

## ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТИ МЫШЕЧНОГО СОКРАЩЕНИЯ ОТ УСИЛИЯ НАГРУЗКИ

Студент гр.113815 А.А. Радкевич,  
канд. физ.-мат. наук, доцент Ю.А. Бумай

*Белорусский национальный технический университет*

Целью данной работы являлся вывод зависимости скорости активно-го сокращения мышц от усилия нагрузки, используя известный на данной момент в физиологии механизм мышечного сокращения – модель сколь-зящих нитей.

Мышечное волокно состоит из параллельно расположенных мио-фибрилл из актиновых и миозиновых нитей. Актиновые нити крепятся к поперечному Z-диску. Структура между двумя соседними Z-дисками яв-ляется элементарной сократительной структурой клетки и называется саркомер. Миофибрилла представляет собой цепочку ~1000–2000 сарко-меров. При сокращении мышцы происходит скольжение центральных миозиновых относительно актиновых нитей без изменения длины. При этом длина саркомера уменьшается. Скольжение нитей друг относительно друга происходит с участием особых выступов миозиновых нитей – попе-речных мостиков, которые прикрепляются к актиновым нитям в особых местах – центрах прикрепления. Основным моментом для прикрепления головок мостика к тонким нитям является присутствие ионов  $Ca^{2+}$ , кото-рые активизируют места присоединения головок мостика. После прикре-пления головки мостика к нити происходит расщепление молекулы АТФ, в результате чего происходит перестройка мостика таким образом, чтобы его головка повернулась в сторону центра саркомера. В этом случае сила саркомера так же направлена к центру саркомера. За счет этого создается усилие. После окончания активации мостика он размыкается и отходит от актиновой нити. Перед тем как он отсоединяется, он некоторое время созда-ёт тормозящую силу.

Рассмотрим модель мышечного сокращения на примере одной мио-фибриллы. Запишем длину миофибриллы как  $L = N_c \cdot L_c$ , где  $N_c$  – число саркомеров в миофибрилле,  $L_c$  – длина саркомера. Тогда скорость сокра-щения миофибриллы можно записать следующим образом:

$$V = 2N_c V_c, \quad (1)$$

где  $V_c$  – относительная скорость движения актиновых нитей относительно миозиновых.

Учтем, что мостики в миофибрилле могут быть в трех состояниях – разомкнутые, тянущие, тормозящие. Возможны только следующие циклические переходы – разомкнутый мостик с темпом (количество переходов в единицу времени)  $K_1$  в тянущий, далее с темпом  $V_c/\delta$  в тормозящий, далее с темпом  $K_2$  в разомкнутый. Здесь  $\delta$  – длина зоны, где мостик развивает тянущую силу, а  $\delta/V_c$  – время через которое мостик перестает быть тянущим, т.е. становится тормозящим.

Сила  $F$ , развиваемая миофибриллой равна:

$$F = f N_{\text{тян}} - f N_{\text{мор}}, \quad (2)$$

где  $f$  – сила, развиваемая отдельным мостиком,  $N_{\text{тян}}$ ,  $N_{\text{мор}}$  – количество тянущих и тормозящих мостиков в миофибрилле, соответственно.

Скорость изменения числа тянущих мостиков:

$$\frac{dN_{\text{тян}}}{dt} = K_1 [N - N_{\text{тян}} - N_{\text{мор}}] - \frac{V_c}{\delta} N_{\text{тян}}, \quad (3)$$

где  $N$  – общее число мостиков, способных замыкаться.

Скорость изменения числа тормозящих мостиков:

$$\frac{dN_{\text{мор}}}{dt} = \frac{V_c}{\delta} N_{\text{тян}} - K_2 N_{\text{мор}}. \quad (4)$$

Используя второй закон Ньютона, найдем скорость изменения скорости  $dV_c/dt$  (т.е. ускорение) скольжения миозиновых нитей относительно актиновых. Пусть  $P$  – сила, действующая на миофибриллу, поднимающую груз массой  $m$  (назовем ее нагрузкой). Тогда с учетом (2) второй закон Ньютона для миофибриллы запишем в виде:

$$2N_c m \frac{dV_c}{dt} = f(N_{\text{тян}} - N_{\text{мор}}) - P. \quad (5)$$

Решим систему уравнений (3) – (5) относительно неизвестных  $N_{\text{тян}}$ ,  $N_{\text{мор}}$ ,  $V_c$  для стационарного случая, то есть когда  $dN_{\text{тян}}/dt$ ,  $dN_{\text{мор}}/dt$ ,  $dV_c/dt = 0$ .

Для скорости сокращения саркомера  $V_c$  получим выражение

$$V_c = \frac{K_1 K_2 \delta}{K_1 + K_2} \frac{[f N - P]}{P + \left[ \frac{K_1}{K_1 + K_2} f N \right]}. \quad (6)$$

Для скорости сокращения миофибриллы, учитывая выражение (1) и вводя обозначения  $P_o = fN$ ,  $a = K_1 f N / (K_1 + K_2)$ ,  $b = 2N_c \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \delta / (K_1 + K_2)$ , получим

$$V = b \frac{P_0 - P}{P + a}, \quad (7)$$

Уравнение (7) имеет тот же вид, что и полученное экспериментально уравнение Хилла для зависимости скорости сокращения мышцы от нагрузки при подаче на мышцу стимула. Здесь  $V$  – скорость сокращения мышцы,  $P_0$  – максимальная нагрузка приложенная к мышце, при которой она уже не способна сокращаться,  $b$  – константа, имеющая размерность скорости,  $a$  – константа, имеющая размерность силы. Физический смысл этих констант виден из рассмотренных выше уравнений. Таким образом, в работе на основе модели скользящих нитей выведена зависимость Хилла.