Список использованных источников

1. Мультимедийные средства обучения [Электронный ресурс] // pandia.ru – 2020 – Режим доступа: https://pandia.ru/text/ 78/187/61976.php – Дата доступа: 20.03.2022.
2. Мультимедийные средства обучения и их возможности [Электронный ресурс] // cyberleninka.ru – 2008 – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/multimediynye-sredstva-obucheniya-i-ih-vozmozhnosti-v-podgotovke-uchaschihsya-obscheobrazovatelnyh-shkol– Дата доступа: 20.03.2022.
3. Применение мультимедийных средств в систему обучения [Электронный ресурс] // infourok.ru – 2017 – Режим доступа: https://infourok.ru/primenenie-multimediynih-sredstv-v-sisteme-obucheniya-1981747.html – Дата доступа: 21.03.2022.
4. Методика использования мультимедиа технологий на уроке [Электронный ресурс] // perevoloka.schools.by – 2016 – Режим доступа: https://perevoloka.schools.by/pages/uses_of_multimedia – Дата доступа: 21.03.2022.

УДК 515.545+517.965+517.983

Особенности решений линейных функциональных уравнений на замкнутых римановых поверхностях

Базылев М. Ю., студент,
Ткаченко В. В., студент
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель: ассистент Готина Л. Н.

Аннотация:
Рассматриваются вопросы, связанные с особенностями решений линейных уравнений на замкнутых римановых поверхностях. В работе демонстрируется актуальность использования алгоритма Евклида при решении некоторых линейных задач, для функций, аналитичных в бикруге. Показана межпредметная связь дисциплины «Математика» со специальными и общетехническими дисциплинами.

В современной теории функций комплексного переменного одной из важнейших областей исследований является теория краевых (граничных) задач в классах аналитических функций и их различных обобщений. Эти задачи нашли широкое применение в электротехнике.

Рассмотрим использование алгоритма Евклида на конкретных задачах.

Рассмотрим следующую задачу: Найти аналитическую в бикруге $|z|<1, |\omega|<1$ и непрерывную в замкнутом бикруге $|z|\le 1, |\omega|\le 1$ функцию $\Phi(z,\omega)$, удовлетворяющую равенству:

$$A(z,\omega)\Phi(z,\omega) = A(z,0)\Phi(z,0) + A(0,\omega)\Phi(0,\omega) - A(0,0)\Phi(0,0) + z\omega B(z,\omega),$$

$$|z| = |\omega| = 1,$$

где так называемое «ядро» $A(z,\omega)$ и «свободный член» $B(z,\omega)$ – заданные функции, аналитические в бикруге $|z|\le 1, |\omega|\le 1$.

При $z=0$ и при $\omega=0$ уравнение обращается в тождество.

Если $A(z,\omega)$ нигде в бикруге не обращается в нуль, то уравнение легко решается, а его общее решение имеет вид:

$$\Phi(z,\omega) = \frac{A(z,0)\Phi(z,0)+A(0,\omega)\Phi(0,\omega)-A(0,0)\Phi(0,0)+z\omega B(z,\omega)}{A(z,\omega)},$$

где $\Phi(z,0)$ и $\Phi(0,\omega)$ – произвольные аналитические в кругах $|z|<1$ и $|\omega|<1$ функции, непрерывные в замыканиях этих кругов и подчиненные ограничению:

$$\Phi(z,0)\big|_{z=0} = \Phi(0,\omega)\big|_{\omega=0} = \Phi(0,0).$$

Таким образом, интерес представляет лишь тот случай, когда ядро $A(z,\omega)$ обращается в нуль в бикруге $|z|\le 1, |\omega|\le 1$. В этом случае основным методом решения задачи является проблема нахождения функций $\Phi(z,0)$ и $\Phi(0,\omega)$, для которых при $A(z,\omega)=0$ обращается в нуль числитель общего решения.

Итак, приходим к следующей задаче. Найти функции $\Phi(z,0)$ и $\Phi(0,\omega)$, аналитические соответственно в кругах $|z|<1$ и $|\omega|<1$, непрерывные в замкнутых кругах $|z|\le 1$ и $|\omega|\le 1$ и удовлетворяющих равенству:

$$A(z,0)\Phi(z,0)+A(0,\omega)\Phi(0,\omega)-A(0,0)\Phi(0,0)+z\omega B(z,\omega)=0,$$

при $|z|=|\omega|=1$, причем переменные z и ω связаны равенством $A(z,\omega)=0$.

Предполагаем, что $A(z,\omega)$ – неприводимый многочлен, получаем, что множество точек $(z,\omega)\in R^2$, связанных уравнением $A(z,\omega)=0$, есть замкнутая риманова поверхность.

