

КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОБЛАСТЕЙ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Студент гр. 113027 Черномор А.А.,
кандидат физ.-мат. наук, доцент В.А. Нифагин
Белорусский национальный технический университет

Методы теории функций комплексного переменного широко используются для решения задач Дирихле и Неймана в плоской постановке. Они базируются на интегральных представлениях аналитической функции в канонических областях (например, круге) через граничные значения ее действительной части. Обобщение решений на случаи различных областей с гладкой границей производится с помощью конформного отображения канонической области на исходную [1]. Для трехмерных задач подобная схема оказывается труднореализуемой из-за сложности построения трехмерного отображения $\xi: D \rightarrow G$, где $D, G \subset E_3$, которое является решением нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В тоже время в [2] были построены матричные структуры для описания элементов пространств E_3 и E^2 соответственно, что позволило сформировать регулярную в D комплексную функцию $f(\kappa)$, которая является носителем четырех гармонических функций $\xi_k(\kappa)$. На этой основе условия конформности по Гауссу в E^2 принимает вид $|d\ell_G| = |f'(\kappa)| |d\ell_D|$, где $d\ell_D, d\ell_G$ – дифференциалы дуг в областях D и G соответственно.

В работе рассматривается конформное отображение для регулярной в E^2 линейной функции

$$w = a_0 + a_1 P_1(\kappa), P_1(\kappa) = 2\kappa + \bar{\kappa}.$$

Построен численный пример, реализующий отображение эллипсоида вращения вокруг оси OX_1 с центром в точке $\kappa_0 = 0 \in D: |P_1(\omega)| < 1$ на шар $G: |w - a_0| < a_1$ и решена задача Дирихле для эллипсоида.

Литература

1. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М.: Физматгиз, 1963.
2. Мельниченко, И.П. Кватернионные переменные и гиперкомплексные потенциалы в механике сплошной среды / И.П. Мельниченко, Пик Е.М. // Прикладная механика. – 1973. – Т. 9., Вып. 4. – С. 45–50.