

УДК 621.9.011

МКЭ-ОЦЕНКА РАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В БИОНИЧЕСКОЙ БАШНЕ МАЯКА ЭДИСТОН

Студенты гр.10305220 Громоковский Д., Гривусевич Е.

Научные руководители – Довнар С.С., Лапука А.Д.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Исследование посвящено моделированию несущей системы маяка Эдистон (*Eddystone lighthouse*; рисунок 1), стоящего уединенно в море и отмечающего группу опасных скал в районе английского порта Плимут. Ныне работающий (с 1882 г.) маяк является 4-ым маяком на этом месте. Третий маяк (1759 г, маяк Смитона – *John Smeaton*) и четвертый маяк (1882 г., маяк Дугласа – *James Douglass*) построены по общей инженерной идее [1, 2]. Они копируют форму ствола дуба. Маяк Эдистон в указанных модификациях послужил образцом для множества маяков в мире. Это один из первых удачных бионических объектов в современной технике.

Прочность башни маяка проверена временем и не вызывает сомнений. Это эффективное инженерное решение. Его стоит подвергнуть МКЭ-анализу для понимания достоинств несущей системы. По историческому рисунку (рисунок 1, а) была построена 3D-модель маяка (рисунок 1, б), состоящая из системы солидов. В модели маяк разделен вертикальными плоскостями на четверти. Солиды импортированы из САD-модуля в САЕ-модуль для МКЭ-анализа (рисунок 1, в).

Модель маяка включает (рисунок 1, в) скалу 1 (гнейс), гранитный базис (маркеры 2а – 2б), водобойную кольцевую ступеньку 3, ствол 4, фонарь 5 и крышу фонаря 6. Маяк имеет высоту 49 м при диаметре базиса 13,4 м [3, 4]. Часть маяка от ступеньки 3 до фонаря 5 будем называть бионической башней ББ. Именно эта структура (между маркерами *BB-b* и *BB-t* на рисунок 1, б) профилирована в виде ствола дуба. Диаметр ББ уменьшается снизу вверх от 10,8 до 7 м. Высота ББ равна 41,5 м. Толщина её стены внизу составляет ~2,6 м на уровне входа (маркер *BB-e* на

рисунок 1, в). Внутри башни – цилиндрическая полость почти постоянного диаметра для 9 уровней помещений и водяного бака внизу.

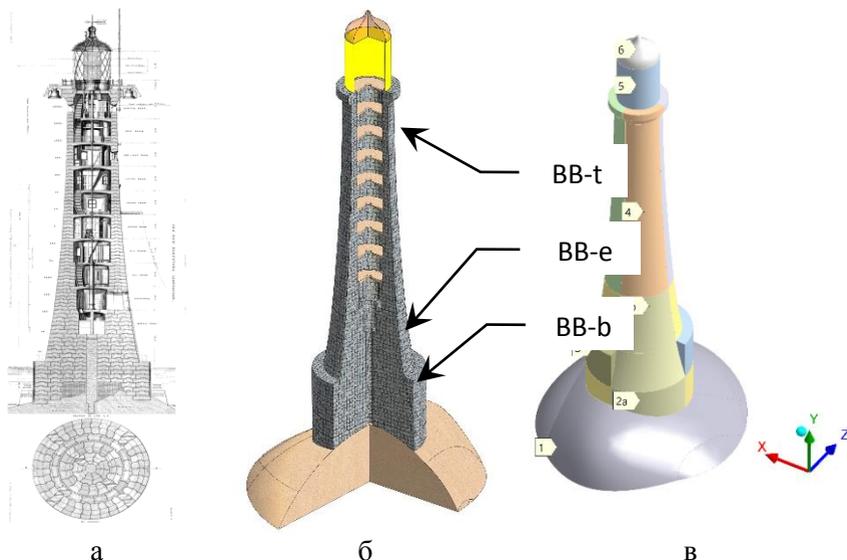


Рисунок 1 – Маяк Эдистон на историческом рисунке (а), в виде 3D-модели в САD-модуле (б) и как система солидов в САЕ-модуле (в). *BB-b* и *BB-t* – низ и верх бионической башни ББ; *BB-e* – уровень входного проема

Интервал от *BB-b* до *BB-e* будем называть основанием бионической башни (ОББ). Ожидается, что это самый ответственный по прочности участок ББ. Башня сложена из более чем 2000 гранитных блоков, зацепленных друг с другом «ласточкиными хвостами». Щели пролиты строительным раствором. Сооружение можно считать монолитным и изотропным.

