

## МЕХАНИКА БЛОЧНОГО ЛУКА. Ч2. ЛУК КАК КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА. НАГРУЖЕНИЕ ЛУКА

К.В.Доброго

*Статья посвящена рассмотрению блочного лука как механической системы, обсуждению некоторых аспектов «идеального» выстрела с точки зрения физики.*

*В первой части рассматривался вопрос геометрии траектории толчка стрелы как важного фактора стабильности и точности выстрела.*

*Во второй части дается представление о луке как о колебательной системе. Изучается возможность предотвращения нежелательных вибраций и раскачивания лука при прицеливании и производстве выстрела за счет оптимального нагружения лука и демпфирования колебаний. Делаются необходимые численные оценки, даются рекомендации по нагружению лука.*

*Статья носит научно-популярный характер и адресована любителям лучного спорта, желающим углубить понимание механических процессов, происходящих в луке и их влияние на качество стрельбы. Более опытные стрелки могут найти научные основания для совершенствования техники стрельбы и технического улучшения лука.*

### Введение

В статье ставится задача рассмотреть механику блочного лука с точки зрения факторов, способствующих (или препятствующих) точности и стабильности выстрела. (Стабильность понимается в смысле минимального разброса точек попадания при постоянных условиях стрельбы). При этом вопросы, связанные с техникой исполнения выстрела или подготовкой спортсменов (человеческий фактор) не затрагиваются.

В первой части [1] рассмотрен вопрос геометрии траектории толчка стрелы как важнейшего фактора, определяющего параметры вылета стрелы, а следовательно, стабильность и точность выстрела.

Не менее важной задачей является обеспечение качественного прицеливания. Данная задача, очевидно, имеет человеческий и технический аспекты. С некоторой долей упрощения полагаем, что главной причиной, препятствующей быстрому и точному прицеливанию, является физиологический тремор опорной руки. Рука удерживающая тетиву практически не дрожит из-за удобного положения и упора о голову. (В системе существуют и другие источники колебательно-го возбуждения, – толчки блоков и модулей при

натяжении и спуске тетивы, удары стрелы о направляющие элементы, действующие при взводе лука и спуске тетивы, а также гидродинамическое возбуждение при сильном ветре.) Вибрации не только мешают прицеливанию, но и влияют на направление вылета стрелы и ее изгибные возмущения при выстреле.

Высокая скорость и амплитуда вибраций лука (соответственно и пина в окне прицеливания) приводит к двум негативным эффектам: 1 – стрелок физиологически не в состоянии скоординировать момент лучшего положения прицела и спуск тетивы, 2 – выстрел производится почти всегда с движущейся полочки. Чтобы повысить качество прицеливания необходимо замедлить движения лука. Путь решения этой проблемы, точнее ее технического аспекта – нагружение лука и демпфирование колебаний. Соответствующий анализ проводится в статье в рамках общей механики [2,3].

Полное моделирование лука как механической колебательной системы чрезвычайно сложно. Поэтому в данной статье оцениваются основные свойства модельной колебательной системы, делаются несложные расчеты и количественные оценки, на основании которых даются рекомендации по нагружению лука. Более опытные

стрелки могут найти сведения для совершенствования техники стрельбы и технического улучшения лука.

### Механическая стабилизация лука

Инерция – свойство массивных тел сохранять состояние покоя (или прямолинейного равномерного движения) при отсутствии внешних сил. Также массивные тела стремятся сохранить момент количества движения, т.е. отсутствие вращения или равномерное вращение относительно центра масс или какой-либо оси.

Центр масс определяется как усредненная сумма произведений радиус-векторов и масс элементов всего объема объекта  $\vec{r}_C = \frac{\sum_i \vec{r}_i m_i}{\sum_i m_i}$ .

Центр масс плоского объекта соответствует точке за которую его можно устойчиво подвесить в горизонтальной плоскости, рис. 1. Центр масс объемного объекта можно найти вывешиванием его за разные точки и находя пересечение продолжений линий подвеса, рис.1.

Момент инерции – аналог массы для вращательного движения – определяется относительно какой-либо оси. Он равен сумме «собственного» момента относительно центра масс и произведения массы на расстояние от оси до центра масс  $I_A = I_0 + m\xi^2$  (теорема Гюйгенса -Штейнера). Поэтому удаление груза от центра масс лука на длинной штанге приводит к существенному увеличению момента инерции. Если считать лук концентрированной массой  $m_0$ , а массу груза стабилизатора –  $m'$  длину штанги стабилизатора –  $L_S$ , то расстояние от лука до центра масс системы лук – груз –  $\xi = L_S \frac{m'}{m}$ .

Дрожание руки примерно одинаково в горизонтальном и вертикальном направлениях и может быть представлено как сумма регулярной (периодической) и случайной составляющей или последовательность периодических и хаотических импульсов, приложенных к точке опоры

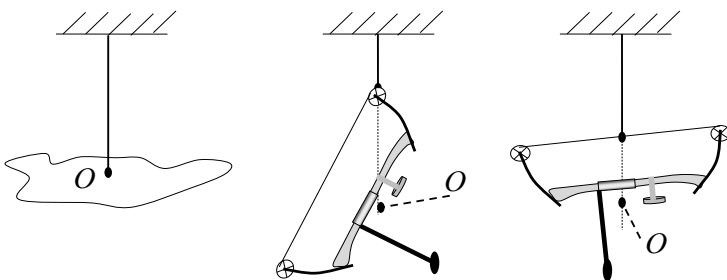


Рис. 1. Центр масс плоского и объемного объекта.  
O – точка центра масс

лука. Поскольку приращение скорости равно импульсу деленному на массу  $\Delta v = \Delta p/m$ , то увеличение массы лука приведет к уменьшению скорости и амплитуды его движения. Однако прицеливание с отягощенным луком требует большего усилия мышц, а с усталостью мышц быстро возрастает амплитуда (усилие) дрожания. Поэтому повышать загрузку лука целесообразно только вместе с улучшением физической подготовки спортсмена.

