

Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ  
АКАДЕМИЯ

---

---

Кафедра “Электротехника и электроника”

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ (ПРАКТИКУМ)**

по дисциплине “Теоретические основы электротехники”  
для студентов электротехнических специальностей

В 2-х частях

Часть 2

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Минск 2002

УДК 621.3.024.001.2(07.8)

Настоящий лабораторный практикум предназначен в качестве учебного пособия по курсу ТОЭ для студентов электротехнических специальностей всех форм обучения. В него включены лабораторные работы по следующим разделам курса ТОЭ: переходные процессы в электрических цепях, нелинейные электрические цепи, теория электромагнитного поля.

Выполнение лабораторных работ по теории электрических цепей предполагается осуществлять в два этапа: на первом (подготовительном) изучается теория и выполняется расчетная часть работы, на втором (заключительном) - выполняется экспериментальная часть и производится окончательная обработка результатов. Для выполнения расчетной части всех лабораторных работ составлены программы для персональных ЭВМ. Экспериментальная часть лабораторных работ выполняется на универсальных лабораторных стендах.

Лабораторные работы по теории электромагнитного поля поставлены на основе математического моделирования физических процессов и выполняются в компьютерном классе кафедры.

Составитель А.А.Мазуренко

Рецензент Ю. В. Бладыко

© Мазуренко А. А., составление, 2002

## ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ И ПРАВИЛА РАБОТЫ В ЛАБОРАТОРИЯХ КАФЕДРЫ

1. К работе в лаборатории студенты допускаются только после инструктажа по технике безопасности.

2. Напряжения источников 220 В, 127 В и 75 В, используемые в лаборатории, являются опасными для жизни, поэтому при работе в лаборатории необходимо быть предельно собранным, внимательным и строго выполнять правила работы на электроустановках.

3. Перед началом работы необходимо убедиться в том, что все элементы стенда не находятся под напряжением, а рабочее место освобождено от посторонних предметов.

4. Сборку электрической цепи рекомендуется производить в следующей последовательности: в первую очередь следует собирать токовые цепи, а затем – цепи напряжения. Рекомендуется избегать излишнего перекрещивания проводов на рабочем столе и соединений нескольких проводов в одной точке.

5. Прежде чем включить источник питания, необходимо его регулятор вывести в нулевое положение, а на регулируемых элементах (резисторах, конденсаторах, катушках индуктивности) установить заданные значения параметров.

6. Включение цепи под напряжение можно производить только с разрешения руководителя работ (преподавателя или лаборанта) после проверки правильности ее сборки.

7. Любые изменения в структуре цепи можно производить только при отключенном источнике питания. Повторное включение цепи под напряжение производится с разрешения руководителя работ.

8. При выполнении экспериментальной части работы нельзя прикасаться к открытым токоведущим элементам цепи, а также к трубам и радиаторам отопительной системы.

9. После завершения экспериментальных исследований результаты работы должны быть предъявлены руководителю для их проверки и утверждения.

10. Запрещается выполнение лабораторных работ при отсутствии преподавателя или лаборанта.

11. При обнаружении на рабочем месте неисправностей, способных вызвать поражение электрическим током, или порчу оборудования, следует немедленно отключить источник питания и поставить в известность преподавателя или лаборанта.

12. При несчастном случае следует немедленно отключить источник питания, поставить в известность руководителя работ и принять меры по оказанию первой медицинской помощи пострадавшему.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Выполнение лабораторной работы предполагается в два этапа.

Первый этап (подготовительный) выполняется заранее во время, предусмотренное для самостоятельной работы. На этом этапе студент обязан:

- 1) уяснить цель и содержание работы;
- 2) изучить теоретический материал по учебнику или конспекту;
- 3) выполнить расчетную часть работы, т.е. произвести расчет схемы цепи для заданных параметров элементов и определить требуемые по заданию величины;
- 4) оформить расчетную часть отчета по работе, а именно, заполнить титульный лист, зарисовать схемы цепей и таблицы, внести расчетные данные в соответствующие графы таблиц, построить по результатам расчета требуемые заданием графические и векторные диаграммы.

Без подготовленного отчета по расчетной части студент не допускается к выполнению экспериментальной части работы.

Второй этап работы (экспериментальная часть и анализ результатов) выполняется непосредственно на рабочем месте в учебной лаборатории во время занятий по расписанию.

Получив разрешение от руководителя работ на выполнение экспериментальной части, бригада студентов (2-3 человека) выполняет сборку исследуемой цепи и проводит в ней измерения физических величин согласно заданию. Результаты измерений обрабатываются и вносятся в соответствующие таблицы. При проведении экспериментов следует соблюдать правила техники безопасности и правила работы в электроустановках.

По окончании экспериментальных исследований проводится анализ результатов работы, экспериментальные результаты сопоставляются с расчетными, в письменной форме делается заключение по работе.

Полностью оформленный отчет по работе в конце текущего занятия предъявляется преподавателю для проверки и получения зачета по работе. При защите отчета студенту могут быть заданы контрольные вопросы по теоретической или экспериментальной части работы.

Отчет по лабораторной работе оформляется на отдельных листах или в отдельной тетради и должен содержать следующие элементы:

- 1) титульный лист;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы и параметры их элементов);
- 4) основные формулы и уравнения, применяемые в расчетах;
- 5) таблицы результатов расчетов и измерений;
- 6) предусмотренные заданием графические и векторные диаграммы;
- 7) выводы по работе.

Лабораторные работы по ТОЭ выполняются на универсальных стендах фронтальным методом, при котором вся группа студентов (до 30 человек) выполняет одно и то же задание. Наличие на стендах регулируемых элементов позволяет задавать каждой бригаде студентов (2-3 человека) свой индивидуальный вариант исходных данных к каждой работе (10 вариантов).

Лабораторные работы выполняются на пониженном напряжении (не выше 150 В) при токовых нагрузках не более 2 А.

Универсальный стенд состоит из отдельных функциональных блоков.

Блок источников питания включает в себя:

- 1) источник трехфазного напряжения  $U_{\text{л}}/U_{\text{ф}}=130/75$  В с частотой  $f=50$  Гц;
- 2) источник шестифазного напряжения  $U_{\text{л}}/U_{\text{ф}}=75/75$  В с частотой  $f=50$  Гц;
- 3) источник однофазного напряжения  $U = 220$  В с частотой  $f=50$  Гц;
- 4) источник однофазного напряжения  $U = 50$  В с частотой  $f=150$  Гц;
- 5) источник регулируемого постоянного напряжения  $U = 0 \dots 100$  В;
- 6) два регулятора переменного напряжения ЛАТР-1 с электрической развязкой цепей.

Последовательное включение источников напряжения с частотами 50 Гц и 150 Гц позволяет создать регулируемые источники однофазного и трехфазного несинусоидального напряжения, содержащие 1-ую и 3-ю гармоники.

Блок нагрузок включает в себя:

- 1) три регулируемых резистора  $0 \dots 240$  Ом с шагом регулирования 1 Ом;
- 2) регулируемый конденсатор  $0 \dots 220$  мкФ с шагом регулирования 1 мкФ;
- 3) регулируемую катушку  $0 \dots 640$  мГн с шагом регулирования 2,5 мГн;
- 4) две магнитносвязанные катушки с заданными параметрами;
- 5) регулируемые нелинейные элементы с заданными характеристиками;
- 6) набор дополнительных нерегулируемых элементов.

Блок измерительных приборов включает:

- 1) многопредельный цифровой вольтметр для измерения постоянного и переменного напряжения;
- 2) лабораторные стрелочные приборы (амперметр, вольтметр, ваттметр, фазометр);
- 3) электронный осциллограф;
- 4) коммутатор токовых цепей на 4 канала.

Оборудование универсального стенда позволяет проводить комплексные исследования различных по структуре и параметрам электрических цепей и обеспечивает материальную базу для выполнения всех лабораторных работ по теории линейных и нелинейных электрических цепей.

## Лабораторная работа № 15

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЫХ ЦЕПЕЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

## 15.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета напряжений и токов в цепях переменного несинусоидального тока с последовательным соединением резисторов, конденсаторов и катушек.

2. Исследование влияния рода элементов на гармонический состав тока в цепи с несинусоидальным источником ЭДС.

3. Исследование резонансных режимов на различных частотах в последовательной цепи несинусоидального тока.

## 15.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентные схемы исследуемых цепей (рис. 15.1, 15.2, 15.3).
2. Параметры элементов схем (табл. 15.1).
3. Рабочие схемы исследуемых цепей для проведения в них экспериментальных измерений (рис 15.4, 15.5, 15.6).

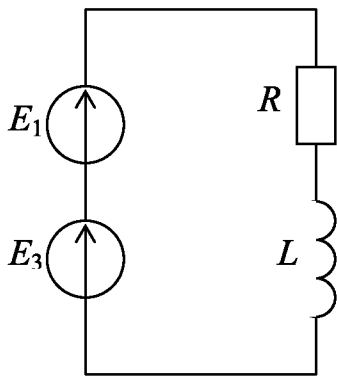


Рис. 15.1

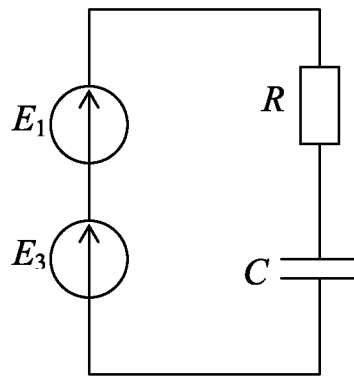


Рис. 15.2

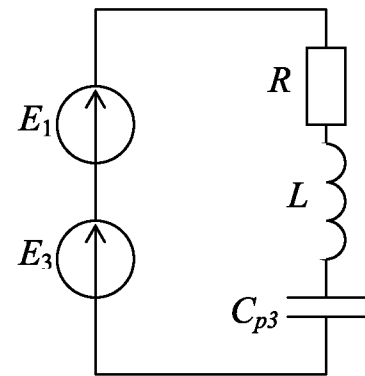


Рис. 15.3

Т а б л и ц а 15.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_1, \text{В}$	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
$E_3, \text{В}$	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
$R, \text{Ом}$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
$L, \text{мГн}$	190	180	170	160	150	140	130	120	110	100
$C, \text{мкФ}$	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75

### 15.3. Теоретические сведения и методические указания

Расчет режима любой цепи несинусоидального тока производится по методу наложения в три этапа. Сначала несинусоидальные по форме ЭДС источников представляются в виде суммы отдельных гармоник:  $e(t) = E_{1m} \cdot \sin \omega t + E_{3m} \cdot \sin 3 \omega t$ . Затем проводится расчет схемы для каждой гармоники в отдельности как для цепи синусоидального тока. При переходе от одной гармоники к другой необходимо учитывать зависимость реактивных сопротивлений элементов от частоты и, следовательно, от номера гармоники:  $X_{LK} = \kappa \cdot \omega L = \kappa \cdot X_{L1}$ ,  $X_{CK} = 1/(\kappa \omega C) = X_{C1}/\kappa$ , где  $\kappa$  – номер гармоники, для которой выполняется расчет. На заключительном этапе расчета выполняется синтез отдельных решений в соответствии с принципом наложения определяются: мгновенные значения несинусоидальных токов и напряжений как алгебраические суммы соответствующих значений отдельных гармоник  $i = i_1 + i_3$ ,  $u = u_1 + u_3$ ; действующие значения несинусоидальных токов и напряжений по формулам  $I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2}$ ,  $U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2}$ ; активные мощности отдельных элементов как алгебраические суммы активных мощностей отдельных гармоник  $P = P_1 + P_3$ .

Расчет токов и напряжений в исследуемых схемах для каждой из гармоник может быть выполнен по закону Ома в обычной форме:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad U_R = I \cdot R, \quad U_L = I \cdot X_L, \quad U_C = I \cdot X_C.$$

При расчете токов и напряжений в схемах необходимо учитывать зависимость реактивных сопротивлений элементов от частоты и, следовательно, от номера гармоники  $X_{L1} = \omega L$ ,  $X_{C1} = 1/(\omega C)$ ,  $X_{L3} = 3 \cdot \omega L$ ,  $X_{C3} = 1/(3 \omega C)$ .

Измерения действующих значений несинусоидальных токов и напряжений производится измерительными приборами электродинамической или электромагнитной системы (лабораторными стрелочными приборами). Применение для этих целей цифровых электронных приборов может привести к большой погрешности измерений.

#### 15.3. Расчетная часть

1. Выполнить расчет схемы рис. 15.1 при действии только основной гармоники ЭДС  $E_1$ . Определить ток  $I_1$  и напряжения на отдельных участках  $U_{R1}$ ,  $U_{L1}$ . Результаты расчета записать в табл. 15.2, 15.3.

2. Выполнить расчет схемы рис. 15.1 при действии только третьей гармоники ЭДС  $E_3$ . Определить ток  $I_3$  и напряжения на отдельных участках  $U_{R3}$ ,  $U_{L3}$ . Результаты расчета записать в табл. 15.2, 15.3.

3. Выполнить расчет схемы рис. 15.1 при совместном действии основной и третьей гармоник ЭДС  $E_1$  и  $E_3$ . Определить ток  $I$  и напряжения на отдельных участках  $U_R$ ,  $U_L$ . Результаты расчета записать в табл. 15.2, 15.3.

4. Выполнить полный расчет схемы рис. 15.2 согласно п.1, 2, 3. Результаты расчета записать в табл. 15.2.

5. Выполнить полный расчет схемы рис. 15.3 согласно п.1, 2, 3. Значение емкости конденсатора определить из условия резонансного режима на 3-й гармонике:  $C_{p3} = 1/(9\omega^2 L)$ . Результаты расчета записать в табл. 15.2, 15.3.

6. Определить коэффициент 3-й гармоники  $k_{г3}$  (отношение амплитуды 3-й гармоники к основной) для ЭДС источника  $e(t)$  и токов  $i(t)$  в каждой из схем рис. 15.1, 15.2, 15.3. Результаты расчета внести в табл. 15.4. Дать пояснение полученных результатов.

Т а б л и ц а 15.2

Величины	$E_1, В$	$E_3, В$	$E, В$	$I_1, А$	$I_3, А$	$I, А$
1)вычис.						
1)измер.						
2)вычис.						
2)измер.						
3)вычис.						
3)измер.						

Т а б л и ц а 15.3

Величины	$U_{R1}, В$	$U_{R3}, В$	$U_R, В$	$U_{L1}, В$	$U_{L3}, В$	$U_L, В$	$U_{C1}, В$	$U_{C3}, В$	$U_C, В$
1)вычис.									
1)измер.									
2)вычис.									
2)измер.									
3)вычис.									
3)измер.									

Т а б л и ц а 15.4

Функция	$e(t)$	1) $i(t)$	2) $i(t)$	3) $i(t)$
$k_{г3}$ (вычис)				
$k_{г3}$ (измер)				



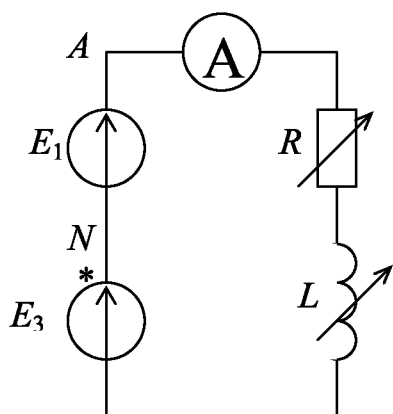


Рис.15.4

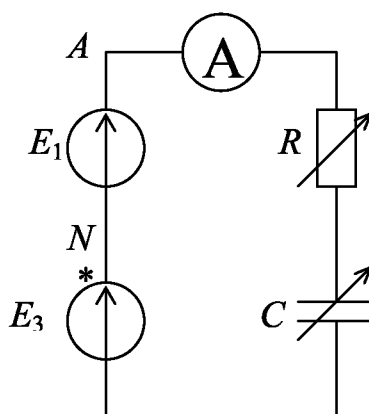


Рис.15.5

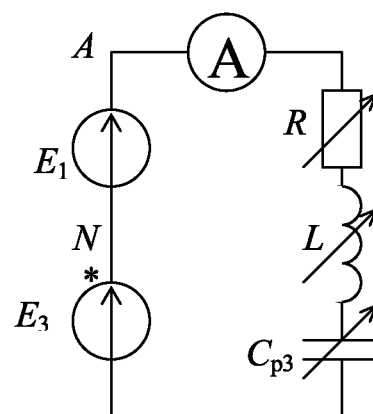


Рис.15.6

### 15.4. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь в соответствии с рабочей схемой рис.15.4. Источник несинусоидальной ЭДС с заданными параметрами получить путем последовательного включения двух источников синусоидальных ЭДС:  $E_1$  с частотой  $f$  от сети и  $E_3$  с частотой  $3f$  от специального генератора. При соединении источников ЭДС следует соблюдать полярность выводов согласно рабочей схеме.

2. Установить параметры элементов согласно заданию. Измерить действующие значения тока и напряжений на отдельных элементах:

- 1) при действии только источника ЭДС  $E_1$  (источник ЭДС  $E_3$  отключен);
- 2) при действии только источника ЭДС  $E_3$  (источник ЭДС  $E_1$  отключен);
- 3) при совместном действии обоих источников ЭДС  $E_1$  и  $E_3$  одновременно. Результаты измерений записать в табл. 15.2, 15.3.

3. Собрать электрическую цепь в соответствии с рабочей схемой рис.15.5. Выполнить в цепи измерения, аналогичные п.2. Результаты измерений записать в табл. 15.2, 15.3.

4. Собрать электрическую цепь в соответствии с рабочей схемой рис.15.6. Выполнить в цепи измерения, аналогичные п.2. Результаты измерений записать в табл. 15.2, 15.3.

7. По результатам измерений определить коэффициент 3-й гармоники  $k_{Г3}$  для ЭДС источника  $e(t)$  и для токов  $i(t)$  в каждой из схем рис. 15.4, 15.5, 15.6. Результаты расчета внести в табл. 15.4.

### 15.5. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.
2. Провести анализ влияния структуры схемы на коэффициент 3-й гармоники  $k_{Г3}$  в токах  $i(t)$ . Дать пояснение полученным результатам.

### 15.6. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. В чем сущность метода наложения применительно к цепям несинусоидального тока?
2. Как определяются действующие значения несинусоидальных токов и напряжений?
3. Почему действующие значения несинусоидальных токов и напряжений нельзя измерять цифровыми электронными приборами?
4. Почему при одинаковой ЭДС источника коэффициент 3-й гармоники  $k_{Г3}$  для токов в схемах рис.15.1, 15.2, 15.3 оказался различным?

## Лабораторная работа № 16

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

#### 16.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета трехфазной цепи в режиме несинусоидального напряжения.
2. Исследование влияния третьей гармоники на фазные и линейные токи и напряжения и ток в нулевом проводе.

## 16.2. Исходные данные

Заданы:

1. Симметричный трехфазный генератор напряжения с несинусоидальным фазным напряжением  $U_A(t) = U_{1m} \cdot \sin \omega t + U_{3m} \cdot \sin 3 \omega t$  (рис. 16.1). Действующие значения напряжения отдельных гармоник равны:  $U_1 = 70$  В,  $U_3 = 40$  В.
2. Параметры элементов нагрузки отдельных фаз (табл. 16.1).
3. Рабочая схема исследуемой цепи и схемы включения измерительных приборов (рис. 16.2).

Т а б л и ц а 16.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_A$ , Ом	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
$R_B$ , Ом	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
$R_C$ , Ом	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115
$L$ , мГн	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
$C$ , мкФ	70	67	63	50	47	44	41	38	35	32

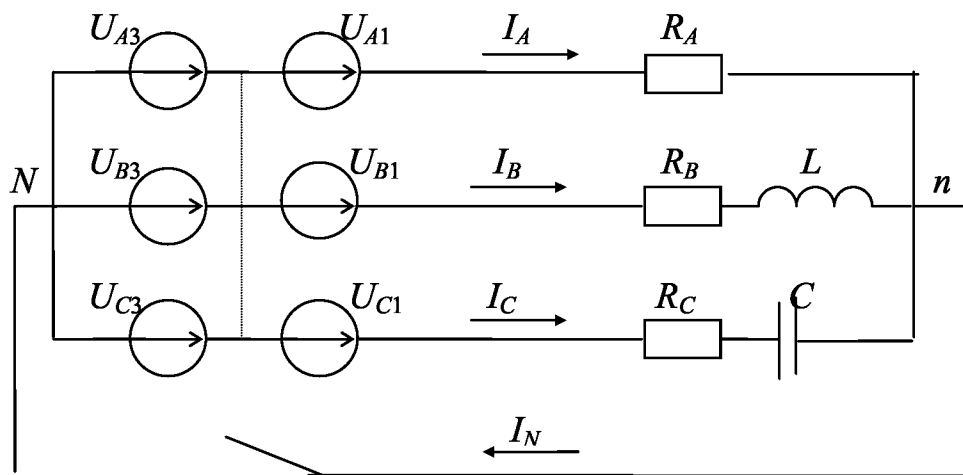


Рис. 16.1

## 16.3. Теоретические сведения и методические указания

Расчет режима любой цепи несинусоидального тока производится по методу наложения в три этапа. Сначала несинусоидальные по форме ЭДС источников представляются в виде суммы отдельных гармоник:  $e(t) = E_{1m} \cdot \sin \omega t + E_{3m} \cdot \sin 3 \omega t$ . Затем проводится расчет схемы для каждой гармоники в отдельно-

сти как для цепи синусоидального тока. При переходе от одной гармоники к другой необходимо учитывать зависимость реактивных сопротивлений элементов от частоты и, следовательно, от номера гармоники:  $X_{LK} = k \cdot \omega L = k \cdot X_{L1}$ ,  $X_{CK} = 1/(k \cdot \omega C) = X_{C1}/k$ , где  $k$  – номер гармоники, для которой выполняется расчет. На заключительном этапе расчета выполняется синтез отдельных решений в соответствии с принципом наложения: определяются мгновенные значения несинусоидальных токов и напряжений как алгебраические суммы соответствующих значений отдельных гармоник  $i = i_1 + i_3$ ,  $u = u_1 + u_3$ ; действующие значения несинусоидальных токов и напряжений по формулам  $I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2}$ ,  $U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2}$ ; активные мощности отдельных элементов как алгебраические суммы активных мощностей отдельных гармоник  $P = P_1 + P_3$ .

Расчет токов и напряжений в исследуемых схемах для каждой из гармоник следует выполнить в комплексной форме, при этом необходимо учитывать следующие особенности: а) зависимость реактивных сопротивлений элементов от частоты и, следовательно, от номера гармоники  $X_{L1} = \omega L$ ,  $X_{C1} = 1/(\omega C)$ ,  $X_{L3} = 3 \cdot \omega L$ ,  $X_{C3} = 1/(3 \omega C)$ ; б) 1-е гармоники в фазных напряжениях генератора сдвинуты по фазе на  $120^\circ$  ( $\underline{U}_{A1} = U_1 \cdot e^{j0^\circ}$ ,  $\underline{U}_{B1} = U_1 \cdot e^{j120^\circ}$ ,  $\underline{U}_{C1} = U_1 \cdot e^{j240^\circ}$ ) и образуют симметричную систему напряжений прямой последовательности с порядком следования фаз  $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow A$ ; в) 3-и гармоники в фазных напряжениях генератора совпадают по фазе ( $\underline{U}_{A3} = \underline{U}_{B3} = \underline{U}_{C3} = U_3 \cdot e^{j0^\circ}$ ) и образуют симметричную систему напряжений нулевой последовательности.

Измерения действующих значений несинусоидальных токов и напряжений производится измерительными приборами электродинамической или электромагнитной системы (лабораторными стрелочными приборами). Применение для этих целей цифровых электронных приборов может привести к большой погрешности измерений.

#### 16.4. Расчетная часть

1. Выполнить расчет схемы рис. 16.1 с нулевым проводом при действии только основной гармоники напряжения  $U_{A1}$ ,  $U_{B1}$ ,  $U_{C1}$ . Определить линейные (фазные) токи  $I_{A1}$ ,  $I_{B1}$ ,  $I_{C1}$  и ток в нулевом проводе  $I_{N1}$ . Результаты расчета записать в табл. 16.2.

2. Выполнить расчет той же схемы при действии только 3-й гармоники напряжения  $U_{A3}$ ,  $U_{B3}$ ,  $U_{C3}$ . Определить линейные (фазные) токи  $I_{A3}$ ,  $I_{B3}$ ,  $I_{C3}$ , и ток в нулевом проводе  $I_{N3}$ . Результаты расчета записать в табл. 16.2.

3. Выполнить расчет той же схемы при совместном действии основной и третьей гармоник напряжения  $U_1$  и  $U_3$ . Определить линейные (фазные) токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , ток в нулевом проводе  $I_N$ . Результаты расчета записать в табл. 16.2.

4. Выполнить расчет схемы рис. 16.1 без нулевого провода при действии только основной гармонике напряжения  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$ . Определить напряжение на нейтрали  $U_{n1}$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An1}, U_{Bn1}, U_{Cn1}$ , линейные (фазные) токи  $I_{A1}, I_{B1}, I_{C1}$ . Результаты расчета записать в табл. 16.3.

5. Выполнить расчет той же схемы при действии только 3-й гармоники напряжения  $U_{A3}, U_{B3}, U_{C3}$ . Определить напряжение на нейтрали  $U_{n3}$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An3}, U_{Bn3}, U_{Cn3}$ , линейные (фазные) токи  $I_{A3}, I_{B3}, I_{C3}$ . Результаты расчета записать в табл. 16.3.

6. Выполнить расчет той же схемы при совместном действии основной и третьей гармоник напряжения  $U_1$  и  $U_3$ . Определить напряжение на нейтрали  $U_n$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An}, U_{Bn}, U_{Cn}$ , линейные (фазные) токи  $I_A, I_B, I_C$ . Результаты расчета записать в табл. 16.3.

Т а б л и ц а 16.2

Величины	$U_{\Delta}, \text{В}$	$U_{\phi}, \text{В}$	$\underline{I}_A, \text{А}$	$\underline{I}_B, \text{А}$	$\underline{I}_C, \text{А}$	$\underline{I}_N, \text{А}$
1-я (вычис.)						
1-я (измер.)						
3-я (вычис.)						
3-я (измер.)						
1+3 (вычис.)						
1+3 (измер.)						

Т а б л и ц а 16.3

Величины	$U_{An}, \text{В}$	$U_{Bn}, \text{В}$	$U_{Cn}, \text{В}$	$U_n, \text{В}$	$\underline{I}_A, \text{А}$	$\underline{I}_B, \text{А}$	$\underline{I}_C, \text{А}$
1-я (вычис.)							
1-я (измер.)							
3-я (вычис.)							
3-я (измер.)							
1+3 (вычис.)							
1+3 (измер.)							

### 16.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь согласно рабочей схеме рис. 16.2 с нулевым проводом. Трехфазный генератор несинусоидального напряжения синтезировать путем последовательного включения однофазного генератора  $U_3$  с частотой  $3f$  в нейтраль симметричного трехфазного генератора  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$  с час-

тотой  $f$ . Установить параметры элементов нагрузки отдельных фаз согласно заданию.

2. Отключить генератор  $U_3$  с частотой  $3f$  (оставить в работе генератор  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$  с частотой  $f$ ) и измерить для 1-ой гармоники линейное  $U_{\text{л}}$  и фазное  $U_{\text{ф}}$  напряжения, а также линейные (фазные) токи  $I_{A1}, I_{B1}, I_{C1}$  и ток в нулевом проводе  $I_{N1}$ . Результаты измерений записать в табл. 16.2.

3. Отключить генератор  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$  с частотой  $f$  (оставить в работе генератор  $U_3$  с частотой  $3f$ ) и измерить для 3-й гармоники линейное  $U_{\text{л}}$  и фазное  $U_{\text{ф}}$  напряжения, а также линейные (фазные) токи  $I_{A3}, I_{B3}, I_{C3}$ , и ток в нулевом проводе  $I_{N3}$ . Результаты измерений записать в табл. 16.2.

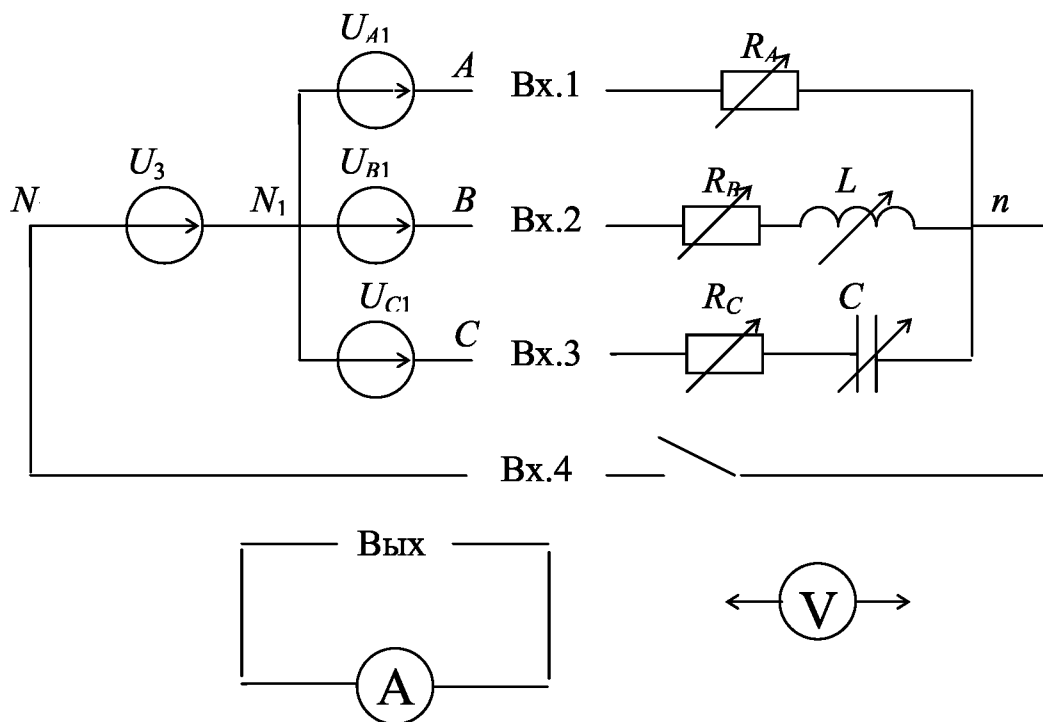


Рис. 16.2

4. Включить оба генератора и измерить линейное  $U_{\text{л}}$  и фазное  $U_{\text{ф}}$  напряжения, а также линейные (фазные) токи  $I_A, I_B, I_C$ , ток в нулевом проводе  $I_N$ . Результаты измерений записать в табл. 16.2.

5. Собрать электрическую цепь согласно рабочей схеме рис. 16.2 без нулевого провода. Отключить генератор  $U_3$  с частотой  $3f$  (оставить в работе генератор  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$  с частотой  $f$ ) и измерить для 1-ой гармоники напряжение на нейтрали  $U_{n1}$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An1}, U_{Bn1}, U_{Cn1}$ , линейные (фазные) токи  $I_{A1}, I_{B1}, I_{C1}$ . Результаты измерений записать в табл. 16.3.

6. Отключить генератор  $U_{A1}, U_{B1}, U_{C1}$  с частотой  $f$  (оставить в работе генератор  $U_3$  с частотой  $3f$ ) и измерить для 3-й гармоники напряжение на ней-

трали  $U_{n3}$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An3}$ ,  $U_{Bn3}$ ,  $U_{Cn3}$ , линейные (фазные) токи  $I_{A3}$ ,  $I_{B3}$ ,  $I_{C3}$ . Результаты измерений записать в табл. 16.3.

7. Включить оба генератора и измерить напряжение на нейтрали  $U_n$ , напряжения на фазах нагрузки  $U_{An}$ ,  $U_{Bn}$ ,  $U_{Cn}$ , линейные (фазные) токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ . Результаты измерений записать в табл. 16.3.

### 16.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.

2. Дать заключение о влиянии 3-й гармоники на линейное и фазное напряжения, на линейные (фазные) токи и на ток в нулевом проводе.

### 16.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Как определяются действующие значения несинусоидальных токов и напряжений?
2. Почему действующие значения несинусоидальных токов и напряжений нельзя измерять цифровыми электронными приборами?
3. Как влияет 3-я гармоника на линейное и фазное напряжение трехфазного генератора?
4. Почему для замыкания 3-й гармоники токов нужен нулевой провод?
5. Почему для трехфазного генератора несинусоидального напряжения отношение  $U_n/U_\phi \neq \sqrt{3}$ ?

## Лабораторная работа №17

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

## 17.1. Цель работы

1. Определение параметров элементов Т- и П-схем замещения пассивного четырехполюсника.
2. Определение входных сопротивлений пассивного четырехполюсника в режимах холостого хода и короткого замыкания.
3. Определение коэффициентов пассивного четырехполюсника через его входные сопротивления в режимах холостого хода и короткого замыкания
4. Исследование режимов работы пассивного четырехполюсника при различных нагрузках.

## 17.2. Исходные данные

Заданы:

1. Комплексные коэффициенты пассивного четырехполюсника формы  $A$ :  $\underline{A}=a+jb$ ,  $\underline{B}=a+jb$ ,  $\underline{C}=(a+jb) \cdot 10^{-3}$ ,  $\underline{D}=a+jb$  (табл.17.1).
2. Эквивалентная схема исследуемого пассивного четырехполюсника. На входе четырехполюсника действует синусоидальное напряжение  $U_1$ , к выходным зажимам подключена нагрузка  $\underline{Z}_2 = R_2 + j0$  (рис.17.1).
3. Рабочие схемы исследуемых цепей и схемы включения измерительных приборов (рис. 17.2 и рис. 17.3).

Т а б л и ц а 17.1

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_1, В$		50	55	60	65	70	50	55	60	65	70
$R_2, Ом$		30	65	50	70	40	55	45	85	50	90
$\underline{A}$	$a$	0,5	1,0	1,0	1,05	1,0	0,406	1,05	1,0	1,06	0,571
	$jb$	0,05	0,4	0,333	-0,495	-0,6	-0,06	0,5	-0,43	-0,6	0,043
$\underline{B}, Ом$	$a$	18	20,0	15,33	25,0	21,0	0	18,0	0	29,4	3
	$jb$	31,5	0	20,67	0	-1,8	-30,0	-1,5	-30,0	-30,1	30
$\underline{C}, См$	$a$	0	8,25	0	10,3	20	7,8	16,7	8,87	2	0,9
	$jb$	16,7	4,16	16,7	- 2,3	0	20,7	0	-172	-19,8	13,6
$\underline{D}$	$a$	1,0	1,033	0,667	1	1,06	1,0	1,0	0,505	0,4	1,043
	$jb$	0,5	0,33	0,033	0,417	0,6	-0,43	-0,5	0,049	-0,06	0,429
Схема		Т	П	Т	П	Т	П	Т	П	Т	П



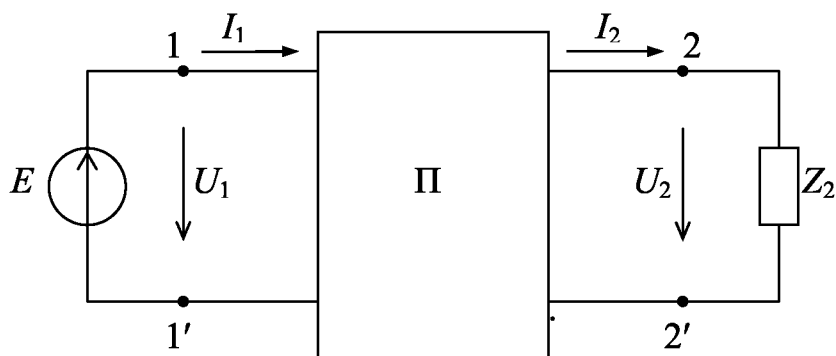


Рис. 17.1

### 17.3. Теоретические сведения и методические указания

Четырехполюсником называется отдельное устройство или часть сложной электрической цепи (или схемы), содержащая четыре вывода (полюса), два из которых (1 и 1') называются первичными, а два другие (2 и 2') – вторичными. Первичные выводы четырехполюсника подключаются к источнику напряжения (ЭДС), а ко вторичным выводам подключается нагрузка  $Z_2 = R_2 + jX_2$ . Уравнения четырехполюсника устанавливают связь между параметрами режима на входе четырехполюсника ( $\underline{U}_1, \underline{I}_1$ ) с параметрами режима на его выходе ( $\underline{U}_2, \underline{I}_2$ ):

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2, \quad \underline{I}_1 = \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot \underline{I}_2,$$

где  $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$  – комплексные коэффициенты четырехполюсника, при этом процессы внутри четырехполюсника не рассматриваются. Между коэффициентами четырехполюсника существует взаимосвязь:  $\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$ . На практике коэффициенты четырехполюсника определяются через его входные сопротивления в режимах холостого хода и короткого замыкания.

