Таблица 2.1

№ п/п	Формулы и расчет
1	$x_A = l_1 \cos \varphi_1 = 0,1196 \cdot \cos 146,59^\circ = -0,09983 \text{ м}$
2	$y_A = l_1 \sin \varphi_1 =$ $= 0,1196 \cdot \sin 146,59^\circ = 0,06586 \text{ м}$
3	$x_B = x_A + a \sqrt{l_2^2 - (y_B - y_A)^2} =$ $= -0,09983 - 1 \sqrt{0,3827^2 - (0,0299 - 0,06586)^2} = -0,4808 \text{ м}$
4	$\cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2} = \frac{-0,4808 - (-0,09983)}{0,3827} = -0,9955$
5	$\sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2} = \frac{0,0299 - 0,06586}{0,3827} = -0,09396$
6	$i_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2} = -\frac{0,1196 \cdot \cos 146,59^\circ}{0,3827 \cdot (-0,9955)} = -0,2620$
7	$i_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2 =$ $= -0,1196 \sin 146,59^\circ - 0,3827 (-0,262) (-0,09396) = -0,0753$

№ п/п	Формулы и расчет
8	$i'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 i'_{21} \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2} =$ $= \frac{0,1196 \sin 146,59^\circ + 0,3827(-0,262)^2(-0,09396)}{0,3827 \cdot (-0,9955)} = -0,166$
9	$i'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_2 i'_{21} \cos \varphi_2 =$ $= -0,1196 \cdot \cos 146,59^\circ - 0,3827 \cdot (-0,166)^2(-0,09396) - 0,3827 \times$ $\times (-0,262)^2(-0,9955) = 0,120 \text{ м}$
10	$x_{S_2} = x_A + l_3 \cos \varphi_2 = -0,09983 + 0,1339 \cdot (-0,9955) = -0,2331 \text{ м}$
11	$y_{S_2} = y_A + l_3 \sin \varphi_2 = 0,06586 + 0,1339 \cdot (-0,09396) = 0,05328 \text{ м}$
12	$x'_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i'_{21} l_3 \sin \varphi_2 =$ $= -0,1196 \sin 146,59^\circ - (-0,262) \cdot 0,1339 \cdot (-0,09396) = -0,069 \text{ м}$
13	$y'_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + i'_{21} l_3 \cos \varphi_2 =$ $= 0,1196 \cdot \cos 146,59^\circ + (-0,262) \cdot 0,1339 \cdot (-0,9955) = -0,065 \text{ м}$
14	$x''_{S_2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 =$ $= -0,1196 \cdot \cos 146,59^\circ - 0,1339 \cdot (-0,166)(-0,09396) - 0,1339$ $\times (-0,262)^2(-0,9955) = 0,107 \text{ м}$
15	$y''_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 + l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 =$ $= -0,1196 \cdot \sin 146,59^\circ - 0,1339 \cdot (-0,262)^2(-0,09396) + 0,1339 \times$ $\times (-0,166)(-0,9955) = -0,043 \text{ м}$
16	$ x_{BMAX}  = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - y_B^2} =$ $= \sqrt{(0,1196 + 0,3827)^2 - 0,0299^2} = 0,5014 \text{ м}$
17	$S_B =  x_{BMAX}  -  x_B  = 0,5014 - 0,4808 = 0,0206 \text{ м}$

### 2.4.3. Графический метод

Выполняем расчет аналогов скоростей для контрольного положения 12.

Аналог скорости точки  $A$  равен

$$U_A = \frac{V_A}{\omega_1} = \frac{\omega_1 l_{OA}}{\omega_1} = l_{OA} = 0,1196 \text{ м.}$$

Принимаем масштабный коэффициент аналогов скоростей  $\mu_U = \mu_l = 0,0015 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ . Тогда отрезок, изображающий  $U_A$ , равен

$$pa = \frac{U_A}{\mu_U} = \frac{0,1196}{0,0015} = 79,7 \text{ мм.}$$

Аналог скорости  $\bar{U}_A \perp OA$  и направлен в сторону вращения кривошипа 1.

Для построения плана аналогов скоростей используются следующие векторные уравнения (на основании теоремы о сложении скоростей в плоском движении):

$$\bar{U}_B = \bar{U}_A + \bar{U}_{BA},$$

$$\bar{U}_B = \bar{U}_{B_0} + \bar{U}_{BB_0},$$

где  $\bar{U}_{BA} \perp AB$ ,  $\bar{U}_{B_0} = 0$  (точка  $B_0$  направляющих ползуна неподвижна),  $\bar{U}_{BB_0} // x$ .

Точку  $s_2$  на плане аналогов скоростей находим по теореме подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 67 \cdot 0,35 = 23,5 \text{ мм.}$$

Находим на плане проекции точки  $s_2 - s_{2x}$  и  $s_{2y}$ .

Из плана находим передаточные функции (аналоги скоростей):

$$i_{31} = U_B = \frac{V_B}{\omega_1} = (pb) \cdot \mu_U = 50 \cdot 0,0015 = 0,075 \text{ м};$$

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{ab}{l_{AB}} \cdot \mu_U = \frac{67 \cdot 0,0015}{0,3827} = 0,255;$$

$$x'_{S_2} = \frac{V_{S_{2x}}}{\omega_1} = (ps_{2x}) \cdot \mu_U = 46 \cdot 0,0015 = 0,069 \text{ м};$$

$$y'_{S_2} = \frac{V_{S_{2y}}}{\omega_1} = (ps_{2y}) \cdot \mu_U = 43 \cdot 0,0015 = 0,0645 \text{ м}.$$

Сопоставление результатов расчетов приведено в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Параметр	Ед. изм.	Аналитический метод	Графический метод
$i_{31}$	м	-0,0753	0,075
$i_{21}$	–	-0,262	0,255
$x'_{S_2}$	м	-0,069	0,069
$y'_{S_2}$	м	-0,065	0,0645

## 2.5. Обработка механической характеристики и определение сил полезного сопротивления

Заданная механическая характеристика технологического процесса  $F_{\text{ПС}}(S_B)$  представляет собой зависимость силы полезного сопротивления  $F_{\text{ПС}}$ , действующей на ползун, от перемещения ползуна  $S_B$ . На чертеже (лист 1) привязываем механическую характеристику к крайним положениям ползуна и с учетом выполняемого технологического процесса находим силу полезного сопротивления  $F_{\text{ПС}}$  для каждого положения механизма:

$$\left| F_{\text{ПС}} \right| = \left| y_F \right| \cdot \mu_F,$$

где  $y_F$  – ордината графика  $F_{\text{ПС}}(S_B)$ , мм;

$\mu_F$  – масштабный коэффициент сил, Н/мм.

$$\mu_F = \frac{F_{\text{ПСmax}}}{y_{F_{\text{max}}}} = \frac{150000}{100} = 1500 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Результаты определения  $F_{\text{ПС}}$  приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

№ пол.	$y_F$ , мм	$F_{\text{ПС}}$ , Н
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0
10	0	0
11	10,44	15660
12	45,13	67695
13	100	150000

**Примечание.** Значения сил полезного сопротивления  $F_{\text{ПС}}$  определяются с учетом знака. Если направление силы  $F_{\text{ПС}}$  совпадает с положительным направлением оси  $X$  (или оси  $Y$ ), то сила  $F_{\text{ПС}} > 0$ ; в противном случае  $F_{\text{ПС}} < 0$ .

## 2.6. Динамическая модель машины

Динамическая модель машины – это расчетная схема, которая заменяет реальную машину. В качестве такой модели принимается условное вращающееся звено приведения. Описание динамической модели и ее характеристики приводятся в п. 1.1 пособия [2].

В пояснительной записке требуется дать характеристику принятой динамической модели и привести соответствующий рисунок.

## 2.7. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил

Схема механизма с указанием действующих сил показана на рис. 2.4.

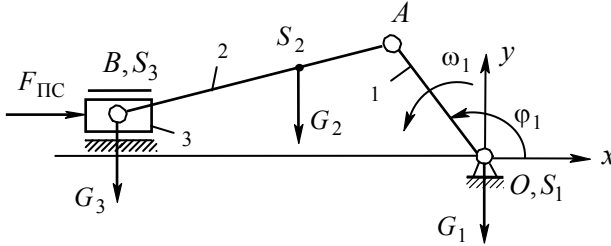


Рис. 2.4

Приведенный момент сил сопротивления  $M_{\Pi}^C$  определяется из равенства мощностей, согласно которому мощность момента  $M_{\Pi}^C$  равна сумме мощностей от силы полезного сопротивления  $F_{\Pi C}$  и сил тяжести звеньев:

$$M_{\Pi}^C \omega_1 = \bar{F}_{\Pi C} \bar{V}_B + \bar{G}_2 \bar{V}_{S_2} + \bar{G}_3 \bar{V}_B,$$

откуда

$$M_{\Pi}^C = \left( F_{\Pi C} i_{31} - G_2 y'_{S_2} \right) \text{sign}(\omega_1),$$

где  $\text{sign}(\omega_1) = 1$ , если угловая скорость  $\omega_1$  направлена против часовой стрелки, и  $\text{sign}(\omega_1) = -1$ , если она направлена по часовой стрелке.

**Примечание:** В случае вертикальных механизмов в формуле  $M_{\Pi}^C$  учитывается слагаемое  $(-G_3 i_{31})$ .

Для положения 12

$$M_{\Pi}^C = [67695 \cdot (-0,0753) - 1765,8 \cdot (-0,065)] \cdot 1 = -4983 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Приведенный момент движущих сил  $M_{\Pi}^D$  принимается постоянным и определяется из условия, что за цикл установившегося дви-



жения машины имеет место равенство работ движущих сил ( $A_{ДЦ}$ ) и сил сопротивления ( $A_{СЦ}$ ), т. е.  $A_{ДЦ} = -A_{СЦ}$ .