С точки зрения интересующих нас задач, лук характеризуется тремя параметрами: массой  $m$ , моментом инерции относительно центра масс  $I_0$  и положением центра масс O относительно точки опоры A. В первом приближении лучшее замедление лука даст такое нагружение, при котором центр масс будет совпадать с точкой опоры A поскольку при этом будут замедлены все плоские движения, а вращательные движения не будут возникать. Для лука в отпущенном состоянии – это очевидно. В натянутом состоянии лук упруго связан с точкой B, и представляет из себя сложную колебательную систему, в которой поперечные и угловые колебания взаимосвязаны (рис. 2). Математически можно показать, что в зависимости от силы натяжения тетивы, длины вытяжки, массы, момента инерции лука и положения центра масс в системе могут возникать сложные колебательные и поступательные движения.

### Лук как колебательная система

Натянутый лук должен эффективно поглощать энергию колебательных движений. Особенно это важно в области «опасных» – резонансных частот системы. Если рассматривать различные виды движений /колебаний лука, то в наименьшей степени должны возбуждаться «плохие» движения/колебания, создающие наибольшие неудобства при прицеливании. К «плохим» движениям отнесем поворачивание лука относительно неподвижной опоры (рис. 2,а), поскольку в этом случае пип-сайт и прицел сдвигаются в противоположные стороны. Более благоприятными являются

плоско-параллельные колебания лука при отсутствии его вращательного движения (рис. 2,б) или случай небольшого проворачивания лука при котором линия прицеливания остается параллельной сама себе (рис. 2,в). Длинный вынос прицела будет отрицательным фактором в первом случае и положительным фактором во втором и третьем случае движений лука.

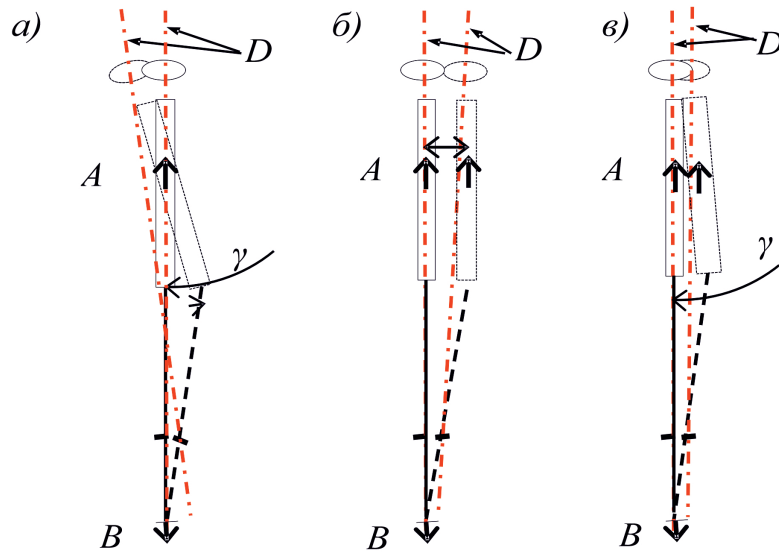


Рис. 2. Колебательные движения лука при прицеливании:

а) угловое колебание лука, б) плоско-параллельное колебание лука, в) совместное колебательно- вращательное движение сохраняющее линию прицеливания. А – точка опоры лука, В – точка удержания петельки тетивы, D – линия прицеливания пип-сайт –прицел

### Собственные частоты колебаний натянутого лука

Рассмотрим лук как механическую систему с зафиксированными точками А и В, рис. 3 и проанализируем зависимость собственных частот от массы, момента инерции лука и положения центра масс.

Собственными называются частоты колебаний, которые свойственны колебательной системе и возникают при ее малых возмущениях. Эти частоты выделяются и усиливаются системой при наличии хаотических внешних воздействий, в частности, дрожании точки опоры А.

Геометрические параметры рассматриваемой системы показаны на рис. 3, их численные значения – в табл. 2.

Табл. 2  
Параметры модели

Величина	Обозначение	Значение
Минимальный момент инерции (вертикальная ось)	$I_{min}$	$6 \cdot 10^{-3}$ кг.м <sup>2</sup>
Масса лука	$m$	2 кг
Высота лука	$r$	0.2 м
Расстояние от опоры до центра масс	$\xi$	0.05 м
Длина растяжки лука (вытяг)	$L$	0.7 м
Рабочий ход тетивы	$l$	0.5 м
Сила натяжения тетивы	$f_M$	200 Н
Сброс усилия	$k$	0.7
Сила натянутой тетивы	$f_o = (1-k)f_M$	60 Н
Размах плеч (расстояние от оси до оси) натянутого лука	$H$	0.7 м

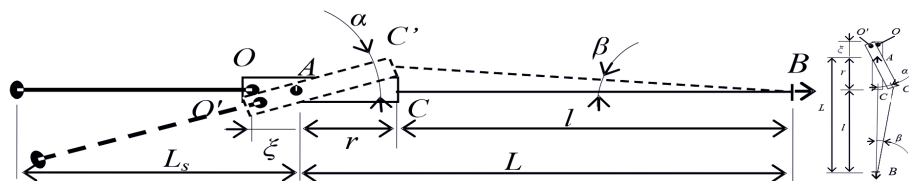


Рис. 3. Растянутый лук как колебательная система в нейтральном и отклоненном от равновесия состояниях. О, О' – центр масс, А – точка опоры, С, С' – точка выхода тетивы, В – точка удержания петельки тетивы