Маяк сложен из двух сортов гранита (рисунок 2, а) [4]. Гранит ствола (*granite A*) происходит из месторождения *De Lank* (таблица 1) и относительно податлив. Гранит базиса (*granite B*) взят из месторождения *Dalbeattie* и имеет весьма высокий модуль упругости.

Обратим внимание, что на рисунке 2, а показан главный резонанс маяка, воспроизведенный с помощью МКЭ. Частота изгибной резонансной моды по расчету составила 4,57 Гц. Натурные измерения дают частоту 4,36 Гц [3, 4]. Совпадение удовлетворительное. Геометрия маяка и свойства материалов воспроизведены в МКЭ-модели с приемлемой точностью.

Таблица 1. Механические свойства материалов для МКЭ-модели

Материал	Модуль упругости E , ГПа	Удельная плотность ρ , кг/м ³	Прочность на сжатие, МПа
Гранит А (<i>granite A</i>)	32,3	2644	219
Гранит В (<i>granite B</i>)	41,1	2670	147
Скала из гнейса (<i>rock</i>)	30	2300	>41
Сталь (<i>steel</i>)	210	7850	>250

Сетки конечных элементов представлены на рисунок 2, б. Каждому солиду соответствует своя сетка. Солиды базиса и ствола объединены в особую расчетную систему – деталь (part). Их сетки связаны друг с другом полностью жестко и непрерывно. Деталь «водобойная ступенька» соединена с базисом уже через контактную пару в статусе *bonded*. Также через контактную пару маяк сцеплен со скалой.

Во всех МКЭ-расчетах скала была жестко закреплена снизу (*support* на рисунок 2, в). На модель прилагалась сила тяжести «G» (желтая стрелка), а также давление на группу поверхностей «pA» (выше маркера 1) и «pB» (от 1 ниже вплоть до скалы). Применялись два уровня давления. Ураганному ветру приписывалось давление $p_{wind} = 600$ Па. Штормовому напору морской воды было установлено давление $p_{water} = 6000$ Па.

Обратим внимание на пятно 2 (рисунок 2, в). Это место приложения ударной нагрузки при разбивании волны о ББ [4]. Для маяка Эдистон сила удара волны определена [4] и составляет $F_{impact} = 4400$ кН. Эта весьма существенная нагрузка моделируется квазистатически.

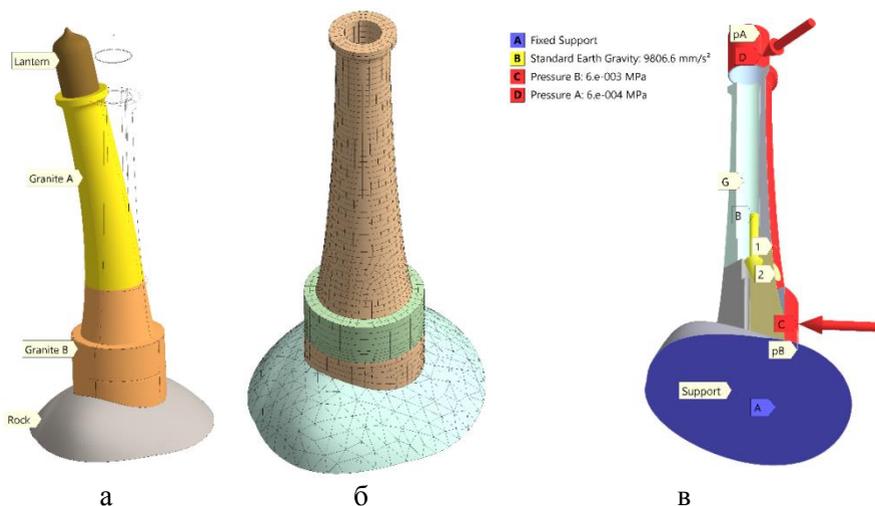


Рисунок 2 – Колебания маяка (4,57 Гц) на первой резонансной моде (а), сетка конечных элементов (б) и граничные условия для модели на виде снизу (в)