Работа сил сопротивления

$$A_{Сi} = \int_{\phi_0}^{\phi_i} M_{\Pi}^C d\phi_i.$$

Интегрирование выполняется численным методом по способу трапеций:

$$A_{Сi} = A_{Сi-1} + 0,5 \left( M_{\Pi i-1}^C + M_{\Pi i}^C \right) \cdot \Delta\phi_1,$$

где  $\Delta\phi_1$  – шаг интегрирования:

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{12} = 0,5236 \text{ рад.}$$

Так как работа движущих сил за цикл  $A_{ДЦ} = M_{\Pi}^D \cdot 2\pi$ , то приведенный момент движущих сил равен

$$M_{\Pi}^D = \frac{A_{ДЦ}}{2\pi} = \frac{-A_{СЦ}}{2\pi}.$$

## 2.8. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^H$ и его производной

Переменная составляющая приведенного момента инерции  $I_{\Pi}^H$  определяется из равенства кинетических энергий, согласно которому кинетическая энергия звена приведения с моментом инерции  $I_{\Pi}^H$  равна сумме кинетических энергий звеньев 2 и 3:

$$\frac{I_{\Pi}^H \omega_1^2}{2} = \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{I_{S_2} \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_B^2}{2},$$

откуда

$$I_{\Pi}'' = A + B + C,$$

где  $A = m_2 \left[ \left( x'_{S_2} \right)^2 + \left( y'_{S_2} \right)^2 \right]$ ,  $B = I_{S_2} i_{21}^2$ ,  $C = m_3 i_{31}^2$ .

Производная

$$\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = 2 \left[ m_2 \left( x'_{S_2} x''_{S_2} + y'_{S_2} y''_{S_2} \right) + I_{S_2} i_{21} i'_{21} + m_3 i_{31} i'_{31} \right] \text{sign}(\omega_1).$$

Для положения 12

$$A = 180 \cdot \left[ (-0,069)^2 + (-0,065)^2 \right] = 1,6191 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$B = 4,4816 \cdot (-0,262)^2 = 0,3077 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$C = 360 \cdot (-0,0753)^2 = 2,0402 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I_{\Pi}'' = 1,6191 + 0,3077 + 2,0402 = 3,9670 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} &= 2 \left[ 180 \cdot \left( (-0,069) \cdot 0,107 + (-0,065) \cdot (-0,043) \right) + 4,4816 \times \right. \\ &\times \left. (-0,262) \cdot (-0,166) + 360 \cdot (-0,0753) \cdot 0,12 \right] \cdot 1 = -7,7749 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

## 2.9. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I_{\Pi}^I$ и момента инерции маховика $I_M$

Методика определения  $I_{\Pi}^I$  и  $I_M$  по методу Н.И. Мерцалова приведена в п. 1.2.4 пособия [2].

В пояснительной записке следует привести все необходимые формулы с пояснениями, а также соответствующий рисунок.

## 2.10. Определение закона движения звена приведения

Последовательность определения угловой скорости  $\omega_1(\varphi_1)$  и углового ускорения  $\varepsilon_1(\varphi_1)$  звена приведения изложена в п. 1.2.5 пособия [2].

## 2.11. Схема алгоритма программы динамического синтеза и анализа машины и исходные данные для расчетов

Схема алгоритма с необходимыми пояснениями приведена в п. 1.2.6 пособия [2].

Все необходимые исходные данные для работы студента в компьютерном классе (табл. 2.4) составляются по форме табл. 1.1 из пособия [2].

**Примечание.** Обратить внимание на то, что эксцентриситет  $e$ , угловая скорость  $\omega_{1cp}$  и силы полезного сопротивления  $F_{ПС}$  могут быть как положительными, так и отрицательными (в зависимости от конкретной схемы механизма).

Таблица 2.4

№ п.п	Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Величина
1	2	3	4	5
1	Схема кривошипно-ползунного механизма			
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$ $l_3 = l_{AS_2}$ $l_2 = l_{AB}$ $e$	 м м м м	 0,1196 0,1339 0,3827 0,0299
3	Начальная обобщенная координата	$\phi_0$	град	176,59

Окончание табл. 2.4

1	2	3	4	5
4	Массы и моменты инерции звеньев:			
	масса шатуна	$m_2$	кг	180
	масса ползуна	$m_3$	кг	360
	момент инерции шатуна	$I_{S_2}$	кг·м <sup>2</sup>	4,4816
5	Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$			
		$F_{ПС1}$	Н	0
		$F_{ПС2}$	Н	0
		$F_{ПС3}$	Н	0
		$F_{ПС4}$	Н	0
		$F_{ПС5}$	Н	0
		$F_{ПС6}$	Н	0
		$F_{ПС7}$	Н	0
		$F_{ПС8}$	Н	0
		$F_{ПС9}$	Н	0
		$F_{ПС10}$	Н	0
		$F_{ПС11}$	Н	15660
		$F_{ПС12}$	Н	67695
		$F_{ПС13}$	Н	150000
6	Средняя угловая скорость кривошипа	$\omega_{1cp}$	рад/с	15,7
7	Коэффициент неравномерности вращения кривошипа	$\delta$	–	0,05
8	Приведенный момент инерции всех вращающихся звеньев	$I_{\Pi}^0$	кг·м <sup>2</sup>	0,381

## 2.12. Обработка результатов расчетов

По результатам компьютерных расчетов на листе 1 (рис. 2.5) построены следующие графики:

**1. Кинематические характеристики**  $S_B(\varphi_1)$ ,  $i_{31}(\varphi_1)$ ,  $i_{21}(\varphi_1)$ .

Масштабный коэффициент углов

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{[1-13]} = \frac{2\pi}{209} = 0,03 \text{ рад/мм}.$$

Здесь отрезок  $[1-13] = 209 \text{ мм}$  соответствует одному циклу установившегося движения ( $\varphi_{\text{ц}} = 360^\circ = 2\pi \text{ рад}$ ).

Масштабные коэффициенты для кинематических характеристик равны

$$\mu_S = \frac{S_{B_{\max}}}{y_{S_{B_{\max}}}} = \frac{0,2399}{80} = 0,003 \frac{\text{м}}{\text{мм}};$$

$$\mu_{i_{31}} = \frac{i_{31_{\max}}}{y_{i_{31_{\max}}}} = \frac{0,1236}{41,2} = 0,003 \frac{\text{м}}{\text{мм}};$$

$$\mu_{i_{21}} = \frac{i_{21_{\max}}}{y_{i_{21_{\max}}}} = \frac{0,3134}{104,5} = 0,003 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

**Примечание.** Подбираем максимальные значения ординат графиков таким образом, чтобы масштабные коэффициенты получались круглыми в соответствии с примечанием в п. 2.4.1.

Ординаты графиков  $S_B(\varphi_1)$ ,  $i_{31}(\varphi_1)$ ,  $i_{21}(\varphi_1)$  вычисляются как

$$y_{S_B} = \frac{S_B}{\mu_S}; \quad y_{i_{31}} = \frac{i_{31}}{\mu_{i_{31}}}; \quad y_{i_{21}} = \frac{i_{21}}{\mu_{i_{21}}}.$$



Например, для контрольного положения 12

$$y_{S_B(12)} = \frac{S_{B(12)}}{\mu_S} = \frac{0,0206}{0,003} = 6,9 \text{ мм};$$

$$y_{i_{31}(12)} = \frac{i_{31(12)}}{\mu_{i_{31}}} = \frac{-0,0753}{0,003} = -25,1 \text{ мм};$$

$$y_{i_{21}(12)} = \frac{i_{21(12)}}{\mu_{i_{21}}} = \frac{-0,262}{0,003} = -87,3 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_{S_B}$ ,  $y_{i_{31}}$ ,  $y_{i_{21}}$  для всех положений механизма представлены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

№ пол.	$y_{S_B}$ , мм	$y_{i_{31}}$ , мм	$y_{i_{21}}$ , мм
1	0	0	-104,2
2	7	25,8	-95,5
·	·	·	·
·	·	·	·
13	0	0	-104,2

## 2. Переменная составляющая приведенного момента $I_{II}^{II}(\varphi_1)$ и ее слагаемые $A$ , $B$ , $C$

Масштабный коэффициент  $\mu_I$  принимаем из условия

$$\mu_I = \frac{I_{II \max}^{II}}{y_{I_{II \max}^{II}}} = \frac{8,0813}{101} = 0,08 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{мм}}.$$

**Примечание.** Максимальное значение  $y_{I_{II \max}^{II}}$  рекомендуется принимать не более 150 мм.

Ординаты графиков  $I_{II}^H(\varphi_1)$ ,  $A(\varphi_1)$ ,  $B(\varphi_1)$ ,  $C(\varphi_1)$  вычисляются как

$$y_A = \frac{A}{\mu_I}; \quad y_B = \frac{B}{\mu_I}; \quad y_C = \frac{C}{\mu_I}; \quad y_{I_{II}^H} = \frac{I_{II}^H}{\mu_I}.$$

Например, для контрольного положения 12

$$y_{A(12)} = \frac{A_{(12)}}{\mu_I} = \frac{1,619105}{0,08} = 20,2 \text{ мм};$$

$$y_{B(12)} = \frac{B_{(12)}}{\mu_I} = \frac{0,307693}{0,08} = 3,8 \text{ мм};$$

$$y_{C(12)} = \frac{C_{(12)}}{\mu_I} = \frac{2,040246}{0,08} = 25,5 \text{ мм};$$

$$y_{I_{II}^H(12)} = \frac{I_{II}^H(12)}{\mu_I} = \frac{3,967044}{0,08} = 49,6 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_A$ ,  $y_B$ ,  $y_C$ ,  $y_{I_{II}^H}$  для всех положений механизма представлены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

№ пол.	$y_A$ , мм	$y_B$ , мм	$y_C$ , мм	$y_{I_{II}^H}$ , мм
1	13,6	5,5	0	19,1
2	19,5	4,6	27	51,1
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
13	13,6	5,5	0	19,1

