



<https://doi.org/10.21122/1683-6065-2022-3-70-82>  
УДК 669.054.8

Поступила 06.07.2022  
Received 06.07.2022

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВА СТРУЖКО-ПОРОШКОВЫХ ДИСПЕРСИЙ ЧЕРНЫХ МЕТАЛЛОВ В ПРОХОДНОЙ МУФЕЛЬНОЙ ПЕЧИ ГОРЯЧЕГО БРИКЕТИРОВАНИЯ. СООБЩЕНИЕ 2

О. М. ДЬЯКОНОВ, А. А. ЛИТВИНКО, В. Ю. СЕРЕДА, Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь, пр. Независимости, 65. E-mail: guinness1993@mail.ru, artyom.litvinko@gmail.com

Выполнено моделирование процесса нагрева стружки в зонах газопламенного и индукционного нагрева проходной муфельной печи. Имеющие сопряженный характер механизмы теплопереноса (кондуктивный, конвективный, радиационный) рассмотрены в приближении взаимопроникающих континуумов при отсутствии в условиях высокопористой стружковой среды  $\varepsilon = 80-90\%$  сколько-нибудь заметного влияния фильтрационных процессов. В результате анализа тепло- и массопереноса в пористом стружковом теле и рабочем пространстве печи получена система уравнений для расчета температурных и концентрационных полей и полей интенсивности теплового излучения в зависимости от заданной производительности печи, расхода природного газа и концентрации масла в СОЖ. Система уравнений, представляющая собой модель процессов тепло- и массопереноса, является замкнутой и позволяет решить поставленную задачу – определить температуру нагрева стружки на выходе из зоны газопламенного нагрева, состав и остаточное содержание в ней жидкой фазы, а также отыскать оптимальную высоту и температуру муфеля индуктора в зоне индукционного нагрева, габариты и электрические параметры индуктора.

**Ключевые слова.** Стружка, нагрев, температура, газопламенный, индукционный, тепло- и массоперенос, кондуктивный, конвективный, радиационный, модель, печь, муфельная, горелка, газовая, индуктор, габариты, электрические, параметры, теплоизоляция.

**Для цитирования.** Дьяконов, О. М. Моделирование процесса нагрева стружко-порошковых дисперсий черных металлов в проходной муфельной печи горячего брикетирования. Сообщение 2 / О. М. Дьяконов, А. А. Литвинко, В. Ю. Середа // Литье и металлургия. 2022. № 3. С. 70–82. <https://doi.org/10.21122/1683-6065-2022-3-70-82>.

## MODELING OF THE PROCESS OF HEATING OF CHIP-POWDER DISPERSIONS OF FERROUS METALS IN THE PASS-THROUGH MUFFLE FURNACE OF HOT BRIQUETTING. MESSAGE 2

O. M. DYAKONOV, A. A. LITVINKO, V. YU. SEREDA, Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus, 65, Nezavisimosti ave. E-mail: guinness1993@mail.ru, artyom.litvinko@gmail.com

The simulation of the chip heating process in the zones of gas-flame and induction heating of a continuous muffle furnace has been carried out. The mechanisms of heat transfer (conductive, convective, radiative) that have a conjugated character are considered in the approximation of interpenetrating continuums in the absence of any noticeable influence of filtration processes under conditions of a highly porous chip medium. As a result of the analysis of heat and mass transfer in the porous chip body and the working space of the furnace, a system of equations was obtained for calculating temperature and concentration fields and fields of thermal radiation intensity depending on the specified furnace productivity, natural gas consumption, and oil concentration in the coolant. The system of equations, which is a model of heat and mass transfer processes, is closed and allows us to solve the problem posed – to determine the heating temperature of the chips at the exit from the gas-flame heating zone, the composition and residual content of the liquid phase in it, and also to find the optimal height and temperature of the inductor muffle in induction heating zone, dimensions and electrical parameters of the inductor.

**Keywords.** Chips, heating, temperature, gas-flame, induction, heat and mass transfer, conductive, convective, radiation, model, furnace, muffle, burner, gas, inductor, dimensions, electrical, parameters, thermal insulation.

**For citation.** Dyakonov O. M., Litvinko A. A., Sereda V. Yu. Modeling of the process of heating of chip-powder dispersions of ferrous metals in the pass-through muffle furnace of hot briquetting. Message 2. Foundry production and metallurgy, 2022, no. 3, pp. 70–82. <https://doi.org/10.21122/1683-6065-2022-3-70-82>.

### Нагрев стружки в зоне газопламенного нагрева

Данная задача отличается от рассмотренной в [1] не только более сложной конструкцией газопламенного отсека печи с наличием множества каналов для перемещения дымовых газов (рис. 1), но

и протеканием процессов агрегатных превращений нагреваемых и теплопередающих сред (испарение СОЖ, горение паров масла). Несмотря на это, принцип решения задачи аналогичен – итерационно определяется температура стружки и дымовых газов.

Стружка загружается в муфель 4 с начальной температурой менее 100 °С и далее равномерно перемещается сверху вниз под действием силы тяжести и с помощью шнека 5. Нагрев стружки происходит в стационарном тепловом поле, создаваемом за счет сгорания природного газа и масляной компоненты СОЖ в топке печи 3. Процесс нагрева сопровождается процессом массопереноса – удалением воды и масла. Газы удаляются из муфеля через щелевые отверстия *a* и далее из топки через боковые дымоходы *b* у ее основания, вертикальный дымоход *c* и отверстие *d* в шахте печи 3. При этом газы нагревают пространство между стенками печи и муфеля (печное или рабочее пространство) посредством радиационного и конвективного механизмов теплопереноса. Расположение горелки и дымоходов обеспечивает всесторонний и равномерный прогрев столба стружки в муфеле, чему способствуют тепловые зазоры между стенками печи и муфеля, перемешивание стружки шнеком, высокая теплопроводность стального муфеля и небольшая толщина прогреваемого слоя стружки – 150 мм.

В принятой схеме нагрева наибольшее количество паров масла (тяжелых углеводородов) выходит в топку печи через нижние щелевые отверстия в муфеле (2-3 отверстия) по мере роста температуры нагрева стружки. Через верхние отверстия в топку выходят пары воды и легкие фракции масла. Однако интенсивная турбулентная циркуляция газов, малые габариты топочного пространства, а также принудительное перемещение газов сверху вниз к выходу при верхнем расположении горелки способствуют выравниванию температур по высоте зоны газопламенного нагрева. Таким образом, тепловые потоки и температура газов по всему рабочему объему печи распределены равномерно.