Уравнение вращательного движения имеет вид

$$I_A \cdot \ddot{\alpha} = F, \quad (1)$$

где  $F = f \cdot r$  – момент силы  $f$ ,  $r$  – плечо этой силы,  $I_A$  – момент инерции тела относительно оси  $A$ ,  $\ddot{\alpha}$  – вторая производная угла по времени (угловое ускорение). Для малых углов отклонения  $\alpha$  момент силы натяжения тетивы запишем в виде

$$F = f_0 \cdot \alpha \cdot [1 + (r/l)] \cdot r, \quad (2)$$

а уравнение вращательного движения (1) примет вид

$$(I_0 + m\xi^2) \cdot \ddot{\alpha} - f_0 \cdot r[1 + r/l] \cdot \alpha = 0. \quad (3)$$

Формула для собственной частоты системы получается подстановкой  $\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t)$  в (3):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{f_0 r[1 + (r/l)]}{I_0 + m\xi^2}}. \quad (4)$$

Согласно модели момента инерции (Прилож. 1),

$$I_0(\xi\xi = I_{\min} + \frac{m_0 m}{m'} \cdot \xi^2 \text{ следовательно,} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{f_0 r[1 + (r/l)]}{I_{\min} + m\xi^2 \left(1 + \frac{m_0 m}{m'}\right)}} \quad (5)$$

Для параметров, указанных в табл. 2,  $\omega_0 = 15.3$  [рад/с] или  $\nu_0 \approx 2.5$  [Гц]. При расстоянии от упора до центра масс  $\xi = 0.1$  м частота снизится до 1.3 Гц, а при  $\xi = 0.2$  м – до 0.7 Гц.

Из (4), (5) следует, что собственная частота слабо зависит от рабочего хода тетивы и длины плеч и сильно – от расстояния от опоры до центра масс  $\xi$ . Частота будет возрастать при повышении силы натяжения (например, при выходе на «стенку» при натяжении).

Частота колебаний натянутого лука с различным нагружением была измерена экспериментально с помощью видеосъемки раскачивания лука, табл. 2. Точность измерения оценивается в 20–30 %

Табл. 2

Экспериментальная оценка (по видеосъемке) собственной частоты «пустого» и нагруженного лука МК СВ50 (плечи ослаблены на 10 фунтов)

Загрузка лука	Масса, $m$	Собственная частота, $\nu_0$
Ненагруженный лук	~1.7кг	~ 4 Гц
$m' = 530$ г, $LS = 15$ см	~ 2.23 кг	~ 3 Гц
$m' = 370$ г, $LS = 60$ см	~ 2.07кг	~ 1.5 Гц
$m' = 650$ г, $LS = 60$ см	~ 2.35 кг	~ 1 Гц

Как видим, данные таблицы близки к численным оценкам по (5). Различия связаны с влиянием демпфирования на частоту вибрации, погреш-

ностью оценки момента инерции лука и погрешностью определения частоты по видеозаписи.

Аналогично рассматриваются колебания и относительно горизонтальной оси лука, – раскачивание верх – низ. Согласно модели таких колебаний, представление которой не позволяют объемы данной статьи, собственная частота задается формулой

$$\omega^\perp = \frac{H(r+l)}{2l} \sqrt{\frac{k_0}{I_A^\perp} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+(H/2l)^2}}} \text{ [рад/сек]}, \quad (6)$$

где  $k_0$  – коэффициент упругости вытянутой тетивы,  $I_A^\perp$  – момент инерции относительно горизонтальной оси, проходящей через точку опоры  $A$ ,  $H$  – размах плеч (расстояние от оси до оси) лука.

Для типичных значений параметров  $I_A$  ( $L = 0.8$ ) = 0.364 [кг·м<sup>2</sup>],  $H = 0.7$  [м] расчетное значение

частоты  $\nu^\perp = \frac{\omega^\perp}{2\pi} \approx 5$  Гц. Для лука той же массы,

но без выноса груза  $\nu^\perp = \frac{\omega^\perp}{2\pi} \approx 8.2$  Гц. Таким образом, собственные частоты вертикальных колебаний выше горизонтальных, но достаточно близки что плохо, поскольку в этом случае колебания легко переходят из одного типа в другой. То есть, горизонтальные колебания быстро делятся своей энергией с вертикальными и наоборот, в результате чего лук приобретает сложные трехмерные движения.

Неблагоприятным фактором является близость указанных собственных частот к частоте физиологического тремора рук (оценочно 4–8 Гц), поскольку в этом случае тремор с большой вероятностью будет время от времени усиливаться из-за эффекта резонанса.

Благоприятным был бы случай различия вертикальных и горизонтальных собственных частот лукав нецелое число раз (например, в 1.7 раз) и при этом чтобы эти частоты были меньше частоты тремора, зависящей от физиологических особенностей человека и мышечной нагрузки, рис. 4.

Сделанные выше оценки показывают, что для снижения собственных частот и отведения их от частоты тремора при весе лука 2.4 кг потребуются штанга длиной порядка 1 м. При массе лука 4 кг, то можно использовать более короткую штангу.

Формулы (5), (6) показывают, что снижение силы натяжения тетивы уменьшает собственные частоты пропорционально корню квадратному из силы. При снижении силы натяжения в два раза, частоты как горизонтальных, так и вертикальных колебаний снизятся приблизительно в 1.4 раза.



Отметим, что в системе «натянутый лук» могут происходить и другие типы (моды) колебаний, например, скручивание-раскручивание лука или схождение-расхождение плеч. Однако эти моды второстепенные – в них запасается меньше энергии.

### О параметрическом раскачивании натянутого лука

Явление резонанса реализуется при периодическом воздействии на колебательную систему. В физике определяется понятие «параметрическое раскачивание» (возбуждение) – это не прямое раскачивание, а воздействие на параметры колебательной системы, которое приводит к ее возбуждению (сродни раскачиванию в качелях). Дрожание точки опоры лука можно отнести к данному классу явлений.