**3. Приведенный момент сил сопротивления  $M_{II}^C(\varphi_1)$  и приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D(\varphi_1)$**



Приняв масштабный коэффициент моментов из условия

$$\mu_M = \frac{\left| M_{\Pi}^C \right|_{\max}}{\left| y_{M_{\Pi}^C} \right|_{\max}} = \frac{4981,6}{99,6} = 50 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}},$$

вычисляем ординаты графика  $M_{\Pi}^C(\varphi_1)$ :

$$y_{M_{\Pi}^C} = \frac{M_{\Pi}^C}{\mu_M}.$$

Например, для контрольного положения 12

$$y_{M_{\Pi(12)}^C} = \frac{M_{\Pi(12)}^C}{\mu_M} = \frac{-4981,6}{50} = -99,6 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_{M_{\Pi}^C}$  для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

Определяем ординату графика  $M_{\Pi}^D(\varphi_1)$

$$y_{M_{\Pi}^D} = \frac{M_{\Pi}^D}{\mu_M} = \frac{723,1}{50} = 14,5 \text{ мм}.$$

#### **4. Работа сил сопротивления $A_C(\varphi_1)$ и работа движущих сил $A_D(\varphi_1)$**

Приняв масштабный коэффициент работ из условия

$$\mu_A = \frac{\left| A_C \right|_{\max}}{\left| y_{A_C} \right|_{\max}} = \frac{4543,1}{90,9} = 50 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}},$$

вычисляем ординаты графика  $A_C(\varphi_1)$

$$y_{A_C} = \frac{A_C}{\mu_A}.$$

Например, для контрольного положения 12

$$y_{A_{C(12)}} = \frac{A_{C(12)}}{\mu_A} = \frac{-2650,2}{50} = -53 \text{ мм.}$$

Значения ординат  $y_{A_C}$  для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

№ пол.	$y_{M_{II}^C}$ , мм	$y_{A_C}$ , мм	$y_{\Delta T}$ , мм	$y_{\Delta T_1}$ , мм	$\Delta\omega_1$ , рад/с	$y_{\Delta\omega_1}$ , мм	$y_{\varepsilon_1}$ , мм
1	2,7	0	0	-3,8	-0,392	-65,3	20,5
2	2,5	1,4	9	-1,1	-0,35	-58,3	-3,5
·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·
13	2,7	-90,9	0	-3,8	-0,392	-65,3	20,5

Учитывая, что за цикл установившегося движения  $A_{DЦ} = -A_{CЦ}$ , график  $A_D(\varphi_1)$  строим, отложив ординату  $y_{A_{D(13)}} = 90,9$  мм и соединив конец отрезка с началом координат прямой линией.

### 5. Изменение кинетической энергии машины $\Delta T(\varphi_1)$ и изменение кинетической энергии постоянной составляющей приведенного момента инерции $\Delta T_1(\varphi_1)$

Приняв масштабный коэффициент кинетической энергии  $\mu_T = \mu_A = 50 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}$ , вычисляем ординаты графиков  $\Delta T(\varphi_1)$  и  $\Delta T_1(\varphi_1)$

$$y_{\Delta T} = \frac{\Delta T}{\mu_T}, \quad y_{\Delta T_1} = \frac{\Delta T_1}{\mu_T}.$$

$$y_{\Delta T_{\max}} = \frac{\Delta T_{\max}}{\mu_T} = \frac{3278,5}{50} = 65,6 \text{ мм.}$$

$$y_{\Delta T_1_{\max}} = \frac{\Delta T_1_{\max}}{\mu_T} = \frac{2350,4}{50} = 47 \text{ мм.}$$

Например, для положения 12

$$y_{\Delta T_{(12)}} = \frac{\Delta T_{(12)}}{\mu_T} = \frac{1514,4}{50} = 30,3 \text{ мм};$$

$$y_{\Delta T_{I(12)}} = \frac{\Delta T_{I(12)}}{\mu_T} = \frac{1025,4}{50} = 20,5 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_{\Delta T}$ ,  $y_{\Delta T_I}$  для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

**6. Изменение угловой скорости  $\Delta \omega_1(\varphi_1)$  и углового ускорения  $\varepsilon_1(\varphi_1)$  звена привода**

Для построения графика  $\Delta \omega_1(\varphi_1)$  необходимо предварительно выполнить расчет  $\Delta \omega_1 = \left| \omega_1 \right| - \left| \omega_1 \right|_{\text{ср}}$  для всех положений.

Например, для положения 12

$$\Delta \omega_{1(12)} = \left| \omega_1 \right|_{(12)} - \left| \omega_1 \right|_{\text{ср}} = 15,683 - 15,7 = -0,017 \text{ рад/с}.$$

Значение  $\Delta \omega_1$  для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

Приняв масштабный коэффициент угловой скорости

$$\mu_{\omega} = \frac{\left| \Delta \omega_1 \right|_{\text{max}}}{\left| y_{\Delta \omega_1} \right|_{\text{max}}} = \frac{0,392}{65,3} = 0,006 \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{мм}},$$

определяем ординаты графика  $\Delta \omega_1(\varphi_1)$

$$y_{\Delta \omega_1} = \frac{\Delta \omega_1}{\mu_{\omega}}.$$

Например, для положения 12

$$y_{\Delta\omega_{(12)}} = \frac{\Delta\omega_{1(12)}}{\mu_{\omega}} = \frac{-0,017}{0,006} = -2,8 \text{ мм.}$$

Значения ординат  $y_{\Delta\omega_1}$  для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

Масштабный коэффициент углового ускорения определяем из условия

$$\mu_{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_1|_{\max}}{|y_{\varepsilon_1}|_{\max}} = \frac{15,515}{77,6} = 0,2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}.$$

Определяем ординаты графика  $\varepsilon_1(\varphi_1)$

$$y_{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_1}{\mu_{\varepsilon}}.$$

Например, для положения 12

$$y_{\varepsilon_{1(12)}} = \frac{\varepsilon_{1(12)}}{\mu_{\varepsilon}} = \frac{-15,515}{0,2} = -77,6 \text{ мм.}$$

Значения ординат для всех положений механизма приведены в табл. 2.7.

Примерное расположение графических построений приведено на рис. 2.5.

## 2.13. Выводы

Из анализа результатов динамического исследования машины установлено:

1. Для обеспечения вращения кривошипа с заданным коэффициентом неравномерности вращения  $\delta = 0,05$  необходимо, чтобы постоянная составляющая приведенного момента инерции была равна  $I_{\Pi}^I = 208,89 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Фактическое значение

$$\delta = \frac{|\omega_1|_{\max} - |\omega_1|_{\min}}{|\omega_1|_{\text{cp}}} = \frac{16,082 - 15,308}{15,7} = 0,049,$$

что практически совпадает с заданной величиной.

2. Так как приведенный момент инерции всех вращающихся звеньев  $I_{\Pi}^0 < I_{\Pi}^I$ , то на вал кривошипа необходимо установить маховик с моментом инерции  $I_M = 208,509 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

3. Получены зависимости изменения угловой скорости  $\Delta\omega_1(\varphi_1)$  и углового ускорения  $\varepsilon_1(\varphi_1)$  кривошипа после установки маховика.

### 3. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

#### 3.1. Задачи динамического анализа механизма

Задачами динамического анализа механизма являются:

- 1) определение реакций в кинематических парах;
- 2) определение уравновешивающего (движущего) момента, действующего на кривошипный вал со стороны привода.

При этом известен закон движения кривошипа  $\omega_1(\varphi_1)$  и  $\varepsilon_1(\varphi_1)$ .

Указанные задачи решаются методом кинетостатики, который состоит в том, что уравнения движения записываются в форме уравнений равновесия (статики). Для этого к каждому подвижному звену механизма, наряду с реально действующими активными силами и реакциями связей, прикладываются силы инерции, после чего на основании принципа Даламбера составляются уравнения равновесия.

## 3.2. Графический метод

### 3.2.1. Кинематический анализ

Расчет выполняется для положения 12, в котором угловая скорость  $\omega_1 = 15,683 \text{ рад/с}$ , угловое ускорение  $\varepsilon_1 = -15,515 \text{ рад/с}^2$ . Направление  $\varepsilon_1$  противоположно направлению  $\omega_1$ .

Скорость точки  $A$

$$V_A = |\omega_1| \cdot l_{OA} = 15,683 \cdot 0,1196 = 1,876 \text{ м/с.}$$

Принимаем масштабный коэффициент  $\mu_V = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$ .

Тогда отрезок, изображающий  $V_A$ ,

$$pa = \frac{V_A}{\mu_V} = \frac{1,876}{0,02} = 93,8 \text{ мм.}$$

Скорость точки  $A$   $\vec{V}_A \perp OA$  и направлена в сторону вращения кривошипа.

Скорость точки  $B$  находим путем построения плана скоростей согласно векторным уравнениям

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{B_0} + \vec{V}_{BB_0},$$

где  $\vec{V}_{BA} \perp AB$ ,  $\vec{V}_{B_0} = 0$  (точка  $B_0$  направляющих ползуна неподвижна),  $\vec{V}_{BB_0} // x$ .

Точку  $s_2$  на плане скоростей находим на основании теоремы подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 79 \cdot 0,35 = 27,7 \text{ мм.}$$

Находим на плане проекции точки  $s_2 - s_{2x}$  и  $s_{2y}$ .

Из плана скоростей находим:

$$V_B = (pb) \cdot \mu_V = 59 \cdot 0,02 = 1,18 \text{ м/с.}$$

$$V_{S_2} = (ps_2) \cdot \mu_V = 72,5 \cdot 0,02 = 1,45 \text{ м/с.}$$

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ab) \cdot \mu_V}{l_{AB}} = \frac{79 \cdot 0,02}{0,3827} = 4,13 \text{ рад/с.}$$

Направление угловой скорости  $\omega_2$  звена 2 получим, поместив вектор относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  (вектор  $\overline{ab}$ ) в точку  $B$  и рассматривая поворот точки  $B$  относительно точки  $A$ .