Ввиду малой площади поперечного сечения шнека ( $\varnothing 80$  м), назначение которого состоит в предотвращении зависания стружки в муфеле, из рассмотрения следует исключить нагрев самого шнека и сложный теплообмен при его вращении, при этом распределение температуры стружки в зоне перемешивания по сечению муфеля можно считать равномерным.

Необходимо отметить, что рассматриваемая конструкция малогабаритного газопламенного отсека печи не обеспечивает полное сжигание выходящих из муфеля паров масла даже при достаточном количестве воздуха, вдуваемого в печь. Назначение такого способа нагрева заключается в максимально возможном удалении жидкой фазы и использовании масла в качестве топливной добавки к природному газу с целью повышения КПД печи. Пары масла частично уносятся из печи вместе с другими дымовыми газами и направляются в установку «мокрой» очистки для сбора конденсата и регенерации. Завершающим этапом тепловой обработки стружки с целью ее полной очистки и нагрева до заданной температуры является индукционный нагрев, эффективность которого повышается экспоненциально по мере удаления СОЖ.

Задача состоит в том, чтобы определить температуру стружки на выходе из зоны газопламенного нагрева, состав и остаточное содержание в ней жидкой фазы. Это позволило бы решить последующую

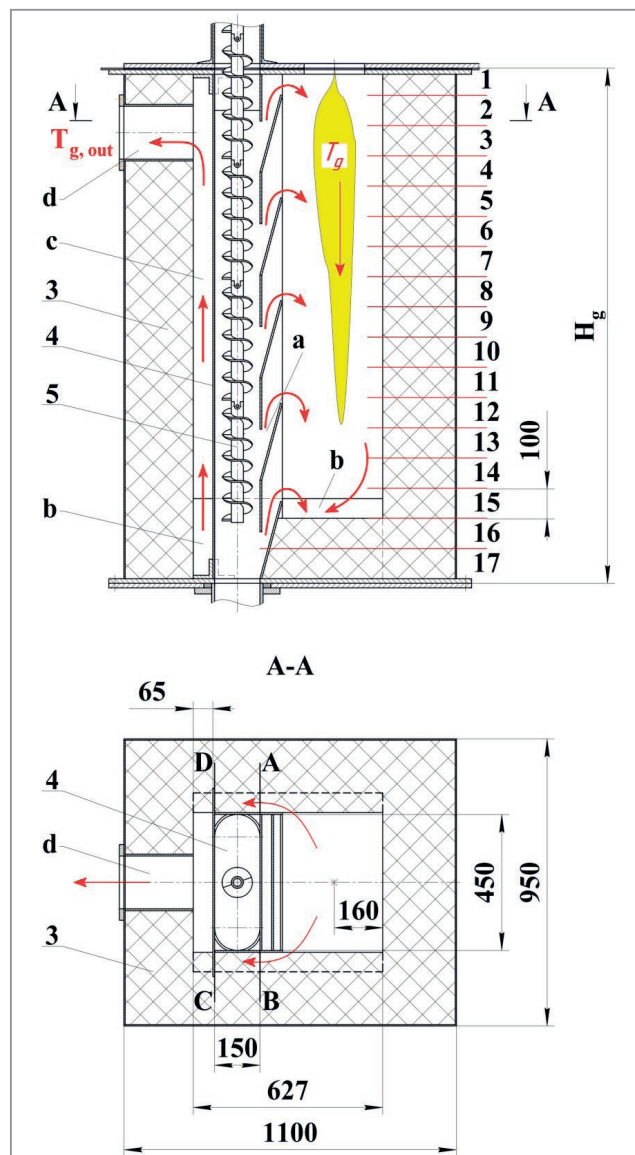


Рис. 1. Схема газопламенного отсека проходной муфельной печи (зона газопламенного нагрева)

задачу: отыскать оптимальную высоту муфеля индуктора и его температуру в зоне индукционного нагрева, а также электрические параметры индуктора. Основопологающим условием в конечном итоге является полное удаление жидкости и нагрев стружко-порошковых дисперсий черных металлов до температуры 750–850 °С. Исходными данными (константами) для решения задачи являются высота зоны газопламенного нагрева – 1,7 м; производительность печи –  $Q_{\text{пир}} = 750$  кг стружки в 1 ч; мощность газовой горелки – 20 м<sup>3</sup>/ч; содержание СОЖ в стружке – 12 мас. % (5 % масла + 7 % воды). Проходное сечение муфеля имеет прямоугольную форму с размерами 150×450×1700 мм при толщине стенок 6 мм.

В соответствии с изложенными обстоятельствами в настоящей работе при формулировке математической модели процесса нагрева стружки были приняты следующие допущения: нагрев муфеля в газопламенном отсеке и индукторе печи считать всесторонним и равномерно распределенным вокруг муфеля и по высоте; температура стружки распределена равномерно по проходному (поперечному) сечению муфеля; выход паров воды и масла из муфеля – мгновенный.

На первоначальном этапе расчета принимаем, что масло испаряется и не сгорает. Этот случай имеет место при отсутствии окислителя – воздух в печь не вдувается и именно для этого предельного случая решается поставленная задача. Далее расчет повторяется для случаев сгорания 1, 2 и 3 % масла. Для всех случаев требуется построение графиков изменения температуры стружки и массопереноса (удаления) воды и масла по высоте печи, определение КПД и коэффициентов экономической эффективности работы печи в зависимости от процента сгорания масла.

Моделирование процесса нагрева стружки требует решения сопряженной задачи, включающей в себя нестационарный нагрев стружки в муфеле, испарение СОЖ в объеме стружки, радиационно-конвективный теплообмен в высокотемпературной газовой среде, теплоперенос в футеровке печи. Сопряженность означает, что все перечисленные процессы происходят одновременно и представляют собой подзадачи, результаты решения которых должны использоваться как граничные условия для других задач.

Численное решение в трехмерной постановке требует построения пространственной сетки с шагом 100 мм. Тогда для описания всей зоны газопламенного нагрева с габаритами 1,1×0,95×1,7 м необходима пространственная сетка с числом узлов 2079. Время прохождения стружки по муфельной трубе в этой зоне составляет ≈ 10–11 мин. Тогда только для одного варианта начальных параметров потребуется свыше 20 тыс. шагов по времени. К сожалению, такая задача, помимо чисто технических трудностей при написании компьютерной программы, потребует и огромного времени счета, что неприемлемо.