Выполненные варианты нагружения поясняет рисунок 3. На рисунок 3, а действует ветровая нагрузка p_{wind} на площади pA , а также сила удара волны F_{impact} . Этот случай обозначим как « $pA_{wind} + F$ ». Рисунок 3, б относится к случаю действия напора воды p_{water} на площади pB при учете сила тяжести (« $pB_{water} + G$ »). На рисунок 3, в сила тяжести сочетается с ветровой нагрузкой по всем группам поверхностей (« $pA_{wind} + pB_{wind} + G$ »). Это возможно при отливе.

Полная масса МКЭ-модели составила 6547 т (без учета скалы). Напор ветра на площадке pA равен 120 кН горизонтально (напор формирует изгибающий момент в ББ). Напор воды на площадке pB гораздо сильнее и составляет 1176 кН. В расчете принят самый опасный вариант совпадения напоров ветра и воды по направлению. Максимальную горизонтальную силу генерирует удар волны (4400 кН, вероятность такого удара – раз в 50 лет [3]).

В напряженном состоянии башни благодаря силе тяжести доминирует сжатие (рисунок 6, а). Поэтому рационально анализировать картины минимального главного напряжения σ_3 (рисунок 4 а, б). Эквивалентные напряжения σ_e (рисунок 5, а)

определяются почти полностью именно напряжениями σ_3 . Максимальное и среднее напряжения σ_1, σ_2 по всей модели близки к нулю.

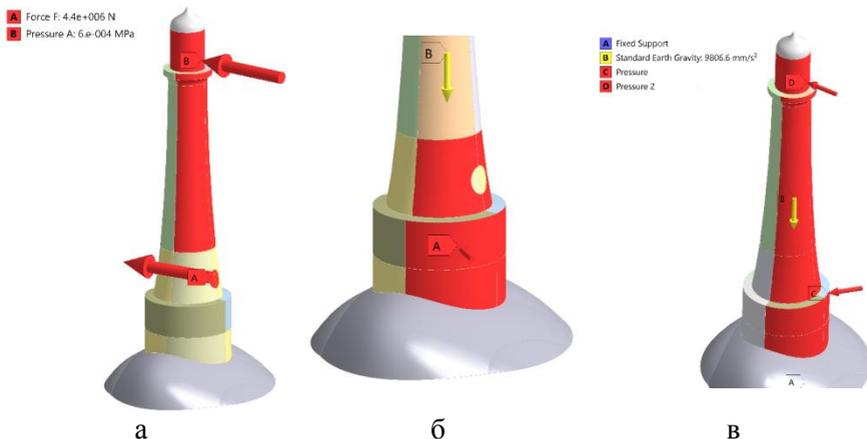


Рисунок 3 – Различные варианты нагружения маяка:

- а – ветром и ударом волны;*
- б – напором воды (и силой тяжести);*
- в – ветром по всей высоте башни*

Картина н.д.с. маяка под действием только силы тяжести отражена на рисунок 4, а. Поле σ_3 является слабым в верхней части маяка (-0,27214 МПа). Потом оно становится весьма равномерным в нижней половине ББ и внутри базиса: от маркера -0,37435 МПа до маркера -0,38695 МПа. Далее вниз напряжения сжатия ослабевают. Вес маяка распределяется внутри скалы. Важно отметить эффект кольцевой линейной концентрации сжатия (1). Повышенное сжатие соответствует нижней кромке базиса. Ступенька 2 практически не нагружена.

Главный вывод из рисунка 4, а заключается в том, что бионическая форма ББ выравнивает напряжения сжатия в башне. Степень сжатия постоянна независимо от высоты сечения. Увеличение площади нижних сечений довольно точно соответствует увеличению приходящегося на них веса. Профиль ББ (исходно – профиль ствола дуба) весьма оптимален. Он обеспечивает поле σ_3 с малым градиентом.