Ускорение точки  $A$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau,$$

где  $\vec{a}_A^n$  – нормальное ускорение точки  $A$ , направленное от точки  $A$  к точке  $O$ ;

$\vec{a}_A^\tau$  – касательное (тангенциальное) ускорение точки  $A$ , направленное перпендикулярно  $OA$  в сторону углового ускорения  $\varepsilon_1$ .

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 15,683^2 \cdot 0,1196 = 29,416 \text{ м/с}^2.$$

$$a_A^\tau = |\varepsilon_1| \cdot l_{OA} = 15,515 \cdot 0,1196 = 1,855 \text{ м/с}^2.$$

Принимаем масштабный коэффициент ускорений  $\mu_a = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}$

и находим отрезки, изображающие  $\vec{a}_A^n$  и  $\vec{a}_A^\tau$ :

$$\pi n_1 = \frac{a_A^n}{\mu_a} = \frac{29,416}{0,3} = 98,1 \text{ мм,}$$

$$n_1 a = \frac{a_A^\tau}{\mu_a} = \frac{1,855}{0,3} = 6,2 \text{ мм.}$$

Ускорение точки  $B$  находим путем построения плана ускорений согласно векторным уравнениям

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau,$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{B_0} + \bar{a}_{BB_0},$$

где  $\bar{a}_{BA}^n$  – нормальное относительное ускорение точки  $B$  по отношению к точке  $A$ , направленное от точки  $B$  к точке  $A$ ;

$\bar{a}_{BA}^\tau$  – тангенциальное относительное ускорение, направленное перпендикулярно  $AB$ ;  $\bar{a}_{B_0} = 0$ ,  $\bar{a}_{BB_0} // x$ .

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = 4,13^2 \cdot 0,3827 = 6,52 \text{ м/с}^2.$$

Отрезок, изображающий  $\bar{a}_{BA}^n$ , равен

$$an_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{6,52}{0,3} = 21,7 \text{ мм.}$$

Точку  $s_2$  на плане находим по теореме подобия:

$$\frac{as_2}{ab} = \frac{AS_2}{AB}, \text{ откуда } as_2 = ab \cdot \frac{AS_2}{AB} = 52 \cdot 0,35 = 18,2 \text{ мм.}$$

Находим на плане проекции точки  $s_2$  –  $s_{2x}$  и  $s_{2y}$ .

Из плана ускорений находим:

$$a_B = (\pi b) \cdot \mu_a = 102,5 \cdot 0,3 = 30,75 \text{ м/с}^2,$$



$$a_{S_2} = (\pi s_2) \cdot \mu_a = 96,5 \cdot 0,3 = 29 \text{ м/с}^2,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{(n_2 \bar{b}) \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{47 \cdot 0,3}{0,3827} = 36,84 \text{ рад/с}^2,$$

$$\ddot{x}_{S_2} = (\pi s_{2x}) \cdot \mu_a = 91 \cdot 0,3 = 27,3 \text{ м/с}^2,$$

$$\ddot{y}_{S_2} = (\pi s_{2y}) \cdot \mu_a = 32 \cdot 0,3 = 9,6 \text{ м/с}^2.$$

Направление углового ускорения  $\varepsilon_2$  звена 2 получим, поместив вектор тангенциального ускорения  $\bar{a}_{BA}^\tau$  (вектор  $n_2 \bar{b}$ ) в точку  $B$  и рассматривая поворот точки  $B$  относительно точки  $A$ .

### 3.2.2. Силовой анализ

Определяем силы и моменты сил инерции звеньев:

$$M_{И1} = I_{II}^I \cdot |\varepsilon_1| = 208,89 \cdot 15,515 = 3240,93 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$F_{И2} = m_2 a_{S_2} = 180 \cdot 29 = 5220 \text{ Н}.$$

$$M_{И2} = I_{S_2} \varepsilon_2 = 4,4816 \cdot 36,84 = 165,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$F_{И3} = m_3 a_B = 360 \cdot 30,75 = 11070 \text{ Н}.$$

Силы инерции направлены противоположно ускорениям центров масс, а моменты сил инерции – противоположно угловым ускорениям звеньев.

Силовой расчет выполняется в порядке, обратном присоединению структурных групп. Отделяем от механизма статически определимую структурную группу (2,3) и прикладываем действующие силы. В точке  $B$  приложена реакция  $\bar{F}_{30} \perp x$ , а в точке  $A$  – реак-

ция  $\bar{F}_{21}$ , которую раскладываем на нормальную составляющую  $\bar{F}_{21}^n$ , направленную вдоль звена  $AB$ , и тангенциальную составляющую  $\bar{F}_{21}^\tau$ , направленную перпендикулярно  $AB$ .

Составляющую  $\bar{F}_{21}^\tau$  находим из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки  $B$ :

$$\sum M_B = 0 \quad \text{или} \quad \sum M_B = \frac{M_{И2}}{\mu_l} + F_{И2}h_{И2} - G_2h_2 - F_{21}^\tau AB = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} F_{21}^\tau &= \frac{\frac{M_{И2}}{\mu_l} + F_{И2}h_{И2} - G_2h_2}{AB} = \\ &= \frac{\frac{165,1}{0,0015} + 5220 \cdot 69 - 1765,8 \cdot 165}{255} = 701,53 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Плечи сил  $h_{И2}$ ,  $h_2$ ,  $AB$  берутся непосредственно из чертежа измерением в миллиметрах.

**Примечание.** Если окажется, что  $\bar{F}_{21}^\tau < 0$ , то первоначально принятое направление  $\bar{F}_{21}^\tau$  следует изменить на противоположное.

Составляющую  $\bar{F}_{21}^n$ , полную реакцию  $\bar{F}_{21}$  и реакцию  $\bar{F}_{30}$  находим путем построения плана сил согласно уравнению равновесия группы, записанному в соответствии с принципом Даламбера:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^\tau + \bar{F}_{И2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{И3} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{Пс} + \bar{F}_{30} = 0. \\ 8-1 \quad 1-2 \quad 2-3 \quad 3-4 \quad 4-5 \quad 5-6 \quad 6-7 \quad 7-8 \end{aligned}$$

Принимаем масштабный коэффициент сил  $\mu_F = 200 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$  и находим отрезки, изображающие все известные силы:

$$[1-2] = \frac{F_{21}^\tau}{\mu_F} = \frac{701,53}{200} = 3,5 \text{ мм}, \quad [2-3] = \frac{F_{И2}}{\mu_F} = \frac{5220}{200} = 26,1 \text{ мм},$$

$$[3-4] = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{1765,8}{200} = 8,8 \text{ мм}, \quad [4-5] = \frac{F_{ИЗ}}{\mu_F} = \frac{11070}{200} = 55,4 \text{ мм},$$

$$[5-6] = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{3531,6}{200} = 17,7 \text{ мм}, \quad [6-7] = \frac{F_{ПС}}{\mu_F} = \frac{67695}{200} = 338,5 \text{ мм}.$$

Из плана сил находим:

$$F_{21}^n = [8-1] \mu_F = 260 \cdot 200 = 52000 \text{ Н},$$

$$F_{21} = [8-2] \mu_F = 260,5 \cdot 200 = 52100 \text{ Н},$$

$$F_{30} = [7-8] \mu_F = 46 \cdot 200 = 9200 \text{ Н}.$$

Реакцию  $\bar{F}_{23}$ , действующую на звено 2 со стороны звена 3, определяем из уравнения равновесия звена 2, используя при этом построенный план сил группы:

$$\bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^c + \bar{F}_{И2} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{23} = 0.$$

8-1   1-2   2-3   3-4   4-8

Тогда

$$F_{23} = [4-8] \mu_F = 284,5 \cdot 200 = 56900 \text{ Н}.$$

Далее рассматриваем начальное звено – кривошип 1. В точке  $A$  приложена реакция  $\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$ , а в точке  $O$  – реакция  $\bar{F}_{10}$ , которую находим путем построения плана сил согласно уравнению равновесия:

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{10} = 0.$$

1-2   2-3   3-1

Масштабный коэффициент сил  $\mu_F = 200 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ . Отрезки, изображающие известные силы:

$$[1-2] = \frac{F_{12}}{\mu_F} = \frac{52100}{200} = 260,5 \text{ мм}, \quad [2-3] = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{784,8}{200} = 3,9 \text{ мм}.$$

Тогда

$$F_{10} = [3-1] \mu_F = 260 \cdot 200 = 52000 \text{ Н.}$$

Уравновешивающий (движущий) момент  $M_Y$  определяем из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 1, относительно точки  $O$  :

$$\sum M_0 = -F_{12} h_1 \mu_l + M_{И1} + M_Y = 0,$$

откуда

$$M_Y = F_{12} h_1 \mu_l - M_{И1} = 52100 \cdot 50,5 \cdot 0,0015 - 3240,93 = 705,65 \text{ Н.}$$

### 3.3. Аналитический метод

#### 3.3.1. Кинематический анализ

Используются формулы 1–10 из п. 2.2 пособия [2]. Расчет приведен в табл. 3.1.

