2. Интернет [Электронный ресурс] // Далакишвили И. А. – 2022. – Режим доступа: https://www.5gdp.by/informatsiya/zozh/637-internet-zavisimost – Дата доступа: 15.03.2022.

3. Интерент-зависимость: понятие, виды и симптомы [Электронный ресурс] // – 2019. – Режим доступа: http://1poliklinika.ru/dlya-pacientov/meditsinskayaprofilaktika/38-stati/236-internet-zavisimost-ponyatie-vidy-simptomy-stadii-iprichiny-razvi-tiya-lechenie-i-profilaktika – Дата доступа: 15.03.2022.

УДК 621.3.011.02:517.518.45

О некоторых вопросах применения рядов Фурье для расчета цепей не синусоидального тока

[1]Паншин С. Ю., студент,
[2]Станкевич М. А., студент
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент Якимович В. С.

Аннотация:

Рассматриваются вопросы использования рядов Фурье для расчета цепей не синусоидального тока. Показана межпредметная связь дисциплины «Математика» со специальными и общетехническими дисциплинами.

Самым распространенным током необходимым для работы электроприборов является переменный ток, который изменяется по синусоидальному закону. Так как именно при помощи синусоидального переменного тока работает большое количество электротехнических установок. В промышленных сетях идеальных синусоид тока и напряжения практически не бывает. Это связано с тем, что реальные генераторы не обеспечивают, строго говоря, синусоидальной формы кривых напряжения (возникают искажения и пульсации напряжения), а с другой стороны, перекосы фаз связаны с несимметричной нагрузкой и присутствием нелинейных элементов (элементы со стальными сердечниками, выпрямительные установки, вентильные элементы, электрические дуговые печи). Таким образом, среди основных причин наличия в электрических цепях несинусоидальных токов можно выделить: 1) наличие в электрических цепях нелинейных элементов, то есть элементов, у которых параметры зависят от направлений и значений напряжений и токов; 2) наличие в цепях параметрических элементов, параметрами которых выступают функции времени ($R = f(t), L = f(t), C = f(t)$); 3) наличие источника питания, выдающего несинусоидальную форму напряжения.

Явления, происходящие в линейных цепях при периодических несинусоидальных напряжениях и токах, проще всего поддаются расчету и исследованию, если несинусоидальные кривые раскладывать в тригонометрический ряд Фурье. То есть возможность разложения периодических несинусоидальных электрических величин в ряд Фурье позволяет свести расчет электрических цепей с линейными элементами при воздействии несинусоидальных электродвижущих сил (ЭДС) к расчету цепей с постоянными и синусоидальными токами.

Из курса математики известно, что абсолютно каждую периодическую функцию можно разложить в ряд Фурье – Эйлера в том случае, если она удовлетворяет условиям Дирихле. Полученный ряд состоит из постоянной составляющей А, называемой нулевой гармоникой, и синусоид с различными частотами, которые называются гармониками. В электротехнике ряд Фурье для цепи несинусоидального тока имеет вид:

$$x(t) = x(t + k \cdot \mathrm{T}) = x(\omega t + k \cdot \mathrm{T}) = A_0 + A_{1m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha_1) + A_{2m} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_2) +$$

$$+ A_{3m} \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t + \alpha_3) + \cdots + A_{km} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \alpha_k) = A_0 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \alpha_k),$$

где A_0 – постоянная составляющая, $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ – амплитуды 1, 2, 3, k – той гармоник, α_k – начальные фазы 1, 2, 3, k – той гармоник, ω – угловая частота гармоник, $A_{1m} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$ – первая гармоника(основная гармоника), $A_{km} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \alpha_2)$ – k – я гармоника. Главным недостатком данного разложения является наличие начальных фаз $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_k$. Для того чтобы исключить начальные фазы записывают синусно-косинусный ряд. Он имеет следующий вид:

$$A_{km}\cdot\sin\left(k\cdot\omega\cdot t+\alpha_k\right)=A_{km}\cdot\cos\alpha_k\cdot\sin\left(k\cdot\omega\cdot t\right)+A_{km}\cdot\sin\alpha_k\cdot\sin\left(k\cdot\omega\cdot t\right),$$

$$A_k\cdot\cos\alpha_k=B_{km},\ A_k\cdot\sin\alpha_k=C_{km},\ \sqrt{B_{km}{}^2+C_{km}{}^2}=A_{km},\ \alpha_k$$

– начальные фазы синусных гармоник, которые можно определить по формуле: $\alpha_k=arctg\dfrac{C_{km}}{B_{km}}$.