Любой четырехполюсник может быть представлен двумя простейшими эквивалентными схемами, состоящими только из трех элементов: Т-схемой (звездой) и П-схемой (треугольником) (рис.17.2). Параметры элементов схем определяются через коэффициенты по формулам

для Т-схемы:  $\underline{Z}_1 = (\underline{A} - 1)/\underline{C}, \quad \underline{Z}_2 = (\underline{D} - 1)/\underline{C}, \quad \underline{Z}_0 = 1/\underline{C};$

для П-схемы:  $\underline{Z}_1 = \underline{B}/(\underline{D} - 1), \quad \underline{Z}_2 = \underline{B}/(\underline{A} - 1), \quad \underline{Z}_0 = \underline{B}.$

Комплексные входные сопротивления четырехполюсника в режимах холостого хода и короткого замыкания ( $\underline{Z}_{1х}, \underline{Z}_{1к}, \underline{Z}_{2х}, \underline{Z}_{2к}$ ) могут быть определены методом свертки соответствующей схемы четырехполюсника. Эти же сопротивления могут быть определены экспериментально путем измерений по схеме трех приборов (амперметр + вольтметр + фазометр) (рис. 17.3):  $\underline{Z} = R + jX = (U_V/I_A) \cdot e^{j\varphi}$ , где  $U_V, I_A, \varphi$  – показания приборов. Входные сопротивления четырехполюсника связаны с его коэффициентами уравнениями:

$$\underline{Z}_{1X} = \frac{A}{C}; \quad \underline{Z}_{1K} = \frac{B}{D}; \quad \underline{Z}_{2X} = \frac{D}{C}; \quad \underline{Z}_{2K} = \frac{B}{A}.$$

Для определения коэффициентов четырехполюсника необходимо решить систему уравнений, составленную из любых 3-х из заданных уравнений для входных сопротивлений и уравнения связи между коэффициентами  $\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$ .

Режимные параметры четырехполюсника (токи и напряжения на входе и выходе) определяются путем совместного решения системы уравнений  $A$ -формы с уравнением закона Ома для нагрузки:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 \end{cases}$$

#### 17.4. Расчетная часть

1. Составить одну из схем (Т или П) замещения четырехполюсника (рис. 17.2). Определить параметры элементов схемы замещения через коэффициенты четырехполюсника уравнений  $A$ -формы. Результаты расчета записать в табл. 17.2.

2. Методом свертки схемы определить комплексные входные сопротивления пассивного четырехполюсника со стороны первичных ( $\underline{Z}_{1X}$ ,  $\underline{Z}_{1K}$ ) и вторичных ( $\underline{Z}_{2X}$ ,  $\underline{Z}_{2K}$ ) выводов в режимах холостого хода и короткого замыкания. Результаты расчета записать в табл. 17.3.

3. Используя уравнения  $A$ -формы четырехполюсника рассчитать его режим при заданной нагрузке  $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$ , в результате расчета определить комплексные напряжение  $\underline{U}_2$  и токи  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_1$ . Результаты расчета записать в табл. 17.4.

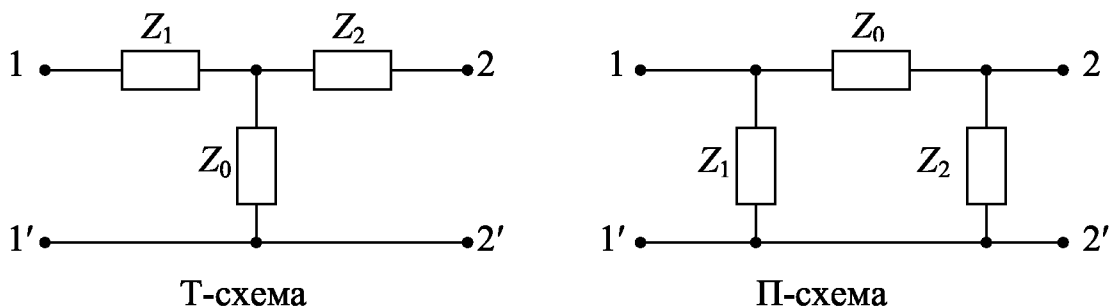


Рис. 17.2

Т а б л и ц а 17.2

Схема Т			Схема П		
$\underline{Z}_1$ , Ом	$\underline{Z}_2$ , Ом	$\underline{Z}_0$ , Ом	$\underline{Z}_1$ , Ом	$\underline{Z}_2$ , Ом	$\underline{Z}_0$ , Ом

--	--	--	--	--	--

### 17.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 17.3 для экспериментального определения комплексных входных сопротивлений пассивного четырехполюсника в режиме холостого хода и короткого замыкания. Установить заданные параметры отдельных элементов четырехполюсника. Установить произвольное значение напряжения на зажимах источника и зафиксировать показания вольтметра ( $U_V$ ), амперметра ( $I_A$ ) и фазометра ( $\varphi$ ) в режимах холостого хода (ключ разомкнут) и короткого замыкания (ключ замкнут). Входное сопротивление определить по форме  $\underline{Z} = R + jX = (U_V / I_A) \cdot e^{j\varphi}$ , где  $U_V, I_A, \varphi$  – показания приборов. Результаты измерений записать в табл.17.4.

2. Поменять местами входные (1 и 1') и выходные (2 и 2') выводы четырехполюсника и выполнить измерения и расчеты, аналогичные п.1. Результаты измерений записать в табл.17.4.

3. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис.17.4. Установить на входе четырехполюсника заданное напряжение  $\underline{U}_1$ . Измерить комплексные токи  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$  и напряжение  $\underline{U}_2$  (напряжение  $\underline{U}_2$  совпадает по фазе с током  $\underline{I}_2$ ). Результаты измерений записать в табл. 17.5.

Т а б л и ц а 17.3

$\underline{Z}_{1X}$ , Ом	$\underline{Z}_{1K}$ , Ом	$\underline{Z}_{2X}$ , Ом	$\underline{Z}_{2K}$ , Ом

Т а б л и ц а 17.4

Режим цепи	$U$ , В	$I$ , А	$\varphi$ , °	$Z$ , Ом	$R$ , Ом	$X$ , Ом
Хол. ход 1						
Кор.зам. 1						
Хол. ход 2						
Кор.зам. 2						

Т а б л и ц а 17.5

Величины	$\underline{U}_1$ , В	$\underline{U}_2$ , В	$\underline{I}_1$ , А	$\underline{I}_2$ , А
Вычислено				
Измерено				

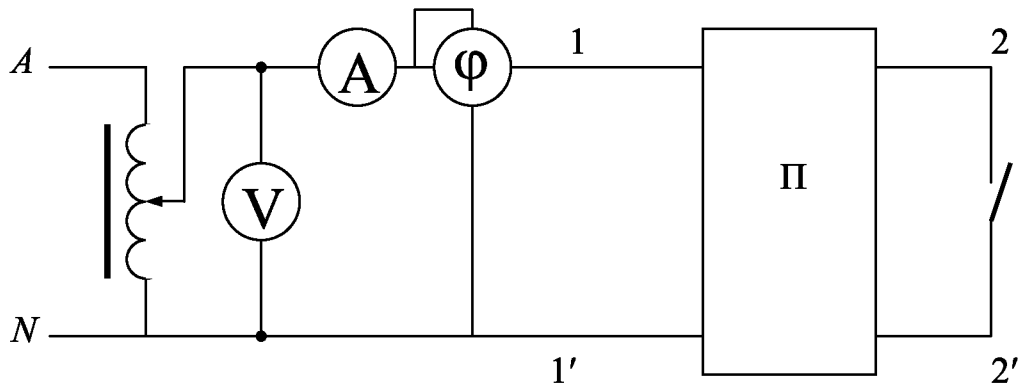


Рис. 17.3

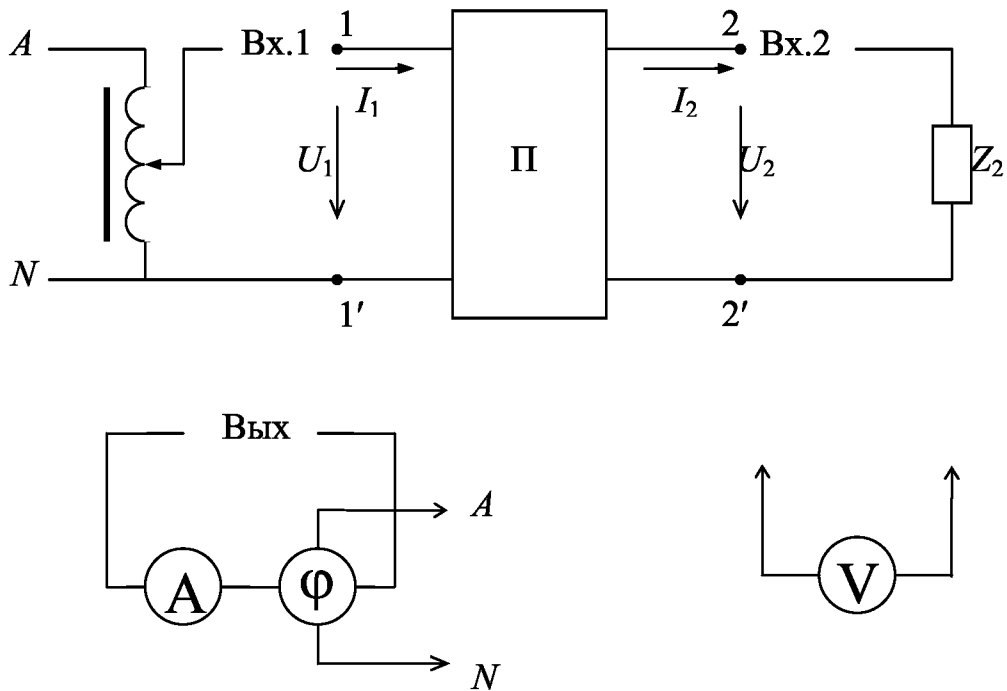


Рис. 17.4

### 17.6. Анализ результатов работы

Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

## 17.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) детализированную схему замещения четырехполюсника;
- 6) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение четырехполюсника. Какой четырехполюсник называется пассивным, а какой активным?
2. В чем состоит сущность теории четырехполюсника? Где на практике применяется эта теория?
3. Какие существуют формы уравнений четырехполюсника? Запишите уравнения четырехполюсника  $A$ -формы.
4. Что такое коэффициенты четырехполюсника? Какова их размерность? Какие существуют способы их определения?
5. Какие существуют схемы замещения четырехполюсника? Как определяются параметры элементов этих схем?
6. Как производится расчет режима четырехполюсника?

## Лабораторная работа № 18

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

#### 18.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета однородной линии с распределенными параметрами в установившемся синусоидальном режиме.
2. Исследование влияния величины и характера нагрузки в конце линии на распределение напряжения вдоль линии.
3. Исследование явления стоячих волн в линии с распределенными параметрами.
4. Экспериментальная проверка результатов расчета на модели линии с заданными параметрами.

## 18.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема однородной длинной линии с первичными параметрами  $R_0=0$ ;  $G_0=0$ ;  $L_0=35 \cdot 10^{-5}$  Гн/с;  $C_0=2 \cdot 10^{-9}$  Ф/с, где  $s=1$  – условная единица длины линии (рис. 18.1). Длина линии  $l=12s$ .

2. Параметры элементов схемы (табл. 18.1). На входе линии действует источник синусоидальной ЭДС с напряжением на зажимах  $U_1$  и частотой  $f$ . В конце линии включена нагрузка  $Z_2=R_2 + jX_2$ .

3. Рабочая схема исследуемой цепи и схема включения измерительных приборов (рис. 18.2).

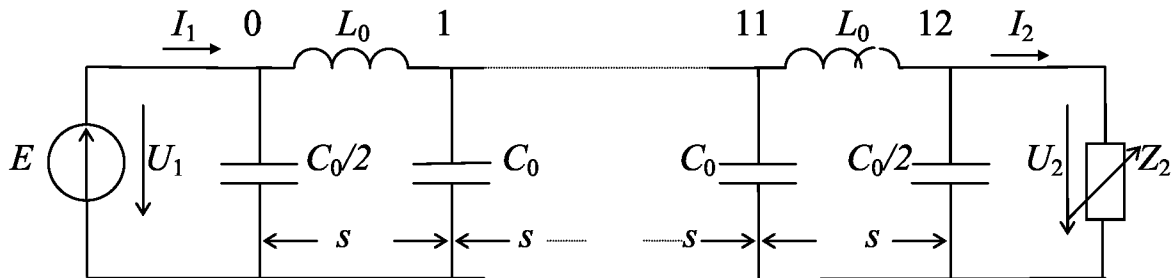


Рис. 18.1.

Т а б л и ц а 18.1.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_1$ , В	3	4	5	4	3	3	4	5	4	3
$f$ , кГц	58	60	62	64	66	83	85	87	89	91
$X_2$ , Ом	200	160	120	100	80	-500	-400	-300	-200	-100

## 18.3. Теоретические сведения и методические указания

Физические (первичные) параметры однородной линии распределены равномерно по ее длине:  $R_0$  – активное сопротивление на единицу длины [Ом/м];  $G_0$  – активная проводимость на единицу длины [См/м];  $L_0$  – индуктивность на единицу длины [Гн/м];  $C_0$  – емкость на единицу длины [Ф/м]. При работе линии с распределенными параметрами на высокой частоте ее реактивные параметры многократно превышают активные ( $\omega L_0 \gg R_0$ ;  $\omega C_0 \gg G_0$ ), поэтому

при расчете режима такой линии активными параметрами можно пренебречь и считать линию идеальной, т. е. без потерь энергии.

При работе линии с распределенными параметрами без потерь в установившемся синусоидальном режиме на заданной частоте  $\omega = 2\pi f$  ее вторичные параметры определяются через первичные по формулам:  $Z_C = \sqrt{L_0/C_0}$  – волновое сопротивление;  $\beta = \omega \cdot \sqrt{L_0 C_0}$  – коэффициент фазы волны;  $\alpha = 0$  – коэффициент затухания волны;  $\lambda = 2\pi/\beta$  – длина волны.

При работе линии в установившемся синусоидальном режиме напряжение и ток в ее любой точке будут определяться как результат наложения (суммы) падающих и отраженных волн. Расчет напряжения и тока в произвольной точке может быть выполнен путем решения системы одной из групп комплексных уравнений линии:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{U}(y) = \underline{U}_2 \cdot \cos \beta y + j \underline{I}_2 Z_C \cdot \sin \beta y \\ \underline{I}(y) = \underline{I}_2 \cdot \cos \beta y + j \frac{\underline{U}_2}{Z_C} \cdot \sin \beta y \\ \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 \end{array} \right.$$

где  $y$  – расстояние от конца линии до расчетной точки.

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{U}(x) = \underline{U}_1 \cdot \cos \beta x - j \underline{I}_1 Z_C \cdot \sin \beta x \\ \underline{I}(x) = \underline{I}_1 \cdot \cos \beta x - j \frac{\underline{U}_1}{Z_C} \cdot \sin \beta x \\ \underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 \\ \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_2 + j Z_C \cdot \operatorname{tg} \beta l}{1 + j \frac{\underline{Z}_2}{Z_C} \cdot \operatorname{tg} \beta l} \end{array} \right.$$

где  $x$  – расстояние от начала линии до расчетной точки.

Наличие отраженных волн приводит к тому, что напряжение и ток вдоль линии распределяются волнообразно. При отсутствии потребления энергии в конце линии, что имеет место при любой чисто реактивной нагрузке  $\underline{Z}_2 = \pm jX_2$ , амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей, при этом в линии наблюдается так называемый режим стоячих волн. В тех точках линии, где падающая и отраженная волны находятся в фазе (совпадают) происходит удвоение напряжения (тока). Такие точки принято называть пучностями напряжения (тока). А в тех точках линии, где падающая и отраженная волны находятся в противофазе, они взаимно компенсируются и напряжение (ток) равно нулю. Такие точки принято называть узлами напряжения (тока). Пучности и узлы напряжения (тока) следуют друг за другом через расстояние, равное  $\lambda/4$ .

При чисто активной нагрузке  $\underline{Z}_2 = R_2$  амплитуда отраженной волны может быть определена через коэффициент отражения  $U_o = U_n \cdot k_o$ , где  $k_o = \frac{R_2 - Z_C}{R_2 + Z_C}$ .

При работе линии в согласованном режиме ( $\underline{Z}_2 = Z_C$ ) отраженные волны отсутствуют, при этом напряжение (ток) вдоль линии не изменяет своего значения.

#### 18.4. Расчетная часть

1. Определить вторичные параметры линии: волновое сопротивление  $Z_C$ , коэффициент фазы  $\beta$ , длину волны  $\lambda$ . Результаты расчета внести в табл.18.2.

2. Выполнить расчет режима в схеме при заданном напряжении на входе  $U_1$  для следующих значений сопротивления нагрузки: 1)  $\underline{Z}_2 = \infty$  (холостой ход), 2)  $\underline{Z}_2 = 2Z_C$ , 3)  $\underline{Z}_2 = Z_C$  (согласованная нагрузка), 4)  $\underline{Z}_2 = 0,5Z_C$ , 5)  $\underline{Z}_2 = 0$  (короткое замыкание), 6)  $\underline{Z}_2 = jX_2$  (реактивная нагрузка). Для каждого вида нагрузки определить напряжения в расчетных точках линии с координатами  $x = 0; 3s; 6s; 9s; 12s$ . Результаты расчета внести в табл.18.3.

3. По результатам расчетов п.2 для каждого вида нагрузки построить графические диаграммы распределения напряжения вдоль линии  $U=f(x)$ .

Т а б л и ц а 18.2.

Названия	$Z_C$ , Ом	$\alpha$ , Неп/с	$\beta$ , рад/с	$\lambda$ , с
Значения				

Т а б л и ц а 18.3.

Нагрузка	$x$ , s	0	3	6	9	12
1) $\underline{Z}_2 = \infty$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/
2) $\underline{Z}_2 = 2Z_C$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/
3) $\underline{Z}_2 = Z_C$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/
4) $\underline{Z}_2 = 0,5Z_C$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/
5) $\underline{Z}_2 = 0$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/
6) $\underline{Z}_2 = jX_2$	$U_{выч}/U_{изм}$	/	/	/	/	/

#### 18.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 18.2, состоящую из генератора напряжения регулируемой частоты ГЗ-111, цепочечной линии из 12 ячеек



и магазина резисторов P32. Установить в конце линии заданное сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = \infty$  (цепь разомкнута, холостой ход). Установить в начале линии заданное напряжение генератора  $U_1$ . Измерить вольтметром напряжения в расчетных точках линии  $0,3s, 6s, 9s$  и  $12s$ . Результаты измерений внести в табл. 18.3 для сравнения их с соответствующими расчетными данными.

2. Установить в конце линии сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = 2Z_C$  и выполнить измерения, аналогичные п.4.1.

3. Установить в конце линии сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = Z_C$  и выполнить измерения, аналогичные п.4.1.

4. Установить в конце линии сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = 0,5Z_C$  и выполнить измерения, аналогичные п.4.1.

5. Установить в конце линии сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = 0$  (короткое замыкание) и выполнить измерения, аналогичные п.4.1.

6. Установить в конце линии сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = jX_2$  (реактивная нагрузка) и выполнить измерения, аналогичные п. 4.1.

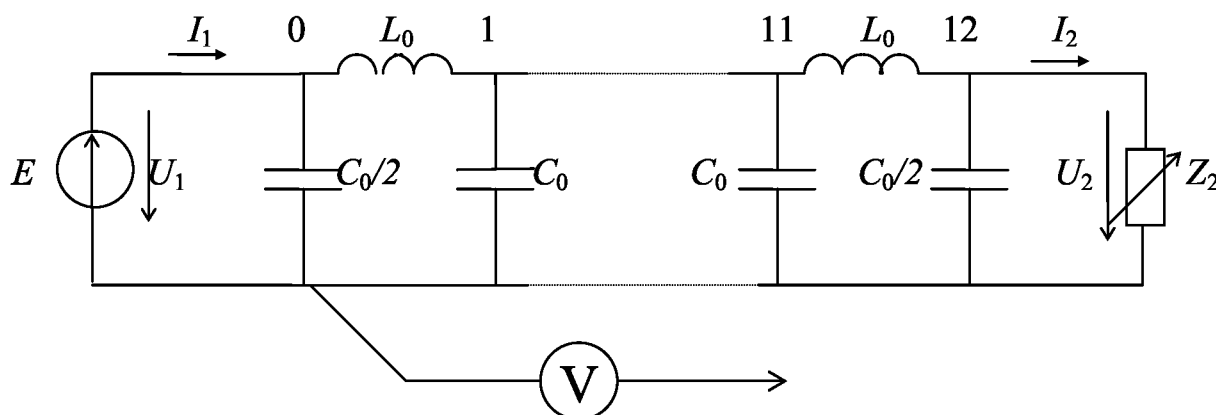


Рис. 18.1.

### 18.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.

2. На основе анализа результатов работы сделать вывод о влиянии величины сопротивления нагрузки  $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$  на характер распределения напряжения вдоль линии.

### 18.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать следующие моменты:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) графические диаграммы функций  $U=f(x)$ ;
- 7) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Что такое первичные и вторичные параметры длинной линии и какая между ними взаимосвязь?
2. Что такое длина волны  $\lambda$ ? Сколько длин волн укладывается в исследуемой линии?
3. Почему в линии без потерь отсутствует затухание? Что такое коэффициент затухания и как он определяется?
4. Почему в линии без потерь в режиме согласованной нагрузки ( $Z_2 = Z_C$ ) напряжение вдоль линии остается постоянным  $U(x) = \text{const}$ , а в несогласованном режиме зависит от координаты  $x$ ?
5. Что такое режим стоячих волн? При каких условиях такой режим имеет место? Покажите на графической диаграмме этот режим.
6. Где в технике используется режим согласованной нагрузки и почему?

## Лабораторная работа № 20

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ R, L

#### 20.1. Цель работы.

1. Расчет и построение графических диаграмм функций  $u_R(t)$  и  $u_L(t)$  в переходном режиме при включении цепи  $R, L$  к источнику ЭДС.
2. Исследование влияния параметров отдельных элементов  $R$  и  $L$  на продолжительность переходного процесса.
3. Исследование влияния начальной фазы  $\alpha$  синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \sin(\omega t + \alpha)$  на интенсивность переходного процесса.

## 20.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи, состоящая из источника ЭДС, резистора  $R$  и катушки индуктивности  $L$  (рис. 20.1).
2. Расчетные параметры элементов схемы  $E_m$ ,  $R_p$ ,  $L_p$  (табл. 20.1).
3. Рабочая схема исследуемой цепи и схема включения измерительных приборов (рис. 20.2).

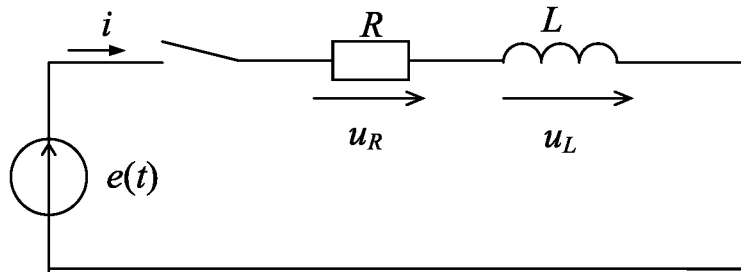


Рис. 20.1

Т а б л и ц а 20.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_m$ , В	50	55	60	65	70	50	55	60	65	70
$f$ , Гц	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
$R_p$ , Ом	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
$L_p$ , мГн	150	165	185	200	215	235	250	265	285	300

## 20.3. Теоретические сведения и методические указания

Переходным называется процесс в электрической цепи или схеме, возникающий в ней при переходе от одного (старого) установившегося состояния к другому (новому) установившемуся состоянию. Переходные процессы в цепи возникают в результате различных коммутаций, следствием которых являются скачкообразные изменения параметров отдельных элементов или структуры схемы цепи. Так как запасы энергии в реактивных элементах схемы не могут измениться скачкообразно, то для перехода схемы в новое энергетическое состояние требуется некоторое время, называемое временем переходного процесса  $T_n$ .

Независимыми начальными условиями называются значения токов в катушках  $i_L(0)$  и напряжений на конденсаторах  $u_C(0)$  в момент коммутации при  $t = 0$ , которые определяют начальные запасы энергии в реактивных элементах схемы.

При включении схемы  $R, L$  с нулевыми начальными условиями  $i_L(0) = 0$  к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$  напряжения на отдельных элементах будут изменяться во времени по закону:

$$u_R(t) = E \cdot (1 - e^{pt}), \quad u_L(t) = E \cdot e^{pt}.$$

Здесь  $p = -R / L$  – есть коэффициент затухания (корень характеристического уравнения), характеризующий скорость затухания переходного процесса. Постоянная времени  $\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{L}{R}$ , практическая продолжительность переходного процесса  $T_{\pi} = 4\tau = 4L / R$ .

При включении схемы  $R, L$  с нулевыми начальными условиями  $i_L(0) = 0$  к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$  напряжение на резисторе будет изменяться во времени по закону:

$$u_R(t) = u_{Ry}(t) + u_{Rcb}(t) = U_{Rm} \cdot \sin(\omega t + \alpha) + A \cdot e^{pt}.$$

Амплитуда и начальная фаза установившейся составляющей напряжения  $u_{Ry}(t) = U_{Rm} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$  определяются из расчета схемы в установившемся синусоидальном режиме:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad I_m = E_m / Z, \quad U_{Rm} = I_m \cdot R, \quad \varphi = \text{arctg}(X_L / R).$$

Амплитуда свободной составляющей напряжения  $A$  определяет интенсивность переходного процесса. Она зависят от параметров элементов схемы и от начальной фазы источника ЭДС:  $A = -U_{Rm} \cdot \sin(\alpha - \varphi)$ .

При значении начальной фазы  $(\alpha - \varphi) = \pm 90^\circ$  амплитуда свободной составляющей напряжения максимальна, переходной процесс протекает с максимальной интенсивностью. При значении начальной фазы  $(\alpha - \varphi) = 0^\circ$  амплитуда свободной составляющей напряжения равна нулю, включение цепи происходит без переходного процесса.

#### 20.4. Расчетная часть

1. Определить в общем виде функции  $u_R(t)$  и  $u_L(t)$  в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$ . Для 3-х сочетаний значений параметров элементов [а)  $R = R_p, L = L_p$ ; б)  $R = 2R_p, L = L_p$ ; в)  $R = R_p, L = 2L_p$ ] определить для исследуемых функций коэффициент затухания  $p$ , постоянную времени  $\tau$  и продолжительность переходного процесса  $T_{\pi}$ . Результаты расчетов внести в табл.

20.2.

2. В выбранных масштабах  $m_u$  и  $m_t$  построить в одной системе координат семейство графических диаграмм для исследуемых функций  $u_R(t)$  и  $u_L(t)$  в переходном режиме для 3-х сочетаний значений параметров элементов а), б), в). Построение графических диаграмм выполнить на ЭВМ.

4. Определить графически постоянную времени переходного процесса  $\tau$  для каждого из 3-х сочетаний значений параметров элементов а), б), в). Результаты расчетов внести в табл. 20.2.

5. Определить в общем виде функцию  $u_R(t)$  и в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ .

6. Для значений параметров элементов  $R = R_p$ ,  $L = L_p$  определить амплитуды установившейся и свободной составляющих напряжения на резисторе  $U_{Rm}$  и  $A_m$  в переходном режиме, а также значения начальной фазы источника  $\alpha$ , при которых амплитуда свободной составляющей переходного процесса: а) максимально положительна, б) равна нулю, в) максимально отрицательна. Результаты расчетов внести в табл. 20.3.

7. В выбранных масштабах  $m_u$  и  $m_t$  построить в одной системе координат семейство графических диаграмм для исследуемых функций  $u_R(t)$  в переходном режиме для значений начальной фазы источника  $\alpha$  согласно а), б), в). Построение диаграмм выполнить на ЭВМ.

8. Определить графически на диаграммах п. 7 свободные составляющие переходного процесса для заданных значений начальной фазы источника  $\alpha$  согласно а), б), в).

Т а б л и ц а 20.2

Параметры	$p, c^{-1}$	$\tau, c$	$T_n, c$	$\tau, c$ (граф.)
а) $R = R_p, L = L_p$				
б) $R = 2R_p, L = L_p$				
в) $R = R_p, L = 2L_p$				

Т а б л и ц а 20.3

$U_{Rm}, B$	$A_m, B$	а) $\alpha, гр$	б) $\alpha, гр$	в) $\alpha, гр$

### 20.5. Экспериментальная часть

Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 20.2. Установить заданные параметры отдельных элементов. Для каждого из заданных значений параметров элементов получить на экране электронного осциллографа исследуемую функцию напряжения  $u_R(t)$ . Сравнить полученные осциллограммы с расчетными графическими диаграммами.

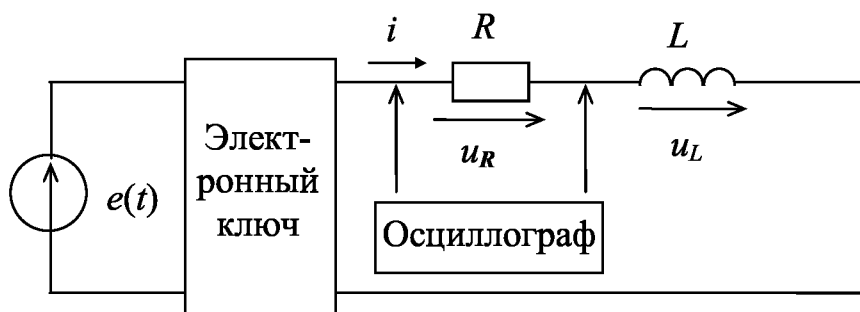


Рис. 20.2

### 20.6. Анализ результатов работы

Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.

### 20.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) графические диаграммы функций;
- 7) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Что называется переходным процессом в электрической цепи? Какими уравнениями можно описать переходной процесс? Запишите уравнение для исследуемой цепи.

2. Что такое коэффициент затухания, постоянная времени и продолжительность переходного процесса? Напишите формулы для названных величин для исследуемой цепи.

3. Как по графической диаграмме функции определить постоянную времени переходного процесса?

4. Почему интенсивность переходного процесса в цепи при включении ее к источнику синусоидальной ЭДС зависит от начальной фазы, т.е. от момента включения?

5. Какие методы расчета переходного процесса вы знаете? Назовите их.

## Лабораторная работа № 21

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ R, C

#### 21.1. Цель работы

1. Расчет и построение графических диаграмм функций  $u_R(t)$  и  $u_C(t)$  в переходном режиме при включении цепи R, C к источнику ЭДС.

2. Исследование влияния параметров отдельных элементов R и C на продолжительность переходного процесса.

3. Исследование влияния начальной фазы  $\alpha$  синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$  на интенсивность переходного процесса.

#### 21.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи, состоящая из источника ЭДС, резистора R и конденсатора C (рис. 21.1).

2. Расчетные параметры элементов схемы  $E_m$ ,  $R_p$ ,  $C_p$  (табл. 21.1).

3. Рабочая схема исследуемой цепи и схема включения измерительных приборов (рис 21.2).

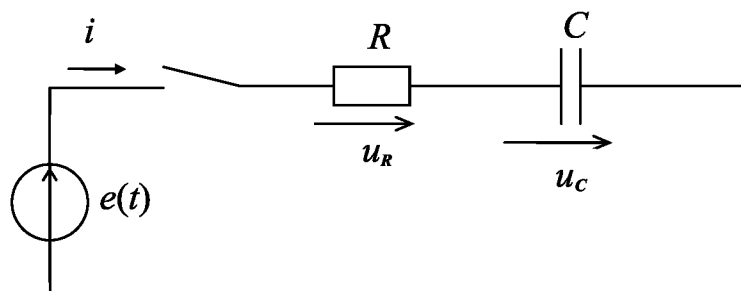


Рис. 21.1

Т а б л и ц а 21.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_m$ , В	70	65	60	55	50	45	40	35	30	25
$f$ , Гц	150	150	150	150	150	150	150	150	150	150
$R_p$ , Ом	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
$C_p$ , мкФ	150	120	100	85	75	65	60	55	50	45

### 21.3. Теоретические сведения и методические указания

Переходным называется процесс в электрической цепи или схеме, возникающий в ней при переходе от одного (старого) установившегося состояния к другому (новому) установившемуся состоянию. Переходные процессы в цепи возникают в результате различных коммутаций, следствием которых являются скачкообразные изменения параметров отдельных элементов или структуры схемы цепи. Так как запасы энергии в реактивных элементах схемы не могут измениться скачкообразно, то для перехода схемы в новое энергетическое состояние требуется некоторое время, называемое временем переходного процесса  $T_n$ .

Независимыми начальными условиями называются значения токов в катушках  $i_L(0)$  и напряжений на конденсаторах  $u_C(0)$  в момент коммутации при  $t = 0$ , которые определяют начальные запасы энергии в реактивных элементах схемы.

При включении схемы  $R, C$  с нулевыми начальными условиями  $u_C(0) = 0$  к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$  напряжения на отдельных элементах будут изменяться во времени по закону:

$$u_R(t) = E \cdot e^{pt}, \quad u_C(t) = E \cdot (1 - e^{pt}).$$

Здесь  $p = -1 / RC$  – есть коэффициент затухания (корень характеристического уравнения), характеризующий скорость затухания переходного процесса.

Постоянная времени  $\tau = \frac{1}{|p|} = RC$ , практическая продолжительность переходного процесса  $T_n = 4\tau = 4 \cdot RC$ .

При включении схемы  $R, C$  с нулевыми начальными условиями  $u_C(0) = 0$  к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$  напряжение на конденсаторе будет изменяться во времени по закону:

$$u_C(t) = u_{Cy}(t) + u_{Ccb}(t) = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi + 90^\circ) + A \cdot e^{pt}.$$



Амплитуда и начальная фаза установившейся составляющей напряжения  $u_{Cy}(t) = U_{Cm} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi + 90^\circ)$  определяются из расчета схемы в установившемся синусоидальном режиме:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}, \quad I_m = E_m / Z, \quad U_{Cm} = I_m \cdot X_C, \quad \varphi = \text{arctg}(-X_C / R).$$

Амплитуда свободной составляющей напряжения  $A$  определяет интенсивность переходного процесса. Она зависит от параметров элементов схемы и от начальной фазы источника ЭДС:

$$A = -U_{Cm} \cdot \sin(\alpha - \varphi + 90^\circ).$$

При значении начальной фазы  $(\alpha - \varphi + 90^\circ) = \pm 90^\circ$  амплитуда свободной составляющей напряжения максимальна, переходной процесс протекает с максимальной интенсивностью. При значении начальной фазы  $(\alpha - \varphi + 90^\circ) = 0^\circ$  амплитуда свободной составляющей напряжения равна нулю, включение цепи происходит без переходного процесса.

#### 21.4. Расчетная часть

1. Определить в общем виде функции  $u_R(t)$  и  $u_C(t)$  в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$ .

2. Для 3-х сочетаний значений параметров элементов: [а)  $R = R_p, C = C_p$ ; б)  $R = 2R_p, C = C_p$ ; в)  $R = R_p, C = C_p/2$ ] определить для исследуемых функций коэффициент затухания  $p$ , постоянную времени  $\tau$  и продолжительность переходного процесса  $T_n$ . Результаты расчетов внести в табл. 21.2.

3. В выбранных масштабах  $m_u$  и  $m_t$  построить в одной системе координат семейство графических диаграмм для исследуемых функций  $u_R(t)$  и  $u_C(t)$  в переходном режиме для 3-х сочетаний значений параметров элементов а), б), в). Построение диаграмм выполнить на ЭВМ.

4. Определить графически постоянную времени переходного процесса  $\tau$  для 3-х сочетаний значений параметров элементов а), б), в). Результаты расчетов внести в табл. 21.2.

5. Определить в общем виде функцию  $u_C(t)$  в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ .

6. Для значений параметров элементов  $R = R_p, C = C_p$  определить амплитуды установившейся и свободной составляющих напряжения на конденсаторе  $U_{Cm}$  и  $A_m$  в переходном режиме, а также значения начальной фазы источника  $\alpha$ , при которых амплитуда свободной составляющей переходного процесса а) максимальна, положительна, б) равна нулю, в) максимальна, отрицательна. Результаты расчетов внести в табл. 21.3.