При регулярных колебаниях точки опоры система становится параметрическим маятником, ее колебания могут усиливаться, частоты в системе могут умножаться относительно исходной, появляться новые комбинированные частоты – то есть происходит нежелательные при прицеливании и выстреле движения. Поскольку точное изучение такой системы слишком сложно, приведем качественные рассуждения.

Известно, что с наибольшей вероятностью усиливаются колебания параметрического маятника при частоте воздействия равной или в несколько раз меньшей собственных частот колебательной системы.

Если принять частоту тремора 4–8 Гц и учесть данные о собственных колебаниях, полученные ранее, то можно сделать вывод о том, что луки с собственными частотами ниже 3 Гц в минимальной степени подвержены риску параметрического раскачивания. Необходимые для этого значения момента инерции и нагружения лука могут быть оценены по формулам (4)–(6).

Важно отметить, что риск параметрического раскачивания существенно падает при демпфировании колебаний опасной частоты (~ 5–8 Гц). Демпфирование – поглощение энергии колебаний, проявляется в быстром успокоении возникающих колебаний. В идеальном случае, возбуждения системы должны успокаиваться за 1–2 периода колебаний, на практике время затухания может составлять – 5–10 периодов.

Таким образом, нагружение лука должно проводиться совместно с демпфированием. Демпфирующие элементы – прокладки из вязко-упругих материалов. Демпфировать колеба-

ния ниже 2–3 Гц нет необходимости, поскольку в системе нет источников возбуждения такой частоты, – это частоты управления луком. Высокие частоты более 20 Гц не обладают большой амплитудой и достаточно эффективно поглощаются самим луком, струнами, соединениями плеч, резиновыми демпферами, рукой лучника, рис. 4.

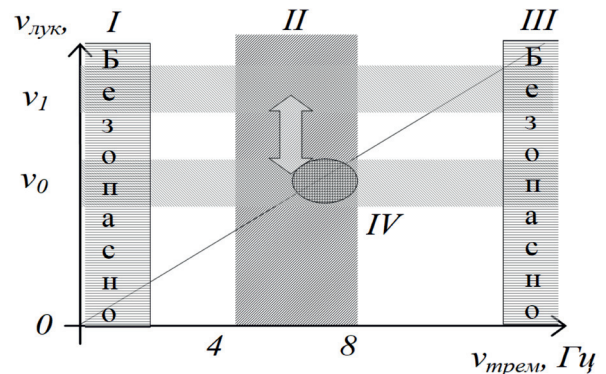


Рис. 4. Частотная диаграмма системы натянутый лук – стрелок:

*I* – частоты управления луком, *II* – частоты тремора руки, *III* – малоамплитудные частоты демпфируемые самим луком, *IV* – параметрическое раскачивание, резонансные всплески колебаний

### Реакция лука на толчок опоры при прицеливании

Рассмотрим вопрос о воздействии на лук отдельного толчка. Пусть на точку опоры А в поперечном направлении действует кратковременная сила, как показано на рис. 5. Найдем зависимость величины сдвига точек А, С и угол разворота лука  $\alpha$  от его массы, момента инерции, положения центра масс, силы натяжения тетивы.

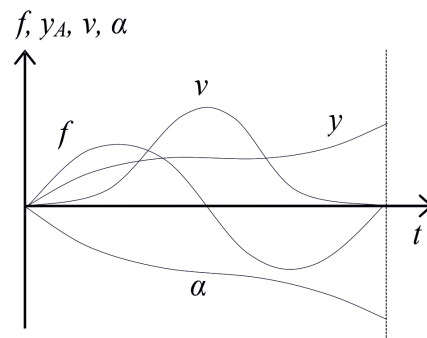


Рис. 5. Схема силы  $f$  действующей на точку опоры лука А, скорости  $v$ , отклонения  $y$  и угла  $\alpha$  со временем

Геометрические параметры задачи показаны на рис. 6.

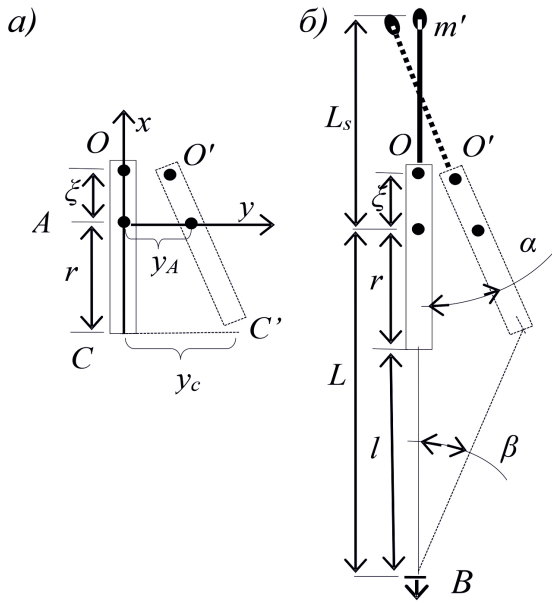


Рис. 6. К задаче о толчке опоры:

а – свободный лук, б – натянутый лук со стабилизатором.  $O$  – центр масс,  $A$  – точка опоры,  $C$  – выход тетивы,  $B$  – петелька.  $\xi$  – расстояние от центра масс до точки опоры,  $\alpha, \beta$  – углы отклонения лука и тетивы,  $x, y$  – координаты центра масс,  $YA$  – координата точки  $A$ ,  $YC, XC$  – координаты точки  $C$

Движение лука рассматриваем как сумму поступательного и вращательного движения и записываем уравнения движения центра масс и уравнение вращательного движения относительно центра масс. При малых углах отклонения  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2 \approx 1$ , движением центра масс по оси  $x$  пренебрегаем.