Таким образом, получаем синусно-косинусный ряд у которого наблюдается отсутствие начальных фаз:

$$x\left(t\right)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}B_{km}\sin\left(k\cdot\omega\cdot t\right)+\sum_{k=1}^{\infty}C_{km}\cos\left(k\cdot\omega\cdot t\right).$$

Причем коэффициенты A_0, B_{km}, C_{km} могут быть вычислены по формулам:

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T x\left(t\right)dt,\ C_{km}=\frac{2}{T}\int_0^T x\left(t\right)\cos\left(k\cdot\omega\cdot t\right)dt,\ B_{km}=\frac{2}{T}\int_0^T x\left(t\right)\sin\left(k\cdot\omega\cdot t\right)dt.$$

Рассмотрим применение ряда Фурье для расчета цепей не синусоидального тока на конкретном примере. Пусть нам дана периодическая несинусоидальная функция, где $t_u=\dfrac{T}{2}$ (рисунок 1) [1]. Данная функция можно записать в виде:

$$f(t)=\begin{cases}U_0 \text{ при } 0<t<t_u\\ 0 \text{ при } t_u<t<T\end{cases}.$$

Рассчитаем для нее постоянную составляющую:

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{t_u}U(t)dt+\int_{t_u}^{T}U(t)dt\right]=\frac{U_0}{T}t\Big|_0^{t_u}=\frac{U_0}{T}t_u.$$

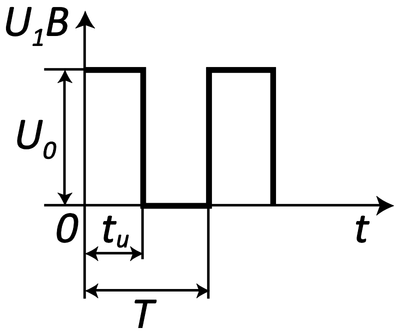

Рис. 1 – Периодическая несинусоидальная функция

Учитывая, что $t_u = \frac{T}{2}$ постоянная составляющая будет иметь вид: $A_0 = \frac{U_0}{2}$. Далее рассчитаем коэффициент B_{km} и C_{km} применив вышеуказанную формулу:

$$B_{km} = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin k\omega t dt = \frac{2}{T}\cdot$$

$$\cdot\left[\int_0^{t_u} U(t)\sin k\omega t dt + \int_{t_u}^{T} U(t)\sin k\omega t dt\right] = \frac{2}{T}\int_0^{t_u} U_0 \sin k\omega t dt = \frac{2}{T}\left[-\frac{U_0}{k\omega}\cos k\omega t\right]\Bigg|_0^{t_u} = -\frac{U_0}{Tk\omega}\cdot$$

$\cdot\cos(k\omega t_u - 1)$. Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, получаем $\sin k\pi = 0$ $C_{km} = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos k\omega t dt = \frac{2}{T}\cdot$

$$\cdot\left[\int_0^{t_u} U(t)\cos k\omega t dt + \int_{t_u}^{T} U(t)\cos k\omega t dt\right] = \frac{2}{T}\int_0^{t_u} U_0 \cos k\omega t dt = \frac{2}{T}\left[\frac{U_0}{k\omega}\sin k\omega t\right]\Bigg|_0^{t_u} = \frac{U_0}{Tk\omega}\sin k\omega t_u$$

Здесь также учтем, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Тогда получим:

$$C_{km} = \frac{U_0}{k\pi} \sin k\omega t_u \,.$$

После всех вышеприведенных действий, результат разложения запишется следующим образом:

$$u(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{n} B_{km} \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{n} C_{km} \cos k\omega t == \frac{U_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_0}{k\pi}(1 - \cos k\omega t_u) \sin k\omega t +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n} \frac{U_0}{k\pi}(1 - \cos k\omega t_u) \cos k\omega t \,, \; k = (1{,}3{,}5{,}...) \;.$$

С учетом того, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ и } t_u = \frac{T}{2} \,,$$

$\cos k\omega t_u = \cos k\pi$, то есть при четном k выражение $(1 - \cos k\omega t_u)$ обращается в ноль, следовательно во втором слагаемом выражения $u(t)$ будут присутствовать только нечетные гармоники. Рассмотрим выражение $\sin k\omega t_u = \sin k\pi$. При любом целом k $\sin k\pi = 0$. Следовательно выражение $u(t)$ запишется в виде:

$$u(t) = \frac{U_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \frac{U_0}{k\pi}(1 - \cos k\omega t_u) \sin k\omega t = \frac{U_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \frac{2U_0}{k\pi} \sin^2 \frac{k\pi}{2} \sin(k\omega t + k\pi) \,, \; k = (1{,}3{,}5{,}...) \,.$$

Список использованных источников

1. Батюков, С. В., Иваницкая Н. А. Расчет линейных электрических цепей: учебно-методическое пособие/ С. В. Батюков, Н. А. Иваницкая. – В 2 – х частях – Минск: БГУИР, 2006. – 70 с.