7. В выбранных масштабах  $m_u$  и  $m_t$  построить в одной системе координат семейство графических диаграмм для исследуемых функций  $u_C(t)$  в переходном режиме для значений начальной фазы источника  $\alpha$  согласно а), б), в). Построение диаграмм выполнить на ЭВМ.

8. Определить графически на диаграммах п. 7 свободные составляющие переходного процесса для заданных значений начальной фазы источника  $\alpha$  согласно а), б), в).

Т а б л и ц а 21.2

Параметры	$\rho, c^{-1}$	$\tau, c$	$T_n, c$	$\tau, c$ (граф.)
а) $R = R_p, C = C_p$				
б) $R = 2R_p, C = C_p$				
в) $R = R_p, C = C_p/2$				

Т а б л и ц а 21.3

$U_{Cm}, B$	$A_m, B$	а) $\alpha, гр$	б) $\alpha, гр$	в) $\alpha, гр$

### 21.5. Экспериментальная часть

Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 21.2. Установить заданные параметры отдельных элементов. Для каждого из заданных значений параметров элементов получить на экране электронного осциллографа исследуемую функцию напряжения  $u_R(t)$ . Сравнить полученные осциллограммы расчетными графическими диаграммами.

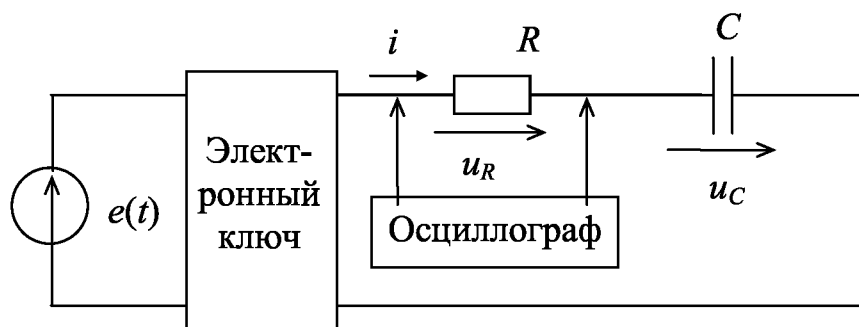


Рис. 21.2

## 21.6. Анализ результатов работы

Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.

## 21.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) графические диаграммы функций;
- 7) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

## Контрольные вопросы

1. Что называется переходным процессом в электрической цепи? Какими уравнениями можно описать переходной процесс? Запишите уравнение для исследуемой цепи.
2. Что такое коэффициент затухания, постоянная времени и продолжительность переходного процесса? Напишите формулы для названных величин для исследуемой цепи.
3. Как по графической диаграмме функции определить постоянную времени переходного процесса?
4. Почему интенсивность переходного процесса в цепи при включении ее к источнику синусоидальной ЭДС зависит от начальной фазы, т.е. от момента включения?
5. Какие методы расчета переходного процесса вы знаете? Назовите их.

## Лабораторная работа № 22

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ $R, L, C$

#### 22.1. Цель работы.

1. Исследование влияния сопротивления резистора  $R$  на характер и продолжительность переходного процесса при включении цепи  $R, L, C$  к источнику постоянной ЭДС.

2. Исследование влияния сопротивления резистора  $R$  и начальной фазы  $\alpha$  на характер, продолжительность и интенсивность переходного процесса при включении цепи  $R, L, C$  к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ .

## 22.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи, состоящая из источника ЭДС, резистора  $R$ , катушки индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$  (рис. 22.1).
2. Параметры элементов схемы (табл. 22.1).
3. Рабочая схема исследуемой цепи и схема включения измерительных приборов (рис. 22.2).

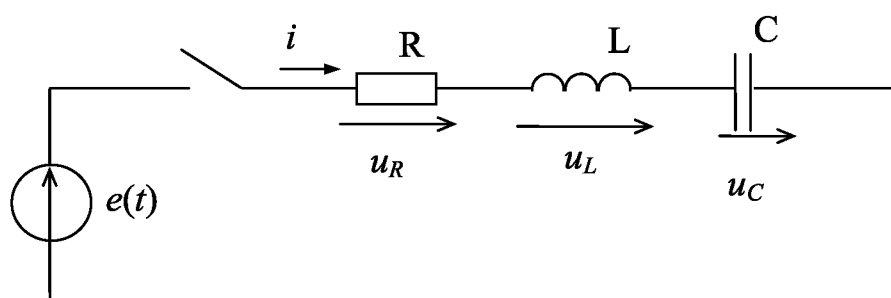


Рис. 22.1

Т а б л и ц а 22.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_m$ , В	35	40	45	55	60	35	40	45	55	60
$f$ , Гц	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
$L$ , мГн	60	50	40	35	30	27	25	22	20	17
$C$ , мкФ	10	12	15	17	20	22	25	27	30	33

## 22.3. Теоретические сведения и методические указания

Переходным называется процесс в электрической цепи или схеме, возникающий в ней при переходе от одного (старого) установившегося состояния к другому (новому) установившемуся состоянию. Переходные процессы в цепи возникают в результате различных коммутаций, следствием которых являются

скачкообразные изменения параметров отдельных элементов или структуры схемы цепи. Так как запасы энергии в реактивных элементах схемы не могут измениться скачкообразно, то для перехода схемы в новое энергетическое состояние требуется некоторое время, называемое временем переходного процесса  $T_{\text{п}}$ .

Независимыми начальными условиями называются значения токов в катушках  $i_L(0)$  и напряжений на конденсаторах  $u_C(0)$  в момент коммутации при  $t = 0$ , которые определяют начальные запасы энергии в реактивных элементах схемы.

При включении схемы  $R, L, C$  с нулевыми начальными условиями  $i_L(0)=0$  и  $u_C(0)=0$  к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$  ток в цепи будет изменяться во времени по закону:

$$i(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$$

Здесь  $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$  – корни характеристического уравнения, определяющие характер и скорость затухания переходного процесса. При отрицательных вещественных корнях характеристического уравнения ( $p_1 < 0$  и  $p_2 < 0$ ) характер переходного процесса будет аperiodический (без колебаний). Продолжительность переходного процесса будет определяться меньшим по модулю корнем:  $T_{\text{п}} = 4 / |p_{\text{min}}|$ .

При комплексных корнях характеристического уравнения  $p_{1,2} = -b \pm j \omega_0$  характер переходного процесса будет колебательный. Вещественная часть корня  $b = -R / 2L$  определяет скорость затухания переходного процесса и называется коэффициентом затухания. Продолжительность переходного процесса будет равна  $T_{\text{п}} = 4 / b$ . Мнимая часть корня  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  называется угловой частотой свободных или собственных колебаний, период этих колебаний  $T_0 = 2\pi / \omega_0$ .

При увеличении сопротивления резистора  $R$  будет наблюдаться изменение характера переходного процесса от колебательного к аperiodическому.

Граничный режим между колебательным и аperiodическим называется критическим, значение сопротивления резистора, соответствующее этому режиму, также называется критическим:  $R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}$ .

При включении схемы с нулевыми начальными условиями  $i_L(0) = 0$  и  $u_C(0) = 0$  к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$  ток в цепи будет изменяться во времени по закону:

$$i(t) = i_y(t) + i_{cb}(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}.$$

Амплитуда и начальная фаза установившейся составляющей тока  $i_y(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$  определяются из расчета схемы в установившемся синусоидальном режиме:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad I_m = E_m / Z, \quad \varphi = \arctg[(X_L - X_C) / R].$$

Свободная составляющая тока  $i_{cb}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}$  определяет интенсивность и характер переходного процесса, зависит от параметров элементов схемы и от начальной фазы источника ЭДС. Характер переходного процесса определяется видом корней характеристического уравнения и не зависит от источника ЭДС.

#### 22.4. Расчетная часть

1. Определить в общем виде функцию  $i(t)$  в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику постоянной ЭДС  $e(t) = E_m = \text{const}$ . Найти в общем виде выражение для корней характеристического уравнения. Определить значение критического сопротивления  $R_{кр}$ .

2. Для значения сопротивления резистора  $R = 2R_{кр}$  определить корни характеристического уравнения  $p_1$  и  $p_2$ , расчетную продолжительность переходного процесса  $T_n$ . Результаты расчетов внести в табл. 22.2.

3. Для значения сопротивления резистора  $R = R_{кр}$  определить корни характеристического уравнения  $p_1 = p_2 = p$ , расчетную продолжительность переходного процесса  $T_n$ . Результаты расчетов внести в табл. 22.2.

4. Для значения сопротивления резистора  $R = 0,3 R_{кр}$  определить корни характеристического уравнения  $p_1$  и  $p_2$ , расчетную продолжительность переходного процесса  $T_n$ , период собственных колебаний  $T_0$ . Результаты расчетов внести в табл. 22.2.

5. В выбранных масштабах  $m_i$  и  $m_t$  построить в одной системе координат семейство графических диаграмм исследуемой функции  $i(t)$  в переходном режиме для 3-х значений сопротивления резистора согласно п.п. 2, 3, 4. Построение диаграмм выполнить на ЭВМ.

6. Определить графически для каждого из 3-х значений сопротивления резистора согласно п.п. 2, 3, 4 расчетную продолжительность переходного процесса  $T_n$ , период собственных колебаний  $T_0$ . Результаты расчетов внести в табл. 22.2.

7. Определить в общем виде функцию  $i(t)$  и в переходном режиме при включении схемы с нулевыми начальными условиями к источнику синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ .

8. Для значения сопротивления резистора  $R = 2 R_{кр}$  определить амплитуду установившейся составляющей тока  $I_m$  и фазный угол  $\varphi$  на входе всей схемы. Результаты расчетов внести в табл. 22.3.

9. В выбранных масштабах  $m_i$  и  $m_t$  построить графическую диаграмму исследуемой функции  $i(t)$  в переходном режиме для значения начальной фазы источника  $\alpha = \varphi$  согласно п.8. Построение диаграммы выполнить на ЭВМ. На диаграмме выделить установившуюся составляющую тока  $i_y(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + 0)$ .

10. Для значения сопротивления резистора  $R = 0,3 R_{кр}$  определить амплитуду установившейся составляющей тока  $I_m$  и фазный угол  $\varphi$  на входе всей схемы. Результаты расчетов внести в табл. 22.3.

11. В выбранных масштабах  $m_i$  и  $m_t$  построить графическую диаграмму исследуемой функции  $i(t)$  в переходном режиме для значения начальной фазы источника  $\alpha = \varphi$  согласно п.8. Построение диаграммы выполнить на ЭВМ. На диаграмме выделить установившуюся составляющую тока  $i_y(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + 0)$ .

Т а б л и ц а 22.2

	$R, \text{ Ом}$	$p_1$	$p_2$	$T_{п}$ расч./граф.	$T_0$ расч./граф.
$R = 2 R_{кр}$				/	/
$R = R_{кр}$				/	/
$R = 0,3 R_{кр}$				/	/

Т а б л и ц а 22.3

	$R, \text{ Ом}$	$T_{п}, \text{ с}$	$I_m, \text{ А}$	$\varphi, \text{ гр}$
$R = 2 R_{кр}$				
$R = 0,3 R_{кр}$				

### 22.5. Экспериментальная часть

Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 22.2. Установить заданные параметры отдельных элементов. Для каждого из заданных значений параметров элементов получить на экране электронного осциллографа исследуемую функцию напряжения  $u_R(t)$ . Сравнить полученные осциллограммы с расчетными графическими диаграммами.

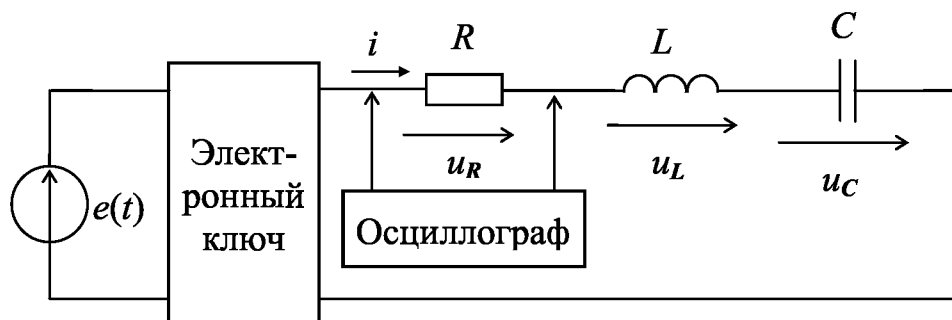


Рис. 22.2

### 22.6. Анализ результатов работы.

Сравнить результаты эксперимента с данными расчета и дать заключение о степени их соответствия. В случае их существенного расхождения указать возможные причины.

### 22.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (эквивалентные схемы исследуемых цепей и параметры их элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) основные расчетные формулы и уравнения;
- 6) графические диаграммы функций;
- 7) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Что называется переходным процессом в электрической цепи? Какими уравнениями можно описать переходной процесс? Запишите уравнение для исследуемой цепи.
2. От чего зависит характер переходного процесса в цепи  $R, L, C$ . Назовите условия, когда характер переходного процесса в цепи апериодический и когда колебательный.
3. Что такое длительность переходного процесса? Как определяется длительность переходного процесса при вещественных корнях и при комплексных корнях характеристического уравнения.



4. При каком условии длительность переходного процесса имеет минимальное значение? Чему равно это значение?

5. Почему интенсивность переходного процесса в цепи при включении ее к источнику синусоидальной ЭДС зависит от начальной фазы, т.е. от момента включения? Возможно ли такое включение без переходного процесса?

## Лабораторная работа № 23

### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 23.1. Цель работы

1. Изучение графического метода расчета нелинейных цепей постоянного тока с применением графических диаграмм вольт-амперных характеристик нелинейных элементов.

2. Изучение аналитического метода расчета сложных нелинейных цепей постоянного тока с применением аппроксимации вольт-амперных характеристик нелинейных элементов.

3. Экспериментальное исследование нелинейной цепи с заданными параметрами элементов с целью установления соответствия между результатами расчета и эксперимента.

#### 23.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи (рис. 23.1).

2. Параметры элементов схемы (табл. 23.1). Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента НЭ<sub>1</sub> задана уравнением  $I_1 = a \cdot U_1^2$ , где  $a=0,0013$ , а вольт-амперная характеристика нелинейного элемента НЭ<sub>2</sub> – уравнением  $U_2 = b \cdot I_2^2$ , где значение коэффициента  $b$  приведено в табл. 23.1.

3. Рабочая схема исследуемой цепи и схемы включения измерительных приборов (рис. 23.2).

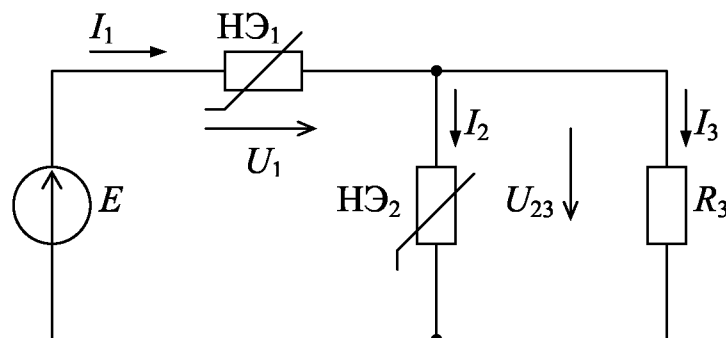


Рис. 23.2

Т а б л и ц а 23.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, В$	60	70	80	65	75	85	70	80	90	70
Выводы НЭ <sub>2</sub>	0-1	0-2	0-3	0-1	0-2	0-3	0-1	0-2	0-3	0-1
$b$	25	35	43	25	35	43	25	35	43	25
$R_3, Ом$	25	35	45	30	40	50	35	45	55	40

### 23.3. Теоретические сведения и методические указания

Нелинейными элементами (НЭ) называются такие элементы электрической цепи, для которых вольт-амперная характеристика  $U(I)$  или  $I(U)$  является нелинейной, т.е. не может быть представлена по закону Ома линейным уравнением  $U=IR$ . Вольт-амперная характеристика  $U(I)$  или  $I(U)$  нелинейного элемента может быть представлена тремя способами: а) в виде графической диаграммы функции  $U(I)$  или  $I(U)$  (графическая форма), б) в виде таблицы координат точек функции  $U(I)$  или  $I(U)$  (табличная форма), в) в виде нелинейного алгебраического уравнения, описывающего функцию  $U(I)$  или  $I(U)$  (математическая форма).

Нелинейной называется электрическая цепь (схема), которая в своей структуре содержит нелинейные элементы. Физические процессы в нелинейной цепи постоянного тока можно описать системой нелинейных алгебраических уравнений, составленных для схемы цепи по законам Кирхгофа. В математике нет универсальных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений, поэтому не существует универсальных методов расчета нелинейных цепей постоянного тока. Выбор метода расчета конкретной нелинейной цепи определяется индивидуально исходя из заданных условий. Применяются графические, аналитические и комбинированные методы расчета.

В графических методах расчета используется графическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Если сложная схема содержит только один источник ЭДС, то решение задачи может быть выполнено методом графического преобразования (свертки) схемы к выводам источника. Для этой цели в одной системе координат в одном масштабе строятся диаграммы вольт-амперных характеристик всех элементов схемы. Затем производится сложение отдельных характеристик в соответствии с упрощением (сверткой) схемы до получения входной вольт-амперной характеристики всей схемы.

Для исследуемой схемы графическое сложение вольт-амперных характеристик элементов производится в следующей последовательности:

1) вольт-амперные характеристики нелинейного элемента НЭ<sub>2</sub> и линейного резистора  $R_3$  складываются параллельно (по оси  $I$ ) и таким образом полу-

чается суммарная вольт-амперная характеристика для параллельных ветвей  $U_{23}=f(I_1)$ ;

2) вольт-амперные характеристики нелинейного элемента НЭ<sub>1</sub> и параллельных ветвей  $U_{23}=f(I_1)$  складываются последовательно (по оси  $U$ ) и таким образом получается входная вольт-амперная характеристика для всей схемы  $E=f(I_1)$ .

Для заданного значения  $E$  определяется точка решения на вольт-амперной характеристике  $E=f(I_1)$ . Методом графической развертки определяются значения всех токов и напряжений.

В аналитических методах расчета используется аналитическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Составляется система уравнений Кирхгофа для расчетной схемы, в которую вводятся нелинейные уравнения вольт-амперных характеристик нелинейных элементов  $U(I)$  или  $I(U)$ . Проводится анализ структуры нелинейных уравнений и выбирается метод их решения. В общем случае решение системы нелинейных алгебраических уравнений может быть выполнено методом последовательных приближений (вручную или на ЭВМ).

Для исследуемой схемы система уравнений Кирхгофа, дополненная уравнениями аппроксимации, имеет вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ U_1 + U_2 = E; \\ U_2 = U_3 = U_{23}; \\ I_3 = U_3 / R_3; \\ I_1 = a \cdot U_1^2; \\ U_2 = b \cdot I_2^2. \end{cases}$$

Один из вариантов решения данной системы уравнений Кирхгофа методом последовательных приближений представлен ниже:

1) задаются в первом приближении напряжением  $U'_{23}$ ;

2) из уравнений Ома и Кирхгофа находят остальные величины в первом приближении:  $I'_3 = \frac{U'_{23}}{R_3}$ ;  $I'_2 = \sqrt{\frac{U'_{23}}{b}}$ ;  $I'_1 = I'_2 + I'_3$ ;  $U'_1 = \sqrt{\frac{I'_1}{a}}$ ;  $E' = U'_1 + U'_{23}$ .

3) сравнивают найденное в первом приближении значение ЭДС  $E'$  с заданным значением ЭДС  $E$  и с учетом вида полученного неравенства  $E' \times E$  задаются напряжением  $U''_{23}$  во втором приближении. Повторяют расчет до достижения требуемой точности.

#### 23.4. Расчетная часть

1. Составить систему уравнений Кирхгофа для расчетной схемы, включив в нее нелинейные уравнения вольт-амперных характеристик элементов.

2. В выбранных масштабах  $m_U$  для напряжения и  $m_I$  для тока в одной системе координат построить графические диаграммы вольт-амперных характеристик всех элементов схемы согласно исходным данным. Выполнить графическое сложение вольт-амперных характеристик элементов в соответствии с уравнениями Кирхгофа и таким образом построить входную вольт-амперную характеристику  $E=f(I_1)$ . Произвести графический расчет токов и напряжений в схеме для заданного значения ЭДС  $E$ . Результаты расчета записать в табл. 23.2.

3. Составить алгоритм решения системы уравнений Кирхгофа методом последовательных приближений. Выполнить решение системы уравнений согласно алгоритма и определить все токи и напряжения в схеме для заданного значения ЭДС  $E$  с относительной погрешностью  $\delta \leq 3\%$ . Результаты расчета записать в табл. 23.2.

Т а б л и ц а 23.2

Величины	$I_1, A$	$I_2, A$	$I_3, A$	$U_1, B$	$U_{23}, B$
Граф. расчет					
Анал. расчет					
Измерено					

### 23.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 23.2 для экспериментальной проверки вольт-амперных характеристик элементов. Подключить к источнику напряжения нелинейный элемент НЭ<sub>1</sub>. Измерить напряжение и ток в 5-6 точках вольт-амперной характеристики элемента в интервале токов от 0 до 2А. Результаты измерений нанести в виде точек на графическую диаграмму этого элемента, построенную по исходным данным. Аналогичные измерения выполнить для всех элементов. При близком совпадении результатов расчета и эксперимента продолжить исследование цепи.

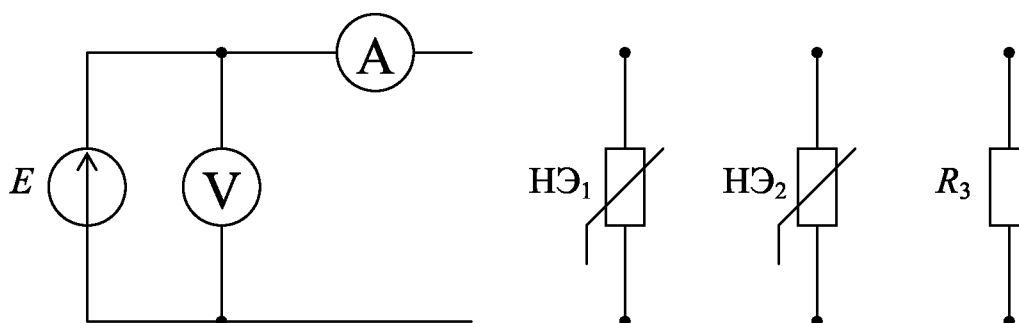


Рис. 23.2.

2. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 23.3. Установить на входе цепи заданное напряжение  $U$ . Измерить токи в ветвях  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и напряжения на отдельных участках  $U_1$ ,  $U_{23}$ . Результаты измерений записать в табл. 23.2.

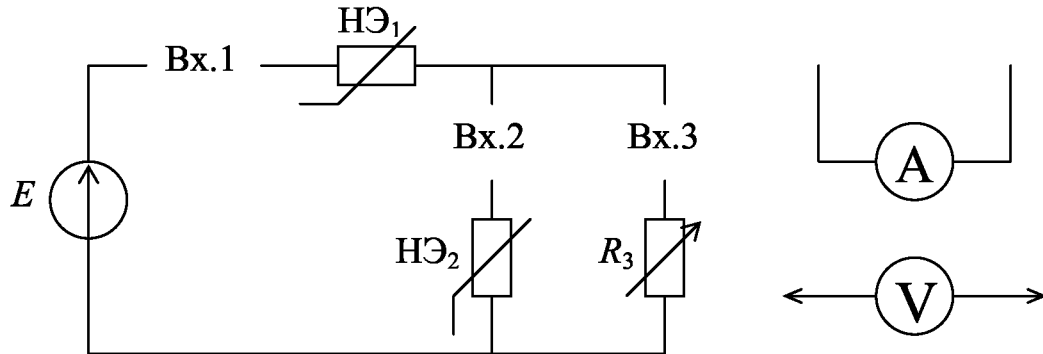


Рис.23.3.

### 23.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемых в работе методов расчета нелинейной цепи постоянного тока по их трудоемкости, по точности результатов.

### 23.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепи и ее параметры);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) графический расчет схемы;
- 6) основные расчетные формулы и уравнения;
- 7) аналитический расчет схемы (последнюю итерацию);
- 8) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Какие элементы называются нелинейными? Какова природа нелинейности применяемых в работе нелинейных элементов?
2. Какие электрические цепи называются нелинейными?

3. Назовите методы расчета нелинейных цепей постоянного тока?
4. В чем сущность графического метода расчета?
5. В чем сущность аналитического метода расчета?
6. Можно ли применять к нелинейным цепям принцип наложения и основанные на нем методы расчета линейных цепей?

### Лабораторная работа № 24

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СИНУСОИД

### 24.1. Цель работы

1. Изучение методов аппроксимации вольт-амперных характеристик нелинейных элементов
2. Изучение аналитического метода расчета нелинейных цепей переменного тока с применением вольт-амперных характеристик нелинейных элементов для эквивалентных синусоидальных величин.
3. Экспериментальное исследование нелинейной цепи с заданными параметрами элементов с целью установления соответствия между результатами расчета и эксперимента.

### 24.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой нелинейной цепи (рис.24.1).
2. Параметры элементов схемы (табл. 24.1). Вольт-амперная характеристика нелинейного резистора  $U_R(I)$  задана в табл. 24.2, а вольт-амперная характеристика нелинейной катушки  $U_L(I)$  – в табл. 24.3 согласно варианту задания.
3. Рабочая схема исследуемой цепи и схема включения измерительных приборов (рис. 24.2 – 24.4).

Т а б л и ц а 24.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, В$	70	90	110	75	95	115	80	105	100	85
$R, Ом$	25	30	45	30	35	50	40	55	50	35
$X_C, Ом$	50	60	75	55	65	85	65	70	60	55
Выводы НЭ <sub>R</sub>	0-1	0-2	0-3	0-1	0-2	0-3	0-1	0-2	0-3	0-1
Выводы НЭ <sub>L</sub>	0-1	0-2	0-3	0-2	0-3	0-4	0-3	0-4	0-2	0-4

Т а б л и ц а 24.2

Выводы	$I, A$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
0-1	$U_R, B$	4	9	16	26	32	37	43	49	56
0-2	$U_R, B$	6	12	22	35	43	49	57	66	75
0-3	$U_R, B$	7	15	27	43	54	61	68	80	92

Т а б л и ц а 24.3

Выводы	$I_L, A$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5
0-1	$U_L, B$	20	28	33	36	38	40	42	45	47
0-2	$U_L, B$	27	36	41	45	48	50	53	56	58
0-3	$U_L, B$	34	43	50	55	57	60	63	67	69
0-4	$U_L, B$	41	52	59	64	68	71	75	79	81

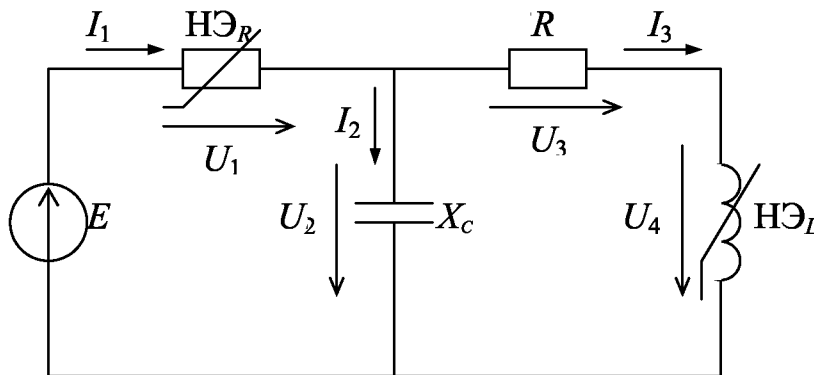


Рис. 24.1

### 24.3. Теоретические сведения и методические указания

Нелинейными элементами (НЭ) называются такие элементы электрической цепи, для которых их физические характеристики [ $u(i)$  для резистора,  $\psi(i)$  для катушки и  $q(u)$  для конденсатора] являются нелинейными и не могут быть описаны линейными уравнениями  $u=iR$ ,  $\psi=Li$ ,  $q=Cu$ . Физические характеристики нелинейных элементов [ $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$ ] могут быть представлены тремя способами: а) в виде графических диаграмм функций  $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$  (графическая форма), б) в виде таблиц координат точек функций  $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$  (табличная форма), в) в виде нелинейных алгебраических уравнений, описывающих функции  $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$  (математическая форма).

Нелинейной называется электрическая цепь (схема), которая в своей структуре содержит нелинейные элементы. Физические процессы в нелинейной цепи переменного тока можно описать системой нелинейных дифференциаль-

ных уравнений, составленных для схемы цепи по законам Кирхгофа. В математике нет универсальных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений, поэтому не существует универсальных методов расчета нелинейных цепей переменного тока. Выбор метода расчета конкретной нелинейной цепи определяется индивидуально исходя из заданных условий. Применяются графические, аналитические, численные и комбинированные методы расчета.

Наличие нелинейных элементов в цепи приводит к искажению форм кривых токов и напряжений на всех ее элементах. Степень искажения форм кривых токов и напряжений зависит от вида нелинейности физических характеристик  $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$  нелинейных элементов и их места включения в схеме цепи. В электроэнергетических цепях эти искажения незначительны, играют второстепенную роль и ими можно пренебречь. Для исследования таких цепей можно применять так называемый метод эквивалентных синусоид. Сущность метода состоит в том, что несинусоидальные функции токов и напряжений заменяются эквивалентными по действующему значению синусоидальными функциями. Соответственно производится замена физических характеристик нелинейных элементов  $u(i)$ ,  $\psi(i)$  и  $q(u)$  эквивалентными расчетными вольт-амперными характеристиками  $U_R(I)$ ,  $U_L(I)$ ,  $U_C(I)$ . После замены несинусоидальных функций эквивалентными синусоидами система нелинейных дифференциальных уравнений превращается в соответствующую ей систему нелинейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, решение которой может быть выполнено более простыми методами, например, методом последовательных приближений. Достоинствами метода эквивалентных синусоид являются его простота и наглядность, а недостатками низкая точность расчета и потеря информации о формах кривых токов и напряжений.

В аналитических методах расчета нелинейных цепей используется математическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Если вольт-амперные характеристики элементов заданы таблично или графически, то предварительно выполняется их аппроксимация, т. е. замена табличной (графической) формы математической. Коэффициенты в уравнениях аппроксимации определяются путем подстановки в эти уравнения координат характерных точек по числу коэффициентов с последующим решением полученной системы уравнений.

Для расчетной схемы составляется система уравнений Кирхгофа в комплексной форме, которая дополняется нелинейными уравнениями аппроксимации вольт-амперных характеристик элементов  $U(I)$  или  $I(U)$ . Решение системы нелинейных алгебраических уравнений может быть выполнено методом последовательных приближений (вручную или на ЭВМ).

Для исследуемой схемы система комплексных уравнений Кирхгофа, дополненная уравнениями аппроксимации, имеет вид:



$$\begin{cases} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0; & (1) \\ \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{E}; & (2) \\ -\underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4 = 0; & (3) \\ \underline{U}_2 = a \cdot \underline{I}_1 + b \cdot \underline{I}_1^3; & (4) \\ \underline{I}_3 = c \cdot \underline{U}_4 + d \cdot \underline{U}_4^5. & (5) \end{cases}$$

Один из вариантов решения полученной системы уравнений методом последовательных приближений представлен ниже.

1) Задаются в первом приближении комплексным напряжением на нелинейной катушке, например:  $\underline{U}_4' = U_4 e^{j0^\circ}$ .

2) Определяется модуль тока  $I_3$  аналитически из уравнения (5) ( $I_3' = cU_4' + dU_4'^5$ ) или графически по диаграмме функции  $U_L(I)$ . Аргумент этого комплекса этого тока принимается равным  $-90^\circ$  (в катушке ток отстает от напряжения на угол  $\varphi = 90^\circ$ ). В комплексной форме  $\underline{I}_3' = I_3' \cdot e^{-j90^\circ}$ .

3) Определяется напряжение на резисторе по закону Ома:  $\underline{U}_3' = \underline{I}_3' \cdot R$ .

4) Из уравнения (3) находится напряжение на конденсаторе:  $\underline{U}_2' = \underline{U}_3' + \underline{U}_4'$ .

5) По закону Ома определяется ток конденсатора:  $\underline{I}_2' = \underline{U}_2' / (-jX_C)$ .

6) Из уравнения (1) находится ток источника  $\underline{I}_1' = \underline{I}_2' + \underline{I}_3' = I_1' \cdot e^{j\alpha}$ .

7) Определяют модуль напряжения  $U_1'$  аналитически из уравнения (4) или графически по диаграмме функции  $U_R(I)$ . Аргумент этого комплекса принимают равным аргументу комплекса тока  $\underline{I}_1'$  (в резисторе ток совпадает с напряжением). В комплексной форме  $\underline{U}_1' = U_1' \cdot e^{j\alpha}$ .

8) Из уравнения (2) находится расчетное значение ЭДС:  $\underline{E}' = \underline{U}_1' + \underline{U}_2' = E' \cdot e^{j\gamma}$ .

9) Сравнивают найденное в первом приближении значение модуля ЭДС  $E'$  с заданным значением ЭДС  $E$  и с учетом вида полученного неравенства  $E' > E$  задаются новым значением напряжения  $\underline{U}_4''$  во втором приближении и повторяют расчет по тому же алгоритму. Циклы расчета (итерации) повторяют до достижения желаемой точности. В результатах последнего цикла корректируют аргументы комплексных токов и напряжений путем добавления к ним значения  $-\gamma$ .

При экспериментальном исследовании нелинейной цепи начальные фазы комплексных токов  $\psi_i$  измеряются фазометром, а начальные фазы комплексных напряжений  $\psi_u$  определяются исходя из фазового сдвига, зависящего от характера элементов:  $\varphi_R = \psi_u - \psi_i = 0$  – для резистора,  $\varphi_L = \psi_u - \psi_i = +90^\circ$  – для катушки индуктивности и  $\varphi_C = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$  – для конденсатора.

#### 24.4. Расчетная часть

1. Аппроксимировать заданные вольт-амперные характеристики нелинейных элементов  $U_R(I)$  и  $U_L(I)$  уравнениями степенного полинома по форме:



Т а б л и ц а 24.7

Величина	$I_1, A$	$I_2, A$	$I_3, A$	$U_1, B$	$U_2, B$	$U_3, B$	$U_4, B$
Выч. вруч.							
Выч. ЭВМ							
Измерено							

### 24.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 24.2 для проверки вольт-амперной характеристики  $U_R(I)$  нелинейного резистора НЭ<sub>R</sub>. Измерить напряжение на резисторе в 5-8 точках вольтамперной характеристики для заданных значений тока. Результаты измерений внести в табл. 24.5. При близком совпадении результатов измерений с исходными данными продолжить исследования.

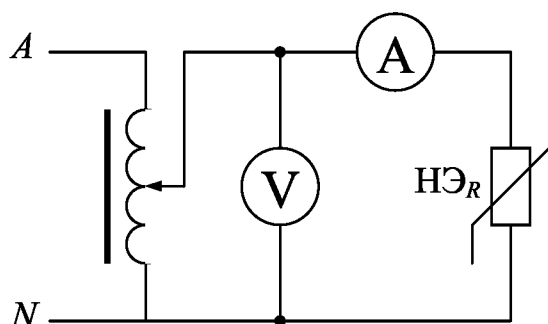


Рис. 24.2

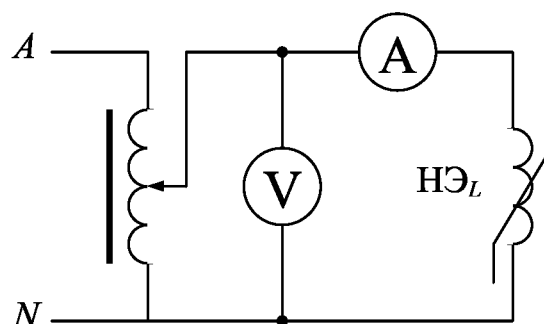


Рис. 24.3

2. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 24.3 для проверки вольт-амперной характеристики  $U_L(I)$  нелинейной катушки НЭ<sub>L</sub>. Измерить напряжение на катушке в 5-8 точках вольтамперной характеристики для заданных значений тока. Результаты измерений внести в табл. 24.6. При близком совпадении результатов измерений с исходными данными продолжить исследования.

3. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 24.4. Установить на входе цепи заданное напряжение  $U=E$ . Измерить комплексные токи в ветвях  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и комплексные напряжения на отдельных элементах  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ . Начальные фазы комплексных токов измерить фазометром, а начальные фазы комплексных напряжений определить через начальные фазы соответствующих токов исходя из характера элементов ( $\psi_{UR} = \psi_{IR}$ ,  $\psi_{UL} = \psi_{IL} + 90^\circ$ ,  $\psi_{UC} = \psi_{IC} - 90^\circ$ ). Результаты измерений в виде комплексных чисел записать в табл. 24.7.

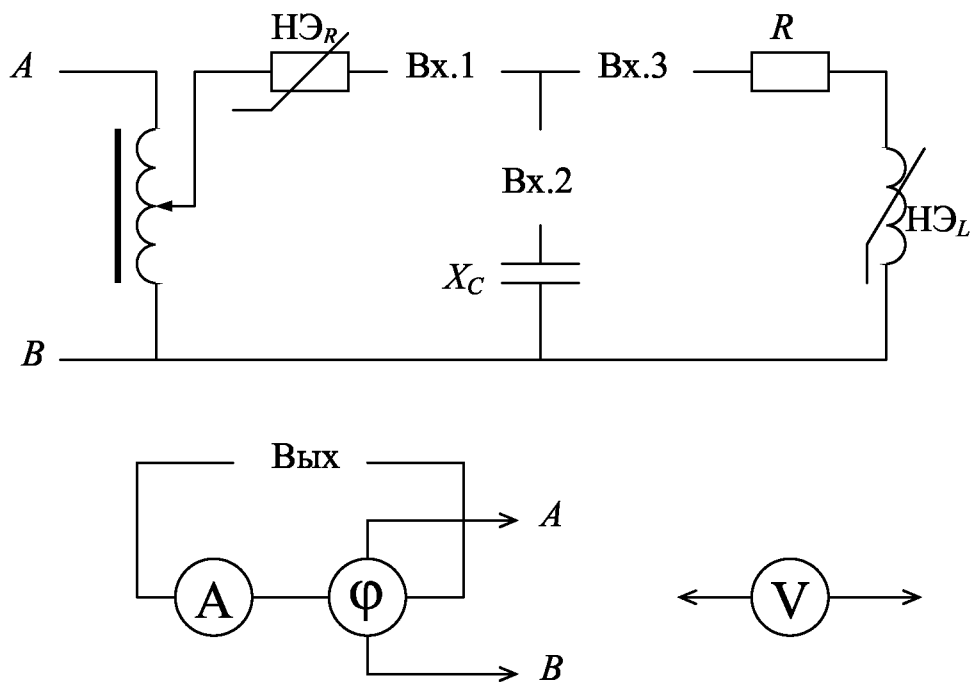


Рис. 24.4

#### 24.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемого в работе метода расчета нелинейной цепи постоянного тока по трудоемкости, по точности результатов.

#### 24.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепей и параметры ее элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) графические диаграммы вольт-амперных характеристик элементов;
- 6) основные расчетные формулы и уравнения;
- 7) расчет токов и напряжений в схеме методом последовательных приближений (последнюю итерацию);
- 8) векторные диаграммы токов и напряжений;

9) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Какие элементы называются нелинейными? Какова природа нелинейности применяемых в работе нелинейных элементов?
2. Назовите способы задания характеристик нелинейных элементов.
3. Что называется аппроксимацией характеристик нелинейных элементов? Как определяются коэффициенты аппроксимации?
4. Какие электрические цепи называются нелинейными?
5. Назовите методы расчета нелинейных цепей переменного тока. В чем сущность метода эквивалентных синусоид?
6. Можно ли применять к нелинейным цепям принцип наложения и основные на нем методы расчета линейных цепей?

### Лабораторная работа № 25

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

##### 25.1. Цель работы

1. Изучение графического и аналитического методов расчета нелинейной цепи переменного тока с применением вольт-амперных характеристик нелинейных элементов для эквивалентных синусоидальных величин.
2. Изучение аналитического метода расчета нелинейной цепи переменного тока с применением физических характеристик нелинейных элементов путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений.
3. Исследование резонансных явлений в последовательной нелинейной цепи переменного тока.
4. Экспериментальное исследование последовательной нелинейной цепи переменного тока с целью установления соответствия между расчетными и экспериментальными данными.

##### 25.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи (рис. 25.1) с последовательно включенными источником синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$ , нелинейной катушкой НЭ<sub>L</sub> [ $R_0, i(\psi)$ ], линейным резистором  $R$  и конденсатором  $C$ .

2. Параметры линейных элементов (табл. 25.1). Нелинейная катушка на схеме представлена двумя элементами, включенными последовательно – линейным резистором  $R_0$  и идеальной нелинейной катушкой  $i(\psi)$ . Вебер-амперная характеристика катушки аппроксимирована уравнением гиперболического синуса  $i(\psi) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi)$ , а вольт-амперная характеристика – уравнением степенного полинома  $I_L(U) = c \cdot U + d \cdot U^5$ . Коэффициенты аппроксимации заданы в табл.25.1.

3. Рабочие схемы исследуемых цепей и схемы включения измерительных приборов (рис. 25.2 и 25.3).

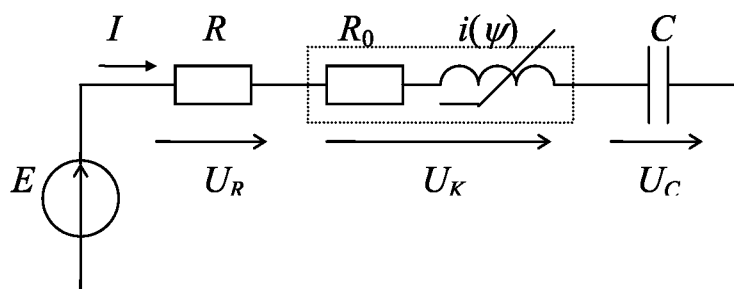


Рис. 25.1

Т а б л и ц а 25.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, В$	60	65	70	55	65	70	55	65	70	65
$R, Ом$	30	40	45	25	35	40	25	35	35	40
$R_0, Ом$	3	4	5	3	4	5	3	4	5	4
$C, мкФ$	55	45	40	60	40	35	50	50	45	55
Выводы	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-4
$a$	0,055	0,045	0,036	0,055	0,045	0,036	0,055	0,045	0,036	0,045
$b$	16,4	14,6	13,3	16,4	14,6	13,3	16,4	14,6	13,3	14,6
$c \cdot 10^{-3}$	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	2,62
$d \cdot 10^{-9}$	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	0,58

### 25.3. Теоретические сведения и методические указания

Теоретические положения метода эквивалентных синусоид изложены ранее в 24.3.

Вольт-амперная характеристика нелинейной катушки  $U_L = f(I)$  может быть рассчитана по заданной вебер-амперной характеристике  $i(\psi) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi)$  в предположении, что напряжение на ее зажимах изменяется по синусоидальному закону  $u_L(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$ . По закону электромагнитной индукции

$u_L = -e = d\psi/dt$ , откуда следует  $\psi(t) = \int u_L \cdot dt = \Psi_m \cdot \sin \omega t$ , где амплитуда потокосцепления равна  $\Psi_m = \frac{U}{4,44f} = 0,045 \cdot U$ . Ток в катушке находится по

уравнению вебер-амперной характеристики, после разложения в гармонический ряд получим гармонический состав этой функции:  $i(t) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Psi_m \cdot \sin \omega t) = I_{1m} \cdot \sin \omega t + I_{3m} \cdot \sin \omega t + I_{5m} \cdot \sin \omega t + \dots$ . Действующее значение несинусоидального тока определяется через его гармоники по формуле:

$$I = \sqrt{\frac{1}{2}(I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + I_{5m}^2 + \dots)}. \text{ В исследуемой цепи форма напряжения на}$$

катушке будет существенно отличаться от синусоидальной, поэтому результаты измерений могут не совпадать с аналогичными данными, полученными по методу эквивалентных синусоид.

В графических методах расчета используется графическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Для этой цели вольт-амперные характеристики всех элементов схемы строятся в одной системе координат в одном и том же масштабе. Производится сложение отдельных характеристик в соответствии с упрощением (сверткой) схемы.

Для исследуемой схемы графическое сложение вольт-амперных характеристик отдельных элементов производится согласно уравнению 2-го закона Кирхгофа в векторной форме  $E = \sqrt{(U_R + U_{Ro})^2 + (U_L - U_C)^2}$  в следующей последовательности:

1) вольт-амперные характеристики активных элементов  $U_R = f(I)$  и  $U_{Ro} = f(I)$  складываются последовательно (по оси  $U$ ):  $U_a = U_R + U_{Ro}$ ;

2) вольт-амперные характеристики реактивных элементов  $U_L = f(I)$  и  $U_C = f(I)$  вычитаются последовательно (по оси  $U$ ):  $U_p = U_L - U_C$ ;

3) полученные в п. 1) и 2) суммарные вольт-амперные характеристики для активных и реактивных элементов складываются последовательно в квадратуре, в результате сложения получается входная вольт-амперная характеристика:  $E = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = f(I)$ . Точка решения  $n$  на графической диаграмме  $E = f(I)$ , соответствующая резонансу напряжений, определяется из условия  $U_L - U_C = 0$ .

В аналитических методах расчета используется математическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Составляется система уравнений Кирхгофа в комплексной форме для расчетной схемы. Система уравнений Кирхгофа дополняется нелинейными уравнениями аппроксимации вольт-амперных характеристик элементов  $U(I)$  или  $I(U)$ . Решение системы нелинейных алгебраических уравнений может быть выполнено методом последовательных приближений (вручную или на ЭВМ). Для исследуемой

схемы система комплексных уравнений Кирхгофа совместно с уравнениями аппроксимации имеет вид:

$$\begin{cases} I = c \cdot U_L + d \cdot U_L^5 & (1) \\ \underline{U}_R = \underline{I} \cdot R & (2) \\ \underline{U}_{R_0} = \underline{I} \cdot R_0 & (3) \\ \underline{U}_C = \underline{I} \cdot (-jX_C) & (4) \\ \underline{U}_K = \underline{U}_{R_0} + \underline{U}_L & (5) \\ \underline{E} = \underline{U}_R + \underline{U}_{R_0} + \underline{U}_L - \underline{U}_C & (6) \end{cases}$$

Один из вариантов решения полученной системы уравнений методом последовательных приближений представлен ниже.

1) Задаются в первом приближении комплексным значением напряжения на нелинейной катушке, например:  $\underline{U}_L' = U e^{j0}$ .

2) Модуль комплексного тока  $I'$  определяется аналитически из уравнения (1) или графически по диаграмме функции  $U_L(I)$ . Аргумент комплексного тока принимают равным  $-90^\circ$  (ток в катушке отстает от напряжения на  $90^\circ$ ). Таким образом  $\underline{I}' = I' e^{-j90^\circ}$ .

3) По закону Ома определяются напряжения на линейных элементах (резисторах и конденсаторе):  $\underline{U}_R' = \underline{I}' \cdot R$ ;  $\underline{U}_{R_0}' = \underline{I}' \cdot R_0$ ;  $\underline{U}_C' = \underline{I}' \cdot (-jX_C)$ .

4) Из уравнения (6) находится расчетное значение ЭДС:  $\underline{E}' = \underline{U}_R' + \underline{U}_{R_0}' + \underline{U}_L' + \underline{U}_C' = E \cdot e^{j\gamma}$ .

5) Сравнивают модуль найденной в первом приближении ЭДС  $E'$  с заданным значением ЭДС  $E$  и с учетом вида полученного неравенства  $E' > < E$  задаются новым значением напряжения  $U_L''$  во втором приближении и повторяют расчет по тому же алгоритму. Циклы расчета (итерации) повторяют до достижения желаемой точности. В результатах последнего цикла корректируют аргументы комплексных величин путем добавления к ним значения  $-\gamma$ .

Физические процессы в нелинейной цепи переменного тока можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений, составленных для схемы цепи по законам Ома и Кирхгофа и дополненной нелинейными алгебраическими уравнениями аппроксимации физических характеристик нелинейных элементов. Для исследуемой схемы эта система имеет вид:

$$\begin{cases} u_R + u_{R_0} + u_L + u_C = e; & (1) \\ u_R = i \cdot R; & (2) \\ u_{R_0} = i \cdot R_0; & (3) \\ u_L = \frac{d\psi}{dt}; & (4) \\ i = C \cdot \frac{du_C}{dt}; & (5) \\ i = a \cdot \psi + b \cdot \psi^7. & (6) \end{cases}$$



Решение этой системы уравнений может быть выполнено методами численного интегрирования на ЭВМ (методы Эйлера, Рунге-Кутты). Суть метода численного интегрирования состоит в том, что период переменного тока  $T$  разбивается на большое число шагов интегрирования, например  $N=1000$ , дифференциалы переменных заменяются конечными приращениями ( $d\psi \Rightarrow \Delta\psi$ ,  $du \Rightarrow \Delta u$ ,  $di \Rightarrow \Delta i$ ,  $dt \Rightarrow \Delta t$ ), а производные переменных – отношением приращений ( $d\psi/dt \Rightarrow \Delta\psi/\Delta t$ ,  $du/dt \Rightarrow \Delta u/\Delta t$ ). На каждом шаге производится решение системы уравнений и определяются значения переменных величин (токов, напряжений) и их производных, причем в качестве исходных данных принимают значения некоторых переменных на предыдущем шаге. В качестве таких функций принимают  $u_C(t)$ ,  $i_L(t)$ , которые определяют запасы энергии в электрическом и магнитном поле, вследствие чего они не могут изменяться скачкообразно. Непосредственным результатом расчета будут являться массивы значений переменных величин (токов, напряжений) и их производных в заданном интервале времени (например, в течение периода  $T$ ). В результате последующей обработки массивов данных могут быть определены действующие, средние, максимальные значения переменных, их гармонический состав и другие параметры.

Метод численного интегрирования (численный метод) обладает высокой точностью, так как в нем непосредственно используются физические характеристики нелинейных элементов. С появлением ЭВМ и расширением области их применения данный метод является основным при расчете нелинейных цепей как в установившемся, так и в переходном режиме.

Один из вариантов решения полученной системы уравнений методом численного интегрирования представлен ниже.

Исходные данные:

- 1) параметры элементов схемы ( $E_m, \omega, R, R_0, C, a, b$ );
- 2) начальные условия [ $u_C(0)=0, \psi(0)=0$ ];
- 3)  $N$ –число шагов интегрирования за период тока;  $T$ – период тока;  $\omega=2\pi f=2\pi/T$  – угловая частота;  $h=\Delta t=T/N$  – шаг интегрирования.

Алгоритм решения системы уравнений для произвольного  $k$ -го шага:

$$\begin{aligned}
 & t_k = h \cdot k; \\
 \text{из (6)} \Rightarrow & i_k = c \cdot \text{sh}(b \cdot \Psi_{(k-1)}); \\
 \text{из (2)} \Rightarrow & u_{Rk} = i_k \cdot R; \\
 \text{из (3)} \Rightarrow & u_{R_0k} = i_k \cdot R_0; \\
 \text{из (1)} \Rightarrow & u_{Lk} = E_m \cdot \sin(\omega t_k) - u_{Rk} - u_{R_0k} - u_{C(k-1)}; \\
 \text{из (4)} \Rightarrow & (d\psi/dt)_k = u_{Lk}; \\
 \text{из (5)} \Rightarrow & (du_C/dt)_k = i_k / C; \\
 & \psi_k = \psi_{(k-1)} + h \cdot (d\psi/dt)_k; \\
 & u_{Ck} = u_{C(k-1)} + h \cdot (du_C/dt)_k.
 \end{aligned}$$

Конец  $k$ -го цикла интегрирования.

Действующие значения токов и напряжений определяются через массивы значений соответствующих функций по формулам

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_k \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^N i_k \cdot h}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_k \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^N u_k \cdot h}.$$

Найденные методом численного интегрирования действующие значения токов и напряжений могут существенно отличаться (на 10-20%) от аналогичных значений, определенных методом эквивалентных синусоид.

При выполнении экспериментальных измерений можно с достаточной степенью точности считать  $U_K = U_L$ , так как активная составляющая этого напряжения относительно мала.

#### 25.4. Расчетная часть

1. Рассчитать вольт-амперную характеристику нелинейной катушки  $U_L=f(I)$  для эквивалентных синусоид по действующему значению функций в режиме синусоидального напряжения. Результаты расчета для 8 выбранных точек в интервале значений тока  $I=0,5-2,5$ А внести в табл. 25.2.

2. В выбранных масштабах для напряжения  $m_U$  и для тока  $m_I$  построить в одной системе координат графические диаграммы вольт-амперных характеристик всех элементов схемы:  $U_L, U_R, U_{R_0}, U_C = f(I)$ . Выполнить графическое сложение вольт-амперных характеристик отдельных элементов схемы согласно уравнению 2-го закона Кирхгофа в векторной форме  $E = \sqrt{(U_R + U_{R_0})^2 + (U_L - U_C)^2}$  и получить таким образом входную вольт-амперную характеристику  $E=f(I)$ . На графической диаграмме определить точку резонансного режима и соответствующее этой точке значение ЭДС источника  $E_p$ .

3. На графической диаграмме п.2 выбрать 8 точек на входной вольт-амперной характеристике  $E=f(I)$  в интервале значений тока  $I=0,5-2,5$ А и определить их координаты. Результаты графического расчета внести в табл. 25.3.

4. По графической диаграмме п.2 выполнить расчет схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ). Определить ток  $I$  и напряжения на отдельных элементах схемы  $U_R, U_K, U_C$ . Результаты графического расчета внести в табл. 25.4 и 25.5.

5. Выполнить аналитический расчет исследуемой схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ) путем решения нелинейного комплексного уравнения 2-го закона Кирхгофа методом последовательных приближений, определить ток  $I$  и напряжения на отдельных элементах схемы  $U_R, U_K$  и  $U_C$ . Результаты аналитического расчета внести в табл. 25.4 и 25.5.

6. Выполнить аналитический расчет исследуемой схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ) методом численного интегрирования дифференциального уравнения 2-го закона Кирхгофа, определить ток  $I$  и напря-

жения на отдельных элементах схемы  $U_R$ ,  $U_K$  и  $U_C$ . Результаты аналитического расчета внести в табл. 25.4 и 25.5.

7. По результатам расчетов п.5 построить векторные диаграммы тока и напряжений для заданного и расчетного значений ЭДС  $E$  и  $E_p$ .

8. Для значения  $R=0$  выполнить графическое сложение вольт-амперных характеристик отдельных элементов схемы согласно уравнению 2-го закона Кирхгофа в векторной форме  $E = \sqrt{(U_{R0})^2 + (U_L - U_C)^2}$  и получить таким образом входную вольт-амперную характеристику  $E=f(I)$ . На входной вольт-амперной характеристике  $E = f(I)$  отметить точку максимума (1) и точку минимума (2) и определить их координаты. Результаты расчета внести в табл. 25.6.

Т а б л и ц а 25.2

$I_L, A$								
$U, B$ (вычис.)								
$U, B$ (измер.)								

Т а б л и ц а 25.3

$I, A$								
$E, B$ (вычис.)								
$E, B$ (измер.)								

Т а б л и ц а 25.4

Вычислено:	$E, B$	$I, A$	$U_R, B$	$U_K, B$	$U_C, B$
графич. метод					
метод пос. приб.					
метод числ. инт.					
Измерено					

Т а б л и ц а 25.5

Вычислено:	$E_p, B$	$I, A$	$U_R, B$	$U_K, B$	$U_C, B$
графич. метод					
метод пос. приб.					
метод числ. инт.					
Измерено					

Величины	$U_1, В$	$I_1, А$	$U_2, В$	$I_2, А$
Вычислено				
Измерено				

### 25.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 25.2. Изменяя напряжение на входе, снять вольт-амперную характеристику нелинейной катушки  $U_K=f(I)$  в 8 точках для тех же значений тока, что принимались в расчете этой характеристики (п.3.1.). Результаты измерений внести в табл. 25.2.

2. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 25.3. Изменяя напряжение на входе, снять входную вольт-амперную характеристику  $E=f(I)$  в 8 точках для тех же значений напряжений, что принимались в расчете этой характеристики (п.3.3.). Результаты измерений внести в табл. 25.3.

3. Установить на входе цепи напряжение  $U=E$ , измерить ток в цепи  $I$  и напряжения на отдельных элементах схемы  $U_R$ ,  $U_K$  и  $U_C$ . Результаты измерений свести в табл. 25.4.

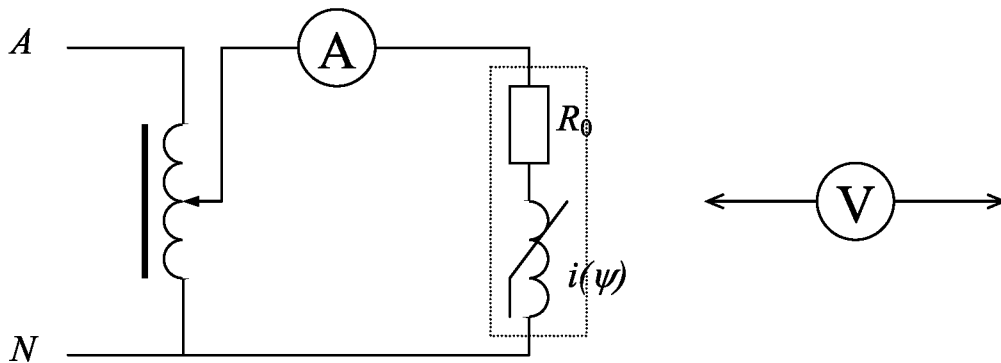


Рис. 25.2

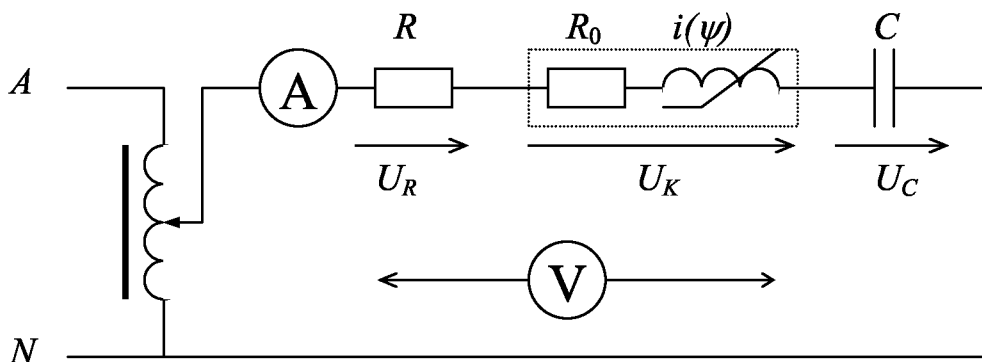


Рис. 25.3

4. Установить на входе цепи напряжение  $U=E_p$ , измерить ток в цепи  $I$  и напряжения на отдельных элементах схемы  $U_R$ ,  $U_K$  и  $U_C$ . Результаты измерений внести в табл. 25.5.

5. Установить в цепи рис. 24.3 сопротивление резистора  $R=0$ . Плавно изменяя напряжение на входе, зафиксировать точки, в которых происходят скачкообразные изменения тока при увеличении напряжения ( $U_1, I_1$ ) и при уменьшении напряжения ( $U_2, I_2$ ). Результаты измерений внести в табл. 25.6.

### 25.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемых в работе методов расчета нелинейной цепи переменного тока а) по трудоемкости, б) по точности результатов.

### 25.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) графические диаграммы исследуемых функций напряжений  $U_K, U_R, U_C = f(I)$  и  $E = f(I)$ ;
- 6) векторные диаграммы тока и напряжений для заданного  $E$  и расчетного  $E_p$  значений ЭДС источника;
- 7) расчет тока и напряжений методом последовательных приближений (последнюю итерацию);
- 8) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. В чем сущность применяемого в данной работе графического метода расчета? Как складывать вольт-амперные характеристики отдельных элементов схемы?

2. В чем сущность применяемого в данной работе аналитического метода последовательных приближений?

3. В чем сущность применяемого в данной работе метода численного интегрирования?

4. Изменением каких физических параметров можно достигнуть резонансного режима в последовательной нелинейной цепи?

5. Составьте для исследуемой схемы уравнение по 2-му закону Кирхгофа а) в векторной (комплексной) форме; б) в дифференциальной форме.

6. В каких случаях в исследуемой цепи наблюдаются скачкообразные изменения тока при плавном изменении напряжения на входе? Объясните причину этого явления.

7. Почему скачки тока не совпадают при увеличении и при уменьшении напряжения на входе?

## Лабораторная работа № 26

### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА ТОКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 26.1. Цель работы

1. Изучение графического и аналитического методов расчета нелинейной цепи переменного тока с применением вольт-амперных характеристик нелинейных элементов для эквивалентных синусоидальных величин.

2. Изучение аналитического метода расчета нелинейной цепи переменного тока с применением физических характеристик нелинейных элементов путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений.

3. Исследование резонансных явлений в параллельной нелинейной цепи переменного тока.

4. Экспериментальное исследование параллельной нелинейной цепи переменного тока с целью установления соответствия между расчетными и экспериментальными данными.

#### 26.2. Исходные данные

Заданы:

4. Эквивалентная схема исследуемой цепи (рис. 26.1) с параллельно включенными источником синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$ , нелинейной катушкой НЭ<sub>L</sub> [ $R_0$ ,  $i(\psi)$ ], линейным резистором  $R$  и конденсатором  $C$ .

5. Параметры линейных элементов (табл. 26.1). Нелинейная катушка на схеме представлена двумя элементами, включенными параллельно – линейным резистором  $R_0$  и идеальной нелинейной катушкой  $i(\psi)$ . Вебер-амперная характеристика катушки аппроксимирована уравнением гиперболического синуса

$i(\psi) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi)$ , а вольт-амперная характеристика – уравнением степенного полинома  $I_L(U) = c \cdot U + d \cdot U^5$ . Коэффициенты аппроксимации заданы в табл.26.1.

6. Рабочие схемы исследуемых цепей и схемы включения измерительных приборов (рис. 26.2 и 26.3).

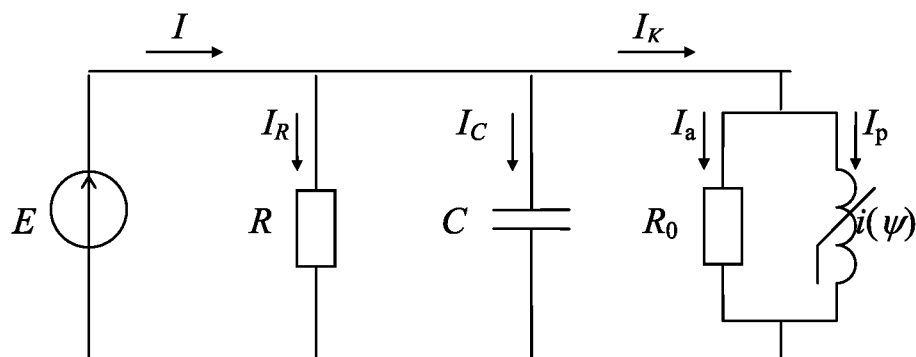


Рис. 26.1

Т а б л и ц а 26.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, В$	65	75	85	60	70	80	70	80	90	70
$C, мкФ$	65	55	50	60	50	45	70	60	55	55
$R, Ом$	100	120	150	120	120	170	110	130	160	130
$R_0, Ом$	300	350	400	300	350	400	300	350	400	350
Клеммы	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-4
$a$	0,055	0,045	0,036	0,055	0,045	0,036	0,055	0,045	0,036	0,045
$b$	16,4	14,6	13,3	16,4	14,6	13,3	16,4	14,6	13,3	14,6
$c \cdot 10^{-3}$	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	2,62
$d \cdot 10^{-9}$	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	0,58

### 26.3. Теоретические сведения и методические указания

Теоретические положения метода эквивалентных синусоид изложены ранее в 24.3.

Вольт-амперная характеристика нелинейной катушки  $U_L = f(I)$  может быть рассчитана по заданной веберамперной характеристике  $i(\psi) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi)$  в предположении, что напряжение на ее зажимах изменяется по синусоидальному закону  $u_L(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$ . По закону электромагнитной индукции  $u_L = -e = d\psi/dt$ , откуда следует  $\psi(t) = \int u_L \cdot dt = \Psi_m \cdot \sin \omega t$ , где амплитуда потокосцепления равна  $\Psi_m = \frac{U}{4,44 f} = 0,045 \cdot U$ . Ток в катушке находится по уравнению вебер-

амперной характеристики, после разложения в гармонический ряд получим гармонический состав этой функции:  $i(t) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Psi_m \cdot \sin \omega t) = I_{1m} \cdot \sin \omega t + I_{3m} \cdot \sin 3 \omega t + I_{5m} \cdot \sin 5 \omega t + \dots$ . Действующее значение несинусоидального тока определяется через его гармоники по формуле:  $I = \sqrt{\frac{1}{2}(I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + I_{5m}^2 + \dots)}$ .

В графических методах расчета используется графическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Для этой цели вольт-амперные характеристики всех элементов схемы строятся в одной системе координат в одном и том же масштабе. Производится сложение отдельных характеристик в соответствии с упрощением (сверткой) схемы.

Для исследуемой схемы графическое сложение вольт-амперных характеристик отдельных элементов производится согласно уравнению 1-го закона Кирхгофа в векторной форме  $I = \sqrt{(I_R + I_{Ro})^2 + (I_L - I_C)^2}$  в следующей последовательности:

4) вольт-амперные характеристики активных элементов  $I_R = f(U)$  и  $I_{Ro} = f(U)$  складываются параллельно (по оси  $I$ ):  $I_a = I_R + I_{Ro}$ ;

5) вольт-амперные характеристики реактивных элементов  $I_L = f(U)$  и  $I_C = f(U)$  вычитаются параллельно (по оси  $I$ ):  $I_p = I_L - I_C$ ;

6) полученные в п. 1) и 2) суммарные вольт-амперные характеристики для активных и реактивных элементов складываются параллельно в квадратуре, в результате сложения получается входная вольтамперная характеристика:  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = f(E)$ . Точка  $n$  на графической диаграмме  $I = f(E)$ , соответствующая резонансу токов, определяется из условия  $I_L - I_C = 0$ .

В аналитических методах расчета используется математическая форма задания вольт-амперных характеристик нелинейных элементов. Если вольт-амперные характеристики элементов заданы таблично или графически, то предварительно выполняется их аппроксимация, т. е. замена табличной (графической) формы математической. Коэффициенты в уравнениях аппроксимации определяются путем подстановки в эти уравнения координат характерных точек по числу коэффициентов с последующим решением полученной системы уравнений.

Составляется система уравнений Кирхгофа в комплексной форме для расчетной схемы. Система уравнений Кирхгофа дополняется нелинейными уравнениями аппроксимации вольт-амперных характеристик элементов  $U(I)$  или  $I(U)$ . Решение системы нелинейных алгебраических уравнений может быть выполнено методом последовательных приближений (вручную или на ЭВМ).

Для исследуемой схемы система комплексных уравнений Кирхгофа совместно с уравнениями аппроксимации имеет вид:



$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{I}_{R_0} = \underline{E} / R_0 \quad (1) \\ \underline{I}_R = \underline{E} / R \quad (2) \\ \underline{I}_C = \underline{E} / (-jX_C) \quad (3) \\ \underline{I}_L = (c \cdot \underline{E} + d \cdot \underline{E}^5) e^{-j90^\circ} \quad (4) \\ \underline{I}_K = \underline{I}_{R_0} + \underline{I}_L \quad (5) \\ \underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_{R_0} + \underline{I}_L - \underline{I}_C \quad (6) \end{array} \right.$$

Полученная система уравнений решается непосредственно.

Физические процессы в нелинейной цепи переменного тока можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений, составленных для схемы цепи по законам Ома и Кирхгофа и дополненной нелинейными алгебраическими уравнениями аппроксимации физических характеристик нелинейных элементов. Для исследуемой схемы эта система имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} e = E_m \cdot \sin(\omega t); \quad (1) \\ i_R = e / R; \quad (2) \\ i_{R_0} = e / R_0; \quad (3) \\ e = \frac{d\psi}{dt}; \quad (4) \\ i_C = C \frac{de}{dt} = \omega C E_m \cdot \cos(\omega t); \quad (5) \\ i_L = c \cdot \text{sh}(d \cdot \psi). \quad (6) \\ i = i_R + i_{R_0} + i_L + i_C \quad (7) \end{array} \right.$$

Решение этой системы уравнений может быть выполнено методами численного интегрирования на ЭВМ (методы Эйлера, Рунге-Кутты). Суть метода состоит в том, что период переменного тока  $T$  разбивается на большое число шагов интегрирования, например  $N=1000$ , дифференциалы переменных заменяются конечными приращениями ( $d\psi \Rightarrow \Delta\psi$ ,  $du \Rightarrow \Delta u$ ,  $di \Rightarrow \Delta i$ ,  $dt \Rightarrow \Delta t$ ), а производные переменных – отношением приращений ( $d\psi/dt \Rightarrow \Delta\psi/\Delta t$ ,  $du/dt \Rightarrow \Delta u/\Delta t$ ). На каждом шаге производится решение системы уравнений и определяются значения переменных величин (токов, напряжений) и их производных, причем в качестве исходных данных принимают значения некоторых переменных на предыдущем шаге. В качестве таких функций принимают  $u_C(t)$ ,  $i_L(t)$ , которые определяют запасы энергии в электрическом и магнитном поле, вследствие чего они не могут изменяться скачкообразно. Непосредственным результатом расчета будут являться массивы значений переменных величин (токов, напряжений) и их производных в заданном интервале времени (например, в течение периода  $T$ ). В результате последующей обработки массивов данных могут быть

определены действующие, средние, максимальные значения переменных, их гармонический состав и другие параметры.

Метод численного интегрирования (численный метод) обладает высокой точностью, так как в нем непосредственно используются физические характеристики нелинейных элементов. С появлением ЭВМ и расширением области их применения данный метод является основным при расчете нелинейных цепей как в установившемся, так и в переходном режиме.

Один из вариантов решения полученной системы уравнений методом численного интегрирования представлен ниже.

Исходные данные:

- 1) параметры элементов схемы ( $E_m, f, R, R_0, C, a, b$ );
- 2) начальные условия ( $\psi(0)=0$ );
- 3)  $N$ —число шагов интегрирования за период тока;  $T$  — период тока;  $\omega=2\pi f=2\pi/T$  — угловая частота;  $h=\Delta t=T/N$  — шаг интегрирования.

Алгоритм решения системы уравнений для произвольного  $k$ -го шага:

$$\begin{aligned}
 & t_k = h \cdot k; \\
 \text{из (1)} \Rightarrow & e_k = E_m \cdot \sin(\omega t_k); \\
 \text{из (6)} \Rightarrow & i_{Lk} = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi_{(k-1)}); \\
 \text{из (2)} \Rightarrow & i_{Rk} = e_k / R; \\
 \text{из (3)} \Rightarrow & i_{R_0k} = e_k / R_0; \\
 \text{из (5)} \Rightarrow & i_{Ck} = \omega E_m \cdot \cos(\omega t_k); \\
 \text{из (6)} \Rightarrow & i_k = i_{Rk} + i_{R_0k} + i_{Lk} + i_{Ck}; \\
 \text{из (4)} \Rightarrow & (d\psi/dt)_k = e_k; \\
 & \psi_k = \psi_{(k-1)} + h \cdot (d\psi/dt)_k.
 \end{aligned}$$

Конец  $k$ -го цикла интегрирования.

Действующие значения токов определяются через массивы значений соответствующих функций по формуле:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_k \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^N i_k \cdot h}.$$

Действующие значения токов, найденные методом численного интегрирования, могут несущественно отличаться от аналогичных значений величин, определенных методом эквивалентных синусоид.

При выполнении экспериментальных измерений можно с достаточной степенью точности считать  $I_K = I_L$ , так как активная составляющая этого тока относительно мала.

## 26.4. Расчетная часть

1. Рассчитать вольтамперную характеристику нелинейной катушки  $I_L=f(U)$  для эквивалентных синусоид по действующему значению функций в

режиме синусоидального напряжения. Результаты расчета для 8 выбранных точек в интервале значений тока  $I = 0,5-2,5\text{А}$  внести в табл. 26.2.