Система уравнений для системы рис. 6,а имеет вид

$$m\ddot{y} = \varphi_0 \sin \omega t \quad (7)$$

$$I_0 \ddot{\alpha} = -\xi \cdot (\varphi_0 \sin \omega t). \quad (8)$$

Интегрирование с учетом начальных условий дает решения

$$v_y = \dot{y} = \frac{\varphi_0}{m\omega} (1 - \cos \omega t), \quad y = \frac{\varphi_0}{m\omega^2} (\omega\omega t + \sin \omega t) \quad (9)$$

$$\Omega = \dot{\alpha} = -\frac{\xi}{I_{\min} + (m_0 m/m') \xi^2} \frac{\varphi_0}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

$$\alpha = -\frac{\xi}{I_{\min} + (m_0 m/m') \xi^2} \frac{\varphi_0}{\omega^2} (\omega\omega t + \sin \omega t). \quad (10)$$

Где учтено, что  $I_0(\xi\xi = I_{\min} + \frac{m_0 m}{m'} \cdot \xi^2$ .

Характер решений представлен на рис. 5. Отрицательное значение угла соответствует по-

вороту против часовой стрелки. Из полученных решений следует: 1) угол поворота лука  $\alpha$  обратно пропорционален полному моменту инерции относительно точки опоры  $I_A$  и квадрату частоты; 2) угол  $\alpha$  определяется выносом центра масс: при  $\xi = 0$  он нулевой, с ростом выноса угол сначала растет, а затем падает. Максимальный угол поворота достигается при условии  $I_{\min} = \frac{m_0 m}{m'} \cdot \xi^2$  (Для типичных параметров лука МК СВ50 условиям максимального поворота соответствует вынос центра масс  $\xi \sim 2$  см,  $L_s \sim 15$  см); 3) сдвиг точки опоры  $A$  вбок уменьшается обратно пропорционально массе лука и квадрату частоты. Именно поэтому при прицеливании более вредны низкочастотные импульсы, возникающие при усталости мышц, а высокочастотный тремор (8–10 ГЦ) оказывает меньшее влияние на дрожание лука.

Для натянутого лука система уравнений дополняется слагаемыми, связанными с силовым воздействием тетивы.

$$\begin{cases} m\ddot{y} = \varphi_0 \sin \omega t - f_0(\beta - \alpha) \\ I_0 \ddot{\alpha} = -\varphi_0 \xi \cdot \sin \omega t + (r + \xi) \cdot f_0(\beta - \alpha) \end{cases} \quad (11)$$

Здесь угол  $\beta - \alpha$  выражается через  $\alpha$  и  $y$ :  $\beta - \alpha \approx y/l - \alpha(l + \xi + r)/l$ . Соответствующие выкладки опускаются в связи с ограничением объема статьи. Общее решение системы громоздко поэтому рассмотрим интересные с практической точки зрения частные случаи.

Как указывалось ранее более благоприятной для прицеливания является ситуация отсутствия углового движения лука или его минимального поворота при параллельной линии прицеливания, рис.2 б,в.

Для определения условий минимального поворачивания лука требуется решить (11) в соответствующем приближении. Проведенный анализ показывает, что избежать углового раскачивания лука из-за дрожания руки при прицеливании невозможно, поскольку условия подавления раскачивания зависят от частоты воздействия. Однако угловое раскачивание лука может быть минимизировано при выносе центра масс вперед относительно точки упора на величину  $\xi$ , соответствующую условию

$$0 < \xi \leq r \frac{\omega_{01}}{\omega}, \quad (12)$$

где  $\omega_{01}$  – собственная частота колебаний натянутого лука (для характерных параметров лука МК

$$\text{СВ50 } \xi \leq 20 \frac{1.23}{5} = 5 \text{ см}).$$

Анализ показывает, что согласованный поворот лука и тетивы обеспечивающий параллельность линии прицеливания в общем случае неосуществим. При согласованном изменении углов поворота на начальном этапе движения эта корреляция неизбежно нарушится в дальнейшем.

При каких условиях осуществляется минимальное поворачивание тетивы лука?

Данной задаче соответствует условие  $\beta \ll \alpha$ . Если при этом мал угол отклонения лука  $\alpha \ll 1$ , то сила натяжения тетивы практически не создает момент силы, и задачу можно рассматривать как задачу о движении свободного (ненатянутого) лука. В рамках этой задачи необходимо найти условия, при которых точка С не смещается в поперечном направлении.

Поскольку смещение точки С может быть выражено через смещение центра масс и угла поворота лука  $y_c = y - (r + \xi)\alpha$ , условие покоя С можем записать в виде

$$y = (r + \xi)\alpha. \quad (13)$$

Используя решения (9), (10) перепишем (13):

$$\frac{\Phi_0}{m\omega^2} = -(r + \xi) \frac{\xi}{I_{\min} + (m_0 m/m') \xi^2} \frac{\Phi_0}{\omega^2} \text{ и далее}$$

$$[(m_0 m/m') + m] \xi^2 + r m \xi + I_{\min} = 0 \quad (14)$$

Отсюда условие неподвижности точки С

$$\xi = \frac{-r m - \sqrt{(r m)^2 - 4[(m_0 m/m') + m] I_{\min}}}{2[(m_0 m/m') + m]}. \quad (15)$$

Чтобы уравнение (13) имело решение (а мы ищем только действительные корни) необходимо чтобы плечо лука было очень длинным. При стандартных параметрах лука МК СВ50  $r > \frac{1}{m} \sqrt{4[(m_0 m/m') + m] I_{\min}} \sim 1$  м, что, очевидно, невозможно.