Таблица 3.1

№ п/п	Формулы и расчет
1	$\omega_2 = i_{21} \omega_1 =$ $= -0,262 \cdot 15,683 = -4,11 \text{ рад/с}$
2	$V_B = i_{31} \omega_1 =$ $= -0,0753 \cdot 15,683 = -1,18 \text{ м/с}$
3	$\dot{x}_{S_2} = x'_{S_2} \omega_1 =$ $= -0,069 \cdot 15,683 = -1,08 \text{ м/с}$
4	$\dot{y}_{S_2} = y'_{S_2} \omega_1 =$ $= -0,065 \cdot 15,683 = -1,02 \text{ м/с}$
5	$\varepsilon_2 = i'_{21} \omega_1^2 + i_{21} \varepsilon_1 =$ $= -0,166 \cdot 15,683^2 + (-0,262) \cdot (-15,515) = -36,76 \text{ рад/с}^2$
6	$a_B = i'_{31} \omega_1^2 + i_{31} \varepsilon_1 =$ $= 0,12 \cdot 15,683^2 + (-0,0753) \cdot (-15,515) = 30,68 \text{ м/с}^2$

№ п/п	Формулы и расчет
7	$\ddot{x}_{S_2} = x''_{S_2} \omega_1^2 + x'_{S_2} \varepsilon_1 =$ $= 0,107 \cdot 15,683^2 + (-0,069) \cdot (-15,515) = 27,39 \text{ м/с}^2$
8	$\ddot{y}_{S_2} = y''_{S_2} \omega_1^2 + y'_{S_2} \varepsilon_1 =$ $= -0,043 \cdot 15,683^2 + (-0,065) \cdot (-15,515) = -9,57 \text{ м/с}^2$
9	$V_{S_2} = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2} =$ $= \sqrt{(-1,08)^2 + (-1,02)^2} = 1,49 \text{ м/с}$
10	$a_{S_2} = \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2} =$ $= \sqrt{27,39^2 + (-9,57)^2} = 29,01 \text{ м/с}^2$

### 3.3.2. Силовой анализ

Изображаются расчетные схемы для силового анализа структурной группы (2,3) и кривошипа 1 (рис. 2.1, а и 2.2 из пособия [2]). Для вертикальных механизмов расчетными схемами являются рис. 2.1, б и 2.2.

Алгоритм силового анализа (формулы (4)–(21)) приведен в п. 2.3 пособия [2]. В соответствии с этим алгоритмом выполняется расчет для положения 12 (табл. 3.2).

Таблица 3.2

№ п/п	Формулы и расчет
1	$M_{И1} = -I_{II}' \varepsilon_1 =$ $= -208,89 \cdot (-15,515) = 3240,93 \text{ Н} \cdot \text{м}$
2	$F_{И2X} = -m_2 \ddot{x}_{S_2} =$ $= -180 \cdot 27,39 = -4930 \text{ Н}$
3	$F_{И2Y} = -m_2 \ddot{y}_2 =$ $= -180 \cdot (-9,57) = 1723 \text{ Н}$
4	$F_{И3} = -m_3 a_B =$ $= -360 \cdot 30,68 = -11045 \text{ Н}$

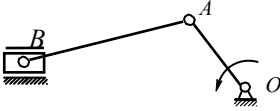
№ п/п	Формулы и расчет
5	$M_{И2} = -I_{S2} \varepsilon_2 =$ $= -4,4816 \cdot (-36,76) = 165 \text{ Н} \cdot \text{м}$
6	$F_{21X} = -(F_{И2X} + F_{И3} + F_{ПС}) =$ $= -(-4930 - 11045 + 67695) = -51720 \text{ Н}$
7	$F_{21Y} = \left[ (y_A - y_B) F_{21X} - (x_{S2} - x_B) (F_{И2Y} - G_2) + (y_{S2} - y_B) \times \right.$ $\left. \times F_{И2X} - M_{И2} \right] / (x_A - x_B) =$ $= \left[ (0,06586 - 0,0299) \cdot (-51720) - (-0,2331 + 0,4808) \cdot (1723 - \right.$ $\left. -1765,8) + (0,05328 - 0,0299) \cdot (-4930) - 165 \right] / (-0,09983 +$ $+ 0,4808) = -5600 \text{ Н}$
8	$F_{30} = G_3 - F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2 =$ $= 3531,6 + 5600 - 1723 + 1765,8 = 9174 \text{ Н}$
9	$F_{12X} = -F_{21X} =$ $= 51720 \text{ Н}$
10	$F_{12Y} = -F_{21Y} =$ $= 5600 \text{ Н}$
11	$F_{23X} = -F_{21X} - F_{И2X} =$ $= 51720 + 4930 = 56650 \text{ Н}$
12	$F_{23Y} = -F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2 =$ $= 5600 - 1723 + 1765,8 = 5643 \text{ Н}$
13	$M_y = -x_A F_{12Y} + y_A F_{12X} - M_{И1} =$ $= 0,09983 \cdot 5600 + 0,06586 \cdot 51720 - 3240,93 = 724,4 \text{ Н} \cdot \text{м}$
14	$F_{10X} = -F_{12X} =$ $= -51720 \text{ Н}$

№ п/п	Формулы и расчет
15	$F_{10Y} = -F_{12Y} + G_1 =$ $= -51720 \text{ Н}$
16	$F_{10} = \sqrt{F_{10X}^2 + F_{10Y}^2} =$ $= \sqrt{(-51720)^2 + (-4815)^2} = 51944 \text{ Н}$
17	$F_{21} = \sqrt{F_{21X}^2 + F_{21Y}^2} =$ $= \sqrt{(-51720)^2 + (-5600)^2} = 52022 \text{ Н}$
18	$F_{23} = \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2} =$ $= \sqrt{56650^2 + 5643^2} = 56930 \text{ Н}$

### 3.4. Исходные данные для выполнения расчетов с помощью программы «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов»

Все необходимые исходные данные для работы студента в компьютерном классе (табл. 3.3 и 3.4) составляются по форме табл. 2.1 и 2.2 из пособия [2]. Параметры  $I_{\Pi}^I$ ,  $\omega_1$  и  $\varepsilon_1$  берутся из результатов расчетов к листу 1.

Таблица 3.3

№ п/п	Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Величина
1	Схема кривошипно-ползунного механизма			
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$	м	0,1196
		$l_3 = l_{AS_2}$	м	0,1339
		$l_2 = l_{AB}$	м	0,3827
		$e$	м	0,0299

Окончание табл. 3.3

№ п/п	Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Величина
3	Начальная обобщенная координата	$\phi_0$	град	176,59
4	Массы и моменты инерции звеньев:			
	масса кривошипа	$m_1$	кг	80
	масса шатуна	$m_2$	кг	180
	масса ползуна	$m_3$	кг	360
	момент инерции шатуна	$I_{S_2}$	кг·м <sup>2</sup>	4,4816
5	Постоянная составляющая приведенного момента инерции	$I_{\Pi}^I$	кг·м <sup>2</sup>	208,89

Таблица 3.4

№ п/п	Угловая скорость $\omega_1$ , рад/с	Угловое ускорение $\varepsilon_1$ , рад/с <sup>2</sup>	Сила полезного сопротивления $F_{\text{ПС}}$ , Н
1	15,308	4,101	0
2	15,350	-0,695	0
3	15,331	1,139	0
4	15,458	5,829	0
5	15,692	6,766	0
6	15,888	4,745	0
7	16,007	2,600	0
8	16,065	0,827	0
9	16,074	-0,301	0
10	16,082	1,169	0
11	16,052	-2,491	15660
12	15,683	-15,515	67695
13	15,308	4,101	150000



### 3.5. Обработка результатов расчетов

По результатам компьютерных расчетов на листе 2 (рис. 3.1) построены следующие графики:

#### 1. Реакции $F_{21}(\varphi_1)$ и $F_{23}(\varphi_1)$ , действующие на звено 2

Масштабный коэффициент углов

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{[1-13]} = \frac{2\pi}{209} = 0,03 \text{ рад/мм.}$$

Масштабный коэффициент реакций  $\mu_F$  определяем из условия

$$\mu_F = \frac{F_{23 \max}}{y_{F_{23 \max}}} = \frac{136935}{105,3} = 1300 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Определяем ординаты графиков  $F_{21}(\varphi_1)$  и  $F_{23}(\varphi_1)$

$$y_{F_{21}} = \frac{F_{21}}{\mu_F}, \quad y_{F_{23}} = \frac{F_{23}}{\mu_F}.$$

$$y_{F_{21 \max}} = \frac{131447}{1300} = 101,1 \text{ мм.}$$

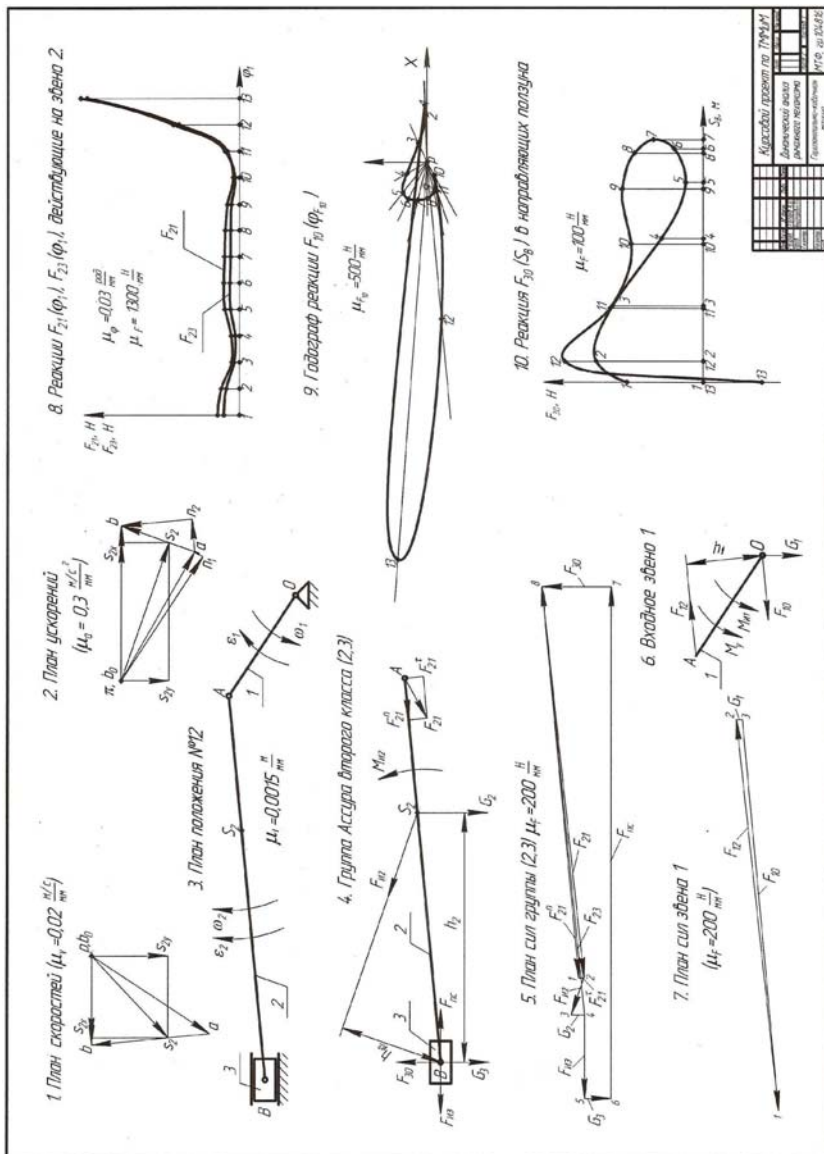
Для положения 12

$$y_{F_{21(12)}} = \frac{52023}{1300} = 40 \text{ мм}, \quad y_{F_{23(12)}} = \frac{56928}{1300} = 43,8 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_{F_{21}}$  и  $y_{F_{23}}$  для всех положений механизма приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