2. В выбранных масштабах для напряжения  $m_U$  и для тока  $m_I$  построить в одной системе координат графические диаграммы вольтамперных характеристик всех элементов схемы:  $I_L, I_R, I_{R0}, I_C = f(U)$ . Выполнить графическое сложение вольтамперных характеристик отдельно для активных элементов схемы ( $I_a = I_R + I_{R0}$ ) и отдельно для реактивных элементов ( $I_p = I_L - I_C$ ). Полученные расчетные вольтамперные характеристики сложить в квадратуре согласно уравнению 1-го закона Кирхгофа в векторной форме  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$  и получить таким образом входную вольтамперную характеристику  $I = f(E)$ . Определить на входной вольтамперной характеристике  $I = f(E)$  точку резонансного режима  $n$  ( $I_L = I_C$ ) и соответствующее этой точке значение ЭДС  $E_p$ .

3. На графической диаграмме входной вольтамперной характеристике  $I = f(E)$  выбрать 8 точек в интервале значений тока  $I = 0,5-2,5\text{А}$  и определить их координаты. Результаты графического расчета внести в табл. 26.3.

4. По графической диаграмме п.1 выполнить графический расчет схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ). Определить токи в отдельных ветвях схемы  $I, I_R, I_K, I_C$ . Результаты графического расчета внести в табл. 26.4 и 26.5.

5. Выполнить аналитический расчет исследуемой схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ) путем решения системы нелинейных комплексных уравнений методом последовательных приближений, определить токи в отдельных ветвях схемы  $I, I_R, I_K, I_C$ . Результаты аналитического расчета внести в табл. 26.4 и 26.5.

6. Выполнить аналитический расчет исследуемой схемы для двух значений ЭДС (заданного  $E$  и расчетного  $E_p$ ) методом численного интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений, определить токи в отдельных ветвях схемы  $I, I_R, I_K, I_C$ . Результаты аналитического расчета внести в табл. 26.4 и 26.5.

7. Выполнить графическое сложение вольтамперных характеристик отдельных элементов схемы согласно уравнению 1-го закона Кирхгофа в векторной форме  $I = \sqrt{I_{R0}^2 + (I_L - I_C)^2}$  при значения сопротивления резистора  $R = \infty$  ( $I_R = 0$ ) и получить таким образом входную вольтамперную характеристику  $I = f(E)$ . По входной вольтамперной характеристике  $I = f(E)$  определить координаты точки максимума (1) и точки минимума (2) функции  $I = f(E)$ . Координаты этих точек внести в табл. 26.6.

Таблица 26.2

$I_L, A$								
$U, B$ (вычис.)								
$U, B$ (измер.)								

Таблица 26.3

$I, A$								
$E, B$ (вычис.)								
$E, B$ (измер.)								

Таблица 26.4

Величины	$E, B$	$I, A$	$I_R, B$	$I_K, B$	$I_C, B$
Графич. метод					
Метод посл. приб.					
Метод числ.инт.					
Измерено					

Таблица 26.5

Величины	$E_p, B$	$I, A$	$I_R, B$	$I_K, B$	$I_C, B$
Графич. метод					
Метод посл. приб.					
Метод числ.инт.					
Измерено					

Таблица 26.5

Величины	$U_1, B$	$I_1, A$	$U_2, B$	$I_2, A$
Вычислено				
Измерено				

### 25.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 26.2. Изменяя напряжение на входе, снять вольт-амперную характеристику нелинейной катушки

$I_K=f(U)$  в 8 точках для тех же значений напряжений, что принимались в расчете этой характеристики (п.3.1.). Результаты измерений внести в табл. 26.2.

2. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 26.3. Изменяя напряжение на входе, снять входную вольт-амперную характеристику  $I=f(E)$  в 8 точках для тех же значений напряжений, что принимались в расчете этой характеристики (п.3.3.). Результаты измерений внести в табл. 26.3.

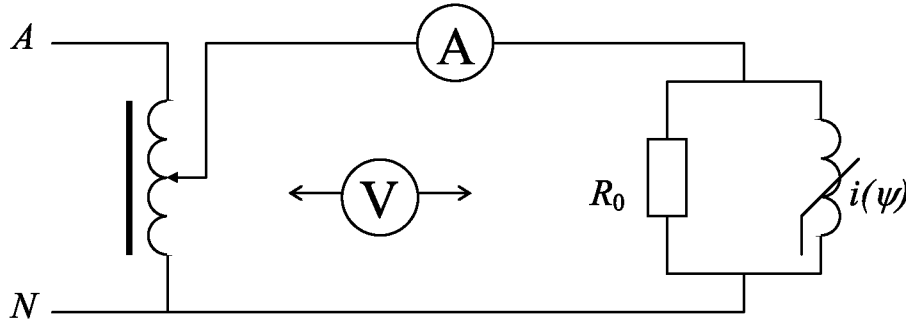


Рис. 26.2

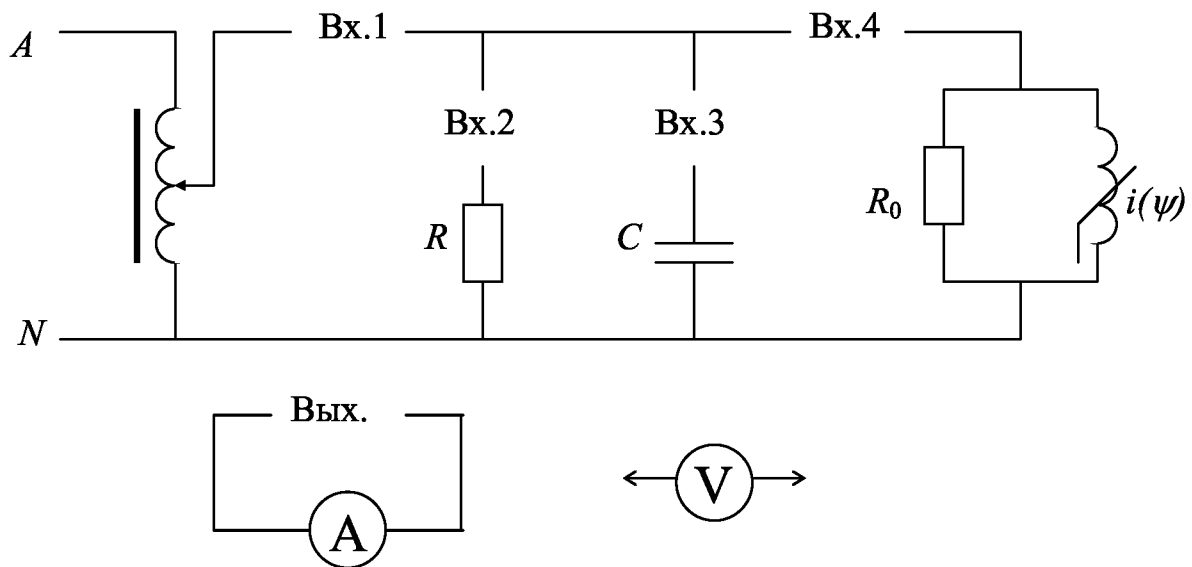


Рис. 26.3

Установить на входе цепи напряжение  $U=E$ , измерить токи в отдельных ветвях схемы  $I, I_R, I_K, I_C$ . Результаты измерений свести в табл. 26.4.

3. Установить на входе цепи напряжение  $U=E_p$ , измерить токи в отдельных ветвях схемы  $I, I_R, I_K, I_C$ . Результаты измерений свести в табл. 26.5.

4. Установить в цепи рис. 24.3 сопротивление резистора  $R=\infty$  (разрыв ветви). Плавно изменяя напряжение на входе, зафиксировать точку максимума тока ( $U_1, I_1$ ) и точку минимума тока ( $U_2, I_2$ ). Результаты измерений внести в табл. 26.6.

## 26.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемых в работе методов расчета нелинейной цепи переменного тока по трудоемкости, по точности результатов.

## 26.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепей и параметры ее элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) графические диаграммы исследуемых функций токов  $I_L$ ,  $I_R$ ,  $I_{R0}$ ,  $I_C = f(U)$  и  $I=f(E)$ ;
- 6) векторные диаграммы тока и напряжений для заданного  $E$  и расчетного  $E_p$  значений ЭДС источника;
- 7) расчет токов и напряжений методом последовательных приближений (последнюю итерацию);
- 8) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

## Контрольные вопросы

1. В чем сущность применяемого в данной работе графического метода расчета? Как складывать вольт-амперные характеристики отдельных элементов схемы при произвольных углах сдвига между векторами?

2. Могут ли полностью взаимно компенсируются токи  $I_L$  и  $I_C$  в точке резонанса? Почему?

3. Изменением каких физических параметров можно достигнуть резонансного режима в параллельной нелинейной цепи?

4. Составьте для исследуемой схемы уравнение по 1-му закону Кирхгофа а) в векторной (комплексной) форме, б) в дифференциальной форме.

5. Почему в исследуемой цепи наблюдаются максимум и минимум тока при плавном изменении напряжения на входе? Объясните причину этого явления.

## Лабораторная работа № 27

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КАТУШКИ  
ИНДУКТИВНОСТИ

## 27.1. Цель работы

1. Теоретическое и экспериментальное исследование влияния подмагничивания сердечника катушки постоянным током на параметры ее рабочей обмотки в цепи переменного тока.
2. Изучение графического и аналитического методов расчета нелинейной цепи с управляемой нелинейной катушкой.
3. Экспериментальное исследование нелинейной цепи с управляемой нелинейной катушкой с целью установления соответствия между расчетными и экспериментальными данными.

## 27.2. Исходные данные.

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи (рис. 27.1) с последовательно включенными источником синусоидальной ЭДС  $e(t) = \bar{E}_m \cdot \sin(\omega t)$ , управляемой нелинейной катушкой  $R_0$ ,  $i(\psi)$  и линейным резистором  $R$ .
2. Параметры линейных элементов схемы (табл. 27.1). Нелинейная катушка на схеме представлена двумя элементами, включенными последовательно – линейным резистором  $R_0$  и идеальной нелинейной катушкой  $i(\psi)$ . Вебер-амперная характеристика магнитной цепи аппроксимирована уравнением  $i w = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Phi)$ , а вольт-амперная характеристика катушки в режиме без подмагничивания – уравнением  $I = c \cdot U + d \cdot U^5$ . Коэффициенты уравнений аппроксимации заданы в табл. 27.1.
3. Рабочие схемы исследуемых цепей и схемы включения измерительных приборов (рис. 27.2 и 27.3).

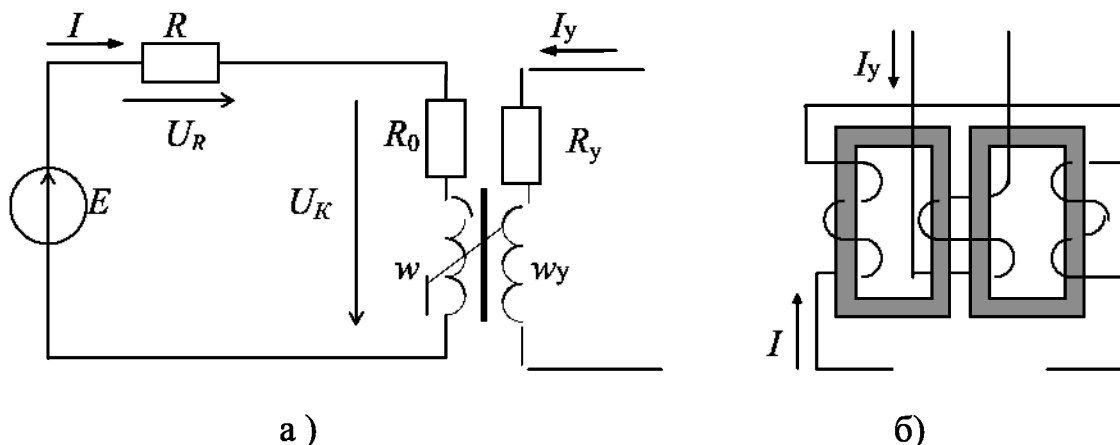


Рис. 27.1.

Т а б л и ц а 27.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, В$	40	45	50	45	50	55	50	55	60	45
$R, Ом$	28	30	35	32	34	35	35	37	40	30
$R_0, Ом$	3	4	5	3	4	5	3	4	5	3
$I_y, А$	0,43	0,51	0,38	0,52	0,42	0,55	0,47	0,36	0,44	0,52
Выводы	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-3	0-4	0-5	0-3
$c \times 10^{-3}$	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	4,14	2,62	2,07	4,14
$d \times 10^{-9}$	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	1,18	0,58	0,29	1,18
$w, вит$	210	240	270	210	240	270	210	240	270	210
$w_y, вит$	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500

### 27.3. Теоретические сведения и методические указания

Управляемая нелинейная катушка содержит на общем магнитном сердечнике две обмотки – рабочую обмотку  $w$ , которая включается в рабочую цепь переменного тока, и обмотку управления  $w_y$ , в которую подается от постороннего источника постоянный ток  $I_y$ . Под воздействием постоянной намагничивающей силы  $I_y w_y$  процесс перемагничивания сердечника смещается в область магнитного насыщения. Это приводит к увеличению тока в рабочей обмотке, что эквивалентно уменьшению ее реактивного сопротивления. Таким образом осуществляется управление током рабочей обмотки посредством изменения тока в обмотке управления. Для устранения обратного влияния тока рабочей обмотки на цепь управления катушку конструктивно выполняют из двух одинаковых элементов (рис. 27.1б). Обмотки управления отдельных элементов включаются последовательно-встречно, благодаря чему переменные ЭДС, наводимые в них, направлены встречно и взаимно компенсируются.

При работе управляемой нелинейной катушки в качестве отдельного элемента сложной цепи ее режим будет определяться двумя факторами: а) напряжением (током) на ее зажимах и б) током управления  $I_y$ . Из этого следует, что для расчета режима в такой цепи управляемая нелинейная катушка должна быть представлена семейством вольт-амперных характеристик  $I(U)$  для различных значений тока управления  $I_y = const$ .

Семейство вольт-амперных характеристик нелинейной катушки в режиме подмагничивания постоянным током  $I_y$  получается из расчетной вольт-амперной характеристики без подмагничивания путем ее параллельного смещения по оси  $I$  на расстояние  $\Delta I = k \cdot I_y$  (рис. 27.3), где коэффициент  $k$  зависит от соотношения чисел витков катушек  $w_y/w$  и от геометрических размеров магнитопровода.



Для цепи с последовательным соединением активного сопротивления (нагрузки)  $R$  и управляемой нелинейной катушки  $U_L=f(I, I_y)$  уравнение 2-го закона Кирхгофа имеет вид:  $\underline{E} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$  – в комплексной форме или  $E = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$  – в обычной форме. Учитывая, что  $U_R = I \cdot R$ , получим уравнение эллипса с полуосями  $E$  и  $E/R$ :

$$\frac{U_L^2}{E^2} + \frac{I^2}{(E/R)^2} = 1.$$

Для графического расчета режима схемы рис. 28.1 при заданной ЭДС источника  $E$  и сопротивлении нагрузки  $R$  на графическую диаграмму семейства вольтамперных характеристик управляемой нелинейной катушки  $U_L=f(I, I_y)$  наносится эллипс с полуосями  $E$  и  $E/R$ , точка пересечения которого с соответствующей характеристикой определяет рабочую точку катушки (рис. 27.3). Из диаграммы непосредственно следуют величины  $U_L$  и  $I$ , а напряжение на нагрузке можно определить по закону Ома  $U_R=IR$ .

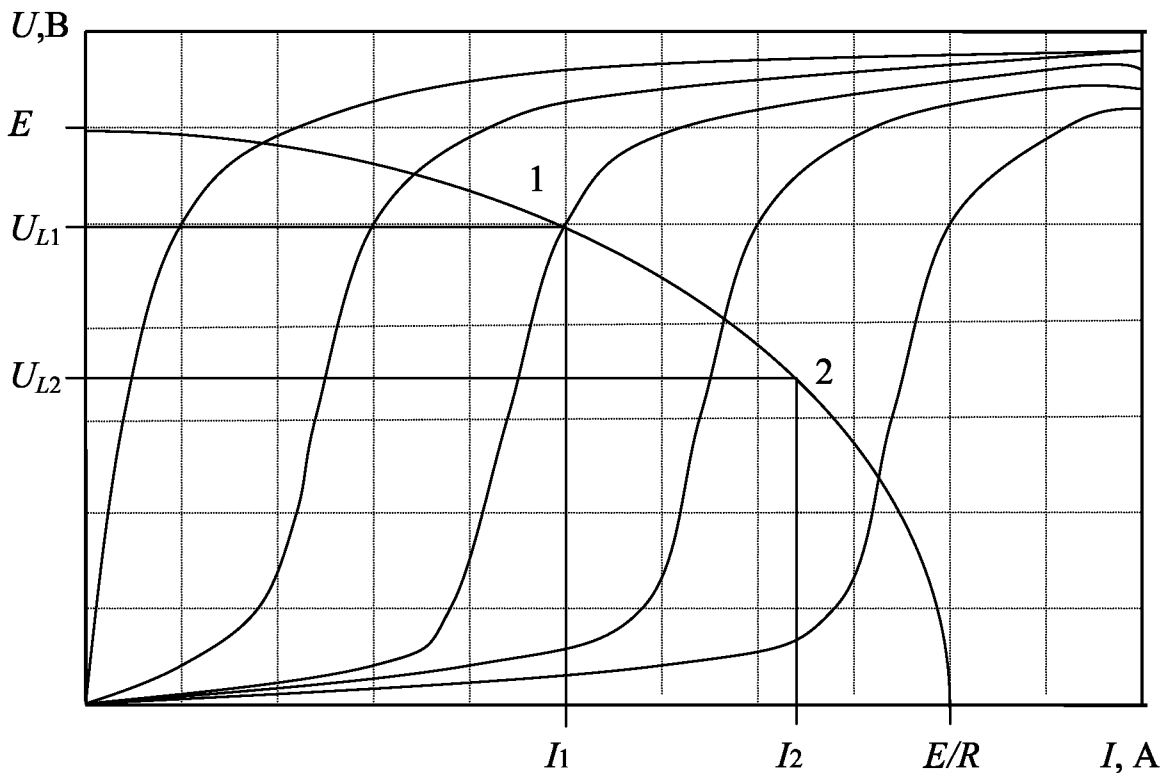


Рис. 27.3

Физические процессы в нелинейной цепи переменного тока можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений, составленных для схемы цепи по законам Ома и Кирхгофа и дополненной нелинейными алгебраическими уравнениями аппроксимации физических характеристик нелинейных элементов. Для исследуемой управляемой нелинейной катушки, состоящей

из двух одинаковых элементов, система уравнений Кирхгофа для магнитной цепи имеет вид:

$$\begin{cases} i \cdot w + I_y \cdot w_y = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Phi_1); \\ i \cdot w - I_y \cdot w_y = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Phi_2); \\ \Phi_1 + \Phi_2 = \Phi, \end{cases}$$

где  $Iw = a \cdot \text{sh}(b \cdot \Phi)$  – уравнение аппроксимации вебер-амперной магнитной характеристики магнитопроводов катушки.

Система уравнений Ома и Кирхгофа для электрической цепи:

$$\begin{cases} e = E_m \cdot \sin(\omega t); & (1) \\ u_R = i \cdot R; & (2) \\ u_{R_0} = i \cdot R_0; & (3) \\ u_L = w_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}; & (4) \\ e = u_R + u_{R_0} + u_L. & (5) \end{cases}$$

Совместное решение этих систем уравнений может быть выполнено методами численного интегрирования на ЭВМ (методы Эйлера, Рунге-Кутты). Суть метода состоит в том, что период переменного тока  $T$  разбивается на большое число шагов интегрирования, например  $N=1000$ , дифференциалы переменных заменяются конечными приращениями ( $d\Phi \Rightarrow \Delta\Phi$ ,  $dt \Rightarrow \Delta t$ ), а производные переменных – отношением приращений ( $d\Phi/dt \Rightarrow \Delta\Phi/\Delta t$ ). На каждом шаге производится решение системы уравнений и определяются значения переменных величин (токов, напряжений) и их производных, причем в качестве исходных данных принимают значения некоторых переменных на предыдущем шаге. В качестве таких функций принимают  $u_C(t)$ ,  $i_L(t)$ , которые определяют запасы энергии в электрическом и магнитном поле, вследствие чего они не могут изменяться скачкообразно. На каждом шаге интегрирования система нелинейных уравнений для магнитной цепи решается методом последовательных приближений. Непосредственным результатом расчета будут являться массивы значений переменных величин (токов, напряжений) и их производных в заданном интервале времени (например, в течение периода  $T$ ). В результате последующей обработки массивов данных могут быть определены действующие, средние, максимальные значения переменных, их гармонический состав и другие параметры.

Метод численного интегрирования (численный метод) обладает высокой точностью, так как в нем непосредственно используются физические характеристики нелинейных элементов. С появлением ЭВМ и расширением области их применения данный метод является основным при расчете нелинейных цепей как в установившемся, так и в переходном режиме.

Действующие значения токов и напряжений определяются через массивы значений соответствующих функций по формулам:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_k \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^N i_k \cdot h}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_k \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^N u_k \cdot h}.$$

Найденные методом численного интегрирования действующие значения токов и напряжений могут несущественно отличаться от аналогичных значений, определенных методом эквивалентных синусоид.

#### 27.4. Расчетная часть

1. Рассчитать и построить в одной системе координат семейство графических диаграмм вольт-амперных характеристик нелинейной катушки  $U_L=f(I, I_y)$  в режиме синусоидального напряжения при подмагничивании постоянным током  $I_y = 0 - 0,6\text{А}$  через интервал  $0,1\text{А}$ . Построение диаграмм выполнить на ЭВМ по программе «LB27».

2. Выполнить графический расчет схемы для заданных значений ЭДС источника  $E$ , сопротивления нагрузки  $R$  и переменных значений тока управления  $I_y = 0 - 0,6\text{А}$  через интервал  $0,1\text{А}$ . Для каждого значения тока управления определить ток в рабочей цепи  $I=f(I_y)$ . Результаты расчета внести в табл. 27.2.

3. Выполнить расчет схемы для тех же значений параметров п. 4.2 на ЭВМ по программе «LB27» методом численного интегрирования дифференциальных уравнений. Результаты расчета внести в табл. 27.2.

4. По результатам расчета п. 2 построить графическую диаграмму функции  $I=f(I_y)$  при  $E=\text{const}$ .

5. Выполнить графический расчет схемы для заданных значений сопротивления нагрузки  $R$ , тока управления  $I_y$  и переменных значений ЭДС источника  $E = 0 - 70\text{В}$  через интервал  $10\text{В}$ . Для каждого значения ЭДС источника определить ток в рабочей цепи  $I=f(E)$ . Результаты расчета внести в табл. 27.3.

6. Выполнить расчет схемы для тех же значений параметров п. 5 на ЭВМ методом численного интегрирования дифференциальных уравнений. Результаты расчета внести в табл. 27.3.

7. По результатам расчета п. 5 построить графическую диаграмму функции  $I=f(E)$  при  $I_y=\text{const}$ .

8. Выполнить графический расчет схемы для заданных значений ЭДС источника  $E$ , сопротивления нагрузки  $R$ , и тока управления  $I_y$ . В результате расчета определить ток в рабочей цепи ток  $I$  и напряжения на отдельных элементах схемы  $U_R, U_K$ . Результаты расчета внести в табл. 27.4.

9. Выполнить расчет схемы для тех же значений параметров п. 8 на ЭВМ методом численного интегрирования дифференциальных уравнений. Результаты расчета внести в табл. 27.4.

Т а б л и ц а 27.2

$I_y, A$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$I, A$ (выч. граф)							
$I, A$ (выч. анал)							
$I, A$ (измерено)							

Т а б л и ц а 27.3

$E, B$	10	20	30	40	50	60	70
$I, A$ (выч. граф)							
$I, A$ (выч. анал)							
$I, A$ (измерено)							

Т а б л и ц а 27.4

Величины	$E, B$	$I, A$	$U_R, B$	$U_L, B$
Вычисл. графич.				
Вычисл. на ЭВМ				
Измерено				

### 27.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 27.2. Установить сопротивление нагрузки  $R=0$ , сопротивление в цепи управления  $R_y=50$  Ом. Установить ток в обмотке управления  $I_y=I_{y1}$ . Изменяя напряжение на входе  $U=E$ , снять вольт-амперную характеристику нелинейной катушки  $U_L=f(I, I_{y1})$ . Результаты измерений в виде 2-3 точек нанести на графическую диаграмму соответствующей функций, построенной на ЭВМ. Установить новые значения тока в обмотке управления  $I_y=I_{y2}, I_{y3}, I_{y4}, \dots$  и выполнить аналогичные действия.

2. Установить на входе цепи рис. 27.2 заданное напряжение  $U=E$  и сопротивление нагрузки  $R$ . Изменяя ток управления  $I_y = 0 - 0,6A$  через интервал  $0,1A$  снять характеристику управления  $I = f(I_y)$  при  $E = \text{const}$ . Результаты измерений в виде координат точек внести в табл. 27.2.

3. Установить в цепи рис. 27.2 заданное сопротивление нагрузки  $R$  и ток управления  $I_y$ . Изменяя напряжение на входе напряжение  $U=E$ , снять характеристику  $I = f(E)$  при  $I_y = \text{const}$ . Результаты измерений в виде координат точек внести в табл. 27.3.

4. Установить в цепи рис. 27.2 заданные напряжение  $U=E$ , сопротивление нагрузки  $R$  и ток управления  $I_y$ . Измерить ток в цепи  $I$  и напряжения на отдельных участках  $U_R$ ,  $U_K$ . Результаты измерений свести в табл. 27.4.

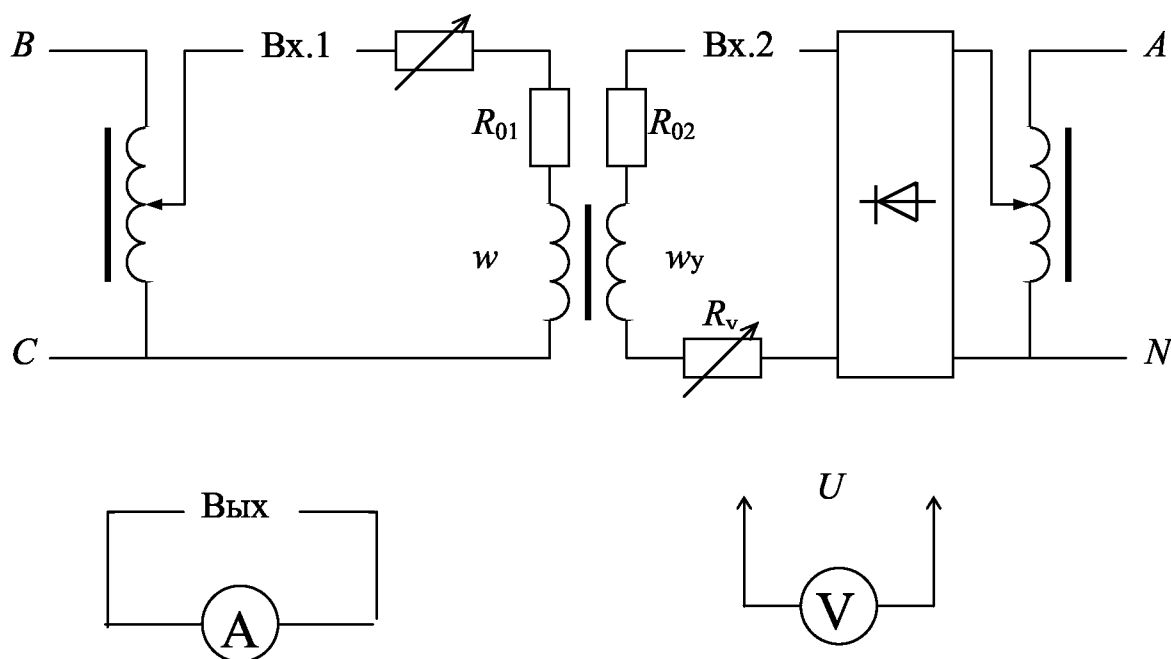


Рис. 27.2

### 27.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемых в работе методов расчета нелинейной цепи переменного тока по трудоемкости, по точности результатов.

### 27.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные (схему исследуемой цепей и параметры ее элементов);
- 4) графический расчет схемы для заданных режимов;
- 5) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 6) графические диаграммы исследуемых функций  $I = f(I_y)$  при  $E = const$  и  $I = f(E)$  при  $I_y = const$ ;

7) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Объясните причину увеличения тока в нелинейной катушке при подмагничивании постоянным током  $I_y$ .
2. Каким образом осуществляется развязка цепей переменного и постоянного тока?
3. В чем сущность применяемого в данной работе графического метода расчета режима схемы?
4. В чем сущность применяемого в данной работе аналитического метода расчета режима схемы?
5. Где в технике применяются управляемые нелинейные катушки?
6. Какие высшие гармоники будут содержаться в переменном токе в режиме без подмагничивания? при подмагничивании постоянным током?

### Лабораторная работа №28

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМ КРИВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

##### 28.1. Цель работы

1. Изучение комплексного метода расчета установившегося режима в нелинейной цепи переменного тока на ЭВМ методом численного интегрирования дифференциального уравнения.
2. Исследование характера и степени искажения форм кривых напряжений на разнородных элементах схемы.
3. Теоретическое и экспериментальное определение различных параметров, характеризующих несинусоидальные функции времени.

##### 28.2. Исходные данные

Заданы:

1. Эквивалентная схема исследуемой цепи (рис. 28.1) с последовательно включенными источником синусоидальной ЭДС  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$ , нелинейной катушкой НЭ<sub>L</sub> [ $R_0$ ,  $i(\psi)$ ], линейным резистором  $R$  и конденсатором  $C$ .
2. Параметры линейных элементов (табл. 28.1). Нелинейная катушка на схеме представлена двумя элементами, включенными последовательно – линейным резистором  $R_0$  и идеальной нелинейной катушкой  $i(\psi)$ . Вебер-ампер-

ная характеристика катушки аппроксимирована уравнением гиперболического синуса  $i(\psi) = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi)$ . Коэффициенты аппроксимации заданы в табл. 28.1.

3. Рабочая схема исследуемой цепи и схемы включения измерительных приборов (рис. 28.2).

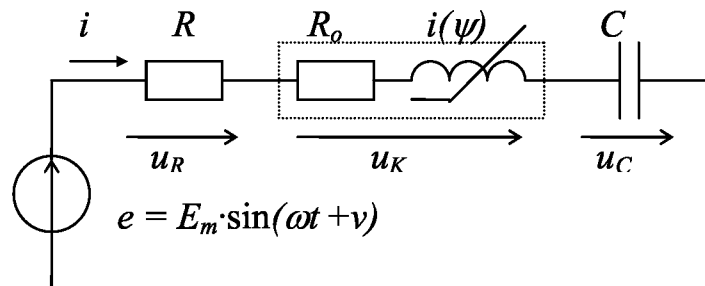


Рис. 28.1

Таблица 28.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E, \text{ В}$	55	60	65	50	55	65	60	55	65	65
$R, \text{ Ом}$	30	35	40	35	40	45	35	40	50	45
$R_0, \text{ Ом}$	2	3	4	2	3	4	2	3	4	3
$C, \text{ мкФ}$	60	55	45	65	60	40	55	50	40	50
Выводы	0-2	0-3	0-4	0-2	0-3	0-4	0-2	0-3	0-4	0-3
$a$	0,066	0,055	0,045	0,066	0,055	0,045	0,066	0,055	0,045	0,055
$b$	18,2	16,4	14,6	18,2	16,4	14,6	18,2	16,4	14,6	16,4
$\nu, \text{ гр}$	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300

### 28.3. Теоретические сведения и методические указания

Физические процессы в нелинейной цепи переменного тока можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений, составленных для схемы цепи по законам Ома и Кирхгофа и дополненной нелинейными алгебраическими уравнениями аппроксимации физических характеристик нелинейных элементов. Для исследуемой схемы эта система имеет вид:

$$\begin{cases} u_R + u_{R_0} + u_L + u_C = E_m \cdot \sin(\omega t + \nu); & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_R = i \cdot R; & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{R_0} = i \cdot R_0; & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_L = \frac{d\psi}{dt}; & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = C \cdot \frac{du_C}{dt}; & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = a \cdot \text{sh}(b \cdot \psi). & (6) \end{cases}$$

Решение этой системы уравнений может быть выполнено методами численного интегрирования на ЭВМ (методы Эйлера, Рунге-Кутты). Суть метода состоит в том, что период переменного тока  $T$  разбивается на большое число шагов интегрирования, например  $N=1000$ , дифференциалы переменных заменяются конечными приращениями ( $d\psi \Rightarrow \Delta\psi$ ,  $du \Rightarrow \Delta u$ ,  $di \Rightarrow \Delta i$ ,  $dt \Rightarrow \Delta t$ ), а производные переменных – отношением приращений ( $d\psi/dt \Rightarrow \Delta\psi/\Delta t$ ,  $du/dt \Rightarrow \Delta u/\Delta t$ ). На каждом шаге производится решение системы уравнений и определяются значения переменных величин (токов, напряжений) и их производных, причем в качестве исходных данных принимают значения некоторых переменных на предыдущем шаге. В качестве таких функций принимают  $u_C(t)$ ,  $i_L(t)$ , которые определяют запасы энергии в электрическом и магнитном поле, вследствие чего они не могут изменяться скачкообразно. Непосредственным результатом расчета будут являться массивы значений переменных величин (токов, напряжений) и их производных в заданном интервале времени (например, в течение периода  $T$ ). В результате последующей обработки массивов данных могут быть определены действующие, средние, максимальные значения переменных, их гармонический состав и другие параметры.

Метод численного интегрирования (численный метод) обладает высокой точностью, так как в нем непосредственно используются физические характеристики нелинейных элементов. С появлением ЭВМ и расширением области их применения данный метод является основным при расчете нелинейных цепей как в установившемся, так и в переходном режиме.

Один из вариантов решения полученной системы уравнений методом численного интегрирования представлен ниже.

Исходные данные:

- 1) параметры элементов схемы ( $E_m, f, \nu, R, R_o, C, a, b$ );
- 2) начальные условия [ $u_C(0)=0, \psi(0)=0$ ];
- 3)  $N$ –число шагов интегрирования за период тока;  $T$ - период тока;  $\omega=2\pi f=2\pi/T$  – угловая частота;  $h=\Delta t=T/N$  – шаг интегрирования.

Алгоритм решения системы уравнений для произвольного  $k$ -го шага:

$$\begin{aligned}
 & t_k = h \cdot k; \\
 \text{из (6)} \Rightarrow & i_k = c \cdot \text{sh}(b \cdot \psi_{(k-1)}); \\
 \text{из (2)} \Rightarrow & u_{Rk} = i_k \cdot R; \\
 \text{из (3)} \Rightarrow & u_{Rok} = i_k \cdot R_o; \\
 \text{из (1)} \Rightarrow & u_{Lk} = E_m \cdot \sin(\omega t_k + \nu) - u_{Rk} - u_{Rok} - u_{C(k-1)}; \\
 \text{из (4)} \Rightarrow & (d\psi/dt)_k = u_{Lk}; \\
 \text{из (5)} \Rightarrow & (du_C/dt)_k = i_k / C; \\
 & \psi_k = \psi_{(k-1)} + h \cdot (d\psi/dt)_k; \\
 & u_{Ck} = u_{C(k-1)} + h \cdot (du_C/dt)_k.
 \end{aligned}$$

Подсчет сумм для определения действующих значений переменных (здесь и далее на примере тока  $i$ ):



$$S_{i1} = S_{i1} + i_k \cdot i_k \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

Подсчет сумм для определения средних значений переменных:

$$S_{i2} = S_{i2} + i_k \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

Подсчет сумм для определения гармонических спектров переменных:

$$\text{для 1-й гармоники: } S_{i3} = S_{i3} + i_k \cdot \sin(1 \cdot \omega t_k) \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

$$S_{i4} = S_{i4} + i_k \cdot \cos(1 \cdot \omega t_k) \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

$$\text{для 3-й гармоники: } S_{i5} = S_{i5} + i_k \cdot \sin(3 \cdot \omega t_k) \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

$$S_{i6} = S_{i6} + i_k \cdot \cos(3 \cdot \omega t_k) \cdot h, \quad \text{и т.д.}$$

Определение максимальных значений переменных:

$$\text{если } i_k > I_{max} \text{ то } I_{max} = i_k, \quad \text{и т.д.}$$

Конец  $k$ -го цикла интегрирования.