Дополнение силы тяжести ураганным ветром (рисунок 4, б), как ни странно, почти не меняет картину σ_3 . Возникает лишь небольшое различие между профильными линиями L (наветренная сторона) и W (подветренная сторона). В основании ББ по линии W напряжение σ_3 находится в интервале $-0,35\dots-0,39$ МПа. На симметричной линии L сжатие выше из-за изгиба башни ветром влево. Здесь напряжение σ_3 удерживается в интервале $-0,40\dots-0,45$ МПа.

Итак, бионический профиль башни позволяет весовой нагрузке противодействовать опрокидывающей ветровой нагрузке. Равномерность поля напряжений сохраняется.

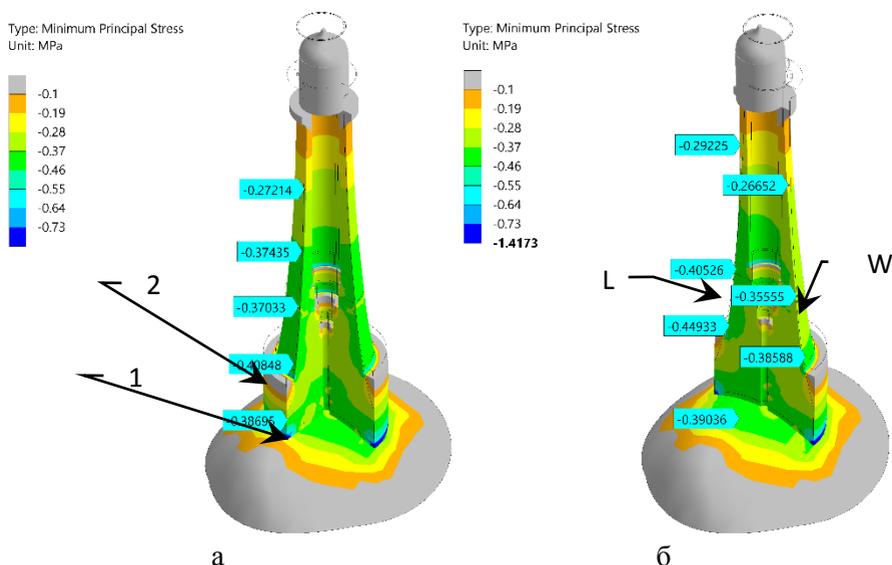


Рисунок 4 – Картины минимального главного напряжения σ_3 при нагружении маяка собственным весом “G” (а) и комбинацией веса и ураганного ветра $p_{wind} = 600\text{Pa}$ “G+pAwind+pBwind” по всей высоте маяка (б): $\times 7500$

Напряженное состояние маяка при более мощной комбинированной нагрузке “G+pAwind+pBwater” показано на рисунок 5. Сила тяжести сжимает маяк, а напоры ветра и воды, действующие совместно, пытаются изогнуть его влево. Картина

эквивалентного напряжения σ_e на рисунок 5, а указывает, что пространственные распределения напряжений имеют малые градиенты. Пики напряжений возникают только на разного рода ступеньках. Эти концентраторы имеют форму линий (например, 1 на рисунок 5, в).

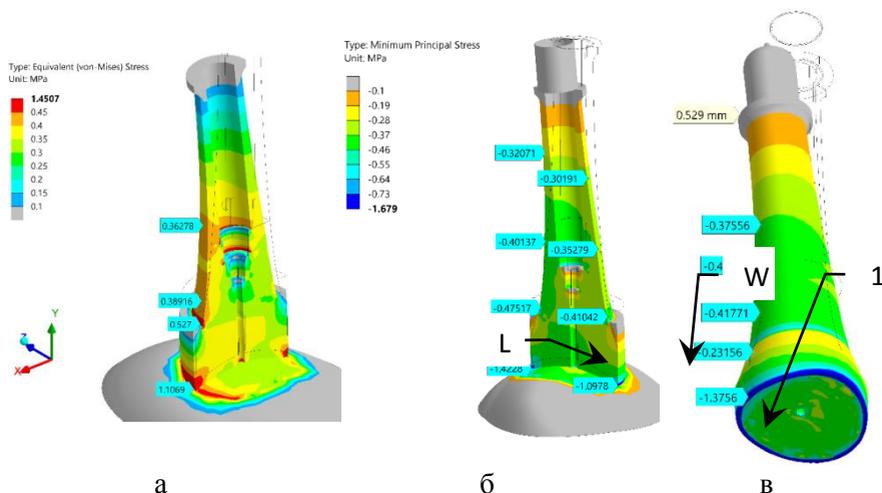


Рисунок 5 – Картины эквивалентного напряжения σ_e (а) и напряжения σ_3 (б – вид сбоку, в – вид снизу) при нагружении маяка комбинацией веса, ураганного ветра $p_{wind} = 600Pa$ и напора воды $p_{water} = 6000Pa$ “ $G+pA_{wind}+pB_{water}$ ” (б): $\times 15000$