### Груз стабилизатора на вязкоупругом подвесе

Рассмотрим задачу о колебаниях лука с вязкоупругим подвесом груза стабилизатора в зависимости от его массы, длины штанги стабилизатора и параметров подвеса. Термин вязкоупругий подвес груза означает, что подвес обладает упругостью и обеспечивает поглощение энергии (демпфирование) при движении груза. Подвес может быть представлен как пружина со значительным коэффициентом трения, рис. 7. Подсистема самогo лука и подсистема стабилизатора с подвешенным грузом взаимодействуют.

Математически задача представляется системой уравнений движения для смещения плеч лука относительно неподвижной опоры –  $x$  и смещения груза стабилизатора относительно оси штанги –  $y$ .

$$M_0 \frac{\ddot{x}}{n} = -C \frac{\dot{x}}{n} - K \cdot x + K_1 \cdot y$$

$$m_1 \cdot \ddot{y} = -C_1 \dot{y} - K_1 \cdot y + m_1 \frac{l}{n} \cdot \ddot{x}. \quad (16)$$

Обозначения указаны на рис. 7, величина  $(x/n)$  соответствует углу отклонения лука, третье слагаемое второго уравнения описывает псевдо-силу инерции в неинерциальной системе стабилизатора. Основными интегральными параметрами рассматриваемой системы являются собственные частоты лука (без стабилизатора)  $\omega_0 = \sqrt{(K \cdot n)/M_0}$  и груза в подвесе  $\omega_1 = \sqrt{K_1/m_1}$  а также соответствующие коэффициенты затухания колебаний:

$\xi_0 = C/2/\sqrt{KnM_0}$  и  $\xi_1 = C_1/2/\sqrt{K_1 m_1}$ . Для наглядности можно считать, что обратная величина коэффициента затухания соответствует количеству осцилляций при затухании (или количеству раз

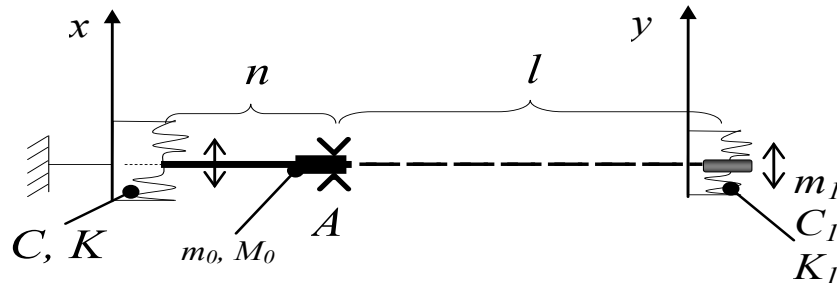


Рис.7. К постановке задачи о грузе стабилизатора на вязкоупругом подвесе:

$A$  – точка опоры,  $n$  – длина плеч лука в вертикальной проекции,  $l$  – длина штанги стабилизатора,  $m_0$  – масса лука без стабилизатора,  $M_0$  – момент инерции лука без стабилизатора,  $m_1$  – масса груза стабилизатора,  $K$  – эффективный модуль упругости тетивы в боковом направлении,  $K_1$  – модуль упругости подвеса стабилизатора,  $C$  и  $C_1$  – коэффициенты сопротивления движению лука и груза стабилизатора

пересечения оси  $x$ ).

Система решалась численно средствами Mathcad. Решения, раскрывающие особенности взаимодействия лука и стабилизатора при базовых

значениях параметров:  $M_0 = 0.1$  кг·м,  $m_1 = 0.2$  кг,  $n = 0.2$  м,  $l = 0.7$  м,  $w_0 = 10$  Гц,  $\xi_0 = 0.15$ ,  $w_1 = 7$  Гц,  $\xi_1 = 1$ ,  $K = 50$ ,  $C = 0.3$ ,  $C_1 = 3$ ,  $K_1 = 10$ , представлены на рис. 11–13.

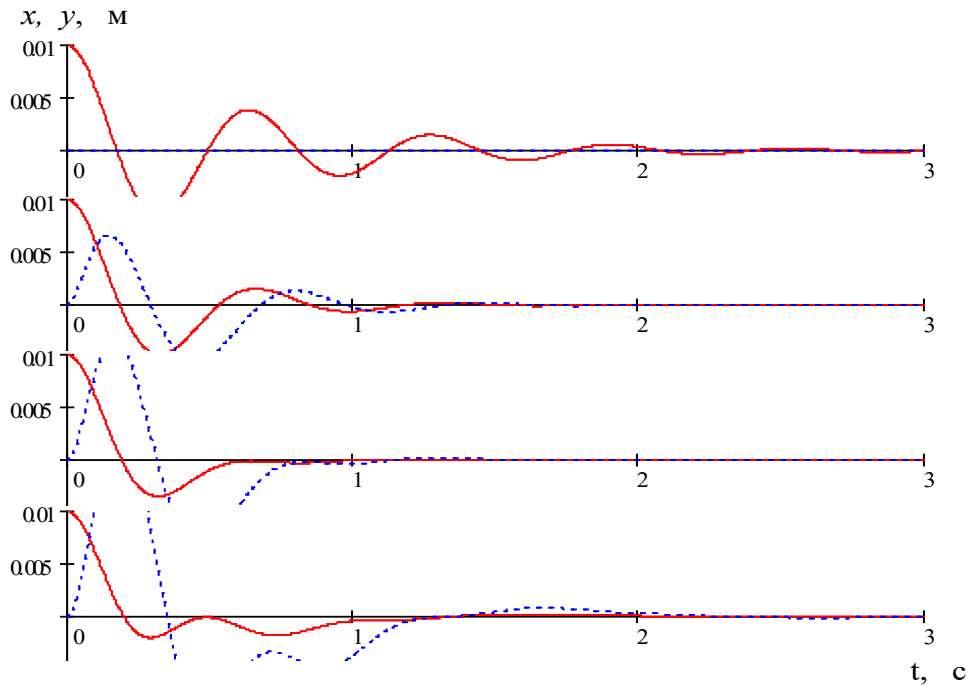


Рис. 8. Траектории успокоения лука (сплошная линия) и груза стабилизатора (итриховая линия) при различных массах груза. Сверху вниз –  $m_1 = 0, 100, 200$  и  $400$  г