После завершения процесса интегрирования производится вычисление интегральных параметров переменных.

$$\text{Действующие значения: } I = \sqrt{\frac{S_{i1}}{T}}, \quad \text{и т.д.}$$

$$\text{Средние значения: } I_{cp} = \frac{S_{i2}}{T}, \quad \text{и т.д.}$$

Амплитуды синусных и косинусных составляющих гармоник:

$$I'_{1m} = \frac{2S_{i3}}{T}; \quad I''_{1m} = \frac{2S_{i4}}{T}; \quad I'_{3m} = \frac{2S_{i5}}{T}; \quad I''_{3m} = \frac{2S_{i6}}{T}, \quad \text{и т.д.}$$

Амплитуды и начальные фазы гармоник:

$$I_{1m} = \sqrt{I'^2_{1m} + I''^2_{1m}}; \quad \alpha_1 = \arctg \frac{I''_{1m}}{I'_{1m}}; \quad I_{3m} = \sqrt{I'^2_{3m} + I''^2_{3m}}; \quad \alpha_3 = \arctg \frac{I''_{3m}}{I'_{3m}}, \quad \text{и т.д.}$$

Действующие значения высших гармоник:

$$I_{\text{вз}} = \sqrt{\frac{1}{2}(I_{3m}^2 + I_{5m}^2 + I_{7m}^2 + \dots)}, \quad \text{и т.д.}$$

Коэффициенты амплитуды:  $K_a = I_{max} / I$ , и т.д.

Коэффициенты отдельных гармоник:  $K_{r3} = I_{3m} / I_{1m}$ ,  $K_{r5} = I_{5m} / I_{1m}$ , и т.д.

Коэффициенты искажения:  $K_{\text{и}} = I_{\text{вз}} / I$ , и т.д.

Коэффициенты формы:  $K_{\text{ф}} = I / I_{cp}$ , и т.д.

## 28.4. Расчетная часть

1. Составить систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для расчетной схемы.

2. Выполнить расчет схемы при заданных параметрах элементов на ЭВМ по программе «LB28» методом численного интегрирования дифференциальных уравнений. По результатам расчета:

а) построить (зарисовать с экрана дисплея) в масштабе графические диаграммы исследуемых функций напряжений  $e(t)$ ,  $u_R(t)$ ,  $u_K(t)$ ,  $u_C(t)$  в установленном режиме (3-ий и далее период);

б) записать в табл. 28.2. действующие, максимальные, средние значения и амплитуды отдельных гармоник (до 7-ой включительно) для исследуемых функций напряжений  $e(t)$ ,  $u_R(t)$ ,  $u_K(t)$ ,  $u_C(t)$ .

3. По результатам расчета п. 2 определить для каждой функции действующее значение высших гармоник  $U_{вг}$ , коэффициент амплитуды  $K_a$ , коэффициенты 3-й и 5-й гармоник  $K_{г3}$  и  $K_{г5}$ , коэффициент искажения  $K_{и}$ , коэффициент формы кривой  $K_{ф}$ . Полученные результаты внести в табл. 28.3.

Т а б л и ц а 28.2

Функция	$U$	$U_{max}$	$U_{cp}$	$U_{вг}$	$U_{1m}$	$U_{3m}$	$U_{5m}$	$U_{7m}$
$e(t)$ , ВЫЧ.								
ИЗМ.								
$u_R(t)$ , ВЫЧ.								
ИЗМ.								
$u_K(t)$ , ВЫЧ.								
ИЗМ.								
$u_C(t)$ , ВЫЧ.								
ИЗМ.								

Т а б л и ц а 28.3

Функция	$K_a$	$K_{г3}$	$K_{г5}$	$K_{и}$	$K_{ф}$
$e(t)$					
$u_R(t)$					
$u_K(t)$					
$u_C(t)$					

### 28.5. Экспериментальная часть

1. Собрать электрическую цепь по рабочей схеме рис. 28.2. Установить заданные параметры отдельных элементов. Установить на входе цепи заданное напряжение  $U=E$ . Исследовать формы кривых функций напряжений  $e(t)$ ,  $u_R(t)$ ,  $u_K(t)$ ,  $u_C(t)$  с помощью электронного осциллографа. Получить на экране электронного осциллографа последовательно каждую из исследуемых функций напряжения. Сравнить полученные осциллограммы с расчетными графическими диаграммами этих функций.

2. Измерить вольтметром  $V_1$  электродинамической системы действующие значения напряжений на отдельных участках цепи  $U$ ,  $U_R$ ,  $U_K$ ,  $U_C$ . Результаты измерений внести в табл. 28.2.

3. Измерить вольтметром  $V_2$  специального назначения средние значения напряжений на отдельных участках цепи  $U_{ср}$ ,  $U_{Rср}$ ,  $U_{Kср}$ ,  $U_{Cср}$ . Результаты измерений внести в табл. 28.2.

4. Измерить вольтметром  $V_3$  специального назначения максимальные значения напряжений на отдельных участках цепи  $U_{max}$ ,  $U_{Rmax}$ ,  $U_{Kmax}$ ,  $U_{Cmax}$ . Результаты измерений внести в табл. 28.2.

5. Измерить анализатором гармоник  $V_4$  амплитуды отдельных гармоник исследуемых напряжений  $U_{1m}$ ,  $U_{3m}$ ,  $U_{5m}$ ,  $U_{7m}$ . Результаты измерений внести в табл. 28.2.

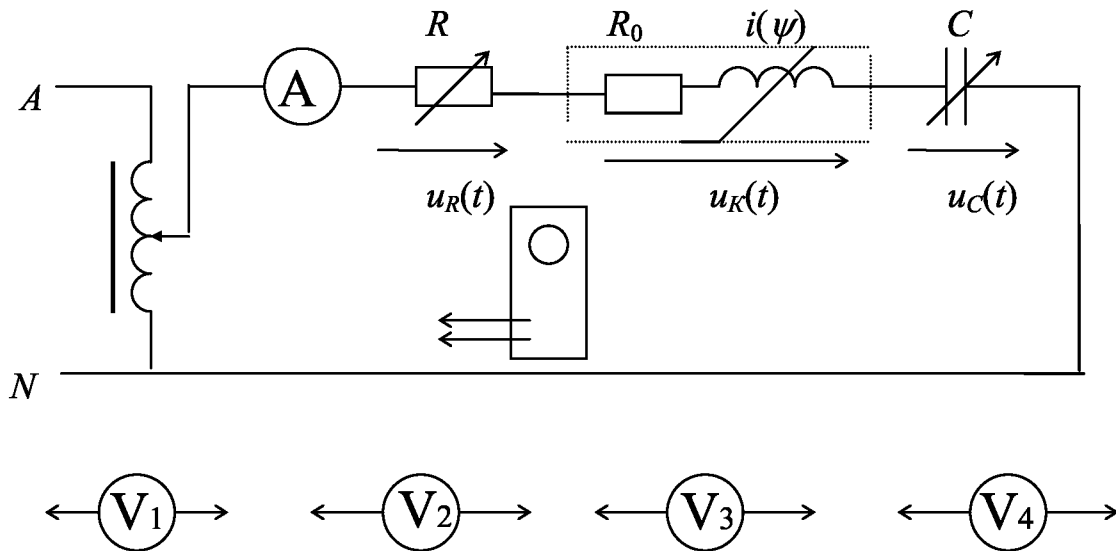


Рис.28.2

### 28.6. Анализ результатов работы

1. Сравнить результаты экспериментальных измерений с данными расчета и дать заключение о степени их совпадения. В случае их значительного расхождения установить причину несоответствия и устранить ошибки.

2. Дать оценку применяемого в работе метода исследования нелинейной цепи переменного тока по трудоемкости, по точности результатов.

### 28.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;

- 3) исходные данные (схему исследуемой цепи и параметры ее элементов);
- 4) таблицы с результатами вычислений и измерений;
- 5) графические диаграммы исследуемых функций напряжений  $e(t)$ ,  $u_R(t)$ ,  $u_K(t)$ ,  $u_C(t)$  в установившемся режиме;
- 6) выводы и заключение о степени соответствия расчетных и экспериментальных результатов.

#### Контрольные вопросы

1. В чем сущность применяемого в данной работе комплексного метода исследования нелинейной цепи?
2. Составьте систему дифференциальных уравнений для исследуемой схемы и алгоритм их решения на ЭВМ численным методом.
3. Объясните причину искажения форм кривых напряжений в исследуемой цепи.
4. Как зависят отдельные коэффициенты ( $K_a$ ,  $K_r$ ,  $K_u$ ,  $K_\phi$ ) от формы несинусоидальных функций?
5. Соблюдается ли в исследуемой цепи 2-ой закон Кирхгофа? Докажите на примере полученных данных.
6. Как влияет род элемента на форму напряжения на нем и соответственно на отдельные коэффициенты?

### Лабораторная работа №31

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

##### 31.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета параметров электростатического поля двухпроводной линии в произвольной точке пространства.
2. Исследование электростатического поля двухпроводной линии методом математического моделирования на ЭВМ.

##### 31.2. Исходные данные

Два провода 1 и 2 радиусом  $R=3$  мм расположены параллельно над проводящей плоскостью («землей») (рис. 31.1). Провода находятся под потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  по отношению к «земле», потенциал которой равен нулю. Пространственные координаты проводов ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$ ) в плоскости  $x - y$  попереч-

ного сечения линии и их потенциалы ( $\varphi_1, \varphi_2$ ) заданы в табл. 31.1. Заданы координаты двух расчетных точек  $n_1$  и  $n_2$ : ( $x_{n1} = 60$  см,  $y_{n1} = 30$  см,  $x_{n2} = 80$  см,  $y_{n2} = 80$  см)

Т а б л и ц а 31.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi_1, \text{ В}$	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$\varphi_2, \text{ В}$	-70	-120	-90	-160	-80	-150	-110	-170	-100	-130
$x_1, \text{ см}$	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
$y_1, \text{ см}$	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
$x_2, \text{ см}$	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$y_2, \text{ см}$	75	60	65	60	55	50	45	40	35	30

### 31.3. Теоретические сведения

Электростатическое поле в диэлектрической среде создается неподвижными в пространстве и постоянными во времени электрическими зарядами. Электрические заряды могут быть расположены в отдельных точках  $q$  (Кл), по поверхности проводящих тел с поверхностной плотностью  $\sigma$  (Кл/м<sup>2</sup>), вдоль тонких проводов с линейной плотностью  $\tau$  (Кл/м), и по объему с объемной плотностью  $\rho$  (Кл/м<sup>3</sup>).

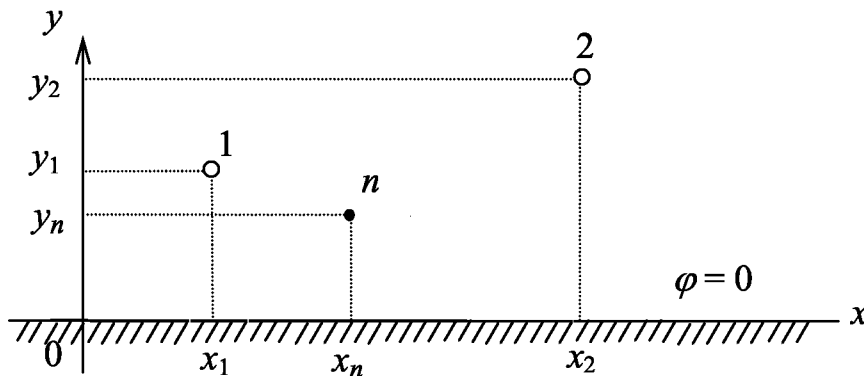


Рис. 31.1

Электростатическое поле в произвольной точке  $n$  можно описать уравнениями электростатики в дифференциальной форме:

$$\bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E}, \quad \text{div} \bar{D} = \rho, \quad \text{rot} \bar{E} = 0, \quad \bar{E} = \text{grad} \varphi, \quad \nabla^2 \varphi = 0.$$

Для расчета простейших симметричных полей могут быть использованы те же уравнения, но в интегральной форме:

$$\oint_s \bar{D} \cdot d\bar{S} = \sum q, \quad \oint_e \bar{E} \cdot d\bar{\ell} = 0, \quad \bar{E} = -d\varphi/dr,$$

где  $\bar{D}$  – вектор электрического смещения, Кл/м;

$\bar{E}$  – вектор напряженности поля, В/м;

$\varphi$  – потенциал, В.

В решаемой задаче электростатическое поле создается линейными зарядами проводов  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и поверхностными зарядами «земли»  $\sigma_3$ , наведенными посредством электростатической индукции. Расчет параметров поля ( $\varphi$ ,  $\bar{E}$ ) от действия осевых зарядов  $\tau$  довольно прост, в то же время непосредственный учет поверхностных зарядов вызывает существенные осложнения.

Задача по расчету поля от системы заряженных проводов с учетом «земли» решается методом зеркальных отображений. Сущность метода состоит в том, что поверхностные заряды «земли»  $\sigma_3$  заменяются осевыми зарядами  $-\tau_1$  и  $-\tau_2$ , расположенными зеркально заданным зарядам  $\tau_1$  и  $\tau_2$  (рис. 31.2). В соответствии с теорией в таком случае сохраняются неизменными граничные условия ( $E_t = 0$ ,  $\varphi = 0$ ) и, следовательно, электростатическое поле в верхней части полупространства не нарушается.

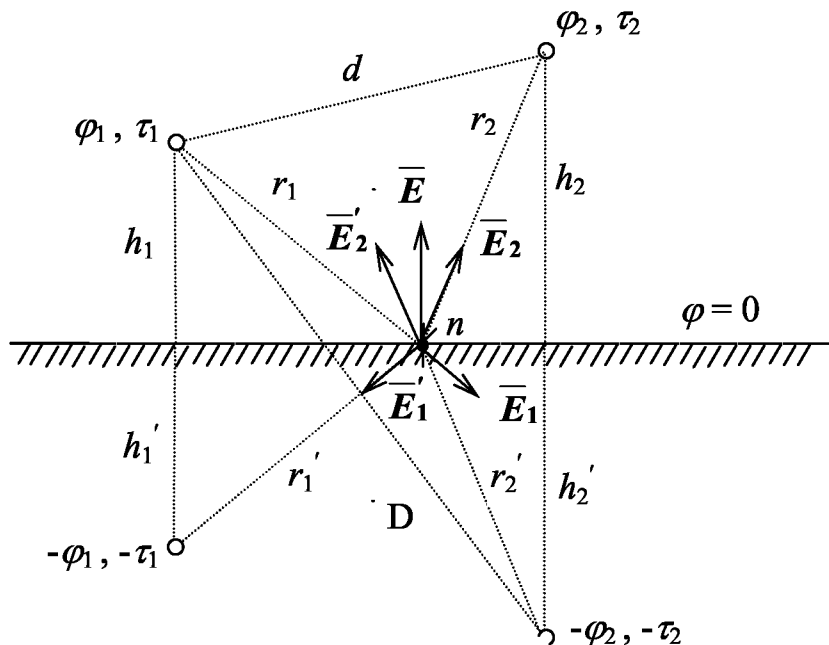


Рис. 31.2

В данной задаче известными являются потенциалы проводов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и их геометрическое расположение.

Заряды проводов  $\tau_1$  и  $\tau_2$  определяются из системы потенциальных уравнений

$$\begin{cases} \varphi_1 = \alpha_{11} \cdot \tau_1 + \alpha_{12} \cdot \tau_2 \\ \varphi_2 = \alpha_{21} \cdot \tau_1 + \alpha_{22} \cdot \tau_2 \end{cases},$$

где потенциальные коэффициенты  $\alpha$  выражаются через геометрические размеры:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2h_1}{R} ; \quad \alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2h_2}{R} ; \quad \alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{d}$$

Составляющая вектора напряженности электростатического поля в произвольной точке  $n$  от отдельного осевого заряда  $\tau$  направлена по радиусу от провода ( $\tau > 0$ ) или к проводу ( $\tau < 0$ ), ее модуль определяется по формуле:

$$E_{nk} = \frac{\tau_k}{2\pi\epsilon_0 r_k},$$

а составляющая потенциала –  $\varphi_{nk} = \frac{\tau_k}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln r_k + c$ ,

где  $r_k$  – расстояние от точки  $n$  до провода,  $c$  – постоянная интегрирования.

Результирующий вектор напряженности электростатического поля  $\bar{E}_n$  и результирующий потенциал  $\varphi_n$  в произвольной точке  $n$  могут быть найдены по принципу наложения, как соответствующие суммы составляющих от отдельных проводов и их зеркальных отображений. Очевидно, что составляющие вектора  $\bar{E}_n$  необходимо складывать векторно, а составляющие потенциала  $\varphi_n$  – скалярно:

$$\begin{aligned} \bar{E}_n &= \bar{E}_{n1} + \bar{E}_{n2} + \bar{E}'_{n1} + \bar{E}'_{n2}, \\ \varphi_n &= \varphi_{n1} + \varphi_{n2} + \varphi'_{n1} + \varphi'_{n2}. \end{aligned}$$

При векторном суммировании отдельные слагаемые раскладываются на составляющие по координатным осям  $x$  и  $y$ , затем находятся суммы составляющих по осям  $\sum E_x$  и  $\sum E_y$ , через которые выражается результирующий вектор:

$$E_n = \sqrt{(\sum E_x)^2 + (\sum E_y)^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{\sum E_y}{\sum E_x}.$$

Векторное суммирование отдельных слагаемых можно выполнить в комплексной форме (оси  $x$  соответствует ось вещественных величин  $+1$ , а оси  $y$  – ось мнимых величин  $+j$ ):

$$\bar{E}_n = \sum E_x + j \sum E_y = E_n e^{j\alpha}$$





3. Построить в расчетных точках пространства  $n_1$  и  $n_2$  на графической диаграмме поля векторные диаграммы векторов поля  $E_x$ ,  $E_y$  и  $\bar{E}_n$

4. Составить алгоритм расчета (т.е. последовательность вычислительных операций, начиная с исходных данных и кончая выходными величинами) потенциала  $\varphi_n$  и вектора напряженности электростатического поля  $\bar{E}_n$  в произвольной точке пространства  $n$ .

### 31.5. Методические указания

1. Подсчитайте значения потенциалов  $\varphi_s$  9-и следов эквипотенциальных поверхностей и введите их в ЭВМ. Машина «отыскивает» на диаграмме точки с заданным потенциалом  $\varphi_s$ , соединяет их линией, проводя таким образом след эквипотенциальной поверхности  $\varphi_s = \text{const}$ . Нарисовав след  $\varphi_{s1}$ , ЭВМ переходит к выполнению следа  $\varphi_{s2}$ , и т. д.

2. Для определения потенциала заданной точки проведите через нее след эквипотенциальной поверхности и определите с учетом нелинейности масштаба уровень потенциала этой поверхности  $\varphi_{sn}$ .

3. Для определения вектора напряженности поля  $\bar{E}_n$  проведите по обе стороны от точки  $n$  на некотором расстоянии  $\Delta l$  следы эквипотенциальных поверхностей и определите уровни их потенциалов  $\varphi_{s1}$  и  $\varphi_{s2}$ . Модуль вектора  $\bar{E}_n$  может быть определен из соотношения:

$$E_n = (\varphi_{s1} - \varphi_{s2}) / (2 \Delta l).$$

Направление вектора  $\bar{E}_n$  принимается нормальным к следу эквипотенциальной поверхности  $\varphi_{sn}$  в сторону увеличения потенциала, а его составляющие определяются из диаграммы как проекции вектора на оси координат:

$$E_x = E_n \cdot \cos \alpha, \quad E_y = E_n \cdot \sin \alpha.$$

4. Введите в ЭВМ координаты расчетной точки  $n$  и определите параметры поля в этой точке расчетным путем ( потенциал  $\varphi_n$ , напряженность поля и ее составляющие  $E_n$ ,  $E_x$ ,  $E_y$ ), а также заряды проводов  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Сравните результаты графического и аналитического расчетов.

5. Изучите теоретический материал по теме «Электростатическое поле». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для аналитического определения потенциала  $\varphi_n$  и вектора напряженности электростатического поля  $\bar{E}_n$  в произвольной точке  $n$ . Расположите формулы в той последовательности, в которой они должны применяться для решения задачи. Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 31.6. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать следующие моменты:

- 1) титульный лист по стандартной форме;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) графическую диаграмму (сетку) электростатического поля;
- 5) таблицу результатов графического и аналитического расчетов;
- 6) алгоритм расчета потенциала  $\varphi_n$  и вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}_n$  в произвольной точке.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение электростатического поля. Запишите основные уравнения электростатики.
2. Какой физический смысл имеют понятия вектор напряженности электростатического поля  $\vec{E}_n$  и потенциал  $\varphi$ ? Какая между ними существует связь?
3. Как рассчитать параметры электростатического поля  $\vec{E}_n$  и  $\varphi_n$  в произвольной точке от одиночного заряженного провода? от системы заряженных проводов?
4. Как учитывается влияние «земли» при расчете поля заряженных проводов? В чем сущность метода зеркальных отображений?
5. Как составляются потенциальные уравнения для многопроводной системы? Как определяются потенциальные коэффициенты этих уравнений?
6. Какие поверхности называются эквипотенциальными? По какому принципу ЭВМ рисует следы таких поверхностей?
7. Что такое силовые линии электростатического поля? Как строятся такие линии?
8. Как по сетке поля определить потенциал  $\varphi_n$  и вектор напряженности  $\vec{E}_n$  в произвольной точке?

## Лабораторная работа №32

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАЗЕМЛИТЕЛЯ

#### 32.1 Цель работы

1. Исследование электрического поля вертикального цилиндрического заземлителя методом математического моделирования на ЭВМ.

2. Изучение методов расчета параметров электрического поля вертикального цилиндрического заземлителя в произвольной точке пространства.

3. Исследование влияния геометрических размеров вертикального цилиндрического заземлителя на его электрическое сопротивление.

### 32.2. Исходные данные

Заземлитель цилиндрической формы диаметром  $D$  погружен на глубину  $h$  в проводящую среду (землю) с заданной удельной проводимостью  $\gamma$  (рис.32.1). К заземлителю приложено постоянное напряжение  $U$ . К заземлителю приближается человек, который находится на расстоянии  $x_1$  от его центра. Заданы координаты расчетной точки  $n$  ( $x_n, y_n$ ). Исходные данные повариантно приведены в табл. 32.1.

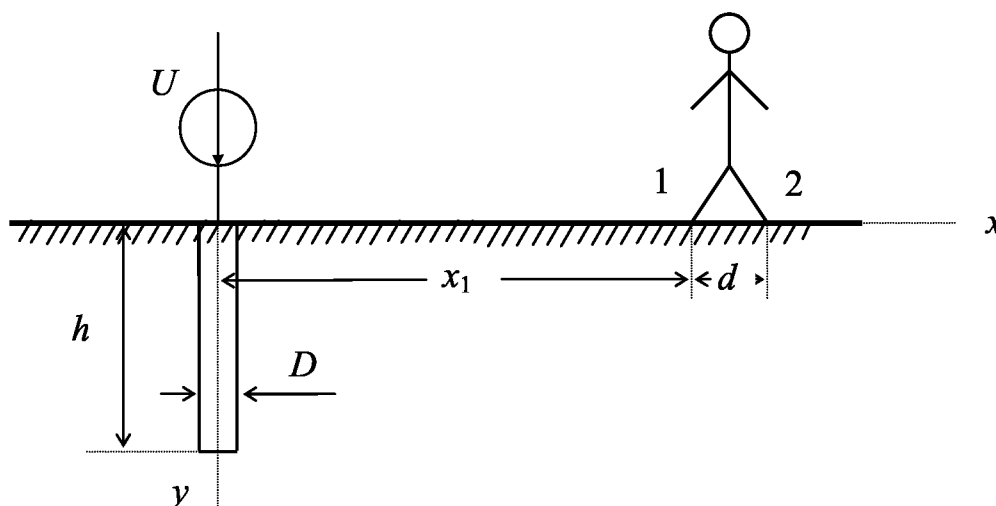


Рис. 32.1

Т а б л и ц а 32.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U$ , кВ	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
$h$ , м	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$D$ , см	4	6	8	10	12	5	7	9	11	13
$\gamma$ , См/м	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02	0,03	0,01
$x_n$ , м	3	4	5	6	7	8	9	5	7	9
$y_n$ , м	1	2	3	1	2	3	2	2	3	4

### 32.3 Теоретические сведения

Электрическое поле в проводящей среде создается и поддерживается в стационарном режиме источниками энергии. Такое поле в произвольной точке можно описать законами Ома и Кирхгофа в дифференциальной или интегральной формах:

$$\bar{\delta} = \gamma \bar{E}; \quad \text{div} \bar{\delta} = 0; \quad \text{rot} \bar{E} = 0; \quad \bar{E} = -\text{grad} \varphi;$$

$$i = \oint_s \bar{\delta} \cdot d\bar{S}; \quad U_{12} = \int_1^2 \bar{E} d\bar{\ell}; \quad \oint_e \bar{E} d\bar{\ell} = 0,$$

где  $\bar{\delta}$  – вектор плотности электрического тока, А/м,  
 $\bar{E}$  – вектор напряженности электрического поля, В/м,  
 $\gamma$  – удельная проводимость среды, См/м,  
 $\varphi$  – потенциал, В.

При решении задачи по расчету электрического поля заземлителя предполагается, что к нему подведен положительный полюс источника энергии с потенциалом  $\varphi = U$ , а отрицательный полюс с потенциалом  $\varphi = 0$  удален на бесконечное расстояние. Среда принята однородной, т.е. удельная проводимость  $\gamma = \text{const}$  во всех точках пространства. Исходя из условия симметрии можно утверждать, что растекание тока в горизонтальной плоскости  $x - z$  не будет зависеть от направления, а эквипотенциальные поверхности  $\varphi_s = \text{const}$  будут иметь форму эллипсоид. По этой причине исследование электрического поля можно проводить в любой плоскости сечения  $x - y$ , проходящей через ось заземлителя.

Решение задачи осуществляется методом зеркальных отображений. Сущность метода в данном случае состоит в том, что непроводящая верхняя часть полупространства заменяется проводящей средой с такой же удельной проводимостью  $\gamma$  и в ней зеркально поверхности раздела располагается заземлитель с такими же геометрическими и электрическими параметрами (рис. 32.3). Такая замена не нарушает граничных условий, следовательно, не повлияет на распределение электрического поля в нижней части полупространства.

После введения зеркального отображения задача становится полностью симметричной и ее решение упрощается.

Стеkanie электрического тока с объединенного заземлителя будет неравномерным по длине. Линейная плотность тока стекания  $\tau$  будет больше к концам заземлителя и меньше к его середине. В общем случае это будет некоторая функция геометрических размеров  $l$  и  $D$  и координаты  $x$ , умноженная на напря-

жение  $U$ :  $\tau = U \cdot f(l, D, x)$ . Вид этой функции должен удовлетворять граничным условиям на поверхности заземлителя: его поверхность должна быть эквипотенциальной с потенциалом  $\varphi = U = \text{const}$ .

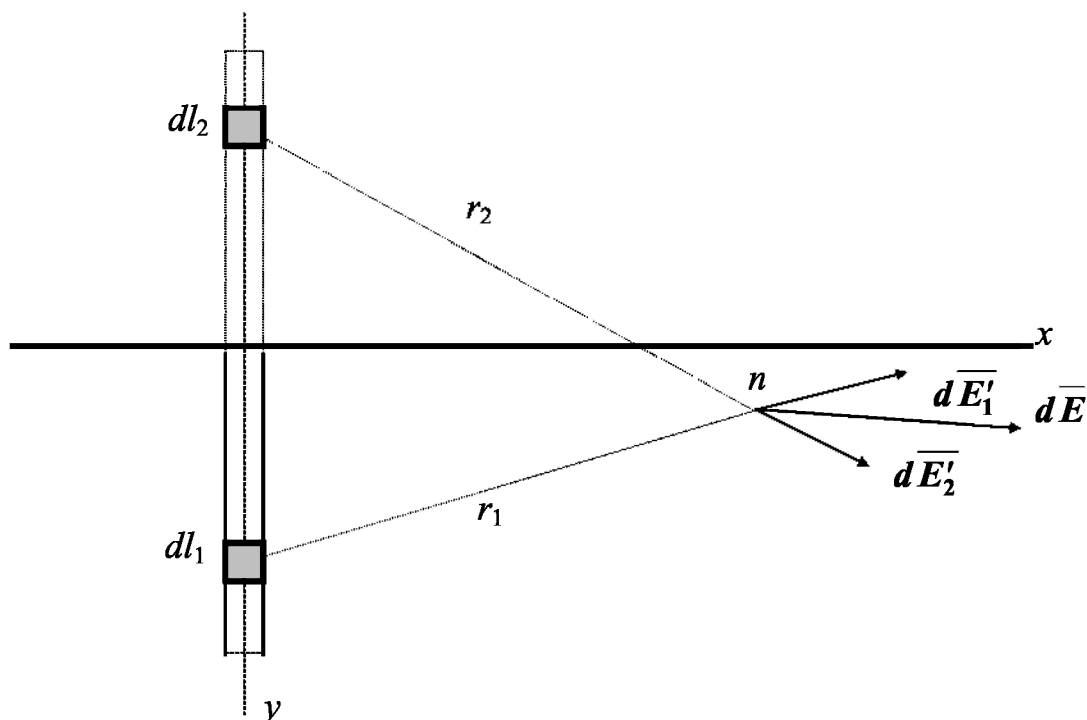


Рис. 32.2

Разделим заземлитель на большое число элементарных отрезков  $dl$  и выделим один из них. Ток  $di = \tau dl$ , стекающий с выделенного элемента, растекается равномерно во всех направлениях и создает в произвольной точке напряженность электрического поля  $d\bar{E}$ :

$$d\bar{E} = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \bar{r}_0$$

и потенциал  $d\varphi$ :

$$d\varphi = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi r}$$

где  $r$  – расстояние от точки  $n$  до элемента  $dl$ ,  $\bar{r}_0 = 1$  – единичный радиус-вектор, определяющий направление вектора  $d\bar{E}$ .

На основе принципа наложения результирующие параметры поля  $\bar{E}_n$  и  $\varphi_n$  в рассматриваемой точке  $n$  могут быть найдены как интегральный результат действия элементарных токов  $di$  со всех элементов  $dl$  от  $-h$  до  $+h$ :

$$\bar{E}_n = \int_{-h}^{+h} \frac{\tau \cdot dl}{4 \cdot \pi \gamma r^2} \cdot r_0; \quad \varphi_n = \int_{-h}^{+h} \frac{\tau \cdot dl}{4 \cdot \pi \gamma r} + C.$$

Ток заземлителя  $I_3$  растекается реально только в нижней части полупространства, поэтому для его определения интегрирование следует проводить в интервале переменной от 0 до  $h$ :  $I_3 = \int_0^h \tau \cdot dl$ .

Важной характеристикой заземлителя является его электрическое сопротивление, определяемое по закону Ома:

$$R_3 = U / I_3.$$

Величина сопротивления  $R_3$  зависит от удельной проводимости среды  $\gamma$  и от геометрических размеров заземлителя  $h$  и  $D$ .

Эквипотенциальными поверхностями называются воображаемые поверхности постоянного потенциала  $\varphi_s = \text{const}$ . В плоскости сечения эквипотенциальные поверхности образуют следы – линии.

Из уравнения  $\bar{E} = -\text{grad}\varphi$  следует, что силовые линии поля (линии вектора  $\bar{E}$ ) пересекаются со следами эквипотенциальных поверхностей под прямым углом.

Совокупность следов эквипотенциальных поверхностей и силовых линий поля образует графическую диаграмму (сетку) поля, которая используется для его исследования.

В местах растекания электрического тока на поверхности земли вокруг заземлителя возникает так называемое "шаговое напряжение", под которым понимают разность потенциалов между двумя точками, расположенными на расстоянии человеческого шага ( $d = 0.7$  м):

$$U_{\text{ш}} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Величина шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  пропорциональна приложенному к заземлителю напряжению  $U$  и убывает с увеличением расстояния от оси заземлителя.

#### 32.4. Содержание задания

1. Для заземлителя с заданными параметрами построить с помощью ЭВМ (программа «LB32») графическую диаграмму (сетку) электрического поля.

2. Рассчитать и построить с помощью ЭВМ графическую диаграмму функции потенциала поля от расстояния до оси заземлителя  $\varphi = f(x)$  при  $y=0=\text{const}$ .

3. С помощью диаграммы п.2 определить потенциалы следов эквипотенциальных поверхностей на графической диаграмме (сетке) электрического поля п.1 и нанести их значения на диаграмму поля.

4. Для заданной точки пространства  $n$  определить параметры электрического поля (потенциал  $\varphi_n$ , вектор напряженности  $\vec{E}_n$  и его составляющие  $E_x$  и  $E_y$ ) двумя способами:

а) графически, используя сетку поля,

б) аналитически на ЭВМ по программе «LB32». Результаты расчета внести в табл. 32.3.

Т а б л и ц а 32.3

Точка	$x_n$	$y_n$	Из диаграммы				На ЭВМ			
			$\varphi_n$	$E_x$	$E_y$	$E_n$	$\varphi_n$	$E_x$	$E_y$	$E_n$
$n$										

5. Для заданных расстояний  $x$  от центра заземлителя определить значения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  (длина шага  $d_{\text{ш}} = 0,7$  м) двумя способами:

а) графически, используя графическую диаграмму функции потенциала от расстояния до оси заземлителя  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$ ,

б) аналитически на ЭВМ по программе «LB32». Результаты расчета внести в табл. 32.4. По результатам расчета построить графическую диаграмму функции  $U_{\text{ш}} = f(x)$ .

6. Исследовать зависимость сопротивления заземлителя  $R_3$  от его длины  $h$  при  $D = \text{const}$ . Определить аналитически на ЭВМ по программе «LB32» сопротивление заземлителя  $R_3$  для заданных значений его длины  $h$ . Результаты расчетов свести в табл. 32.5. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $R_3 = f(h)$ .

7. Исследовать зависимость сопротивления заземлителя  $R_3$  от его диаметра  $D$  при  $h = \text{const}$ . Определить аналитически на ЭВМ по программе «LB32» сопротивление заземлителя  $R_3$  для заданных значений его диаметра  $D$ . Результаты расчетов свести в табл. 32.5. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $R_3 = f(D)$ .

Т а б л и ц а 32.4

$x, \text{ м}$	2	4	6	8	10
$U_{\text{ш}}, \text{ В (на ЭВМ)}$					
$U_{\text{ш}}, \text{ В (графич)}$					

Т а б л и ц а 32.5

$R_3 = f(h)$	$h, \text{ м}$	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
	$R_3, \text{ Ом}$						
$R_3 = f(D)$	$D, \text{ см}$	2	4	6	8	10	12
	$R_3, \text{ Ом}$						

8. Составить алгоритм расчета (последовательность вычислений) шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  в функции расстояния  $x$  от центра заземлителя и сопротивления заземлителя  $R_3$  в функции его геометрических размеров.

### 32.5. Методические указания

1. При построении сетки поля ЭВМ проводит следы эквипотенциальных поверхностей  $\varphi_s = \text{const}$  через равные расстояния. Из диаграммы функции потенциала от расстояния до оси заземлителя  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$  найдите значения потенциалов  $\varphi_s$  следов эквипотенциальных поверхностей и нанесите их на диаграмму поля.

2. Для определения потенциала заданной точки проведите через нее след эквипотенциальной поверхности и определите с учетом нелинейности масштаба уровень потенциала этой поверхности  $\varphi_{\text{sn}}$  (рис. 31.2).

3. Для определения вектора напряженности поля  $\overline{E}_n$  проведите по обе стороны от точки  $n$  на некотором расстоянии  $\Delta l$  следы эквипотенциальных поверхностей и определите уровни их потенциалов  $\varphi_{s1}$  и  $\varphi_{s2}$ . Модуль вектора  $\overline{E}_n$  может быть определен из соотношения:  $E_n = (\varphi_{s1} - \varphi_{s2}) / 2\Delta l$ . Направление вектора  $\overline{E}_n$  принимается нормальным к следу эквипотенциальной поверхности  $\varphi_{sn}$  в сторону увеличения потенциала, а его составляющие определяются из диаграммы как проекции вектора на оси координат:  $E_x = E_n \cdot \cos \alpha$ ,  $E_y = E_n \cdot \sin \alpha$ .

4. Для графического определения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  на диаграмме функции  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$  определите потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  двух точек, расположенных на поверхности земли на заданном расстоянии  $x$  и  $(x + d_{\text{ш}})$  от центра заземлителя (рис. 32.1). Шаговое напряжение найдите как разность потенциалов  $U_{\text{ш}} = \varphi_1 - \varphi_2$ .

5. Вводите в ЭВМ поочередно выбранные значения расстояния  $x$  от центра заземлителя и определите соответствующие значения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$ .