Рассмотрим возможность упрощения задачи и ее решения в двумерной постановке. Оценим соотношение тепловых потоков в стружке в вертикальном и горизонтальном направлениях. Допустим, что на высоте 1,7 м стружка нагревается до 450 °С. Тогда вертикальный градиент температуры в стружке представляет собой величину  $\frac{dT}{dz} \approx \frac{450}{1,7} \approx 265$  К/м. При характерном значении теплопроводности стружки  $\lambda_{sc} \approx 5$  Вт/(м·К) тепловой поток в вертикальном направлении равен  $q_z = \lambda_{sc} \frac{dT}{dz} \approx 1,3$  кВт/м<sup>2</sup>. Характерная величина теплового потока в горизонтальном направлении определяется главным образом тепловым излучением от дымовых газов и горячих стенок печи. Приняв характерную температуру дымовых газов и стенок равной 1000 °С, оценим тепловой поток на стружку как  $q_y = \frac{1}{2} \sigma_0 T^4 = \frac{1}{2} \cdot 5,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1273^4 \approx 74,5$  кВт/м<sup>2</sup>. Таким образом, тепловой поток в горизонтальном направлении на несколько порядков превосходит тепловой поток в вертикальном направлении. Поэтому принимаем двумерную модель, при которой теплоперенос рассматривается в поперечном сечении печи, – в вертикальном направлении им можно пренебречь. Погрешность, которая вносится при переходе от трехмерной к двумерной постановке, равна  $q_z / q_y \approx 2\text{--}3\%$ .

### Зональная модель

Построение зональной модели в общем случае заключается в делении системы на конечное число однородных участков и замене непрерывного распределения температур и физических характеристик дискретным. Основой зональной модели [2, 3] является уравнение переноса энергии в рабочем пространстве и муфеле печи, которое в нестационарном режиме имеет вид [4]:

$$C_{p,g} \rho_g \frac{\partial T_g(r)}{\partial t} + \text{div} [C_{p,g} \rho_g \vartheta(r) T_g(r) - \lambda_g \text{grad} T_g(r)] = q_c(r) - \text{div} q_r(r), \quad (1)$$

где  $C_{p,g}$  – теплоемкость дымовых газов, Дж/(кг·К);  $\rho_g$  – плотность газов, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_g$  – теплопроводность газов, кВт/(м·К). Данное уравнение описывает сопряженный теплообмен между дымовыми газами, му-

фельной трубой и футеровкой (стенками) печи. Все коэффициенты (1) зависят от координаты  $r$  и температуры дымовых газов  $T_g$ . Для его решения необходимо знать: распределение скоростей  $\mathfrak{Q}(r)$  газовых потоков в объеме печи; объемную плотность тепловых источников  $q_c(r)$ ; объемную плотность радиационных  $\text{div}q_r(r)$  источников; условия теплообмена на граничных поверхностях.

Применительно к процессу газопламенного нагрева стружки в муфеле всю зону по высоте разобьем на  $N$  одинаковых элементарных участков с усредненными параметрами нагрева в каждом из них (рис. 1), так что если высота зоны равна 1,7 м, то высота каждого из участков равна  $dh = 1,7 / N$  м. Характерная высота элементарного участка для сохранения точности счета и поддержания достаточно высокой скорости расчетов должна составлять 0,1 м. Участки нумеруются сверху вниз в направлении перемещения стружки.

### Источники и тепловой режим дымовых газов

В рассматриваемой конструкции печи существует несколько источников поступления дымовых газов.

1. Газы, образующиеся при сжигании природного газа в горелке. Теоретическое количество сухого воздуха, необходимое для полного сгорания сухого газообразного топлива объемом  $V_g$ , определяется по методике [5]:  $V_g = 10,48$  (нм<sup>3</sup> воздуха на нм<sup>3</sup> газа). Принимая плотность воздуха 1 кг/м<sup>3</sup> и плотность газа 0,7 кг/м<sup>3</sup>, получаем более универсальную характеристику  $V_g = 14,97 \approx 15$  нм<sup>3</sup> при расходе 1 кг воздуха на 1 кг газа. В нашей модели предполагается, что природный газ сжигается с коэффициентом избытка воздуха  $\alpha_g = 1,1$ .

2. Пары воды.

3. Дымовые газы, образованные при частичном сжигании паров масла. В рассматриваемой печи сжигается масло И-20 (С – 86,5%, Н<sub>2</sub>–12,8, N<sub>2</sub>–0,4, O<sub>2</sub>–0,25, S – 0,03%). Расчет количества воздуха, необходимого для сжигания масла по методике [5], дает величину  $G_{oil} \approx 11$  кг при расходе 1 кг воздуха на 1 кг масла.

Рассмотрим подробнее процесс горения масла после его испарения в муфеле и попадания в рабочее пространство печи. Пусть плотность масла и паров масла равны соответственно  $\rho_{oil}$  и  $\rho_{oil}^0$ . При избытке окислителя и температуре окружающего пространства  $T$  горение газообразного топлива может быть описано уравнением [6]:

$$\frac{d\rho_{oil}}{dt} = W_{oil} = \rho_{oil}^{(0)} k_0 \exp\left[-\frac{E_{oil}}{RT}\right]. \quad (2)$$

Здесь скорость экзотермических химических реакций описывается зависимостью Аррениуса;  $t$  – время, с;  $W_{oil}$  – скорость горения газообразного топлива, кг/(м<sup>3</sup>·с);  $k_0$  – предэкспоненциальный множитель, с<sup>-1</sup>;  $E_{oil}$  – энергия активации реакции, Дж/моль;  $R$  – универсальная газовая постоянная. Для горения метана (CH<sub>4</sub>), который по своим свойствам близок к парам масла [7], эти константы равны:  $k_0 = 2,62 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>;  $E = 130$  кДж/моль. Если ввести в рассмотрение степень конверсии топлива  $\eta = \rho_{oil} / \rho_{oil}^0$ , то полному сгоранию топлива будет соответствовать  $\eta = 0$ . Тогда, полагая, что газ находится в изотермических условиях, для времени его полного сгорания  $\tau_c$  имеем:

$$\int_1^0 d\eta = \int_0^{\tau_c} k_0 \exp\left[-\frac{E_{oil}}{RT}\right] dt \Rightarrow \tau_c = \frac{1}{k_0} \exp\left[\frac{E_{oil}}{RT}\right]. \quad (3)$$

Для температуры 500 °С  $\tau_c = 2,3$  с; для 700 °С  $\tau_c = 0,4$  с; для 900 °С  $\tau_c = 0,003$  с.

