УДК 517.85

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ, БИОЛОГИЧЕСКИХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ МОДЕЛИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА И ЕЕ МОДИФИКАЦИЙ

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MODELING OF CONTROL SYSTEMS IN THE PHYSICO-CHEMICAL, BIOLOGICAL AND ENVIRONMENTAL PROCESSES BY APPLYING THE MODEL LOTKA-VOLTERRA AND ITS MODIFICATIONS

Вакульчик В.С.

доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, Полоцкий государственный университет, г. Новополоцк, Беларусь,

vaculchik@tut.by

Капусто А.В.

доцент, кандидат физико-математических наук, заведующая кафедрой «Высшая математика №3», Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь,

kapusto@tut.by

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы методики обучения моделированию систем управления в физико-химических, биологических и экологических процессах с применением модели Лотки – Вольтерра и ее модификаций. Выявлены и указаны дидактические возможности ее использования.

Summary. In the article the questions of methodology of teaching modeling of control systems in the physico-chemical, biological and environmental processes by applying the model Lotka - Volterra and its modifications. Identified and provided didactic possibilities of its use.

Ключевые слова: модель Лотки-Вольтерра, математическое моделирование.

Keywords: model Lotka -Volterra, mathematical modeling.

Понятие «математическое моделирование» настолько прочно заняло свои позиции в большинстве технических, естественно-научных, экономических и социологических исследований, что практически все научные изыскания содержат разработку или исследование соответствующей математической модели. Вследствие этого обучение математическому моделированию в процессе изучения курса «Математика» становится необходимостью при формировании и осуществлении подготовки будущих инженеров, специалистов в области физики, химии, биологии, экологии, социологии, экономики. Приведем слова известного математика А.А. Самарского: «Студента на вузовской скамье нужно обучать построению математических моделей своей науки. Именно таким путем математика должна прочно войти в его профессиональную деятельность». К свойствам и характерным особенностям математических моделей относят: краткость и строгость; наличие готового аппарата действий, которые можно производить над математической моделью; универсальность; наличие широкого спектра программного обеспечения компьютерной алгебры, позволяющего производить ряд операций исследования математической модели в автоматическом режиме.

Решение задачи управления системой посредством математического моделирования базируется на построении и анализе соответствующей модели. Причем важную роль имеют все этапы моделирования от постановки задачи и определения параметров моделирования до оценки адекватности и доработки модели. Высокий потенциал классической модели Лотки-Вольтерра взаимодействия двух популяций для демонстрации методики описания зависимостей, связей и свойств объектов с помощью математических структур и математического моделирования обусловлен ее широким применением при моделировании социальных процессов, описании поведения конкурирующих фирм, роста народонаселения, изменения экологической обстановки, развития науки и т.п. Представляемая модель описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = (a - by)x, \\ y' = (-c + dx)y, \end{cases}$$

где x – численность популяции жертв, y – численность популяции хищников, a – скорость размножения жертв, b – вероятность того, что при встрече с хищником жертва будет съедена, c – скорость смертности хищников при отсутствии жертв, d – коэффициент прироста хищников за счет поедания жертв; $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$. Заметим, что первоначальная модель этой задачи, предложенная американским ученым А.Дж. Лотка, описывала кинетику химических цепных реакций. Впоследствии появились, как дополнения и модификации модели, описывающие взаимодействие двух популяций с учетом внутривидовой конкуренции; закон конкурентного исключения, отношение мутуализма. Модель Лотки–Вольтерра имеет многоплановые методические возможности для обучения студентов математическому моделированию реальных процессов [1]. Модификации модели имеют приложения в различных сферах деятельности человека: математическая модель взаимодействия окружения с загрязняющей средой, математическая модель очистки сточных вод, математическая модель воздействия на растущую опухоль [2, с.141 – 154], модель сотрудничества и конкуренции [3, с.239].

Кроме того, модель Лотки-Вольтерра является эффективным методологическим средством при изложении студентам основ качественной теории дифференциальных уравнений. Введение общих понятий: фазовой плоскости, фазовых кривых, особых точек и их типов, а также порядка определения и анализа состояний равновесия для динамических систем первого порядка из двух дифференциальных уравнений, наглядно иллюстрируется примером модели Лотки–Вольтерра. Точку равновесия системы сначала можно определить для общего вида системы дифференциальных уравнений, а затем – для конкретных наборов параметров. Привлечение программного обеспечения (в данном случае можно ограничиться Microsoft Excel) позволяет не только получить графическое представление кривых $x(t)$ и $y(t)$, но и построить фазовые траектории, отследить влияние изменения начальных данных и параметров модели на решения исходной задачи. На рис. 1 приведена динамика изменения численности популяций при значениях $a = 0{,}1$, $b = 0{,}01$, $c = 0{,}05$, $d = 0{,}001$, начальном числе хищников равном 25 и жертв – 100, на рис. 2. – фазовая кривая.

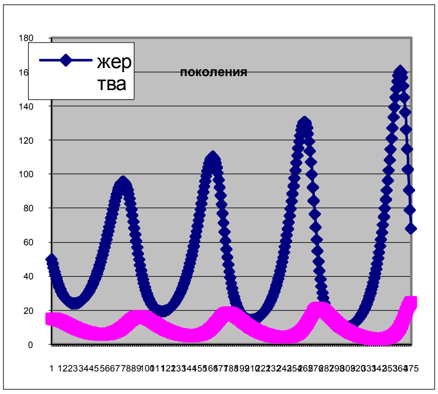

Рис 1.

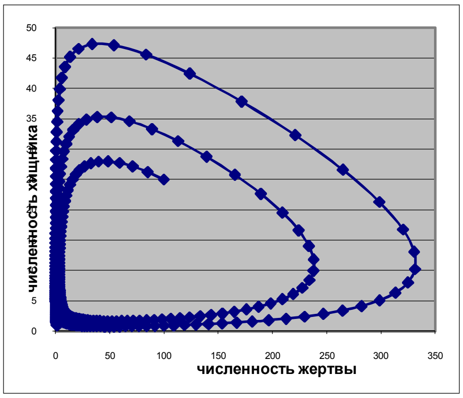

Рис. 2.

В заключение отметим, что организация познавательной деятельности студентов при обучении математическому моделированию предполагает: изучение и анализ проблемы практического содержания, анализ опытных данных; выдвижение возможных гипотез решения данной проблемы и поиск способов их теоретического обоснования или опровержения; подбор соответствующего математического аппарата для описания изучаемого процесса или явления, реализация модели с использованием компьютерной алгебры; проверка адекватности модели; выводы и теоретическое осмысление полученных результатов.

Список литературы

1. Вакульчик В.С., Капусто А.В., Вакульчик А.А. Прикладные и методические аспекты изучения дифференциальных уравнений студентами технических специальностей. // Академический журнал Западной Сибири (Academic Journal of West Siberia), №6 (55). Т.10. – 2014. – С. 83–84.

2. Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии // М: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 400 с.

3. Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов: Учеб. пособие. М.: Логос, 1988. 279 с.