6. Вводите в ЭВМ поочередно выбранные значения переменного параметра  $D$  заземлителя, сохраняя при этом неизменными другие данные, определите соответствующие значения сопротивления заземлителя  $R_3$ .



7. Вводите в ЭВМ поочередно выбранные значения переменного параметра  $h$  заземлителя, сохраняя при этом неизменными другие данные, определите соответствующие значения сопротивления заземлителя  $R_3$ .

8. Изучите теоретический материал по теме «Электрическое поле постоянного тока». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для аналитического определения потенциала  $\varphi$  в произвольной точке, шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  и сопротивления заземлителя  $R_3$ . Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 32.6. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист стандартной формы;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) графическую диаграмму (сетку) электрического поля;
- 5) графическую диаграмму функции  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$ ;
- 6) таблицы результатов графического и аналитического расчетов  $U_{\text{ш}}$ ;
- 7) таблицы результатов аналитического расчета и графические диаграммы функций  $R_3 = f(h)$  и  $R_3 = f(D)$ ;
- 8) алгоритмы расчета вектора напряженности поля  $\vec{E}$  и потенциала  $\varphi$  в произвольной точке, шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  и сопротивления заземлителя  $R_3$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение электрического поля. Запишите основные уравнения электрического поля в дифференциальной и интегральной формах.
2. Какой физический смысл имеют понятия вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и потенциала  $\varphi$ ? Какая связь существует между ними?
3. Как рассчитать вектор напряженности поля  $\vec{E}$  и потенциала  $\varphi$  в произвольной точке от вертикального заземлителя?
4. В чем сущность метода зеркальных отображений? Как этот метод применяется к расчету поля вертикального заземлителя?
5. Какие поверхности называются эквипотенциальными? По какому принципу ЭВМ рисует следы таких поверхностей?
6. Что такое силовые линии электрического поля? Как строятся такие линии?
7. Как определяется сопротивление заземлителя  $R_3$  и какие факторы влияют на его величину?

8. Что такое шаговое напряжение  $U_{\text{ш}}$  и как оно определяется графически? аналитически?

### Лабораторная работа №33

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАЗЕМЛЕНИЯ

### 33.1. Цель работы

1. Исследование электрического поля вертикального цилиндрического заземлителя методом математического моделирования на ЭВМ.
2. Изучение методов расчета параметров электрического поля вертикального цилиндрического заземлителя в произвольной точке пространства.
3. Исследование влияния геометрических размеров вертикального цилиндрического заземлителя на его электрическое сопротивление.

### 33.2. Исходные данные

Заземлитель цилиндрической формы диаметром  $D$  погружен на глубину  $h$  в проводящую среду (землю) с заданной удельной проводимостью  $\gamma$  (рис.33.1). К заземлителю приложено постоянное напряжение  $U$ . К заземлителю приближается человек, который находится на расстоянии  $x_1$  от его центра. Заданы координаты расчетной точки  $n$  ( $x_n, y_n$ ). Исходные данные повариантно приведены в табл. 33.1.

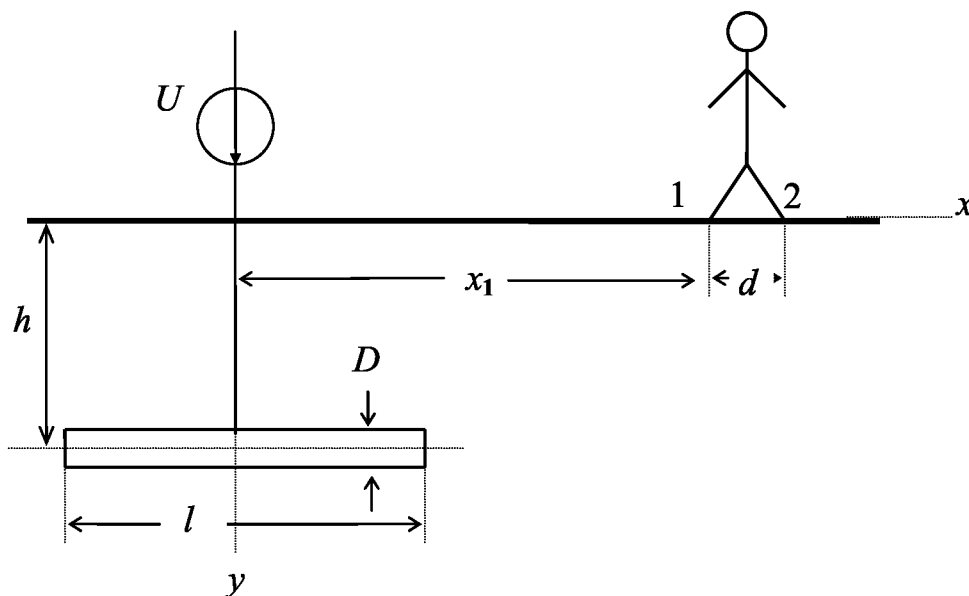


Рис. 33.1

Т а б л и ц а 33.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U$ , кВ	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
$l$ , м	2	2,5	3	3,5	4	2	2,5	3	3,5	4
$h$ , м	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$D$ , см	4	6	8	10	12	5	7	9	11	13
$\gamma$ , См/м	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02	0,03	0,01	0,02	0,03	0,01
$x_{n_2}$ , м	4	5	6	7	8	9	4	5	7	9
$y_{n_2}$ , м	1	2	3	1	2	3	1	2	3	2

### 32.4. Теоретические сведения

Электрическое поле в проводящей среде создается и поддерживается в стационарном режиме источниками энергии. Такое поле в произвольной точке можно описать законами Ома и Кирхгофа в дифференциальной или интегральной формах:

$$\bar{\delta} = \gamma \bar{E}; \quad \text{div} \bar{\delta} = 0; \quad \text{rot} \bar{E} = 0; \quad \bar{E} = -\text{grad} \varphi;$$

$$i = \oint_s \bar{\delta} \cdot d\bar{S}; \quad U_{12} = \int_1^2 \bar{E} d\bar{\ell}; \quad \oint_e \bar{E} d\bar{\ell} = 0,$$

где  $\bar{\delta}$  – вектор плотности электрического тока, А/м,  
 $\bar{E}$  – вектор напряженности электрического поля, В/м,  
 $\gamma$  – удельная проводимость среды, См/м,  
 $\varphi$  – потенциал, В.

При решении задачи по расчету электрического поля заземлителя предполагается, что к нему подведен положительный полюс источника энергии с потенциалом  $\varphi = U$ , а отрицательный полюс с потенциалом  $\varphi = 0$  удален на бесконечное расстояние. Среда принята однородной, т.е. удельная проводимость  $\gamma = \text{const}$  во всех точках. Принятые допущения позволяют упростить решение задачи.

В целом картина электрического поля будет иметь сложный характер. Исходя из условия симметрии можно утверждать, что электрическое поле будет иметь две плоскости симметрии, проходящие вертикально через центр заземлителя: 1) плоскость  $x - y$ , совпадающая по направлению с длиной  $l$  заземлителя; 2) плоскость  $x - y$ , расположенная перпендикулярно длине  $l$  заземлителя. В

дальнейшем исследовании электрического поля проводится в плоскости  $x - y$ , совпадающей с длиной  $l$  заземлителя.

Решение задачи осуществляется методом зеркальных отображений. Сущность метода в данном случае состоит в том, что непроводящая верхняя часть полупространства заменяется проводящей средой с такой же удельной проводимостью  $\gamma$  и в ней зеркально поверхности раздела располагается заземлитель с такими же геометрическими и электрическими параметрами (рис. 33.2). Такая замена не нарушает граничных условий ( $E_y = 0$ ,  $\bar{E} = E_x$ ), следовательно, не повлияет на распределение электрического поля в нижней части полупространства.

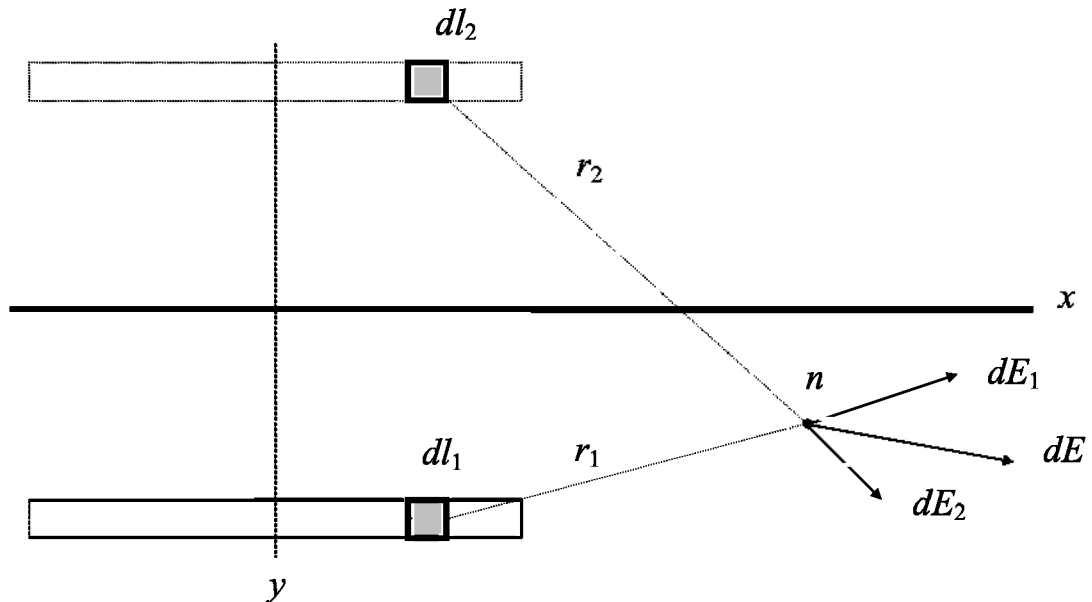


Рис. 33.2

После введения зеркального отображения задача по расчету поля становится симметричной и ее решение упрощается.

Стеkanie электрического тока с заземлителя будет неравномерным по длине. Линейная плотность тока стекания  $\tau$  будет больше к концам заземлителя и меньше к его середине. В общем случае это будет некоторая функция геометрических размеров  $l$  и  $D$  и координаты  $x$ , умноженная на напряжение  $U$ :  $\tau = U \cdot f(l, D, x)$ . Вид этой функции должен удовлетворять граничным условиям на поверхности заземлителя: его поверхность должна быть эквипотенциальной с потенциалом  $\varphi = U = \text{const}$ .

Разделим каждый из заземлителей на элементарные отрезки и выделим один из элементов длины  $dl$ . Ток, стекающий с элемента,  $di = \tau \cdot dl$  растекается равномерно во всех направлениях и создает в произвольной точке  $n$  напряженность электрического поля  $d\bar{E}$ :

$$d\bar{E} = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \bar{r}_0$$

и потенциал  $d\varphi$ :

$$d\varphi = \frac{\tau \cdot dl}{4\pi r}$$

где  $r$  – расстояние от точки  $n$  до элемента  $dl$ ,  $\bar{r}_0 = 1$  – единичный радиус-вектор, совпадающий с радиусом.

На основе принципа наложения результирующие параметры поля  $\bar{E}_n$  и  $\varphi_n$  в рассматриваемой точке  $n$  могут быть найдены как интегральный результат действия элементарных токов  $di$  со всех элементов  $dl$  от  $-l/2$  до  $+l/2$  обоих заземлителей:

$$\bar{E}_n = \bar{E}'_n = \bar{E}''_n = \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\tau \cdot dl \cdot \bar{r}'_0}{4\pi\gamma \cdot r_1'^2} + \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\tau \cdot dl \cdot \bar{r}''_0}{4\pi\gamma \cdot r_1''^2}$$

$$\varphi_n = \varphi'_n = \varphi''_n = \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\tau \cdot dl}{4 \cdot \pi r'} + \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\tau \cdot dl}{4 \cdot \pi r''}.$$

Ток заземлителя  $I_3$  протекает реально только в нижней части полупространства, поэтому для его определения следует учитывать только нижний, т.е. реальный, заземлитель:

$$I_3 = \int_{-l/2}^{+l/2} \tau \cdot dl.$$

Важной характеристикой заземлителя является его электрическое сопротивление  $R_3$ , определяемое по закону Ома:

$$R_3 = U / I_3.$$

Величина сопротивления  $R_3$  зависит от удельной проводимости среды  $\gamma$  и от геометрических параметров ( $h, D, l$ ) заземлителя.

Эквипотенциальными поверхностями называются воображаемые поверхности постоянного потенциала  $\varphi_s = \text{const}$ . В плоскости сечения эквипотенциальные поверхности образуют следы – линии.

Из уравнения  $\bar{E} = -\text{grad}\varphi$  следует, что силовые линии поля (линии вектора  $\bar{E}$ ) пересекаются со следами эквипотенциальных поверхностей под прямым углом.

Совокупность следов эквипотенциальных поверхностей и силовых линий поля образует графическую диаграмму (сетку) поля, которая используется для его исследования.

В местах растекания электрического тока на поверхности земли вокруг заземлителя возникает так называемое "шаговое напряжение", под которым понимают разность потенциалов между двумя точками, расположенными на расстоянии человеческого шага ( $d = 0.7$  м):

$$U_{\text{ш}} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Величина шагового напряжения пропорциональна приложенному к заземлителю напряжению  $U$  и убывает с увеличением расстояния от оси заземлителя.

### 33.4 Содержание задания

1. Для заземлителя с заданными параметрами построить с помощью ЭВМ (программа «LB33») графическую диаграмму (сетку) электрического поля.

2. Рассчитать и построить с помощью ЭВМ графическую диаграмму функции потенциала поля от расстояния до оси заземлителя  $\varphi = f(x)$  при  $y=0=const$ .

3. С помощью диаграммы п. 2 определить потенциалы следов эквипотенциальных поверхностей на графической диаграмме (сетке) электрического поля п. 1 и нанести их значения на диаграмму поля.

4. Для заданной точки пространства  $n$  определить параметры электрического поля (потенциал  $\varphi_n$ , вектор напряженности  $\vec{E}_n$  и его составляющие  $E_x$  и  $E_y$ ) двумя способами:

а) графически, используя сетку поля,

б) аналитически на ЭВМ по программе «LB33». Результаты расчета внести в табл. 33.3.

Т а б л и ц а 33.3

Точка	$x_n$	$y_n$	Из диаграммы				На ЭВМ			
			$\varphi_n$	$E_x$	$E_y$	$E_n$	$\varphi_n$	$E_x$	$E_y$	$E_n$
$n$										

5. Для заданных расстояний  $x$  от центра заземлителя определить значения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  (длина шага  $d_{\text{ш}} = 0,7$  м) двумя способами:

а) графически, используя графическую диаграмму функции потенциала от расстояния до оси заземлителя  $\varphi=f(x)$  при  $y=0=\text{const}$ ,

б) аналитически на ЭВМ по программе «LB33». Результаты расчета внесите в табл. 32.4. По результатам расчета построить графическую диаграмму функции  $U_{\text{ш}}=f(x)$ .

6. Исследовать зависимость сопротивления заземлителя  $R_3$  от его глубины залегания  $h$  при  $D = \text{const}$ ,  $l = \text{const}$ . Определить аналитически на ЭВМ по программе «LB33» сопротивления заземлителя  $R_3$  для заданных значений от его глубины залегания  $h$ . Результаты расчетов свести в табл. 33.5. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $R_3=f(h)$ .

7. Исследовать зависимость сопротивления заземлителя  $R_3$  от его диаметра  $D$  при  $h=\text{const}$ ,  $l=\text{const}$ . Определить аналитически на ЭВМ по программе «LB33» сопротивления заземлителя  $R_3$  для заданных значений его диаметра  $D$ . Результаты расчетов свести в табл. 33.5. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $R_3=f(D)$ .

8. Исследовать зависимость сопротивления заземлителя  $R_3$  от его длины  $l$  при  $D = \text{const}$ ,  $h = \text{const}$ . Определить аналитически на ЭВМ по программе «LB33» сопротивления заземлителя  $R_3$  для заданных значений его длины  $l$ . Результаты расчетов свести в табл. 33.5. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $R_3=f(l)$ .

Т а б л и ц а 33.4

$x, \text{ м}$	2	4	6	8	10
$U_{\text{ш}}, \text{ В (на ЭВМ)}$					
$U_{\text{ш}}, \text{ В (графич.)}$					

Т а б л и ц а 33.5

$R_3=f(h)$	$h, \text{ м}$						
	$R_3, \text{ Ом}$						
$R_3=f(D)$	$D, \text{ см}$						
	$R_3, \text{ Ом}$						
$R_3=f(l)$	$l, \text{ м}$						
	$R_3, \text{ Ом}$						

36.□. Составьте алгоритм расчета (последовательность вычислений) шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  в функции расстояния  $x$  от центра заземлителя и сопротивления заземлителя  $R_3$  в функции его геометрических размеров.

### 32.5. Методические указания

1. При построении сетки поля ЭВМ проводит следы эквипотенциальных поверхностей  $\varphi_s = \text{const}$  через равные расстояния. Из диаграммы функции потенциала от расстояния до оси заземлителя  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$  найдите значения потенциалов  $\varphi_s$  следов эквипотенциальных поверхностей и нанесите их на диаграмму поля.

2. Для определения потенциала заданной точки проведите через нее след эквипотенциальной поверхности и определите с учетом нелинейности масштаба уровень потенциала этой поверхности  $\varphi_{sn}$ .

3. Для определения вектора напряженности поля  $\vec{E}_n$  проведите по обе стороны от точки  $n$  на некотором расстоянии  $\Delta l$  следы эквипотенциальных поверхностей и определите уровни их потенциалов  $\varphi_{s1}$  и  $\varphi_{s2}$ . Модуль вектора  $\vec{E}_n$  может быть определен из соотношения:

$$E_n = (\varphi_{s1} - \varphi_{s2}) / (2\Delta l).$$

Направление вектора  $\vec{E}_n$  принимается нормальным к следу эквипотенциальной поверхности  $\varphi_{sn}$  в сторону увеличения потенциала, а его составляющие определяются из диаграммы как проекции вектора на оси координат:

$$E_x = E_n \cdot \cos \alpha, E_y = E_n \cdot \sin \alpha.$$

4. Для графического определения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  на диаграмме функции  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$  определите потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  двух точек, расположенных на поверхности земли на заданном расстоянии  $x_1$  и  $(x_1 + d_{\text{ш}})$  от центра заземлителя (рис. 32.1). Шаговое напряжение найдите как разность потенциалов  $U_{\text{ш}} = \varphi_1 - \varphi_2$ .

5. Вводите в ЭВМ поочередно выбранные значения расстояния  $x$  от центра заземлителя и определите соответствующие значения шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$ .

6. Введите в ЭВМ поочередно выбранные значения переменного параметра  $D$  заземлителя, сохраняя при этом неизменными другие данные, определите соответствующие значения сопротивления заземлителя  $R_3$ .

7. Введите в ЭВМ поочередно выбранные значения переменного параметра  $l$  заземлителя, сохраняя при этом неизменными другие данные, определите соответствующие значения сопротивления заземлителя  $R_3$ .

8. Введите в ЭВМ поочередно выбранные значения переменного параметра  $h$  заземлителя, сохраняя при этом неизменными другие данные, определите соответствующие значения сопротивления заземлителя  $R_3$ .



9. Изучите теоретический материал по теме «Электрическое поле постоянного тока». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для аналитического определения потенциала  $\varphi$  в произвольной точке, шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  и сопротивления заземлителя  $R_3$ . Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 33.6. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист стандартной формы;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) графическую диаграмму (сетку) электрического поля;
- 5) графическую диаграмму функции  $\varphi = f(x)$  при  $y = 0 = \text{const}$ ;
- 6) таблицы результатов графического и аналитического расчетов  $U_{\text{ш}}$ ;
- 7) таблицы результатов аналитического расчета и графические диаграммы функций  $R_3 = f(h)$ ,  $R_3 = f(l)$  и  $R_3 = f(D)$ ;
- 8) алгоритмы расчета вектора напряженности поля  $\vec{E}$  и потенциала  $\varphi$  в произвольной точке, шагового напряжения  $U_{\text{ш}}$  и сопротивления заземлителя  $R_3$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение электрического поля. Запишите основные уравнения электрического поля в дифференциальной и интегральной формах.
2. Какой физический смысл имеют понятия вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}_n$  и потенциала  $\varphi$ ? Какая связь существует между ними?
3. Как рассчитать вектор напряженности поля  $\vec{E}_n$  и потенциала  $\varphi$  в произвольной точке от горизонтального заземлителя?
4. В чем сущность метода зеркальных отображений? Как этот метод применяется к расчету поля горизонтального заземлителя?
5. Какие поверхности называются эквипотенциальными? По какому принципу ЭВМ рисует следы таких поверхностей?
6. Что такое силовые линии электрического поля? Как строятся такие линии?
7. Как определяется сопротивление заземлителя  $R_3$  и какие факторы влияют на его величину?
8. Что такое шаговое напряжение  $U_{\text{ш}}$  и как оно определяется графически, аналитически?

## Лабораторная работа №34

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАТУШКИ

## 34.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета магнитного поля цилиндрической катушки с постоянным током.
2. Исследование магнитного поля цилиндрической катушки методом математического моделирования на ЭВМ.
3. Исследование влияния геометрических размеров катушки на ее индуктивность

## 34.2. Исходные данные

Цилиндрическая катушка длиной  $h$ , с внутренним диаметром  $D_1$  и наружным диаметром  $D_2$  содержит  $w$  витков, расположенных в несколько слоев. Катушка расположена в однородной магнитной среде (в воздухе с  $\mu = \mu_0$ ). По катушке протекает постоянный ток  $I$  (рис. 34.1), который в окружающем пространстве создает магнитное поле. Исходные данные по вариантно приведены в табл. 34.1.

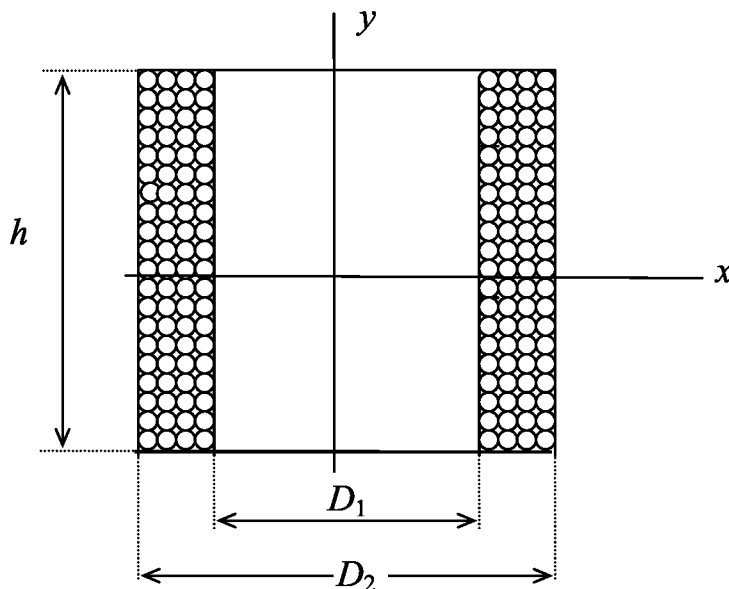


Рис. 34.1

Т а б л и ц а 34.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h$ , см	11	14	17	19	12	15	18	13	16	20
$D_1$ , см	10	13	16	18	11	14	17	12	15	19
$D_2$ , см	14	17	20	22	15	18	21	16	19	23
$w$ , вит	500	300	250	400	200	350	550	150	450	300
$I$ , А	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

### 34.3. Теоретические сведения

Магнитное поле в пространстве создается электрическими токами. В произвольной точке магнитное поле может быть описано уравнениями поля в дифференциальной или интегральной формах:

$$\bar{B} = \mu\mu_0\bar{H} \quad , \quad \text{div}\bar{B} = 0 \quad , \quad \text{rot}\bar{H} = \bar{\delta} \quad ,$$

$$\Phi = \int_s \bar{B} d\bar{S} \quad , \quad \oint_e \bar{H} d\bar{\ell} = \sum i = iw$$

где  $\bar{H}$  [А/м] – вектор напряженности магнитного поля,

$\bar{B}$  [Тл] – вектор индукции магнитного поля,

$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$  [Гн/м] – магнитная проницаемость пустоты,

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость,

$\Phi$  [Вб] – магнитный поток.

В большинстве реальных случаев электрические токи, создающие магнитное поле, протекают по тонким каналам – электрическим проводам. Для создания сильных магнитных полей, используемых в технике, применяются системы проводов, образующие катушки индуктивности.

Расчет магнитного поля в произвольной точке пространства  $n$ , создаваемого идеальным (бесконечно тонким) проводником с током  $I$  (рис. 34.2), может быть выполнен на основе известного из курса физики закона Био-Савара:

$$\bar{H} = \int_{\ell} I \cdot \frac{d\bar{\ell} \times \bar{r}_0}{4\pi \cdot r^2}$$

где  $d\bar{\ell}$  – векторный элемент длины проводника;

$r$  – расстояние от элемента  $d\bar{\ell}$  до рассматриваемой точки  $n$ ;

$\bar{r}_0 = 1$  – единичный радиус-вектор, направленный по радиусу  $r$ .

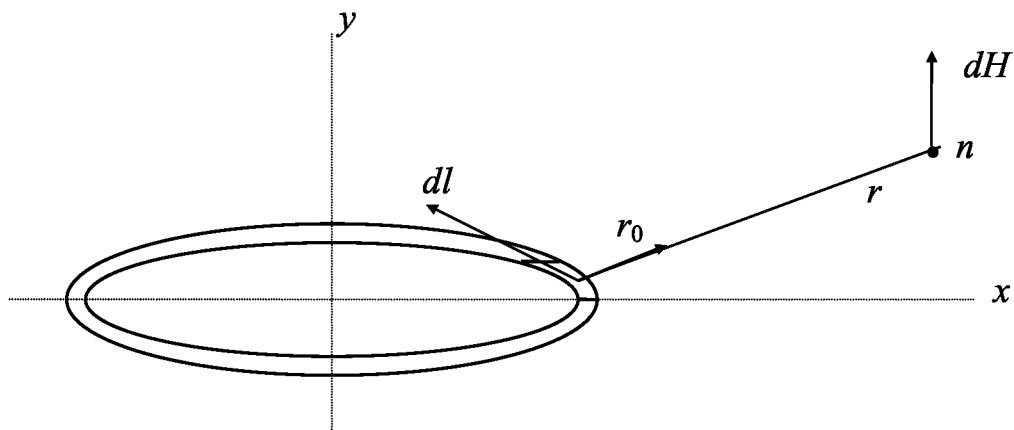


Рис. 34.2

Очевидно, что результирующий вектор напряженности магнитного поля  $\overline{H}_n$ , создаваемый длинным проводом  $l$  или системой проводов, может быть найден путем интегрирования приведенного уравнения Био-Савара по всей длине провода или системы проводов.

В настоящей работе исследуется цилиндрическая катушка длиной  $h$ , с внутренним диаметром  $D_1$  и наружным диаметром  $D_2$  содержащая  $w$  витков, расположенных в несколько слоев.

Принимаем допущение, что электрический ток протекает строго по оси провода, а отдельные витки имеют кольцевую форму. Такое допущение не вносит существенных погрешностей в результат расчета магнитного поля вне провода, но позволяет упростить процедуру интегрирования уравнения Био-Савара. Результирующий вектор напряженности магнитного поля  $\overline{H}_n$  в произвольной точке  $n$  может быть найден как геометрическая сумма составляющих этого вектора от всех витков  $w$ , расположенных по длине катушки от  $-h/2$  до  $+h/2$  и по толщине катушки от  $D_1$  до  $D_2$  :

$$\overline{H}_n = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{\pi D_2} \int_{D_1} I \cdot \frac{[d\bar{l} \times \bar{r}_0]}{4\pi r^2} \cdot dh \cdot dD .$$

Магнитное поле катушки будет обладать центральной и осевой симметрией, поэтому исследование поля проводится только в одной из четвертей плоскости сечения (в области положительных значений координат  $x$  и  $y$ ).

Анализ характера изменения магнитного поля в пространстве показывает, что магнитное поле имеет наибольшую интенсивность внутри катушки, и что оно убывает во всех направлениях по мере удаления от витков катушки.

Магнитный поток  $\Phi_b$ , пронизывающий плоскость одиночного витка катушки, и соответственно потокосцепление витка находится по формуле:

$$\Phi_{\sigma} = \Psi_{\sigma} = \int_S \bar{B} \cdot \bar{ds} = \int_S \mu_0 \bar{H} \cdot \bar{ds}$$

В линейной среде ( $\mu = \text{const}$ ) магнитный поток  $\Phi_B$  пропорционален току катушки и числу витков:  $\Phi_B = c \cdot Iw$ . Результирующее потокоцепление катушки найдется как сумма потокоцеплений отдельных витков:

$$\Psi = \sum \Psi_B = \Phi_{cp} \cdot w = c \cdot I w^2,$$

где  $\Phi_{cp}$  – среднеарифметическое значение магнитного потока всех витков. Одним из важнейших параметров катушки является ее индуктивность  $L$ , определяемая как отношение ее потокоцепления  $\Psi$  к току  $I$ :

$$L = \frac{\Psi}{I} = c \cdot w^2.$$

Из формулы следует, что индуктивность катушки  $L$  не зависит от тока катушки, но пропорциональна квадрату числа витков. Индуктивность катушки  $L$  сложным образом зависит от ее геометрических размеров  $h$ ,  $D_1$  и  $D_2$ . Эта зависимость может быть выяснена исходя из анализа картины магнитного поля. Характер этой зависимости является объектом исследования в настоящей лабораторной работе.

#### 34.4. Содержание задания

1. Для катушки с заданными параметрами построить с помощью ЭВМ (программа «LB34») графическую диаграмму магнитного поля (5-9 линий вектора напряженности магнитного поля  $\bar{H}$ ).

2. Выбрать на графической диаграмме магнитного поля три точки, расположенные на одной и той же линии (предпоследней по счету):  $n_1$  – внутри катушки,  $n_2$  – в торцевой области,  $n_3$  – в боковой области и определить их координаты. С помощью ЭВМ (программа «LB34») определить в выбранных точках вектор напряженности магнитного поля  $\bar{H}_n$  ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H$ ). Результаты вычислений запишите в табл. 34.2.

3. В расчетных точках  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  построить векторные диаграммы для напряженности магнитного поля  $\bar{H}_n$  ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H$ ).

4. Исследовать характер изменения вектора напряженности магнитного поля вдоль оси  $x$  [ $\bar{H} = f(x)$ ]. Определить значения вектора  $\bar{H}$  в 6 расчетных точках с координатами  $x = 0$ ;  $1/2D_1$ ;  $D_1$ ;  $D_2$ ;  $3/2D_2$ ;  $2D_2$  при  $y = 0$ . Необходимые расчеты выполнить на ЭВМ (программа «LB34»), результаты расчетов свести в табл. 34.3. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $H = f(x)$ .

5. Исследовать характер изменения вектора напряженности магнитного поля вдоль оси  $y$  ( $\bar{H} = f(y)$ ). Определить значения вектора  $\bar{H}$  в 6 расчетных точках с координатами  $y = 0$ ;  $1/4h$ ;  $1/2h$ ;  $3/4h$ ;  $h$ ;  $1,5h$ ; при  $x = 0$ . Необходимые

расчеты выполнить на ЭВМ (программа «LB34»), результаты расчетов свести в табл. 34.3. По результатам расчетов построить диаграмму функции  $H = f(y)$ .

Т а б л и ц а 34.2

Точка	$x_n$ , см	$y_n$ , см	$H_x$ , А/м	$H_y$ , А/м	$H$ , А/м
$n_1$					
$n_2$					
$n_3$					

Т а б л и ц а 34.3

$H=f(x)$	$x$ , см						
	$H$ , А/м						
$H=f(y)$	$y$ , см						
	$H$ , А/м						

9. Исследовать зависимость индуктивности катушки  $L$  от ее длины  $h$  ( $L = f(h)$ ). Определить значения индуктивности катушки  $L$  для 6 расчетных точек с  $h = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25; 1,5$  от заданного значения при  $D_1 = \text{const}$ ,  $D_2 = \text{const}$ . Необходимые расчеты выполнить на ЭВМ (программа «LB34»), результаты выполненных расчетов внести в табл. 34.4. По результатам расчетов построить диаграмму функций  $L = f(h)$ .

10. Исследовать зависимость индуктивности катушки  $L$  от ее среднего диаметра  $D_{cp} = (D_1 + D_2) / 2$  [ $L = f(D_{cp})$ ]. Определить значения индуктивности катушки  $L$  для 6 расчетных точек с  $D_{cp} = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25; 1,5$  от заданного значения при  $h = \text{const}$ . Необходимые расчеты выполнить на ЭВМ (программа «LB34»), результаты выполненных расчетов внести в табл. 34.4. По результатам расчетов построить диаграмму функций  $L = f(D_{cp})$ .

Т а б л и ц а 34.4

$L = f(h)$	$h$ , см						
	$L$ , мГн						
$L = f(D_{cp})$	$D$ , см						
	$L$ , мГн						

11. Составить алгоритмы расчета (последовательность вычислительных операций) вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}_n$  в произвольной точке  $n$  и индуктивности катушки  $L$ .

### 36.6. Методические указания

1. Ввиду симметрии магнитного поля катушки относительно осей координат графическую диаграмму магнитного поля ЭВМ строит только для 1/4 части плоскости сечения катушки.

2. Выберите на силовых линиях в заданных областях диаграммы три точки  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  и определите их координаты. Вводите поочередно в ЭВМ координаты выбранных точек и определите модуль и составляющие вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}_n$  ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H$ ) в выбранных точках. В выбранном масштабе нанесите векторы  $\vec{H}_n$  и их составляющие  $H_x$ ,  $H_y$  на диаграмму поля. При правильном построении диаграммы векторы  $\vec{H}_n$  должны быть направлены по касательной к силовой линии поля.

3. Для исследования функции  $H = f(x)$  при  $y = 0$ , поочередно вводите координаты выбранных точек в ЭВМ и определяйте для них вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}_n$ .

4. Для исследования функции  $H = f(y)$  при  $x = 0$ , поочередно вводите координаты выбранных точек в ЭВМ и определяйте для них вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}_n$ .

5. Для исследования функций  $L = f(h)$  и  $L = f(D_{cp})$  поочередно вводите в ЭВМ выбранные значения переменного параметра, сохраняя при этом неизменными другие данные, и определяйте соответствующие значения индуктивности катушки  $L$ .

6. Изучите теоретический материал по теме «Магнитное поле постоянного тока». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для аналитического определения вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  в произвольной точке и индуктивности катушки  $L$ . Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 34.7. Содержание отчета

Отчет по данной лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист стандартной формы;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) графическую диаграмму магнитного поля с нанесенными на нее векторными диаграммами вектора  $\vec{H}$ ;

- 5) таблицы результатов аналитических расчетов вектора  $\vec{H}_n$  и индуктивности  $L$ ;
- 6) графические диаграммы функций  $\vec{H} = f(x)$  при  $y = 0$ ,  $\vec{H} = f(y)$  при  $x=0$ ,  $L = f(h)$ ,  $L = f(D_{cp})$ ;
- 7) алгоритмы расчета вектора напряженности поля  $\vec{H}_n$  в произвольной точке и индуктивности катушки  $L$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение магнитного поля. Запишите основные формулы магнитного поля в дифференциальной и интегральной формах.
2. Какой физический смысл имеют понятия вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и вектора индуктивности магнитного поля  $\vec{B}$ ? Какая связь существует между векторами  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$ ?
3. Как определить вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  от единичного прямолинейного проводника с током? То же от двух и более проводников?
4. Как определить вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  от криволинейного проводника произвольной формы и длины?
5. Как рассчитываются параметры магнитного поля  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  цилиндрической катушки с током?
6. Что называется индуктивностью катушки? Как связана индуктивность с магнитным полем?
7. Как зависит индуктивность катушки от тока  $I$ ? от числа витков  $w$ ? от геометрических размеров  $h$  и  $D$ ? Дайте физическое толкование каждой из этих зависимостей.

### Лабораторная работа №35

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

##### 35.1. Цель работы

1. Изучение методов расчета электрического и магнитного поля многопроводной линии.
2. Исследование изменения во времени векторов электрического и магнитного поля трехфазной ЛЭП в произвольной точке пространства.
3. Исследование закона изменения максимального значения вектора напряженности электрического поля  $E_{max} = f(x)$  в поперечном сечении трехфазной ЛЭП.