Если высота элементарного участка зоны нагрева  $dh \approx 0,1$  м, а скорость дымовых газов  $U_g \approx 1$  м/с, то время пребывания газов  $\tau_u = dh / U_g$  на этом участке может быть как больше, так и меньше времени сгорания паров масла в зависимости от температуры газов в топке. Поэтому доля сгоревших паров масла на каждом участке будет определяться по формуле:

$$\eta_{oil} = \begin{cases} 1, & \tau_c / \tau_u \leq 1 \\ \frac{U_g}{dh k_0} \exp\left[\frac{E_{oil}}{RT}\right], & \tau_c / \tau_u > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Соответственно общее количество сгоревших паров масла находится суммированием их количества на каждом участке.

Движение дымовых газов по рабочему пространству печи с достаточной для практики точностью можно учесть посредством уравнения неразрывности:



$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \operatorname{div} [U_g \rho_g (T_g(z))] = \delta G_g(z) / S_{fur}. \quad (5)$$

Здесь  $S_{fur}$  – площадь проходного сечения топки печи, м<sup>2</sup>;  $\delta G_g(z)$  – источник поступления газа в печное пространство, связанный с испарением СОЖ в стружке, кг/(м·с). Величина  $\delta G_g(z)$  для каждого элементарного участка определяется из решения задачи о нагреве стружки в муфельной трубе.

Пусть на  $i$ -м участке на высоте от  $z$  до  $z+dz$  в единицу времени испаряется  $\delta G_{wat}(z)$  воды и  $\delta G_{oil}(z)$  масла. Согласно принятому допущению, пары масла выходят в рабочее пространство печи мгновенно. Туда же, через фурмы печи, равномерно подается воздух, идущий на сжигание паров масла с коэффициентом избытка  $\alpha_{oil}$ . Тогда в единицу времени количество дымовых газов в печи на высоте  $z$  изменится на величину  $\delta G_g(z) = (1 + \eta_{oil} \alpha_{oil} G_{oil}) \delta G_{oil}(z) + \delta G_{wat}(z)$ . Начальное количество дымовых газов, обусловленное только сжиганием природного газа, равно  $\delta G_g|_{z=H_g} = (1 + \alpha_g V_g) G_g$ , где  $G_g$  – расход сжигаемого природного газа, кг/с.

Уравнение (5) должно быть дополнено начальным условием  $U_g|_{z=H_g} = U_0$ . Начальная скорость дымовых газов  $U_0$  обусловлена конечной скоростью их истечения из горелки. Для горелки, установленной в рассматриваемой печи, характерная скорость истечения пламени находится в диапазоне 50–100 м/с. Учитывая, что площадь проходного сечения топки составляет  $\approx 0,2$  м<sup>2</sup>, а площадь сечения сопла горелки  $\approx 0,02$  м<sup>2</sup>, в качестве начальной скорости выберем величину  $U_0 = 1$  м/с.

В рамках принятой зональной модели целесообразно рассматривать одномерное движение газа. Тогда, полагая, что плотность дымовых газов не зависит явно от времени, приходим к следующим выражениям для скорости газа:

$$-\frac{d}{dz} [U_g \rho_g] = \delta G_g(z) / S_{fur}, \quad (6)$$

$$U_g(z) = U_0 + \frac{1}{S_{eff} \rho_g} \int_z^{H_g} \delta G_g(\xi) d\xi = U_0 + \frac{1}{S_{eff} \rho_g} \int_z^{H_g} \left( (1 + \eta_{oil} \alpha_{oil} G_{oil}) \delta G_{oil}(\xi) + \delta G_{wat}(\xi) \right) d\xi, \quad (7)$$

$$\delta G_g|_{z=H_g} = (1 + \alpha_g V_g) G_g. \quad (8)$$

Эти уравнения должны быть дополнены уравнением состояния газа, в качестве которого может быть использовано уравнение состояния идеального газа:

$$p = \rho_g \frac{RT}{M_g}. \quad (9)$$

Молярная масса дымовых газов определяется следующим образом:

$$M_g = 1 / \sum_{j=1}^{N_g} \frac{\xi_j}{M_j}, \quad (10)$$

где  $p$  – давление газа, Н/м<sup>2</sup>;  $\xi_j$  – массовая доля газового компонента в смеси;  $N_g$  – общее число компонентов в смеси.

Температура дымовых газов находится из уравнения:

$$G_g C_{p,g} (T_{g,out} - T_{g,in}) = q_c - (q_{wat} + q_{oil}) - q_{muf} - q_{wall}, \quad (11)$$

где  $T_{g,in}$  и  $T_{g,out}$  – температура дымовых газов на входе в рабочее пространство (принимается равной адиабатической температуре горения) и на выходе из него;  $q_c$ ,  $q_{wat}$ ,  $q_{oil}$ ,  $q_{muf}$ ,  $q_{wall}$  – удельные тепловые потоки, образующиеся при сгорании паров масла, идущие на нагрев паров воды и масла, муфельной трубы и внутренних стенок печи. Для расчетов в качестве температуры дымовых газов брали их среднюю температуру на входе и выходе из рабочего пространства печи, которая уточнялась в результате итерационного решения сопряженной задачи нагрева стружки в муфеле от дымовых газов.

Предположим, что газовый поток движется с расходом  $G_g$ , соответствующим мощности горелки, в которой происходит сжигание смеси воздуха и природного газа при температуре  $T^*$ . Расход воздуха  $Q_{air}$  определяется в соответствии с расходом  $CH_4$ , подаваемым на горелку, и рассчитывается по формуле:  $Q_{air} = \alpha_g V_0 Q_{fuel}$ , где  $V_0$  – минимально необходимое количество воздуха для сжигания 1 м<sup>3</sup> топлива;  $Q_{air}$  и  $Q_{fuel}$  – объемные расходы воздуха и топлива. Массовый расход дымовых газов определяется выражением

$$G_g = \rho_g (1 + \alpha V_0) Q_{fuel} \frac{T^*}{273K}. \quad (12)$$

Данное уравнение соответствует случаю, когда не рассматривается подача избыточного количества воздуха для сжигания паров масла в печном пространстве. В противном случае оно должно быть дополнено выражением с учетом полного сгорания паров масла с коэффициентом избытка воздуха 1,1. Температура  $T^*$  определяется как адиабатическая температура горения.