№ пол.	$y_{F_{21}}$ , мм	$y_{F_{23}}$ , мм	$y_{F_{30}}$ , мм	$r_{F_{10}}$ , мм	$\varphi_{F_{10}}$ , град
1	14,5	10,3	50,5	37,7	2,4
2	12	8,7	71	31,2	1,7
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
13	101,1	105,3	-38,9	263	175,8



Курсовый проект по ПМУМ	
Дисциплина: Динамика сооружений	
Специальность: Инженер-строитель	
МФ от 21.05	
Имя	
Фамилия	
Группа	
Дата	
Стр.	

Рис. 3.1

## 2. Реакция $F_{30}(S_B)$ в направляющих ползуна

Приняв масштабный коэффициент из условия

$$\mu_F = \frac{F_{30 \max}}{y_{F_{30 \max}}} = \frac{9167}{91,7} = 100 \frac{\text{Н}}{\text{мм}},$$

вычисляем ординаты графика  $y_{F_{30}} = \frac{F_{30}}{\mu_F}$ .

Например, для положения 12

$$y_{F_{30}(12)} = \frac{F_{30}}{\mu_F} = \frac{9167}{100} = 91,7 \text{ мм.}$$

Значения ординат  $y_{F_{30}}$  для всех положений механизма приведены в табл. 3.5.

Масштабный коэффициент перемещений  $\mu_S = 0,03 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$  (принимается таким же, как при построении графика кинематических характеристик на листе 1).

## 3. Годограф реакции $F_{10}(\varphi_{F_{10}})$

Годограф представляет собой геометрическое место концов векторов  $F_{10}$ , отложенных из общего полюса под углами  $\varphi_{F_{10}}$  к оси  $X$  в направлении против часовой стрелки.

Для построения годографа принимаем масштабный коэффициент реакции из условия

$$\mu_F = \frac{F_{10 \max}}{r_{F_{10 \max}}} = \frac{131503}{263} = 500 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$$

и определяем длины векторов

$$r_{F_{10}} = \frac{F_{10}}{\mu_F}.$$

Например, для положения 12

$$r_{F_{10}(12)} = \frac{F_{10}}{\mu_F} = \frac{51945}{500} = 103,9 \text{ мм} .$$

Результаты вычислений  $r_{F_{10}}$  для всех положений механизма представлены в табл. 3.5.

Сопоставление результатов расчетов для положения 12 приведено в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Параметр	Ед. изм.	Графический метод	Аналитический метод (на компьютере)
$V_B$	м/с	1,18	-1,181
$V_{S_2}$	м/с	1,45	1,487
$\omega_2$	рад/с	4,13	-4,109
$a_B$	м/с <sup>2</sup>	30,75	30,685
$a_{S_2}$	м/с <sup>2</sup>	29	28,974
$\ddot{x}_{S_2}$	м/с <sup>2</sup>	27,3	27,39
$\ddot{y}_{S_2}$	м/с <sup>2</sup>	9,6	-9,57
$\varepsilon_2$	рад/с <sup>2</sup>	36,84	-36,86
$F_{10}$	Н	52000	51945
$F_{21}$	Н	52100	52023
$F_{23}$	Н	56900	56928
$F_{30}$	Н	9200	9167
$M_Y$	Н·м	705,65	722,98

Примерное расположение графических построений приведено на рис. 3.1.

### 3.6. Выводы

Из анализа выполненного исследования следует:

1. Реакции  $F_{10}$ ,  $F_{21}$  и  $F_{23}$  имеют максимальные значения в положении 13.
2. Реакция  $F_{30}$  имеет максимальное значение в положении 12.
3. В течение всего цикла установившегося движения уравновешивающий момент имеет постоянную величину  $M_y = 723 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , совпадающую со значением приведенного момента движущих сил  $M_{\Pi}^D$ , полученным при исследовании динамики машины (раздел 2).

## 4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

### 4.1. Задачи проектирования и исходные данные

Задачами проектирования кулачкового механизма являются:

- 1) определение основных размеров из условия ограничения угла давления (для механизма с роликовым толкателем) или из условия выпуклости профиля кулачка (при тарельчатом толкателе);
- 2) определение профиля кулачка, обеспечивающего заданный закон движения толкателя.

В рассматриваемом курсовом проекте требуется спроектировать кулачковый механизм с роликовым поступательно движущимся толкателем (рис 4.1) по исходным данным, приведенным в табл. 4.1.

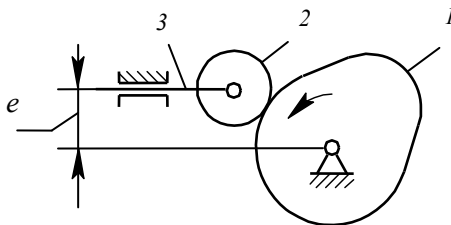


Рис. 4.1

Таблица 4.1

№	Параметры	Значения
1	Ход толкателя кулачкового механизма $h$ , м	0,1
2	Фазовые углы поворота кулачка: – удаления $\varphi_{У}$ , град – дальнего стояния $\varphi_{ДС}$ , град – возвращения $\varphi_{В}$ , град	70 180 70
3	Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме $\theta_{доп}$ , град	30
4	Смещение толкателя $e$ , м	0
5	Законы движения толкателя: – при удалении – при возвращении	закон постоянного ускорения (симметричный) закон постоянного ускорения (симметричный)

## 4.2. Определение кинематических характеристик

Переведем значения фазовых углов в радианную меру:

$$\varphi_{У} = \frac{70 \cdot \pi}{180} = 1,2217 \text{ рад};$$

$$\varphi_{ДС} = \frac{180 \cdot \pi}{180} = 3,14 \text{ рад};$$

$$\varphi_{В} = \frac{70 \cdot \pi}{180} = 1,2217 \text{ рад}.$$

Перемещение  $S_T$  толкателя, аналог скорости  $S_T'$  и аналог ускорения  $S_T''$  определяются по формулам, приведенным в табл. 4.7 пособия [4], для заданных законов движения толкателя.

В пояснительной записке следует привести расчет для двух контрольных положений, задаваемых руководителем проекта. Например. Положение  $i = 8$  (фаза удаления):

$$k_8 = \frac{(i-1)}{12} = \frac{(8-1)}{12} = 0,583.$$

$$\varphi_{y1} = \varphi \frac{\varphi_y}{1+a_1/a_2} = \frac{1,2217}{1+1} = 0,6109 \text{ рад.}$$

$$k_{y1} = \frac{\varphi_{y1}}{\varphi_y} = \frac{0,6109}{1,2217} = 0,5.$$

Так как  $k_8 > k_{y1}$ , то

$$S_{T8} = h \cdot \left[ 1 - \frac{(1-k_8)^2}{1-k_{y1}} \right] = 0,1 \cdot \left[ 1 - \frac{(1-0,583)^2}{1-0,5} \right] = 0,0653 \text{ м.}$$

$$S'_{T8} = \frac{2 \cdot (1-k_8) \cdot h}{(1-k_{y1}) \cdot \varphi_y} = \frac{2 \cdot (1-0,583) \cdot 0,1}{(1-0,5) \cdot 1,2217} = 0,1364 \text{ м.}$$

$$S''_{T8} = \frac{2h}{(k_{y1}-1) \cdot \varphi_y^2} = \frac{2 \cdot 0,1}{(0,5-1) \cdot 1,2217^2} = -0,2680 \text{ м.}$$

Кинематические характеристики получены для фазового угла

$$\varphi_8 = (i-1) \cdot \frac{\varphi_y}{12} = (8-1) \cdot \frac{1,2217}{12} = 0,7127 \text{ рад.}$$

Положение  $i = 21$  (фаза возвращения):

$$k_{21} = \frac{(26-i)}{12} = \frac{(26-21)}{12} = 0,417.$$

$$\varphi_{B1} = \frac{\varphi_B}{1+a_1/a_2} = \frac{1,2217}{1+1} = 0,6109 \text{ рад.}$$

$$k_{B1} = \frac{\varphi_{B1}}{\varphi_B} = \frac{0,6109}{1,2217} = 0,5.$$

Так как  $k_{21} < k_{B1}$ , то

$$S_{T21} = h \frac{k_{21}^2}{k_{B1}} = 0,1 \cdot \frac{0,417^2}{0,5} = 0,0347 \text{ м.}$$

$$S'_{T21} = -\frac{2k_{21} \cdot h}{k_{B1} \cdot \varphi_B} = -\frac{2 \cdot 0,417 \cdot 0,1}{0,5 \cdot 1,2217} = -0,1365 \text{ м.}$$

$$S''_{T21} = \frac{2h}{k_{B1} \cdot \varphi_B^2} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,5 \cdot 1,2217^2} = 0,268 \text{ м.}$$

