

## АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТИ МЁБИУСА

Студент гр.11303114 Шавейко А.А.

Руководитель Гундина М.А.

Белорусский национальный технический университет

Лист Мёбиуса является односторонней неориентируемой поверхностью. Рассмотрим параметрические уравнения, задающие Лист Мёбиуса  $x = (R + s \cdot \cos(\frac{1}{2}t)) \cos(t)$ ,  $y = (R + s \cdot \cos(\frac{1}{2}t)) \sin(t)$ ,  $z = s \cdot \sin(\frac{1}{2}t)$ .

В касательной плоскости существуют два перпендикулярных направления такие, что нормальную кривизну в произвольном направлении можно представить с помощью формулы Эйлера:  $k_t = k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \sin^2 \alpha$ , где  $k_1, k_2$  -- нормальные кривизны. Величина  $H = k_1 + k_2$  называется средней кривизной поверхности.

$$H = \frac{2(2(R^2 + s^2) + 4Rs \cos(\frac{1}{2}t) + s^2 \cos(t)) \sin(\frac{1}{2}t)}{(4R^2 + 3s^2 + 2s(4R \cos(\frac{1}{2}t) + s \cos(t)))^2}$$

Величина  $K = k_1 \cdot k_2$  называется гауссовой кривизной. Гауссова кривизна -- мера искривления поверхности в окрестности какой-либо ее точки.

$$K = \frac{-4R^2}{(2R^2 + 3s^2 + 2s(4R \cos(\frac{1}{2}t) + s \cos(t)))^2}$$

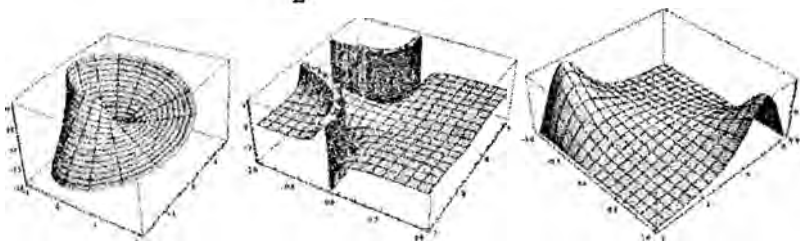


Рис.1 Лист Мёбиуса, поверхности значений гауссовой и средней кривизны в зависимости от ширины листа и угла

### Литература

1. Mobius Strip [Электронный ресурс]: <http://mathworld.wolfram.com/MoebiusStrip.html>.