Используя зависимость Аррениуса для скорости химических реакций (2), дадим сравнительную оценку времени полного сгорания паров масла  $\tau_c$  и времени пребывания паров масла в рабочем пространстве  $\tau_u$ :

$$\tau_c = \frac{1}{k_0} \exp\left[\frac{E_{oil}}{RT}\right], \quad \tau_u = \frac{\rho_s S_{muf} H_g}{Q_{fur}}, \quad (13)$$

где  $S_{muf}$  – площадь проходного сечения муфеля;  $Q_{fur}$  – производительность печи. В случае если время полного сгорания паров масла меньше, чем время нахождения их в рабочем пространстве, то даже при температуре  $T = 700$  °С масло сгорает полностью и чем выше температура, тем быстрее происходит сгорание. Вместе с тем, часть паров масла не сгорает и уходит из печи в систему газоочистки через загрузочное окно, а также из нижнего отверстия в муфеле в канал выхода  $c-d$ .

Тепловой поток от сгорания паров масла определяется по выражению:

$$q_c = G_{oil} Q_{oil}, \quad (14)$$

где  $G_{oil}$  – поток паров масла;  $Q_{oil}$  – теплота сгорания паров масла. Тепловой поток  $q_{oil}$  будет включать в себя только тепловой поток, идущий на нагрев дымовых газов, образовавшихся при сгорании масла:

$$q_{oil} = (1 + \alpha_{oil} V_0) G_{oil} \left[ C_{p,g}(T_{g,out}) T_{g,out} - C_{p,g}(T_{oil}^*) T_{oil}^* \right], \quad (15)$$

где  $\alpha_{oil}$  – коэффициент избытка воздуха для сгорания паров масла;  $T_{oil}^*$  – температура паров масла при поступлении в рабочее пространство (среднее значение по потоку).

Удельный тепловой поток, идущий на нагрев паров воды, определяется как:

$$q_{wat} = G_{wat} \left[ C_{p,g}(T_{g,out}) T_{g,out} - C_{p,wat}(T_{wat}^*) T_{wat}^* \right], \quad (16)$$

где  $T_{wat}^*$  – температура паров воды при поступлении в рабочее пространство (среднее значение по потоку). Удельный тепловой поток, идущий на нагрев муфельной трубы, определяется как сумма его радиационной и конвективной составляющих:

$$q_{muf} = q_{rad} + q_{conv}. \quad (17)$$

Поскольку для расчета температуры стружки используется зональная модель, то результирующий тепловой поток можно представить как сумму тепловых потоков элементарных участков зоны:

$$q_{conv} = \sum_i \alpha_{g,i} (T_g - T_{muf,i}) S_i, \quad (18)$$

$$q_{rad} = \sum_i \varepsilon_{np,i} \sigma_0 (T_g^4 - T_{muf,i}^4) S_i,$$

где  $T_g$  – температура дымовых газов в рабочем пространстве печи;  $T_{muf,i}$  – температура стенки муфеля на  $i$ -м участке;  $S_i$  – площадь поверхности теплообмена  $i$ -го участка,  $\varepsilon_{np,i}$  – приведенная степень черноты  $i$ -го участка.

### Теплообмен в рабочем пространстве печи

При температурах дымовых газов 500–1000 °С доля теплового излучения в общем тепловом балансе может составлять 70–80%. Поэтому общий подход к моделированию процесса нагрева стружки состоит в том, чтобы как можно более точно учесть перенос излучения, а конвективный теплоперенос описать в приближении средней по сечению скорости дымовых газов и законом Ньютона для теплообмена. В данном разделе работы нас интересует определение коэффициентов конвективного теплообмена. Общий подход состоит в использовании зависимости критерия Нуссельта (безразмерного коэффициента конвективного теплообмена) от чисел Рейнольдса, Прандтля и Грасгофа.

Следуя подходу, изложенному в [8], в качестве характерного пространственного размера прямоугольного канала в топке печи выбираем эквивалентный диаметр круга, имеющего такую же площадь проходного сечения:

$$D_{eff} = \sqrt{4S_{fur} / \pi}. \quad (19)$$

В рассматриваемом случае  $S_{fur} = 0,2$  м<sup>2</sup> и  $D_{eff} \approx 0,5$  м. Число Нуссельта определяется как  $Nu = \alpha_{cv} D_{eff} / \lambda_g$ ; число Рейнольдса –  $Re = U D_{eff} / \nu$ ; число Прандтля –  $Pr = \nu / a = \nu \rho_g C_{p,g} / \lambda_g$ ; число

Грасгофа –  $Gr = g\beta D_{eff}^3 \Delta T / \nu^2$ . Здесь  $\alpha_{cv}$  – коэффициент конвективного теплообмена газа и твердой поверхности, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\lambda_g$  – теплопроводность дымовых газов, Вт/(м·К);  $U$  – скорость движения газов внутри печи, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\beta$  – термический коэффициент объемного расширения (для идеальных газов он равен  $\beta = 1/T$ );  $a$  – температуропроводность дымовых газов;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости дымовых газов, м<sup>2</sup>/с.

Коэффициент теплообмена между газом и стенками рабочего пространства  $\alpha_g = Nu\lambda_g / D_{eff}$  определяется корреляцией для турбулентного режима течения газа в канале:

$$Nu = 0,021 \cdot Re_g^{0,8} Pr_g^{0,43} \left( \frac{Pr_g}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l, \quad (20)$$

где  $\varepsilon_l$  – поправочный коэффициент (величина порядка единицы), учитывающий влияние на теплоотдачу гидродинамической стабилизации потока на начальном участке теплообмена. Этот коэффициент зависит от соотношения высоты  $H_g$  печи и эффективного диаметра  $D_{eff}$ . Значения этого коэффициента приведены в [8]. Так, для  $H_g / D_{eff} = 1 \Rightarrow \zeta = 1,9$ ;  $H_g / D_{eff} = 1,5 / 0,52 = 3 \Rightarrow \zeta = 5,7$ .