Кинематические характеристики получены для фазового угла

$$\begin{aligned} \varphi_{21} &= \varphi_Y + \varphi_{DC} + (i-14) \cdot \frac{\varphi_B}{12} = \varphi_Y + \varphi_{DC} + (21-14) \cdot \frac{\varphi_B}{12} = \\ &= 1,2217 + 3,14 + (21-14) \cdot \frac{1,2217}{12} = 5,0744 \text{ рад.} \end{aligned}$$

Максимальные значения:

$$S''_{Y_{\max}} = \frac{2h}{\varphi_{Y1} \cdot \varphi_Y} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,6109 \cdot 1,2217} = 0,2680 \text{ м.}$$



$$S'_{y \max} = \frac{2h}{\varphi_y} = \frac{2 \cdot 0,1}{1,2217} = 0,1637 \text{ м.}$$

$$S''_{B \max} = \frac{2h}{\varphi_{B1} \cdot \varphi_B} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,6109 \cdot 1,2217} = 0,2680 \text{ м.}$$

$$\left| S'_B \right|_{\max} = \frac{2h}{\varphi_B} = \frac{2 \cdot 0,1}{1,2217} = 0,1637 \text{ м.}$$

### 4.3. Определение основных размеров (аналитический метод)

В пояснительной записке необходимо привести расчетную схему и выполнить определение основных размеров механизма в соответствии с п. 3.1.1.2 пособия [4].

При заданной величине эксцентриситета  $e = 0$  используются формулы:

$$S_0^y = \frac{S'_{y \max} - k \cdot e}{\operatorname{tg} \theta_{\text{доп}}} - S_A; \quad S_0^B = \frac{\left| S'_B \right|_{\max} + k \cdot e}{\operatorname{tg} \theta_{\text{доп}}} - S_B,$$

где  $k = +1$ , так как кулачок вращается против часовой стрелки;

$S_A$  и  $S_B$  – перемещения толкателя при  $S'_T = S'_{y \max}$  и  $S'_T = \left| S'_B \right|_{\max}$ .

В случае симметричных законов  $S_A = S_B = 0,5h = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05 \text{ м.}$

$$S_0^y = \frac{0,1637 - 0}{\operatorname{tg} 30^\circ} - 0,05 = 0,2335 \text{ м.}$$

$$S_0^B = \frac{0,1637 + 0}{\operatorname{tg} 30^\circ} - 0,05 = 0,2335 \text{ м.}$$

$$S_0 = \max \left( S_0^y, S_0^B \right) = 0,2335 \text{ м.}$$

Минимальный радиус-вектор центрального профиля кулачка

$$r_0 = \sqrt{S_0^2 + e^2} = \sqrt{0,2335^2 + 0} = 0,2335 \text{ м.}$$

#### 4.4. Определение полярных координат центрального профиля кулачка

Полярные координаты  $(r_i, \alpha_i)$  точек центрального профиля кулачка, обеспечивающего заданный закон движения толкателя  $S_T(\varphi)$ , определяются по формулам, приведенным в п. 3.1.1.2 пособия [4]. В пояснительной записке следует привести расчетную схему и расчет для двух контрольных положений.

Радиус-вектор профиля

$$r_i = \sqrt{(S_0 + S_{Ti})^2 + e^2},$$

где  $S_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ .

Полярный угол

$$\alpha_i = \varphi_i - k\beta_i,$$

где  $k = \pm 1$  (в зависимости от направления вращения кулачка).

$$\beta_i = \arctg \frac{S_0 + S_{Ti}}{e} - \arctg \frac{S_0}{e}.$$

Если  $e = 0$ , то  $\beta_i = 0$  и  $\alpha_i = \varphi_i$ .

Положение 8:

$$S_0 = \sqrt{0,2335^2 - 0} = 0,2335 \text{ м,}$$

$$r_8 = \sqrt{(0,2335 + 0,0653)^2 + 0} = 0,2988 \text{ м.}$$

Представим угол  $\varphi_8$  в градусах:

$$\varphi_8 = \frac{0,7127 \cdot 180}{\pi} = 40,83 \text{ град.}$$

Так как  $\beta_8 = 0$ , то  $\alpha_8 = \varphi_8 = 40,83$  град.

Положение 21:

$$r_{21} = \sqrt{(0,2335 + 0,0347)^2 + 0} = 0,2682 \text{ м.}$$

Представим угол  $\varphi_{21}$  в градусах:

$$\varphi_{21} = \frac{5,0744 \cdot 180}{\pi} = 290,83 \text{ град.}$$

Так как  $\beta_{21} = 0$ , то  $\alpha_{21} = \varphi_{21} = 290,83$  град.

#### 4.5. Определение углов давления

Угол давления в каждом положении механизма определяется по формуле

$$\text{tg } \theta_i = \frac{S'_{Ti} - k \cdot e}{S_0 + S_{Ti}}.$$

В пояснительной записке следует привести расчет для двух контрольных положений.

Положение 8:

$$\text{tg } \theta_8 = \frac{0,1364 - 1 \cdot 0}{0,2335 + 0,0653} = 0,4565, \quad \theta_8 = 24,5 \text{ град.}$$

Положение 21:

$$\operatorname{tg} \theta_{21} = \frac{-0,1364 - 1 \cdot 0}{0,2335 + 0,0347} = -0,5086, \quad \theta_{21} = -27,0 \text{ град.}$$

**Примечание.** Для механизма с качающимся роликовым толкателем (коромыслом) угол давления определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \theta_i = \frac{S'_{Ti} + k \left[ l_K - a \cdot \cos(\psi_0 + \psi_i) \right]}{a \cdot \sin(\psi_0 + \psi_i)},$$

где  $k = \pm 1$  (в зависимости от направления вращения кулачка);

$l_K$  – длина коромысла;

$a$  – межосевое расстояние;

$\psi_0$  – начальный угол отклонения коромысла от межосевой линии;

$\psi_i$  – текущий угол поворота коромысла.

$$\psi_0 = \arccos \frac{a^2 + l_K^2 - r_0^2}{2al_K}, \quad \psi_i = \frac{S_{Ti}}{l_K}.$$

Углы  $\psi_0$  и  $\psi_i$  должны иметь одинаковую размерность.

$$\text{Угол } \psi_i \text{ в градусах } \psi_i = \frac{180 \cdot S_{Ti}}{\pi \cdot l_K}.$$

#### 4.6. Исходные данные для расчетов с помощью программы «Синтез кулачковых механизмов»

Все необходимые исходные данные для работы студента в компьютерном классе составляются в соответствии с запросом программы динамического синтеза механизма (см. п. 2.2.1.1 пособия [4]) в следующей форме:

Тип механизма – см. рис. 4.1.

Вид синтеза – динамический.

Направление вращения кулачка – против часовой стрелки.

Замыкание высшей пары – кинематическое.

Смещение толкателя – задано.

Ход толкателя кулачкового механизма  $h = 0,1$  м.

Фазовые углы поворота кулачка:

удаления  $\varphi_U = 70$ град,

дальнего стояния  $\varphi_{ДС} = 180$ град,

возвращения  $\varphi_B = 70$ град.

Максимально допустимый угол давления в кулачковом механизме  $\theta_{доп} = 30$ град.

Смещение толкателя  $e = 0$  м (запрашивается, если дан ответ, что смещение задано).

Законы движения толкателя:

при удалении – закон постоянного ускорения (отношение максимального ускорения к минимальному равно 1),

при возвращении – закон постоянного ускорения (отношение максимального ускорения к минимальному равно 1).

Расчет жесткости пружины не выполняется.

## 4.7. Обработка результатов расчетов

### 1. Построение графиков кинематических характеристик и угла давления

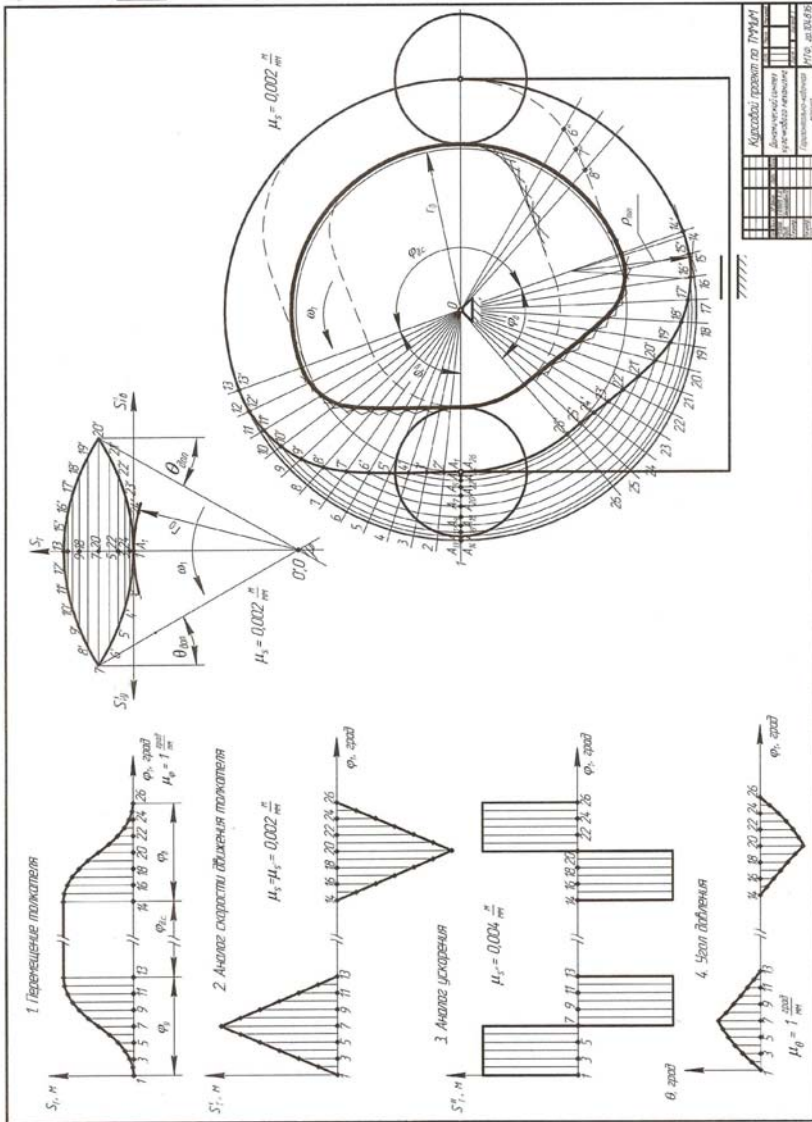
По результатам компьютерных расчетов на листе 3 (рис. 4.2) выполняются построения графиков кинематических характеристик  $S_T(\varphi_1)$ ,  $S'_T(\varphi_1)$ ,  $S''_T(\varphi_1)$  и угла давления  $\theta(\varphi_1)$ .