Предполагая, что $B(z,\omega)$ тоже является полиномом, будем искать условия, при которых решения уравнения являются полиномами. В общем случае решения уравнения, если и существуют, не являются полиномами. Поэтому предположим, что уравнение $A(z,\omega)=0$ есть неприводимое алгебраическое уравнение рода нуль (тогда его риманова поверхность гомеоморфна сфере). Данное уравнение допускает униформизацию рациональными функциями, т. е. существуют рациональные функции $z=\varphi(t), w=\psi(t)$, для которых $A[\varphi(t),\psi(t)]\equiv 0$. Кроме того, равенство должно выполнять всюду в R^2 (а не только при $|z|=|w|=1$). Предположим, что рациональные функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ – полиномы. Тогда функции

$$\begin{gathered}a(t):=A[\varphi(t);0], b(t):=A[0,\psi(t)],\\ f(t):=\Phi[\varphi(t);0], g(t)=[0,\psi(t)],\\ c(t)=A(0,0)\Phi(0,0)-\varphi(t)\psi(t)B[\varphi,\psi],\end{gathered}$$

также являются полиномами, а уравнение приобретает вид:

$$a(t)\cdot f(t)+b(t)\cdot g(t)=c(t),\ t\in R^2,$$

которое надо решать в полиномах $f(t)$ и $g(t)$.

В теории алгебраических функций полученное уравнение широко известно, а его решение достигается с помощью алгоритма Евклида. Предположим, что полиномы $a(t)$ и $b(t)$ взаимно просты, и пусть степень $a(t)$ не меньше степени $b(t)$. Тогда разделив $a(t)$ и $c(t)$ на $b(t)$, получим:

$$a(t) = b(t) \cdot g(t) + r(t)\,,\ \ c(t) = b(t) \cdot g_1(t) + r_1(t)\,,$$

где степени полиномов $r(t)$ и $r_1(t)$ меньше степени $b(t)$. Подставив полученные значения получим:

$$r(t) \cdot X(t) + b(t) \cdot Z(t) = r_1(t)\,,$$

$$\text{где}\ \ X(t) = f(t)\,,\ \ Z(t) = q(t) f(t) + g(t) - g_1(t)\,.$$

Очевидно, что если $f(t)$ и $g(t)$ – полиномы, то $X(t)$ и $Z(t)$ – тоже полиномы и обратно.

Рассмотрим задачу о нахождении потенциала $\Phi(z,\omega)$ внутри области D, если на границе области его поведение задано формулой:

$$(z-\omega)\Phi(z,\omega) = z\Phi(z,0) - \omega\Phi(0,\omega) + z\omega B(z,\omega)\,.$$

Здесь $A(z,\omega) = z - \omega$.

Униформизация уравнения $z - \omega = 0$ достигается просто: $\begin{cases} z = t \\ \omega = t \end{cases}$. И мы приходим к уравнению:

$$t\Phi(t,0) - t\Phi(0,t) + t^2 B(t,t) = 0\,.$$

Сокращаем его на t, получим: $\Phi(t,0) - \Phi(0,t) + tB(t,t) = 0$.

Задавая $\Phi(0,t)$, произвольно, получим: $\Phi(t,0) = \Phi(0,t) - tB(t,t)$.

Таким образом, уравнение разрешимо безусловно.

Найдем его общее решение:

$$\Phi(z,\omega)=\frac{z\Phi(z,0)-\omega\Phi(0,\omega)+z\omega B(z,\omega)}{z-\omega}=\frac{z\Phi(0,z)-z^2B(z,z)-\omega\Phi(0,\omega)+z\omega B(z,\omega)}{z-\omega}=$$

$$=\frac{[z\Phi(0,z)-\omega\Phi(0,\omega)]+z[\omega B(z,\omega)-zB(z,z)]}{z-\omega}=\frac{z\Phi(0,z)-\omega\Phi(0,\omega)}{z-\omega}+z\frac{\omega B(z,\omega)-zB(z,z)}{z-\omega}.$$

Преимущество этого решения – его явный вид. Решение уравнения с помощью алгоритма Евклида, хотя и не имеет явного вида, но зато не требует нахождения корней полиномов.

Список использованных источников

1. Родосский К. А. Алгоритм Евклида / К. А. Родосский. – М.: Наука, 1988. – 240 с.

2. Уокер Р. Алгебраические кривые / Р. Уокер. – М.: Издательство иностранной литературы, 1952. – 236 с.

3. Чеботарев Н. Г. Теория алгебраических функций /Н. Г. Чеботарев. – М.: УРСС, 2004. – 364 с.

УДК 377.091

О направлениях развития профессионального образования Республики Беларусь в условиях цифровой экономики

Белоцкая О. М., аспирант

Республиканский институт профессионального образования

Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент Голубовский В. Н.

Аннотация:

В статье представлен краткий обзор основных направлений профессионального образования в условиях цифровой трансформации, направленной на создание единой Республиканской информационно-образовательной среды учреждений профессионального и среднего специального образования.