Оценим коэффициент конвективного теплообмена, который дает эта формула применительно к рассматриваемой конструкции печи: температура дымовых газов  $T_g = 1000$  °С, температура тепловоспринимающих поверхностей  $T_w = 850$  °С, скорость дымовых газов  $U = 1$  м/с, соотношение высоты печи к ее эффективному диаметру  $H_g / D_{eff} = 3,4$ . Для выбранной  $T_g$ :  $\rho_g = 0,33$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_{p,g} = 1264$  Дж/(кг·К);  $\lambda_g = 0,09$  Вт/(м·К);  $\nu = 1,3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с;  $a = 2,16 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Тогда  $Re \approx 3846$ ,  $Pr \approx 0,6$ . По формуле (20)  $Nu \approx 81,4$ , что дает  $\alpha_{cv} \approx 14,7$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

В состав продуктов сгорания природного газа входят молекулярные газы (СО, СО<sub>2</sub>, Н<sub>2</sub>О и др.) оптически активные в инфракрасном диапазоне спектра. В связи с этим в модели необходимо учесть радиационный теплообмен газа со стенками канала, а также при определении радиационного теплообмена – нахождение поглощающей среды (дымовых газов) между ними. Приведенная степень черноты в рассматриваемой системе определяется по формуле В. Н. Тимофеева:

$$\varepsilon_{пр} = \frac{\varepsilon_w \varepsilon_g [\psi(1 - \varepsilon_g) + 1]}{\psi(1 - \varepsilon_g) [\varepsilon_w + \varepsilon_g(1 - \varepsilon_w)] + \varepsilon_g}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_w$  – степени черноты газа и стенки;  $\psi$  – отношение лучевоспринимающей поверхности к суммарной внутренней поверхности кладки. Степень черноты газа рассчитывается по формуле  $\varepsilon_g = \beta \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2}$ , где  $\beta$  – поправочный коэффициент;  $\varepsilon_{CO_2}$  и  $\varepsilon_{H_2O}$  – степени черноты углекислого газа (СО<sub>2</sub>) и водяного пара (Н<sub>2</sub>О), которые определяются по известным номограммам.

### Модель нагрева стружки в пространстве муфеля

Одним из наиболее важных и в то же время сложных процессов является внутренний теплообмен в пространстве муфеля. Хотя основную массу составляет металл стружки, СОЖ также играет важную роль в теплообмене, поскольку ее составляющие (вода и масло) испаряются, а теплота испарения достаточно существенна в общем балансе тепловой энергии. Как уже было отмечено в [1], внутренний теплообмен можно рассматривать как тепло- и массоперенос взаимопроникающих континуумов: металла, воды и масла с учетом изменения агрегатного состояния последних, а также паров воды и масла, выходящих через отверстия в стенках муфеля в топку печи.

Решение задачи об испарении СОЖ при нагреве стружки требует знания большого числа коэффициентов, характеризующих пары СОЖ. Эти коэффициенты, к сожалению, невозможно найти в справочной литературе. С другой стороны, содержание СОЖ в стружке невелико (до 12%). Поэтому мы можем упростить модель испарения СОЖ. Для этого выполним ряд оценок.

Площадь поперечного сечения муфельной трубы равна  $S_{muf} = 0,0675$  м<sup>2</sup>, а периметр сечения  $P_{muf} = 1,2$  м. Характерная величина теплового потока, падающего на муфельную трубу, составляет около  $q = 20$  кВт/м<sup>2</sup>. Если в стружке содержится массовая доля  $p_{wat} = 5\%$  воды, то на единицу высоты муфельной трубы при плотности стружки  $\rho_s = 1100$  кг/м<sup>3</sup> приходится  $M_{wat} = S_{muf} \rho_s p_{wat} \approx 3,7$  кг/м. Для ее испарения необходимо затратить энергию  $Q_{wat} = M_{wat} L_{wat} = 3,7$  кг/м · 2260 кДж/кг = 8,36 МДж/м. Тогда если считать, что при достижении температуры кипения воды вся энергия, падающая на муфельную трубу, идет на испарение воды, то продолжительность этого процесса составит:  $\tau_{evap} \approx Q_{wat} / q P_{muf} \approx 350$  с. Это означает, что вся вода должна испариться за время порядка 5–6 мин.

Такая средняя интенсивность процесса испарения позволяет воспользоваться однотемпературной моделью, в которой стружка и СОЖ до испарения имеют одинаковую температуру, а также не рассматривать детальную кинетику испарения СОЖ.

Важной составной частью модели является учет изменения энтальпии (теплосодержания) воды и масла, поскольку они испытывают фазовые превращения и их процентное содержание изменяется. Вообще говоря, при кипении жидкости изменяется соотношение жидкой и газообразной фаз, а температура держится постоянной, равной температуре кипения. При этом задача состоит в определении неизвестной границы зоны кипения, что является очень сложной численной задачей. С точки зрения численных расчетов, значительно более удобной выглядит схема, в которой теплота фазовых переходов  $L$  учитывается с помощью модифицированной теплоемкости. Тогда для описания испарения воды и масла воспользуемся известным приближением для решения задачи Стефана (задача с движущимися границами). В этом приближении теплота испарения жидкости включается в эффективную теплоемкость в узком температурном диапазоне в окрестности точки испарения.

Пусть  $\varphi_{wat}(x, y)$  – концентрация воды в точке  $(x, y)$ ,  $\varphi_{oil}(x, y)$  – концентрация масла в данной точке, а  $T_{wat}$  и  $T_{oil}$  – температуры кипения воды и масла соответственно. Тогда для эффективной теплоемкости стружки в зависимости от температуры можем записать:

$$C_{p,eff} = \begin{cases} \varphi_s C_{p,s} + \varphi_g C_{p,g} + \varphi_{wat} C_{p,wat} + \varphi_{oil} C_{p,oil}, & T < T_{wat} - \frac{\Delta T_{wat}}{2}, \\ \varphi_s C_{p,s} + \varphi_g C_{p,g} + \varphi_{wat} \frac{L_{wat}}{\Delta T_{wat}} + \varphi_{oil} C_{p,oil}, & T_{wat} - \frac{\Delta T_{wat}}{2} \leq T \leq T_{wat} + \frac{\Delta T_{wat}}{2}, \\ \varphi_s C_{p,s} + \varphi_g C_{p,g} + \varphi_{oil} C_{p,oil}, & T_{wat} + \frac{\Delta T_{wat}}{2} \leq T \leq T_{oil} - \frac{\Delta T_{oil}}{2}, \\ \varphi_s C_{p,s} + \varphi_g C_{p,g} + \varphi_{oil} \frac{L_{oil}}{\Delta T_{oil}}, & T_{oil} - \frac{\Delta T_{oil}}{2} \leq T \leq T_{oil} + \frac{\Delta T_{oil}}{2}, \\ \varphi_s C_{p,s} + \varphi_g C_{p,g}, & T_{oil} + \frac{\Delta T_{oil}}{2} < T. \end{cases} \quad (22)$$