## 35.2. Исходные данные

Провода трехфазной ЛЭП радиусом  $R=20$  мм расположены в горизонтальной плоскости на расстоянии  $d = 4$  м друг от друга и на расстоянии  $h = 10$  м от поверхности земли (рис. 35.1).

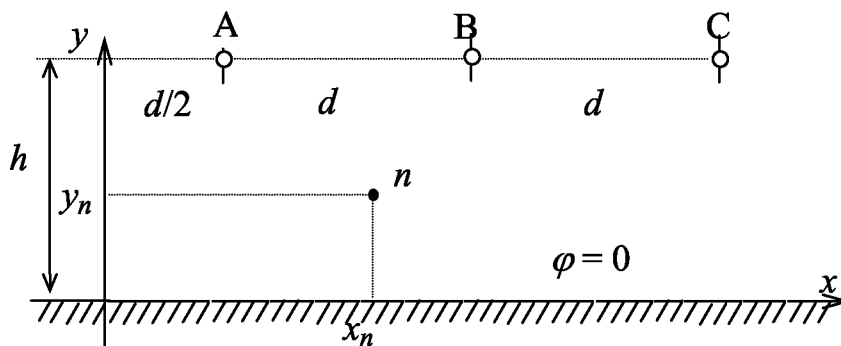


Рис. 35.1

К линии приложено номинальное напряжение  $U=220$  кВ, по проводам протекает ток  $I = 100$  А при угле сдвига фаз  $\varphi$ . Заданы координаты  $x_n, y_n$  расчетной точки  $n$  в пространстве и расчетный момент времени  $\omega t'$ . Заданы расчетные уровни высоты  $y_1$  и  $y_2$  для исследования закона изменения максимального значения вектора напряженности электрического поля  $E_{max}=f(x)$  в поперечном сечении линии. Исходные данные по вариантно приведены в табл. 35.1.

Т а б л и ц а 35.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi$ , °	30	-10	20	-30	40	-20	50	-40	10	0
$\omega t'$ , °	120	60	210	90	180	270	300	150	240	30
$x_n$ , м	1	5	7	4	8	10	9	6	3	2
$y_n$ , м	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$y_1$ , м	1,7	2,0	1,4	1,8	1,5	1,9	1,3	1,6	1,1	1,2
$y_2$ , м	9	8	7	8	9	7	9	7	8	9

## 35.3. Теоретические сведения

Электромагнитное поле в пространстве вокруг проводов ЛЭП описывается системой уравнений Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \bar{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \bar{E} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \bar{H} = 0 \\ \operatorname{div} \bar{E} = 0 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \bar{H}_m = j\omega\varepsilon_0 \bar{E}_m \\ \operatorname{rot} \bar{E} = -j\omega\mu_0 \bar{H}_m \\ \operatorname{div} \bar{H}_m = 0 \\ \operatorname{div} \bar{E}_m = 0 \end{array} \right.$$

Геометрические размеры линии в поперечном сечении ( $d, h, R$ ) неизмеримо малы по сравнению с длиной электромагнитной волны на промышленной частоте 50 Гц ( $\lambda_{50} = 6 \cdot 10^6$  м). Такое соотношение позволяет считать электромагнитные процессы в поперечном сечении ЛЭП квазистатическими, т.е. медленно изменяющимися, и применять к их расчету без существенного ущерба в точности известные уравнения электростатики и магнитостатики.

Расчет вектора напряженности электрического поля  $\bar{E}$  в произвольной точке  $n$  производится методом зеркальных отображений.

Сущность метода состоит в том, что поверхностные заряды «земли»  $\sigma_3$  заменяются осевыми зарядами  $-\tau_A, -\tau_B$ , и  $-\tau_C$  расположенными зеркально реальным зарядам проводов  $\tau_A, \tau_B$ , и  $\tau_C$  (рис. 35.3). В соответствии с теорией в таком случае сохраняются неизменными граничные условия ( $E_t = 0, \varphi = 0$ ) и, следовательно, электрическое поле в верхней части полупространства не нарушается.

Потенциалы проводов  $\varphi_A, \varphi_B$ , и  $\varphi_C$  равны соответствующим фазным напряжениям и изменяются во времени по синусоидальному закону со сдвигом на  $120^\circ$ . Для рассматриваемого момента времени  $\omega t'$  их мгновенные значения будут равны:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= U_m \cdot \sin \omega t, \\ \varphi_B &= U_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ), \\ \varphi_C &= U_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ); \end{aligned}$$

где  $U_m = \sqrt{2/3} \cdot U$  – амплитуда фазного напряжения.

Заряды проводов определяются из системы потенциальных уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_A = \alpha_{AA} \cdot \tau_A + \alpha_{AB} \cdot \tau_B + \alpha_{AC} \cdot \tau_C \\ \varphi_B = \alpha_{BA} \cdot \tau_A + \alpha_{BB} \cdot \tau_B + \alpha_{BC} \cdot \tau_C \\ \varphi_C = \alpha_{CA} \cdot \tau_A + \alpha_{CB} \cdot \tau_B + \alpha_{CC} \cdot \tau_C \end{cases}$$

где потенциальные коэффициенты  $\alpha$  выражаются через геометрические размеры (рис. 35.2):

$$\alpha_{AA} = \alpha_{BB} = \alpha_{CC} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2h}{R},$$

$$\alpha_{AB} = \alpha_{BC} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D_{AB}}{\alpha_{AB}},$$

Составляющие вектора напряженности электрического поля  $\bar{E}_A, \bar{E}_B, \bar{E}_C, \bar{E}'_A, \bar{E}'_B, \bar{E}'_C$ , возникающие от действия зарядов отдельных проводов, направляются по радиусу от провода ( $\tau > 0$ ) или к проводу ( $\tau < 0$ ) и определяются по формуле:

$$E = \tau / 2\pi\epsilon_0 r,$$

где  $r$  – расстояние от провода до расчетной точки.

Результирующий вектор напряженности электрического поля  $\bar{E}$  в расчетной точке  $n$  находится по принципу наложения как геометрическая сумма всех составляющих (рис. 35.2 а):

$$\bar{E} = \bar{E}_A + \bar{E}_B + \bar{E}_C + \bar{E}'_A + \bar{E}'_B + \bar{E}'_C$$

В трехфазной системе потенциалы проводов  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$  и связанные с ними заряды  $\tau_A, \tau_B, \tau_C$  изменяются во времени по синусоидальному закону со сдвигом на  $120^\circ$ . Создаваемый такими зарядами вектор напряженности электрического поля  $\bar{E}(\omega t, x, y)$  будет изменяться во времени и пространстве так, что за один период опишет в пространстве эллипсоидную фигуру (рис. 35.3 а), т.е. электрическое поле в произвольной точке является вращающимся в пространстве с угловой скоростью  $\omega$  и эллиптическим по форме.

Максимальное значение вектора напряженности электрического поля  $E_{max}$  соответствует большой полуоси эллипса. На формирование вектора  $E_{max}$  оказывают влияние все провода, поэтому его значение зависит от места расположения расчетной точки.

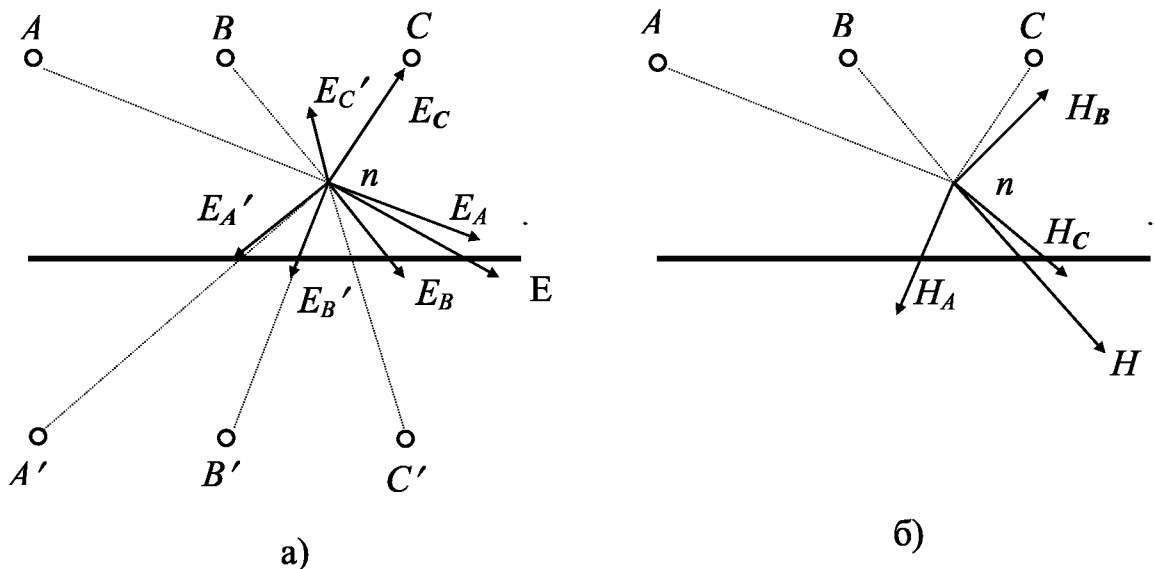


Рис. 35.2

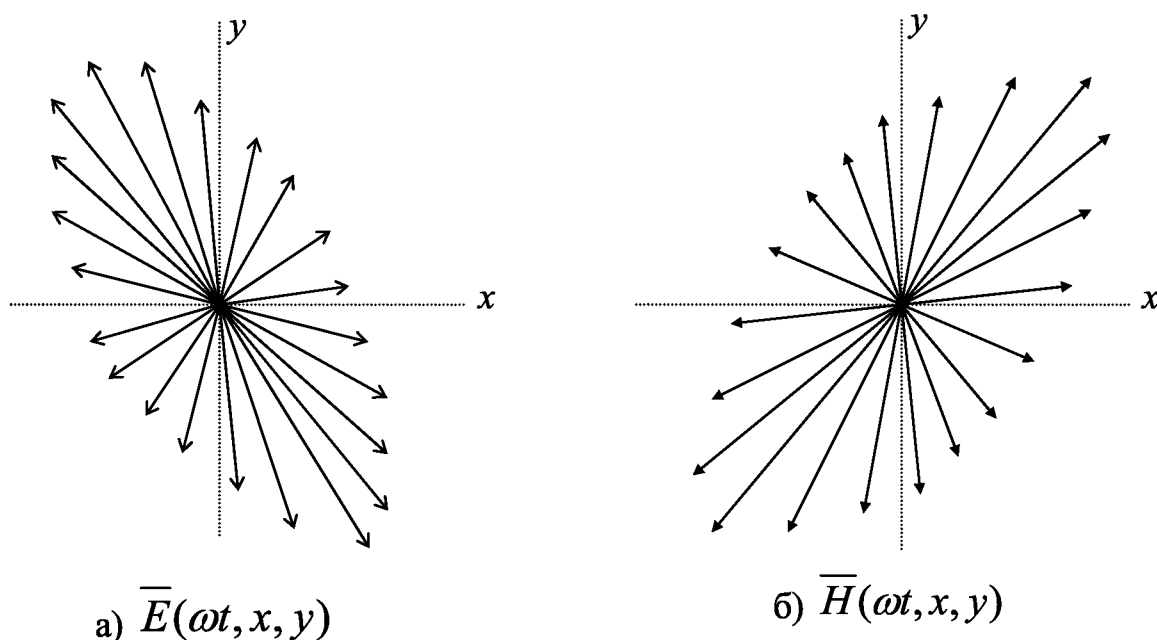


Рис. 35.3.

Магнитное поле вокруг проводов ЛЭП создается совместным действием токов фаз  $i_A$ ,  $i_B$  и  $i_C$ . Для расчетного момента времени  $\omega t'$  значения токов будут равны:

$$i_A = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi),$$

$$i_B = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi - 120^\circ),$$

$$i_C = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi + 120^\circ);$$

где  $I_m = \sqrt{2} \cdot I$  – амплитуда тока.

Составляющие вектора напряженности магнитного поля  $\bar{H}_A$ ,  $\bar{H}_B$ ,  $\bar{H}_C$ , возникающие от действия токов отдельных проводов, направляются по “правилу правоходового винта”, а их модули определяются по формуле

$$H = i / 2\pi r,$$

где  $r$  – расстояние от провода до расчетной точки.

Результирующий вектор напряженности магнитного поля  $\bar{H}$  в расчетной точке  $n$  находится по принципу наложения как геометрическая сумма всех составляющих (рис. 35.2 б):

$$\bar{H} = \bar{H}_A + \bar{H}_B + \bar{H}_C$$

Результирующий вектор напряженности магнитного поля  $\bar{H}(\omega t, x, y)$  будет изменяться во времени и пространстве так, что за один период опишет в пространстве эллипсовидную фигуру (рис. 35.3 б), т.е. магнитное

поле, так же как и электрическое, будет вращающимся в пространстве с угловой скоростью  $\omega$  и эллиптическим по форме.

Вектор Пойтинга, определяемый через вектора поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  по уравнению

$$\vec{P} = [\vec{E} \cdot \vec{H}],$$

характеризует передачу энергии электромагнитным полем в расчетной точке. Этот вектор имеет направление вдоль линии (по оси  $z$ ), его мгновенное значение может быть как положительным (энергия направлена от источника к приемнику), так и отрицательным (в некоторые моменты времени энергия может возвращаться источнику).

#### 35.4. Содержание работы

1. Определить параметры электромагнитного поля (вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и вектор Пойтинга  $\vec{P}$ ) в заданной точке  $n$  для 2-х моментов времени: 1)  $\omega t = 0$ , 2)  $\omega t = \omega t'$ . Расчеты выполнить на ЭВМ (программа «LB35»), результаты расчета внести в табл. 35.2.

2. Построить с помощью ЭВМ (программа «LB35») семейство векторных диаграмм вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}(\omega t, x, y)$  через интервал времени  $\Delta\omega t = 30^\circ$  за время одного периода. На диаграмме указать начальный вектор  $\vec{E}(0)$ , расчетный вектор  $\vec{E}(\omega t')$  и направление вращения электрического поля в пространстве.

Т а б л и ц а 35.2

Время	$E$ , В/м	$H$ , А/м	$P$ , Вт/м <sup>2</sup>
0			
$\omega t'$			

3. Построить с помощью ЭВМ (программа «LB35») семейство векторных диаграмм вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}(\omega t, x, y)$  через интервал времени  $\Delta\omega t = 30^\circ$  за время одного периода. На диаграмме указать начальный вектор  $\vec{H}(0)$ , расчетный вектор  $\vec{H}(\omega t')$  и направление вращения магнитного поля в пространстве.

4. Определить с помощью ЭВМ (программа «LB35») максимальные значения напряженности электрического поля  $E_{max}$  в расчетной точке  $n$  и на поверхности каждого из проводов фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Результаты расчетов внесите в табл. 35.3.

Т а б л и ц а 35.3

Точка	$n$	$A$	$B$	$C$
$E_{max}$				

5. Построить с помощью ЭВМ (программа «LB35») диаграммы функции максимальной напряженности электрического поля от координаты  $x$   $E_{max} = f(x)$  при  $y = \text{const}$  для двух расчетных значений  $y_1$  и  $y_2$ . Дать физическое объяснение полученным диаграммам.

6. Составить алгоритм расчета (последовательность вычислительных операций, начиная с исходных данных и кончая выходной величиной) вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  и его максимального значения  $E_{max}$ , вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и вектора Пойтинга  $\vec{P}$  в произвольной точке  $n$ .

### 35.5. Методические указания

1. При построении семейства векторных диаграмм  $\vec{E}(\omega t, x, y)$ , и  $\vec{H}(\omega t, x, y)$  ЭВМ сама выбирает масштабы для этих величин  $M_E$  и  $M_H$ . Диаграммы строятся в последовательном порядке, начальные векторы для  $\omega t = 0$  строятся первыми.

2. Для определения максимального значения напряженности электрического поля  $\vec{E}_{max}$  ЭВМ производит выборку из массива значений функции  $\vec{E}(\omega t, x, y)$ . Для определения  $E_{max}$  на поверхности провода введите в ЭВМ координаты точки, расположенной на поверхности провода.

3. При построении диаграммы функции  $E_{max} = f(x)$  при  $y = \text{const}$  ЭВМ сама выбирает масштабы для этих величины  $M_E$ . Функция  $E_{max} = f(x)$  будет иметь два абсолютных максимума, расположенных симметрично по обе стороны от оси линии.

4. Изучите теоретический материал по теме «Электромагнитное поле постоянного тока». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для определения вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и вектора Пойтинга  $\vec{P}$  расчетной точке  $n$  для заданного момента  $\omega t'$ .

Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 35.6. Содержание отчета

Отчет по настоящей лабораторной работе должен содержать:

1) титульный лист по стандартной форме;

- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) таблицы с результатами расчета векторов поля  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{P}$  и амплитудного значения вектора  $E_{max}$  ;
- 5) векторную диаграмму векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{P}$  в расчетной точке;
- 6) семейства векторных диаграмм  $\vec{E}(\omega t, x, y)$  и  $\vec{H}(\omega t, x, y)$  ;
- 7) диаграммы функции  $E_{max}=f(x)$  при  $y = \text{const}$  для двух значений  $y_1$  и  $y_2$ ;
- 8) алгоритмы расчета вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , магнитного поля  $\vec{H}$  и вектора Пойтинга  $\vec{P}$  в расчетной точке .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение электромагнитного поля. Запишите основные уравнения электромагнитного поля в дифференциальной и комплексной формах.
2. Почему для расчета электрического и магнитного полей ЛЭП на частоте 50 Гц можно применять уравнения электростатики и магнитостатики?
3. Как рассчитывается вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в произвольной точке пространства?
4. Как рассчитывается вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  в произвольной точке пространства?
5. В чем сущность метода зеркальных отображений? Почему этот метод применяется к расчету электрического поля и не применяется к расчету магнитного поля?
6. Как применяется принцип наложения при определении результирующих векторов поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ?
7. Что такое вектор Пойтинга  $\vec{P}$  и как он определяется?
8. Может ли быть мгновенное значение вектора Пойтинга отрицательным? Если Да, то что это значит физически?
9. Как изменяются вектора электромагнитного поля ЛЭП  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{P}$  во времени и пространстве?
10. Почему под крайними проводами ЛЭП максимальное значение напряженности электрического поля  $E_{max}$  больше, чем под средним проводом?

## Лабораторная работа №36

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРОВОДЕ

## 36.1. Цель работы

1. Исследование законов распределения векторов электрического и магнитного поля внутри провода при протекании по нему переменного тока.
2. Исследование влияния геометрических и физических параметров круглого провода на закон распределения плотности тока по его сечению.
3. Исследование влияния частоты тока на закон распределения плотности тока по сечению круглого провода и на его активное сопротивление.

## 36.2. Исходные данные

По круглому металлическому проводу радиусом  $r_0$  протекает переменный синусоидальный ток  $i(t) = I_m \cdot \sin \omega t$  с частотой  $f$  (рис. 36.1). Удельная проводимость металла –  $\gamma$ , относительная магнитная проницаемость –  $\mu$ . Исходные данные по вариантно приведены в табл. 36.1.

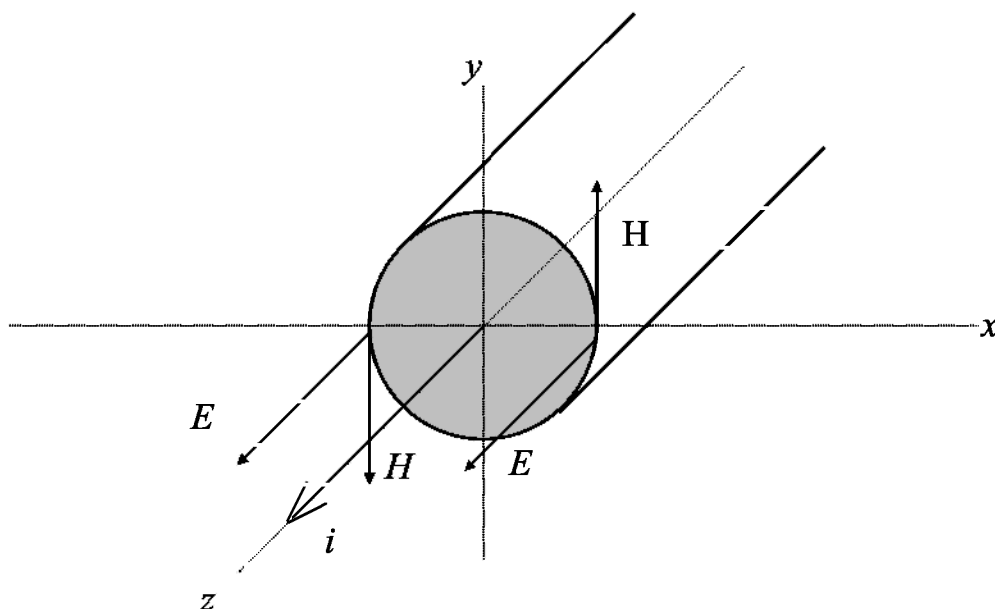


Рис. 36.1



Т а б л и ц а 36.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I$ , А	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
$f$ , Гц	200	250	300	350	400	450	500	50	600	650
$r_0$ , мм	7,0	6,5	6,0	5,5	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5
$\gamma$ , $\times 10^7$ См/м	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,6

### 36.3. Теоретические сведения

Электромагнитное поле в проводящей среде в общем случае описывается системой уравнений Максвелла в комплексной форме:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \underline{\underline{H}}_m = \underline{\underline{\delta}}_m \\ \operatorname{rot} \underline{\underline{E}}_m = j\omega\mu\mu_0 \underline{\underline{H}}_m \\ \underline{\underline{\delta}}_m = \gamma \underline{\underline{E}}_m \end{cases}$$

Если оси координат выбрать так, как показано на рис. 36.1, т.е. ось  $z$  совместить с осью провода и положительным направлением тока, то вектор напряженности электрического  $\underline{\underline{E}}$  будет направлен по оси  $z$  (совпадать с током) согласно закону Ома  $\underline{\underline{\delta}} = \gamma \underline{\underline{E}}$ , а вектор напряженности магнитного поля  $\underline{\underline{H}}$  будет направлен нормально к радиусу по правилу "правоходового" винта.

В цилиндрической системе координат те же уравнения примут вид:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \underline{\underline{H}}_m) = \gamma \underline{\underline{E}}_m \\ \frac{d \underline{\underline{E}}_m}{dr} = j\omega\mu\mu_0 \underline{\underline{H}}_m \end{cases}$$

Совместное решение этой системы уравнений относительно комплексных переменных  $\underline{\underline{E}}_m$  и  $\underline{\underline{H}}_m$  дает следующий результат:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \underline{\underline{E}}_m}{d(qr)^2} + \frac{1}{qr} \frac{d \underline{\underline{E}}_m}{d(qr)} + \underline{\underline{E}}_m; \\ \frac{d^2 \underline{\underline{H}}_m}{d(qr)^2} + \frac{1}{qr} \frac{d \underline{\underline{H}}_m}{d(qr)} + \left(1 + \frac{1}{q^2 r^2}\right) \underline{\underline{H}}_m = 0, \end{aligned}$$

$$\text{где } q = \sqrt{-j\omega\mu\mu_0\gamma} = \sqrt{\omega\mu\mu_0\gamma} \cdot e^{-j45^\circ} = k - jk, \quad k = \sqrt{\frac{1}{2}\omega\mu\mu_0\gamma}.$$

Уравнение для переменной  $\underline{E}_m$  представляет собой уравнение Бесселя нулевого порядка при  $n = 0$ , уравнение для переменной  $\underline{H}_m$  – уравнение Бесселя первого порядка при  $n = 1$ . Решения этих уравнений известны из математики. Окончательные решения для векторов поля получают вид:

$$\underline{E}_m(r) = \frac{qI_m}{2\pi\gamma r_0} \cdot \frac{J_0(qr)}{J_1(qr_0)}; \quad ;$$

$$\underline{H}_m(r) = \frac{I_m}{2\pi r_0} \cdot \frac{J_1(qr)}{J_1(qr_0)}.$$

где  $J_0(qr) = B_0 \cdot e^{j\beta_0}$ ,  $J_1(qr) = B_1 \cdot e^{j\beta_1}$  – функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядка от комплексного аргумента  $qr$  сами являются комплексными числами.

Общий вид функции Бесселя  $n$ -го порядка выражается бесконечным рядом

$$\tau_{n(x)} = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2}}{1 \cdot (n+1)!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n+4}}{2! \cdot (n+2)!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n+6}}{3! \cdot (n+3)!} + \dots$$

Значения функций Бесселя приводятся в математических справочниках в виде таблиц или диаграмм.

Анализ решения для вектора напряженности электрического поля  $\underline{E}_m$  и соответственно для вектора плотности тока  $\bar{\delta} = \gamma \bar{E}$  показывает, что переменный ток по сечению цилиндрического провода распределяется неравномерно: его плотность  $\delta$  возрастает по направлению от центра к поверхности примерно по экспоненциальному закону. Эта неравномерность выражена тем больше, чем больше число  $k$  и радиус провода  $r_0$  (рис. 36.2).

Явление возрастания плотности тока от центра к поверхности провода получило название поверхностного эффекта. Поверхностный эффект возрастает с ростом частоты  $f$ , магнитной проницаемости  $\mu$ , удельной проводимости  $\gamma$ . В технике сильных токов (на частоте 50 Гц) это явление сказывается незначительно в медных и алюминиевых проводах, и в сильной степени – в стальных ( $\mu \gg 1$ ) проводах любого сечения.

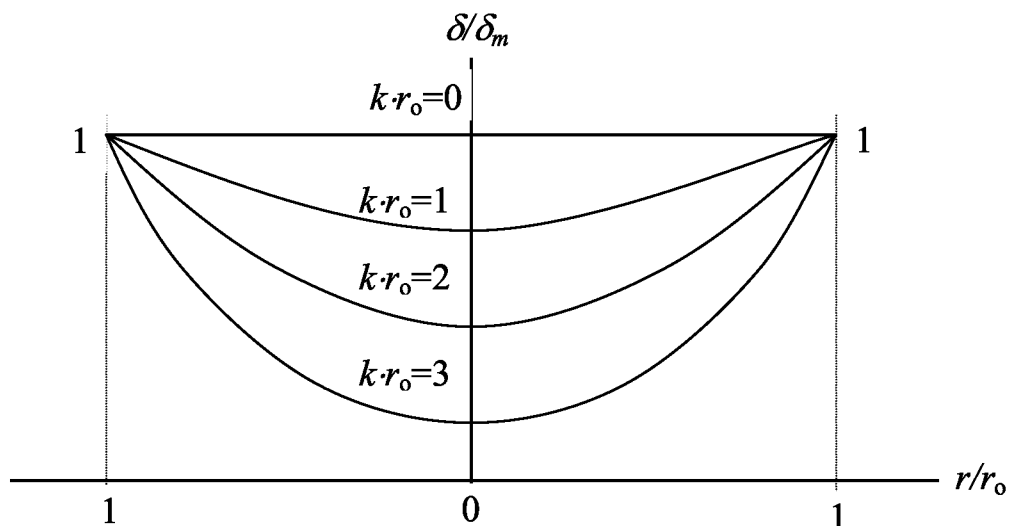


Рис. 36.2

На расстоянии  $\Delta = 1/k$  от поверхности провода плотность тока убывает в  $e$  раз, это расстояние называют глубиной проникновения поля:

$$\Delta = 1/k = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \mu_0 \gamma}} .$$

Как известно, сопротивление проводника постоянному току (омическое сопротивление) определяется по формуле:

$$R_0 = \frac{1}{\pi r_0^2 \gamma} [\text{Ом/м}].$$

Внутреннее комплексное сопротивление того же проводника переменному току с учетом поверхностного эффекта может быть выражено через параметры поля:

$$\underline{Z} = R + jX = \frac{q}{2\pi r_0 \gamma} \cdot \frac{J_0(qr_0)}{J_1(qr_0)} .$$

Практический интерес представляет отношение активного сопротивления провода к омическому  $R / R_0$ , количественно характеризующее поверхностный эффект в проводе. Расчеты показывают, что на промышленной частоте 50 Гц увеличение активного сопротивления  $R / R_0$  незначительно для медных и алюминиевых проводов ( $\mu = 1$ ) и существенно для стальных проводов ( $\mu \gg 1$ ). С ростом частоты  $f$  вследствие усиления поверхностного эффекта происходит увеличение активного сопротивления провода ( $R / R_0 > 1$ ).

## 36.4. Содержание задания

1. Для провода с заданными параметрами определить с помощью ЭВМ (программа LB36) комплексные амплитуды векторов напряженности электрического поля  $\underline{E}_m = E_m e^{j\psi_1}$  и магнитного поля  $\underline{H}_m = H_m e^{j\psi_2}$  в точках, расположенных на расстоянии  $r = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 \cdot r_0$  от центра провода. Результаты расчета внесите в табл. 36.2.

Т а б л и ц а 36.2

$r$ , мм					
$E_m$ , В/м					
$\psi_1$ , °					
$H_m$ , А/м					
$\psi_2$ , °					

2. По результатам расчетов п. 1 построить в выбранных масштабах диаграммы функций  $E_m = f(r)$ ,  $\psi_1 = f(r)$ ,  $H_m = f(r)$ ,  $\psi_2 = f(r)$ .

3. Исследовать зависимость распределения тока по сечению провода с заданными параметрами ( $\mu=1$ ,  $\gamma$ ) на различных частотах. С помощью ЭВМ (программа LB36) построить семейство графических диаграмм зависимости от относительной плотности тока в функции от радиуса  $\delta_r / \delta_m = f(r/r_0)$  на различных частотах: 50 Гц,  $f$ , 10  $f$ , 100  $f$ .

4. Исследовать зависимость распределения тока по сечению стального провода с заданными параметрами ( $\mu=100$ ,  $\gamma = 1 \cdot 10^7$  См/м) на различных частотах. С помощью ЭВМ (программа LB36) построить семейство графических диаграмм зависимости от относительной плотности тока в функции от радиуса  $\delta_r / \delta_m = f(r/r_0)$  на различных частотах: 20 Гц, 50 Гц, 100 Гц, 200 Гц, 500 Гц, 1000 Гц.

5. Исследовать зависимость активного сопротивления провода  $R$  от частоты тока  $f$ . Построить с помощью ЭВМ (программа LB36) диаграммы функции  $R/R_0 = F_1(f)$  для заданного провода ( $\mu=1$ ,  $\gamma$ ), и  $R/R_0 = F_2(f)$  для стального ( $\mu=100$ ,  $\gamma = 1 \cdot 10^7$  См/м), где  $R_0$  – сопротивление провода постоянному току. По диаграммам определите относительное увеличение активного сопротивления  $R/R_0$  заданного и стального проводов для двух частот – 50 Гц и 1000 Гц.

6. Составить алгоритмы расчета (последовательность вычислений) комплексных амплитуд векторов электромагнитного поля  $\underline{E}_m$  и  $\underline{H}_m$  в произвольной точке, а также относительного значения активного сопротивлений  $R/R_0$  для цилиндрического проводника с переменным током.

### 36.5. Методические указания

1. Для определения комплексных значений векторов электрического поля  $\underline{E}_m = E_m e^{j\psi_1}$  и магнитного поля  $\underline{H}_m = H_m e^{j\psi_2}$  в заданных точках в ЭВМ вводятся исходные данные задачи и поочередно координаты расчетных точек.

2. Графические диаграммы функций  $E_m = f(r)$  и  $\psi_1 = f(r)$ ,  $H_m = f(r)$  и  $\psi_2 = f(r)$  рекомендуется совместить попарно на двух рисунках. Масштабы для  $E$  и  $H$  выберите исходя из максимальных значений этих функций при  $r=r_0$  (табл. 36.2).

3. Диаграммы функций  $\delta_r / \delta_m = f(r/r_0)$  строятся последовательно для заданных частот. Так как значение плотности тока на поверхности провода максимально, то функция  $\delta_r / \delta_m = f(r/r_0)$  будет изменяться в диапазоне значений от 1 на поверхности провода до минимального значения в его центре.

4. Диаграммы функций  $R/R_0 = F(f)$  и строятся в логарифмическом масштабе по оси  $f$ .

5. Изучите теоретический материал по теме «Электромагнитное поле в круглом проводе». Выпишите расчетные формулы, которые необходимо использовать для аналитического определения комплексных амплитуд векторов поля  $\underline{E}_m$  и  $\underline{H}_m$  в произвольной точке, а также для определения относительного значения активного и реактивного сопротивлений  $R/R_0$ . Совокупность расчетных формул с краткими пояснениями к ним составит алгоритм решения задачи.

### 36.6. Содержание отчета

Отчет по настоящей лабораторной работе должен содержать:

- 1) титульный лист стандартной формы;
- 2) цель работы;
- 3) исходные данные задания;
- 4) таблицу результатов расчета комплексных амплитуд напряженности электрического и магнитных полей;
- 5) диаграммы функций  $E_m = f(r)$ ,  $\psi_1 = f(r)$ ,  $H_m = f(r)$ ,  $\psi_2 = f(r)$ ;
- 6) семейство диаграмм функции  $\delta_r / \delta_m = f(r/r_0)$  для различных частот;
- 7) диаграммы функций  $R / R_0 = F_1(f)$  и  $R / R_0 = F_2(f)$ ;
- 8) алгоритм расчета комплексных амплитуд  $\underline{E}_m$  и  $\underline{H}_m$  и относительных значений сопротивлений  $R / R_0$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение переменного электромагнитного поля. Запишите основные уравнения электродинамики.
2. Как направлены векторы напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и магнитного поля  $\vec{H}$  в цилиндрическом проводе?
3. Как рассчитать комплексные амплитуды векторов напряженности электрического поля  $\underline{E}_m$  и магнитного поля  $\underline{H}_m$  в цилиндрическом проводе?
4. Может ли электрический ток в разных точках сечения круглого провода в некоторые моменты времени протекать в противоположных направлениях?
5. Что такое поверхностный эффект? Какова его природа? В чем он проявляется?
6. В чем различие между активным  $R$  и омическим  $R_0$  сопротивлениями провода?
7. Влияет ли радиус провода  $r$  на отношение активного сопротивления к омическому  $R / R_0$  ?

### Л и т е р а т у р а

1. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.1. Л.: Энергоиздат, 1981.-536с.
2. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.2.-Л.: Энергоиздат, 1981.-416с.
3. Теоретические основы электротехники. Т1. Под ред. П.А.Ионкина. М.: Высшая школа, 1976.-544с.
4. Теоретические основы электротехники. Т2. Под ред. П.А.Ионкина. М.: Высшая школа, 1976.-383с.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Ч.1.-М.: Высшая школа, 1994.-560с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. Ч.2.-М.: Высшая школа, 1995.-263с.
7. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей.-М. Энергоатомиздат, 1989.-528с.
8. Мазуренко А. А. Курс лекций по ТОЭ ч.2 (36 лекций). Каталог MAZDOC, ЛК2-1, ..., ЛК2-36.

## С о д е р ж а н и е

Правила техники безопасности и правила работы в лабораториях .....	3
Порядок выполнения лабораторных работ .....	4
Лабораторная работа № 15. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЫХ ЦЕПЕЙ НЕ- СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	6
Лабораторная работа № 16. ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	10
Лабораторная работа №17. ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО ЧЕТЫ- РЕХПОЛЮСНИКА.....	16
Лабораторная работа № 18. ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНИИ С РАСПРЕДЕ- ЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ .....	21
Лабораторная работа № 20. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРО- ЦЕССОВ В ЦЕПИ R, L.....	26
Лабораторная работа № 21. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРО- ЦЕССОВ В ЦЕПИ R, C.....	31
Лабораторная работа № 22. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРО- ЦЕССОВ В ЦЕПИ R, L, C.....	35
Лабораторная работа № 23. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....	41
Лабораторная работа № 24. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СИНУСОИД.....	46
Лабораторная работа № 25. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯ- ЖЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.....	53
Лабораторная работа № 26. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА ТОКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.....	62
Лабораторная работа № 27. ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ НЕ- ЛИНЕЙНОЙ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ.....	71
Лабораторная работа №28. ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМ КРИВЫХ НА- ПРЯЖЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.....	78
Лабораторная работа №31. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕ- СКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ.....	84
Лабораторная работа №32. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАЗЕМЛИТЕЛЯ.....	91
Лабораторная работа №33. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАЗЕМЛЕНИЯ.....	98
Лабораторная работа №34. ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАТУШКИ.....	106
Лабораторная работа №35. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ....	112
Лабораторная работа №36. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТ- НОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРОВОДЕ.....	120
Л и т е р а т у р а.....	126