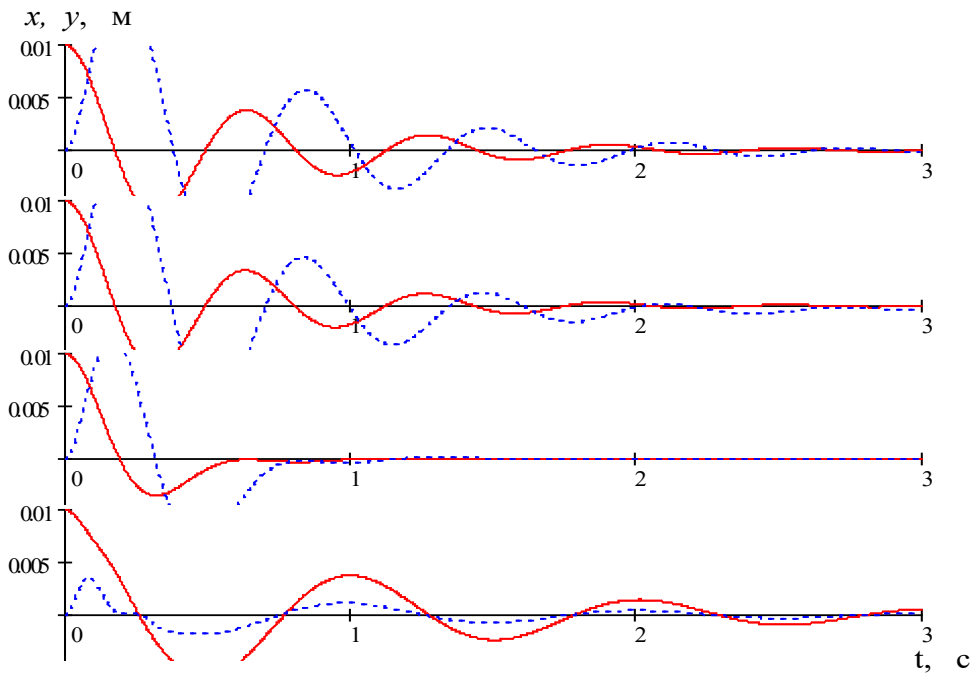


Рис. 9. Траектории успокоения лука (сплошная линия) и груза стабилизатора (итриховая линия) при различных коэффициентах жесткости пружины подвеса груза. Сверху вниз –  $K_1 = 0.1, 1, 10, 100$  Н/м



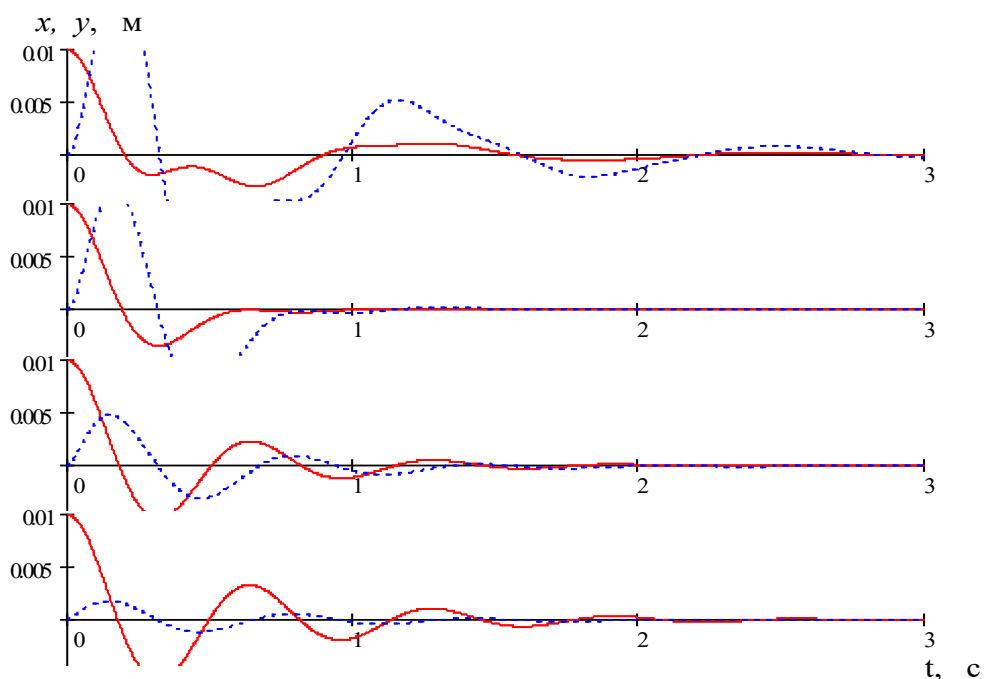


Рис. 10. Траектории успокоения лука (сплошная линия) и груза стабилизатора (штриховая линия) при различных коэффициентах сопротивления движению пружины подвеса. Сверху вниз –  $C_1 = 1, 3, 10$  и  $30$

