УДК 517.39

ПЕРВООБРАЗНЫЕ ФУНКЦИЙ КАК РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Студенты гр.104120 Литвинов М.О., Черепко А.М.
Канд. техн. наук, доцент Волкович П.Ф.
Белорусский национальный технический университет

Используя метод математической индукции получены представления комбинаторными суммами ряда первообразных различных комбинаций степенной и трансцендентной функций, как решения интегральных рекуррентных соотношений, в частности:

$$\int x^n shx\,dx = \sum_{\nu=0}^{n}(-1)^\nu \frac{n!}{(n-\nu)!}x^{n-\nu}\,ch^{(\nu)}x,\quad ch^{(\nu)}x = \frac{d^\nu chx}{dx^\nu};$$

$$\int x^n chx\,dx = \sum_{\nu=0}^{n}(-1)^\nu \frac{n!}{(n-\nu)!}x^{n-\nu}\,sh^{(\nu)}x,\quad sh^{(\nu)}x = \frac{d^\nu shx}{dx^\nu};$$

$$\int x^n \sin ax\,dx = \sum_{\nu=0}^{n}\frac{n!x^{n-\nu}}{(n-\nu)!}\frac{(-\cos ax)^{(\nu)}}{a^{\nu+1}},\quad f^{(\nu)}(x) = \frac{d^\nu(f(x))}{dx^\nu};$$

$$\int x^n \cos ax\,dx = \sum_{\nu=0}^{n}\frac{n!x^{n-\nu}}{(n-\nu)!}\frac{(-\cos ax)^{(\nu+1)}}{a^{\nu+1}}.$$

$$\int ch^{2\nu}x\,dx = shx\sum_{i=0}^{\nu-1}\frac{(2\nu-1)!!\,(\nu-(i+1))!\,2^{\nu-(i+1)}}{(2(\nu-i)-1)!!\,\nu!\,2^\nu}ch^{2(\nu-i)-1}x + \frac{(2\nu-1)!!}{\nu!\,2^\nu}x,$$

$$\int ch^{2\nu+1}x\,dx = shx\sum_{i=0}^{\nu-1}\frac{(2(\nu-i)-1)!!\,\nu!\,2^\nu}{(2\nu+1)!!\,(\nu-i)!\,2^{\nu-i}}ch^{2(\nu-i)}x.$$

Преимущества в использовании полученных здесь формул по сравнению с использованием соотношений, приведенных в справочниках по интегральному исчислению, очевидны.