Масштабные коэффициенты кинематических характеристик выбираем из условий:

$$\mu_S = \frac{S_{\max}}{y_{S_{\max}}} = \frac{0,1}{50} = 0,002 \text{ м/мм};$$

$$\mu_{S'} = \frac{S'_{\max}}{y_{S'_{\max}}} = \frac{0,1637}{82} = 0,002 \text{ м/мм};$$

$$\mu_{S''} = \frac{S''_{\max}}{y_{S''_{\max}}} = \frac{0,268}{67} = 0,004 \text{ м/мм}.$$



Курсовый проект по ТУМУТ	
Дисциплина: Основы проектирования механизмов	
Институт: Механический	
Факультет: Механический	
Группа: МТМ-08-01-01	
Имя: _____	
Фамилия: _____	
Подпись: _____	
Дата: _____	

Рис. 4.2

**Примечание.** Равенство масштабных коэффициентов  $\mu_S = \mu_{S'}$  обязательно для дальнейших построений.

Ординаты графиков  $S_T(\varphi_1)$ ,  $S'_T(\varphi_1)$ ,  $S''_T(\varphi_1)$  вычисляются как

$$y_{S_i} = \frac{S_{Ti}}{\mu_S}; \quad y'_{S_i} = \frac{S'_{Ti}}{\mu_{S'}}; \quad y''_{S_i} = \frac{S''_{Ti}}{\mu_{S''}}.$$

Например, для положений 8 и 21

$$y_{S(8)} = \frac{S_{T(8)}}{\mu_S} = \frac{0,0654}{0,002} = 32,7 \text{ мм};$$

$$y'_{S(8)} = \frac{S'_{T(8)}}{\mu_{S'}} = \frac{0,1364}{0,002} = 68,2 \text{ мм};$$

$$y''_{S(8)} = \frac{S''_{T(8)}}{\mu_{S''}} = \frac{-0,268}{0,004} = -67 \text{ мм};$$

$$y_{S(21)} = \frac{S_{T(21)}}{\mu_S} = \frac{0,0348}{0,002} = 17,4 \text{ мм};$$

$$y'_{S(21)} = \frac{S'_{T(21)}}{\mu_{S'}} = \frac{-0,1364}{0,002} = -68,2 \text{ мм};$$

$$y''_{S(21)} = \frac{S''_{T(21)}}{\mu_{S''}} = \frac{0,268}{0,004} = 67 \text{ мм}.$$

Значения ординат  $y_S$ ,  $y'_{S'}$ ,  $y''_{S''}$  для всех положений механизма приведены в табл. 4.2.

Примем масштабный коэффициент углов  $\mu_\varphi = 1$  град/мм.

Таблица 4.2

№ пол.	$y_S$ , мм	$y'_S$ , мм	$y''_S$ , мм	$y_\theta$ , мм
1	0	0	67	0
2	0,7	13,7	67	6,6
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
26	0	0	67	0

Отрезки, соответствующие фазовым углам, равны

$$[1-13] = \frac{\varphi_Y}{\mu_\varphi} = \frac{70}{1} = 70 \text{ мм};$$

$$[13-14] = \frac{\varphi_{ДС}}{\mu_\varphi} = \frac{180}{1} = 180 \text{ мм};$$

$$[14-26] = \frac{\varphi_B}{\mu_\varphi} = \frac{70}{1} = 70 \text{ мм}.$$

Каждый из отрезков [1–13], [14–26] делим на 12 равных участков.

**Примечание.** Если отрезок [13–14], соответствующий углу дальнего стояния  $\varphi_{ДС}$ , получается большим, то на графиках его можно изобразить с разрывом.

Принимаем масштабный коэффициент угла давления  $\mu_\theta = 1$  град/мм. Тогда

$$y_{\theta \max} = \frac{\theta_{\max}}{\mu_\theta} = \frac{30}{1} = 30 \text{ мм}.$$

Определяем ординаты графика  $\theta(\varphi_1)$   $y_{\theta i} = \frac{\theta_i}{\mu_\theta}$ .



Например, для положений 8 и 21

$$y_{\theta(8)} = \frac{\theta_{(8)}}{\mu_{\theta}} = \frac{24,5}{1} = 24,5 \text{ мм.}$$

$$y_{\theta(21)} = \frac{\theta_{(21)}}{\mu_{\theta}} = \frac{-27}{1} = -27 \text{ мм.}$$

Значения ординат  $y_{\theta}$  для всех положений механизма приведены в табл. 4.2.

## **2. Определение основных размеров (графический метод)**

На основании графиков  $S_T(\varphi_1)$  и  $S'_T(\varphi_1)$  строится совмещенная диаграмма  $S'_T(S_T)$ , с помощью которой определяются основные размеры механизма  $r_0$  и  $e$ . При этом должно соблюдаться равенство масштабных коэффициентов  $\mu_S = \mu_{S'}$ . Методика построения диаграммы  $S'_T(S_T)$  и определения  $r_0$  и  $e$  описана в п. 3.1.2.3 пособия [4].

**Примечание.** По указанию руководителя проекта может быть построена упрощенная диаграмма  $S'_T(S_T)$  с использованием только параметров  $S'_{y_{\max}}$  и  $S_A$ ,  $|S'_B|_{\max}$  и  $S_B$ .

Из построения на листе 3 получено

$$r_0 = [OA_1] \cdot \mu_S = 117 \cdot 0,002 = 0,234 \text{ м,}$$

$$e = 0.$$

## **3. Построение центрального и действительного профиля кулачка**

В пояснительной записке необходимо привести описание построения центрального профиля кулачка с использованием метода обращения движения. Методика такого построения изложена в п. 3.1.2.4 пособия [4]. Построение выполняется, исходя из параметров, полученных аналитическим методом (на компьютере).

Формулы для определения радиуса ролика  $r_p$  и способ построения действительного профиля кулачка приведены в п. 3.1.2.5 пособия [4].

Конструктивное условие:

$$r_p \leq 0,4 \cdot r_0 = 0,4 \cdot 0,2335 = 0,0934 \text{ м.}$$

Условие отсутствия заострения действительного профиля:

$$r_p \leq 0,7 \cdot \rho_{\min} = 0,7 \cdot 0,167 = 0,1169 \text{ м,}$$

где  $\rho_{\min}$  – минимальный радиус кривизны выпуклых участков центрального профиля кулачка. Радиус  $\rho_{\min}$  находится приближенно из чертежа:

$$\rho_{\min} = 83,5 \cdot \mu_S = 83,5 \cdot 0,002 = 0,167 \text{ м.}$$

Принимаем радиус ролика  $r_p = 0,0934 \text{ м.}$

**Примечание.** В случае механизма со сдвоенным кулачком профиль второго кулачка получается из условия постоянства расстояния между центрами роликов.

В табл. 4.3 приводится сопоставление результатов расчетов. Примерное расположение графических построений приведено на рис. 4.2.

Таблица 4.3

Параметр	Ед. изм.	Графический метод	Аналитический метод (на компьютере)
$r_0$	м	0,234	0,2335
$e$	м	0	0
$r_8$	м	0,299	0,2988
$\alpha_8$	град	41	40,83
$r_{21}$	м	0,268	0,2682
$\alpha_{21}$	град	291	290,83

## 4.8. Выводы

Спроектирован кулачковый механизм минимальных размеров, обеспечивающий движение толкателя по заданному закону. Угол давления во всех положениях не превышает заданную допустимую величину  $\theta_{\text{доп}}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Анципорович, П.П. Синтез кривошипно-ползунных механизмов / П.П. Анципорович, В.К. Акулич, Е.М. Дубовская. – Минск: БНТУ, 2006. – 22 с.
2. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П.П. Анципорович [и др.]. – 7-е изд. – Минск: БНТУ, 2011. – 42 с.
3. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / В.К. Акулич [и др.]; под общ. ред. Г.Н. Девойно. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 286 с.
4. Синтез кулачковых механизмов / П.П. Анципорович [и др.]. – 2-е изд. – Минск: БНТУ, 2011. – 80 с.
5. Структура механизмов / П.П. Анципорович [и др.]. – 3-е изд. – Минск: БНТУ, 2010. – 32 с.

Учебное издание

**АНЦИПОРОВИЧ** Петр Петрович  
**АКУЛИЧ** Валерий Константинович  
**ДУБОВСКАЯ** Елена Михайловна

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Методическое пособие  
по курсовому проектированию  
для студентов инженерно-технических специальностей

*4-е издание, исправленное*

Подписано в печать 19.09.2014. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 3,43. Уч.-изд. л. 2,68. Тираж 500. Заказ 727.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.