Здесь  $\varphi_{wat}$  и  $\varphi_{oil}$  – переменные величины и при полном испарении равны нулю;  $T_{wat}$  и  $T_{oil}$  – температуры кипения воды и масла;  $\Delta T_{wat}$  и  $\Delta T_{oil}$  – температурные интервалы, в которых происходит испарение воды и масла.

Выражение (22) удовлетворяет закону сохранения энергии. Для массовых долей стружки, воды, масла и газа в поровом пространстве справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \varphi_s + \varphi_g + \varphi_{wat}(x, y) + \varphi_{oil}(x, y) &= 1, \\ \varphi_{wat}(x, y) &= 0, \quad \text{если } T(x, y) > T_{wat} + \frac{\Delta T_{wat}}{2}, \\ \varphi_{oil}(x, y) &= 0, \quad \text{если } T(x, y) > T_{oil} + \frac{\Delta T_{oil}}{2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Температурные интервалы  $\Delta T_{wat}$ ,  $\Delta T_{oil}$  выбираются из соображений корректности численного счета.

Будем полагать далее, что теплообмен внутри муфеля осуществляется в рамках модели пористой среды, описываемой законом Фика с некоторым эффективным коэффициентом теплопроводности  $\lambda_{eff}$ . Тогда для каждого элементарного участка зоны нагрева процесс нагрева стружки может быть описан нестационарным двумерным уравнением теплопроводности:

$$C_{p,eff}(T_s) \rho_s(T_s) \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{eff}(T_s) \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{eff}(T_s) \frac{\partial T_s(x, y, t)}{\partial y} \right), \quad (24)$$

где  $C_{p,eff}$  определяется системой уравнений (22).

Эффективный коэффициент теплопроводности  $\lambda_{eff}$  описывается соотношением:

$$\lambda_{eff} = \lambda_{cond} + \lambda_{rad}, \quad (25)$$

в котором кондуктивная составляющая рассчитывается аддитивно, исходя из компонент стружки, а радиационная составляющая определяется выражением



$$\lambda_{rad} = \frac{64}{9} \sigma_0 T^3 \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} \langle r \rangle, \quad (26)$$

где  $\langle r \rangle$  – средний размер частиц металла.

Адиабатические граничные условия на границах АВ и CD (рис. 1) выражаются следующим образом:

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{AB} = 0, \quad \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{CD} = 0. \quad (27)$$

Граничные условия для уравнения (24) на границе АВ (рис. 1) получаются из условия непрерывности теплового потока внутри и снаружи муфеля:

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{AB} = q_{rad} + q_{con} = q_{in}. \quad (28)$$

Здесь  $q_{rad}$ ,  $q_{con}$  – радиационный и конвективный потоки, падающие на поверхность муфеля в  $i$ -й зоне печи. Нахождение этих потоков представляет собой отдельную задачу, о которой речь пойдет ниже.

Здесь мы отметим лишь один момент. Стенка муфеля является достаточно тонкой, ее толщина составляет 6 мм. Сам муфель не перемещается, и после прогрева печи и выхода на стационарный режим работы он находится в квазистационарных тепловых условиях. Это означает, что тепловой поток, падающий на поверхность муфельной трубы со стороны дымовых газов, будет равен потоку, падающему на границу стружки со стороны стенки муфельной трубы. Тогда температура поверхности стружки  $T_s \Big|_{AB}$  и температура наружной поверхности муфельной трубы связаны в рамках предлагаемой модели следующим уравнением:

$$q_{in} = \frac{1}{R_{muf}} (T_{muf} - T_s \Big|_{AB}), \quad (29)$$

где  $R_{muf} = \lambda_{muf} / H_{muf}$  – тепловое сопротивление стенки муфельной трубы.

Разностная аппроксимация уравнения теплопроводности (24) может быть реализована методом конечных объемов. Численная реализация осуществляется методом переменных направлений.

Начальным условием для первого участка зоны газопламенного нагрева является условие равенства температуры стружки во всем сечении начальной температуре:

$$T_s(x, y) \Big|_{t=0} = T_{s,0}, \quad (30)$$

и далее распределение температуры стружки на выходе из  $(i-1)$ -й зоны является начальным распределением температуры для  $i$ -й зоны. Таким образом, дивергенция потока тепла расходуется на изменение энтальпии единицы объема дисперсной среды (стружки).

Скорость перемещения стружки и время прохождения зоны газопламенного нагрева определяются производительностью печи  $Q_{fur}$ :

$$\vartheta = \frac{Q_{fur}}{\rho_s S_{muf}}, \quad (31)$$

$$t = \frac{S_{muf} H_g \rho_s}{Q_{fur}}. \quad (32)$$

Время пребывания стружки на участке  $\Delta z_i$  определяется как  $\Delta t_i = \Delta z_i / \vartheta$ . Для рассматриваемой конструкции печи производительностью 750 кг/ч скорость перемещения стружки равна 2,8 мм/с, а время пребывания стружки на участке высотой 100 мм – 36 с.

Температура стружки в области перемешивания шнеком определяется соотношением

$$(C_{p,s} \rho_s)_{eff} \frac{T_s^i - T_s^{i-1}}{\Delta t} \Delta S_0 = \sum Q_i, \quad (33)$$

где  $i$  – номер участка зоны нагрева;  $\Delta S_0$  – площадь сечения рассматриваемой области;  $Q_i$  – результирующие тепловые потоки от стружки в области с переменной температурой и от стенки муфеля, граничащей с данной областью;  $\Delta t$  – время прохождения стружкой одного участка.

