

ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ КАК РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Студентка гр. 104610 Щербо А.С.

Канд. техн. наук, доцент Волкович П.Ф.

Белорусский национальный технический университет

Одним из единообразных способов определения числовых и функциональных последовательностей является задание их общих членов в виде определенных интегралов или первообразных функций соответственно. Если указанные интегралы (первообразные функции) являются рекуррентно вычислимыми, то определяемые ими последовательности составляют класс рекуррентных (возвратных) последовательностей. Сформулируем далее свойства таких последовательностей, весьма важные в приложениях.

Пусть общий член интегральной рекуррентной последовательности представлен первообразной функцией

$$I_n = \int \varphi_n(x) dx \quad (1)$$

и пусть $\varphi_n(x) = x^n f(x)$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, где $f(x)$ – целая функция, которая по определению представляется всюду сходящимся степенным рядом. Тогда, как известно, если функция x^n ограничена, то и произведение $x^n f(x)$ представляется равномерно сходящимся рядом, который, следовательно, можно почленно интегрировать. Применяя обобщенную формулу интегрирования по частям, в этом случае получим интегральное рекуррентное соотношение того же порядка r , что и порядок целой функции $f(x)$.

Аналогично, рекуррентным соотношением представляется интегральная рекуррентная последовательность, если подынтегральная функция $\varphi_n(x)$ ее общего члена I_n является композицией целой степенной и трансцендентной функции или композицией целой степенной и целой функции, представимой сходящимся степенным рядом, или произведением двух аналогичных композиций.

Решения рекуррентных соотношений методом математической индукции в указанных случаях представляются комбинаторными суммами. Такое представление реализуется также для рекуррентно вычисляемых интегралов и служит цели снижения сложности вычислительных алгоритмов при проведении научных исследований, инженерных и экономических расчетов.