УДК 621.3.011.7:519.21

Использование элементов теории вероятности для расчета цепей постоянного и переменного тока

Телица Д. В., студент
Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент Якимович В. С. , , старший преподаватель Кленовкая И. С.

Аннотация:
Рассматриваются вопросы применения элементов теории вероятности для расчета цепей переменного тока. Показана межпредметная связь дисциплины «Математика» с электротехникой.

Безусловно, надежность любой аппаратуры является важнейшим фактором в работе любой системы. В энергетике очень широко применяются элементы теории вероятностей. Связь элементов теории вероятности и элементов электрических цепей выражается в определении надежности и вероятности работы оборудования в тех или иных условиях. В теории вероятности под вероятным событием понимают исходы, результаты которых будут различны при большом количестве попыток измерения. В электронике под событиями понимают параметры, от которых зависят режимы работы цепей такие как: напряжение, ток, активные и реактивные мощности, которые являются функциями от времени. Хотелось бы так же отметить и то, что в действительности теоретическое расчеты и практически полученные результаты в основном отличаются, это связано с тем, что случайные события не являются равновозможными. Как такового различия в схемах постоянного и переменного тока нет, отличия будут лишь в параметрах, характеризующих данную цепь.

Рассмотрим связь элементов теории вероятностей и электрических цепей, которая выражается в определении надежности и вероятности работы оборудования, более подробно. Для этого нам необходимо ввести основные события: X – событие, принимающее значение «схема работает, т. е. цепь пропускает ток» и противоположное ему событие $\overline{X}$ – схема не работает, т. е. произошел разрыв цепи, A_i – событие i – й элемент работает и пропускает ток, а так же противоположное ему событие $\overline{A_i}$ – i-й элемент не работает и не пропускает ток. $p(A_i) = p_i$ – вероятность работы i-го элемента (надежность работы i-го элемента), $p(\overline{A_i}) = q_i = 1 - p_i$ – вероятность отказа i-го элемента. Элементы электрической цепи могут соединяться последовательно, параллельно, смешанно. Рассмотрим по отдельности каждый вариант подключения и определим надежность и вероятность работы оборудования. На первоначальном этапе остановимся на рассмотрении применения теории вероятности для расчета надежности цепей при последовательных соединениях. При последовательном соединении элементы цепи следуют один за другим, таким образом если откажет один любой из подключенных элементов, то ток в цепи прервётся. Другими словами, цепь будет работать тогда и только тогда, когда все элементы находятся в рабочем состоянии. В терминах теории вероятностей получаем произведение событий: $X = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot ... \cdot A_i$. Так как у нас события A_i – независимые события, т.е. появление одного из них не влияет на вероятность появления другого, то используется теорема умножения вероятностей для независимых событий:

$$p(X) = p(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot ... \cdot A_i) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) \cdot ... \cdot p(A_i) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot ... \cdot p_i$$

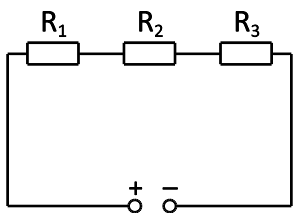

Рис. 1 – Схема с последовательным соединением

Рассмотрим конкретный пример. Пусть нам задана цепь с последовательным соединением проводников представленная на рисунке 1.

Вероятности безотказной работы $p(A)$ проводников R_1, R_2, R_3 соответственно равны: 0,89, 0,85, 0,91. Нам необходимо определить вероятность работы цепи.

По определению схема с последовательным подключением будет работать лишь в том случае, если все элементы цепи исправны. Таким образом, получаем, что событие X, принимающее значение «схема работает, т. е. цепь пропускает ток», находиться как произведение событий A_i (A_i – событие i – й элемент работает и пропускает ток): $X = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$. Тогда вероятность безотказной работы будет равна:

$$p(X) = p(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = 0,89 \cdot 0,85 \cdot 0,91 = 0,688 .$$

Следовательно, надежность цепи будет равна 68,8 %.

Рассмотрим применение теории вероятности для расчета надежности цепей с параллельным соединением. При параллельном соединении, если откажет, например, первый элемент, то ток пойдет через второй, если откажет первый и второй элемент, то ток пойдет через третий и т. д. Таким образом, цепь разорвется, если откажут все элементы. Другими словами, цепь будет работать, если хотя бы один элемент в ней работает. С точки зрения теории вероятности событие X, принимающее значение «схема работает, т.е. цепь пропускает ток» будет находиться как сумма событий:

$$X = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_i ,$$

где A_i – независимое событие, которое заключается в том, что i-й элемент работает и пропускает ток. Следовательно, согласно теоремы о появлении хотя бы одного из независимых событий, вероятность безотказной работы цепи будет равна:

$$p(X) = p(A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_i) =$$
$$= 1 - p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot \ldots \cdot p(\overline{A_i}) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \ldots \cdot q_i .$$