На рисунок 5, б нужно обратить внимание на профильные линии L, W и связанные с ними напряжения в основании ББ. С наветренной стороны (W) σ_3 находится в интервале $-0,35...-0,41$ МПа. С подветренной стороны (L) наблюдается уровень $-0,40...-0,47$ МПа. Итак, напряжения по разным сторонам маяка различаются для нижней части ББ только на 15%. Поэтому картину напряжений σ_3 следует признать достаточно однородной и равномерной, особенно с учетом внешних штормовых условий.

Отклонение вершины башни (напором воды и ветра) составляет (рисунок 5, в) только 0,529 мм. Жесткость башни является высокой. Концентрацию напряжений по линии 1 следует охарактеризовать как эффект несовместности деформаций. Он

обусловлен несколько различными модулем упругости и коэффициентом Пуассона у гранита башни и гнейса скалы.

Напряженное состояние маяка на рисунок 6 обусловлено в первую очередь ударом волны по пятну 1. Усиливают воздействие ураганный ветер на площадке рА и собственный вес конструкции. Пятно 1 оказывается (рисунок 6, в) локальным концентратором объемного сжатия ($\sigma_3 = 0.84234$ МПа). На рисунок 6 а, б видно, что наклон башни влево создает линейный концентратор сжатия 2 (σ_3 до -1.9119 МПа). Он идет по границе базиса и скалы. Он идет по границе базиса и скалы.

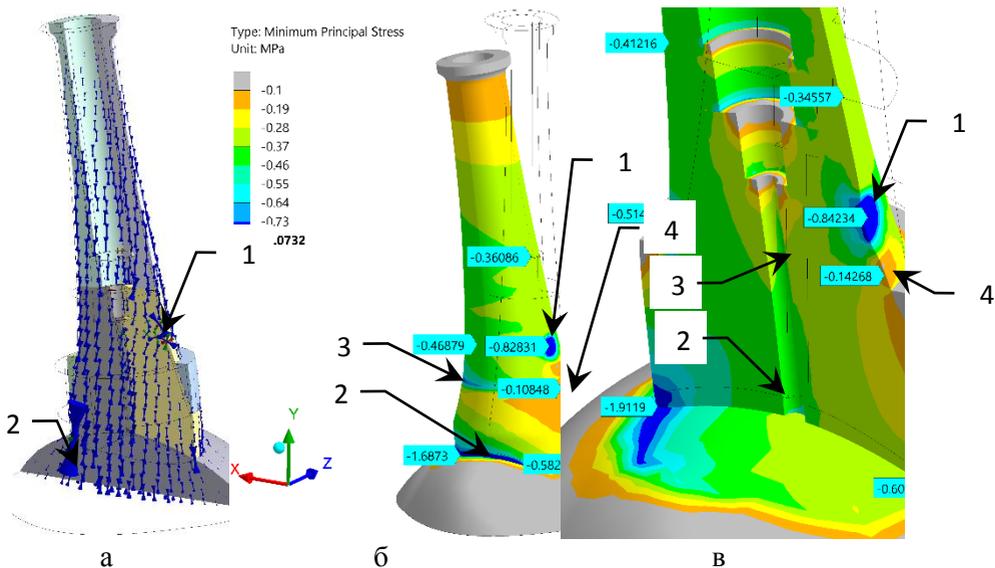


Рисунок 6 – Картины напряжения σ_3 при нагружении маяка комбинацией веса, ураганного ветра $p_{wind} = 600Pa$ и удара волны $F_{impact} = 4400кН$ (“ $G+pAwind+F$ ”): а – вектора напряжений; б – вид снаружи; в – вид в сечении (более мелкая сетка). $\times 10000$

Между башней и водобойным кольцом наблюдается еще один линейный концентратор сжатия 3 (рисунок 6 б, в). Он привязан к резкому изменению диаметра маяка. Концентраторы 1, 2, 3 умеренно опасны, так как напряжения сжатия в них не превышают 2 МПа. Это намного меньше прочности гранита на сжатие (табл.1).