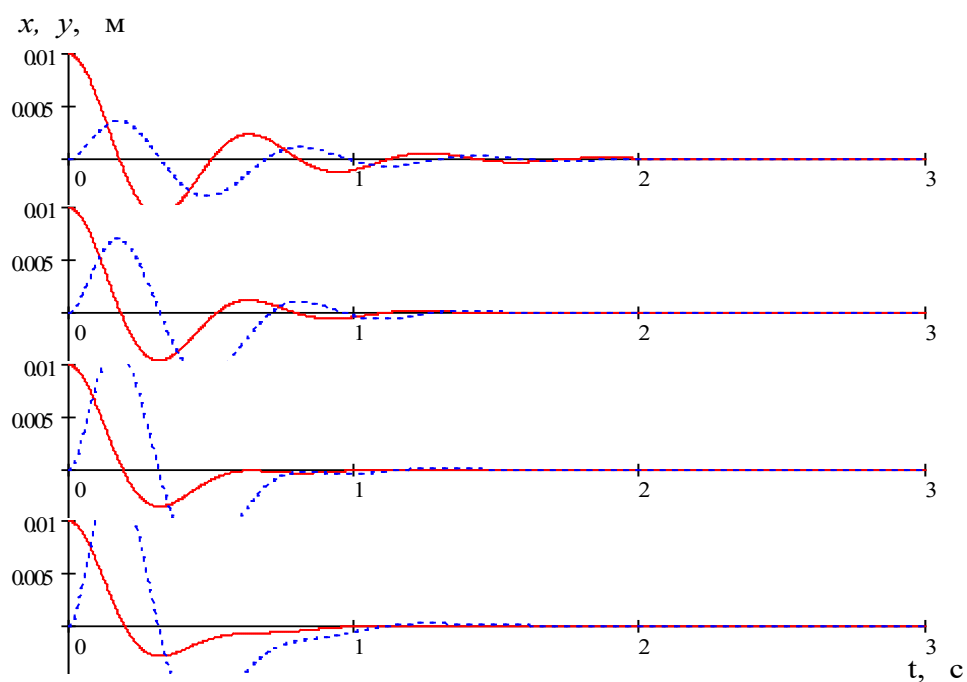


Рис. 11. Траектории успокоения лука (сплошная линия) и груза стабилизатора (штриховая линия) при различных длинах штанги стабилизатора. Сверху вниз –  $L_s = 20, 40, 70$  и  $90$  см

### Заключение

При выносе существенного (300–500 г) груза на штангу 50–70 и более сантиметров ощущаемо снижаются собственные частоты натянутого лука. Однако их использование зачастую не облегчает прицеливание по причине перенапряжения мышц и появления более низкочастотных и сильных толчков, резонирующих с низкими собственными частотами ~2–4 Гц. Кроме того, возникает эффект «якорения» груза и необходимость более долгого управления луком при переносе точки прицеливания. Из-за эффекта «якорения» груза, как правило, могут возникнуть некомфортные для прицеливания колебания точки С, тетивы и пип-сайта. Использование вязко – упругого подвеса груза может сгладить этот эффект.

Лучшая работа стабилизатора с вязко-упругим подвесом груза достигается (при рассмотренных параметрах лука) при жесткости пружины  $K_1 \sim 30$  Н/м, коэффициент сопротивления движению пружины подвеса  $C_1 \sim 2$ , массе груза  $m_1 \sim 200$ –400 и более.

Центр масс лука целесообразно располагать впереди точки опоры в диапазоне расстояний

$$0 < \xi \leq r \frac{\omega_{01}}{\omega}$$

ла, чем дальше целесообразно вынесение центра

масс. Следует избегать слишком низкого расположения центра масс поскольку это может способствовать возникновению крутильных (маятниковых) колебаний вокруг оси направленной вперед. Сместить центр масс вверх можно установкой груза в верхней части райзера. Нагружение лука при котором центр масс приближается к точке опоры А комфортно для быстрой стрельбы и управления луком.

На рис. 12 представлены варианты нагружения лука.

При любом нагружении лука, грузы целесообразно устанавливать с демпфирующими элементами из вязкоупругих материалов – мягких и деформируемых резин, полимерных гелей, микропористых резин, полимеров с «памятью» формы. Возможно использование демпфирующей прокладки на опорной стороне рукоятки лука.

В условиях ветреной погоды и возникающего при этом гидродинамического возбуждения колебаний лука целесообразно уменьшать длину штанги стабилизатора.

В третьей части статьи будут рассмотрены другие факторы, влияющие на качество выстрела, в частности, вопрос о возможности рыжка стрелы при схождении с тетивы, предложены технические решения для улучшения стабильности стрельбы.

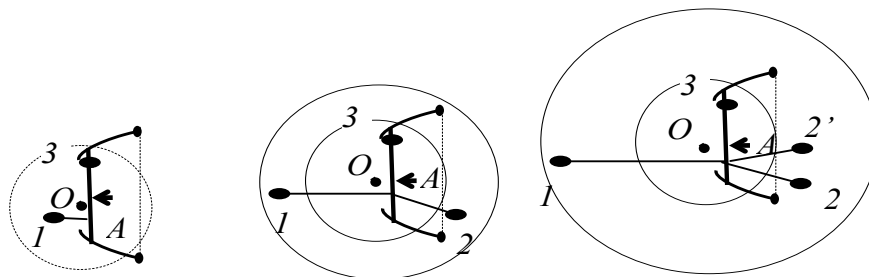


Рис.12. Варианты нагружения лука: условно, компактный, универсальный, спортивный, 1, 2, 3 – точки нагружения. Площадь круга соответствует моменту инерции

### Источники литературы

1. Доброго, К.В. Механика блочного лука. Ч.1. Траектория толчка стрелы / К.В. Доброго // Инженер-механик. – №2 (87). – 2020. – С.38–48.
2. Ландау, Л.Д. Лифшиц, Е.П. Курс теоретической физики. Механика / Л.Д. Ландау, Е.П. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – С. 210.
3. Сивухин, В.Д. Общий курс физики. Т.1. Механика / В.Д. Сивухин. – 6-изд. – М.: Физматгиз. – 2019. – С. 520.