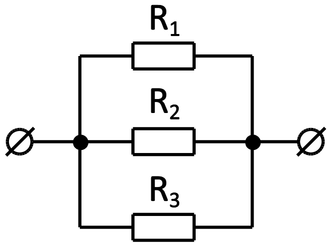

Рис. 2 – Схема с параллельным соединением

Рассмотрим конкретный пример. Пусть нам задана цепь с параллельным соединением проводников представленная на рисунке 2 [1]. Необходимо определить вероятность того, что схема работать не будет, при следующих условиях:

$$p(A_1) = 0.88;\ p(A_2) = 0.96;\ p(A_3) = 0.42\,.$$

Учитывая тот факт, что данная схема не будет работать лишь в том случае, если абсолютно все резисторы окажутся неисправными, то вероятность отказа работы цепи будет равна:

$$p(\overline{X}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3\,.$$

Поэтому на первоначальном этапе находим вероятность отказа *i*-го элемента:

$$p\left(\overline{A_1}\right) = q_1 = \ = 1 - p_1 = 1 - 0.88 = 0.12\,,\ p\left(\overline{A_2}\right) = q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0.96 = 0.04\,,$$
$$p\left(\overline{A_3}\right) = q_3 = \ = 1 - p_3 = 1 - 0.42 = 0.58\,.$$

Для нахождения вероятности отказа работы цепи, подставляем полученные значения:

$$p(\overline{X}) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 0.12 \cdot 0.04 \cdot 0.58 = 0.002784\,.$$

Следовательно, отказ работы цепи составляет 0,2748 %.

На практике достаточно часто встречаются сложные цепи, которые одновременно используют и параллельное и последовательное соединение элементов. Для их вычисления необходимо выделять уровни схемы и определять тип соединения на каждом уровне. При решении конкретных задач со сложными цепями необходимо придерживаться следующему алгоритму разбора схем: 1) выделить в схеме основу: группы элементов, соединенные *только* последовательно или *только* параллельно между собой (это верхний уровень), после чего записать событие X (цепь работает) как произведение или сумму соответственно; 2) каждую полученную группу проанализировать на наличие в ней подгрупп, соединенных только последовательно или только параллельно, после чего легко записать событие соответственно типу соединения; 3) продолжать до тех пор, пока не дойдете на уровень элементов (событий A_i); 4) подставить все полученные выражения в исходную формулу, в результате чего и возникает итоговая запись события X; 5) используя теоремы сложения и у умножения вероятностей для независимых событий необходимо записать вероятность события $p = p\left(X\right)$; 6) подставить числовые значения p_i и q_i для нахождения численного значение надежности схемы p, в случае если необходимо, найти вероятность отказа цепи вычисляем значение $1-p$.

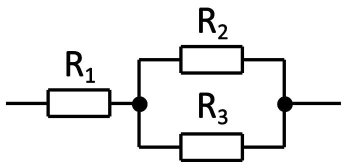

Рис. 3 – Схема со смешанным соединением элементов соединением

Рассмотрим принцип работы данного алгоритма на примере конкретной задачи. Рассмотрим конкретный пример. Пусть нам задана смешанная цепь проводников, представленная на рисунке 3 [1]. Необходимо определить вероятность того, что схема работать будет, при следующих значениях:

$$p(A_1) = 0.8,\ p(A_2) = 0.77,\ p(A_3) = 0.59,$$

где A_i – независимое событие, которое заключается в том, что i-й элемент работает и пропускает ток. В данной задаче присутствуют оба способа подключения элементов, следовательно, событие X_1, принимающее значение «работает схема с параллельным соединением проводников R_2 и R_3, т. е. данный участок будет пропускать ток» будет находиться как сумма событий: $X_1 = A_2 + A_3$. Тогда вероятность работы данного участка цепи будет находиться по формуле:

$$p\left(X_1\right) = p\left(A_2 + A_3\right).$$

Исходя из того, что проводник R_1 и выделенная нами часть подключены последовательно, событие безотказной работы цепи будет находиться как на основании теоремы умножения вероятностей для независимых событий: $X = A_1 \cdot X_1$. Тогда вероятности безотказной работы можно рассчитать следующим образом:

$$p\left(X\right) = p\left(A_1 \cdot X_1\right) = p(A_1) \cdot p\left(A_2 + A_3\right) = p\left(A_1\right) \cdot \left(p\left(A_2\right) + p\left(A_3\right) - p\left(A_2\right) \cdot p\left(A_3\right)\right) =$$
$$= 0.8 \cdot \left(0.77 + 0.59 - 0.77 \cdot 0.59\right) = 0.72456.$$

Следовательно, надежность цепи будет равна 72,456 %.

Список использованных источников

1. Ласый П. Г., Задачник по теории вероятностей: учебно-методическое пособие для студентов энергетических специальностей БНТУ. – Минск: БНТУ, 2018. – С. 6–21.