Основную опасность для маяка представляет пятно разгрузки 4, расположенное под пятном удара волны 1. Здесь напряжения сжатия падают по абсолютной величине (-0,14268 МПа на рисунок 6, в). Это угрожает растрескиванием каменной кладки. Важно, что перехода вертикальных напряжений через ноль к растяжению не происходит. Следовательно, опасность растяжения остается виртуальной. Прочное прилегание гранитных блоков обеспечивается.

С учетом того, что на рисунок 6 смоделировано действие волны, приходящей раз в 50 лет, прочность башни можно считать обеспеченной. Равномерность, низкая градиентность полей напряжений в ББ сохраняется во всех рассмотренных вариантах нагружения маяка.

Выводы:

1. Несущая система маяка подвергается одноосному сжатию (обычно от 0 до -0,5 МПа), близкому к равномерному. Концентраторов растяжения не наблюдается. Объемное сжатие возникает временно только в пятне удара волны.
2. Концентраторы сжатия появляются на переходе от водобойной ступеньки к ББ и по границе пятна опирания маяка на скалу. Напряжения сжатия не превышают 2 МПа и не угрожают прочности гранита.
3. Бионическая башня равномерно распределяет напряжения от собственного веса по всей своей наружной поверхности. Здесь σ_3 находится обычно в диапазоне от -0,37 до -0,41 МПа. Он почти не меняется по высоте. Форму башни (копию профиля дуба) следует признать удачной и близкой к равнопрочной.
4. Ураганный ветер ($p_{wind} = 600 Pa$) не нарушает примерного постоянства сжатия по высоте профильных линий. На наветренной стороне σ_3 немного уменьшается по абсолютной величине (-0,35...-0,39 МПа). С подветренной стороны сжатие несколько усиливается (-0,4...-0,45 МПа). Башня остается довольно однородно сжатой.
5. Сочетание ураганного ветра $p_{wind} = 600 Pa$ и напора воды $p_{water} = 6000 Pa$ также не нарушает постоянства напряжений сжатия по высоте в основании ББ. Напряжение σ_3 составляет -

0,4...-0,47 МПа с подветренной стороны и -0,35...-0,41 МПа с наветренной.

6. Самым сильным воздействием на маяк является удар волны (максимальной в 50-летнем цикле). Сила в 4400 кН разгружает кладку гранита от сжатия под пятном удара. Однако полной разгрузки не происходит, так как σ_3 не поднимается выше -0,108 МПа. Следовательно, швы между блоками не пытаются раскрыться. Прочность башни обеспечивается.
7. Бионическая башня маяка Эдистон обладает достаточной прочностью и высокой равномерностью (малым градиентом) напряжений по высоте. В основании ББ почти достигается постоянство напряжений в разных горизонтальных сечениях.
8. При мониторинге маяка первостепенное внимание надо обращать на линейные концентраторы сжатия, которые связаны с переходами профиля (бионическая башня – водобойное кольцо и базис – скала).

Литература:

1. Rowlett, Russ. Lighthouses of Southwest England (Devon and Cornwall). The Lighthouse Directory. University of North Carolina at Chapel Hill. Retrieved 30 April 2016.
2. Douglass, J. (1878), Note on the eddystone lighthouse., in «Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers», Vol. 53, Thomas Telford-ICE Virtual Library, pp. 247–248.
3. Davide Banfi. A field and laboratory study on the dynamic response of the Eddystone lighthouse to wave loading School of Engineering Plymouth University Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, September 2017 <https://www.researchgate.net/publication/325553419>
4. Trinh, Q., Raby, A., Banfi, D., Corrado, M., Chiaia, B., Rafiq, Y. & Cali, F. (2016), «Modelling the eddystone lighthouse response to wave loading», Engineering Structures, 125, 566–578.