### Теплоперенос в стенках печи (квазистационарное приближение)

Тепловой поток, падающий на стенку печи со стороны дымовых газов, равен потоку, который отдает наружная поверхность стенки в окружающее пространство. Стенка печи из трех слоев с обозначениями температур на границах слоев показана на рис. 2.

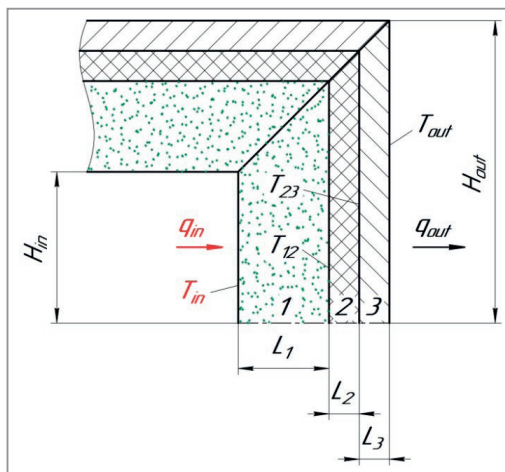


Рис. 2. Геометрическая схема расчета теплового поля в ограждающей конструкции печи:  
 1 – слой шамота  $L_1=230$  мм; 2 – лист асбеста  $L_2=5$  мм; 3 – стальной лист  $L_3=6$  мм

Каждый из трех слоев имеет свое тепловое сопротивление в направлении распространения теплового потока. Эти сопротивления определяются по выражениям:

$$R_1 = \lambda_1 / L_1, R_2 = \lambda_2 / L_2, R_3 = \lambda_3 / L_3. \tag{34}$$

Теплопроводности слоев в (34) берутся при средней температуре в данном слое, например,  $\lambda_2 = \lambda_1 \left( \frac{T_{12} + T_{23}}{2} \right)$ . Геометрия стенок рассматриваемой печи такова, что площадь внутренней поверхности меньше, чем площадь наружной. Чтобы учесть это обстоятельство в нашей модели, введем следующие обозначения:

$$H_1 = H_{in} + L_1, H_2 = H_1 + L_2, H_{out} = H_2 + L_3. \tag{35}$$

Задача состоит в том, чтобы по известной плотности теплового потока, падающего на внутреннюю поверхность стенки, определить температуры на границах всех трех слоев и наружной поверхности печи. Тогда мы можем записать следующую систему уравнений для расчета температурного поля в стенке печи:

$$q_{in} H_{in} = q_{out} H_{out} = \left\{ \alpha_{out} (T_{out} - T_0) + \epsilon_{out} \sigma_0 (T_{out}^4 - T_0^4) \right\} H_{out}, \tag{36}$$

$$q_{out} H_{out} = \frac{T_{23} - T_{out}}{R_3} \left( \frac{H_{out} + H_2}{2} \right), \tag{37}$$

$$\frac{T_{23} - T_{out}}{R_3} \left( \frac{H_{out} + H_2}{2} \right) = \frac{T_{12} - T_{23}}{R_2} \left( \frac{H_2 + H_1}{2} \right), \tag{38}$$

$$\frac{T_{12} - T_{23}}{R_2} \left( \frac{H_2 + H_1}{2} \right) = \frac{T_{in} - T_{12}}{R_1} \left( \frac{H_{in} + H_1}{2} \right). \tag{39}$$

Здесь  $T_0$  – температура окружающей среды;  $\alpha_{out}$  – коэффициент конвективного теплообмена для наружной поверхности печи, Вт/(м·К);  $\sigma_0$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $\epsilon_{out}$  – степень черноты наружной поверхности печи. Можно видеть, что для нахождения температур на границах слоев необходимо решить систему из четырех нелинейных уравнений. Нелинейность здесь связана не только с четвертой степенью температуры в уравнении (36), но и с зависимостью от температуры теплопроводности и степени черноты.

Теплообмен для наружных стенок определяется соотношением для свободно-конвективного теплообмена [9]:

$$Nu = 0,15 Ra^{1/3}, \quad Ra \in (8 \cdot 10^6; 3 \cdot 10^{10}). \tag{40}$$

Здесь  $Nu = \alpha_{out} L_{eff,w} / \lambda_g$  – критерий Нуссельта;  $Ra = \frac{g \beta L_{eff,w}^3 (T_{out} - T_0)}{\nu_{air} \alpha_{air}}$  – критерий Рэлея;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\beta$  – термический коэффициент объемного расширения (для идеальных газов он равен  $\beta = 1/T$ );  $\alpha_{air}$  – температуропроводность воздуха;  $\nu_{air}$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха. Все коэффициенты в (40) должны вычисляться при температуре  $T = (T_{out} + T_0) / 2$ , ха-

ракторный размер стенки  $L_{eff,w}$  определяется как отношение общей площади боковой поверхности стенки к ее периметру. Для рассматриваемой печи  $L_{eff,w} \approx 0,17$  м. Тогда для температуры наружной поверхности  $70^\circ\text{C}$  и температуры окружающей среды  $20^\circ\text{C}$  имеем следующую оценку:  $\alpha_{air} = 2,6 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $\nu_{air} = 1,85 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $Ra \approx 3,06 \cdot 10^6$ ,  $Nu \approx 21$  и соответственно  $\alpha_{out} \approx 11,1$  Вт/(м<sup>2</sup>·К). Из равенства тепловых потоков  $q_{in} = q_{12}$ ,  $q_{12} = q_{23}$ ,  $q_{23} = q_{out}$  определяются температуры на всех границах стенки и соответственно тепловой поток, отданный дымовыми газами в окружающую среду:  $q_{env} = q_{in} = q_{out}$ .

**Нагрев стружки в муфеле индуктора.** Цель данной задачи заключается в определении температуры и оптимальной высоты  $H_{in}$  муфеля 8 индуктора 7, а в последующем – электрических параметров индуктора (рис. 3). Условием задачи является полное удаление из стружки жидкой фазы и нагрев стружки до заданной температуры, а именно до  $750\text{--}850^\circ\text{C}$ . Муфель индуктора является продолжением муфеля газопламенного отсека, его проходное сечение постоянно по высоте, имеет такие же размеры и такую же прямоугольную форму, но с радиусами закругления по углам (рис. 4). В центре муфеля, т. е. в области индукционного нагрева, отсутствует шнек.

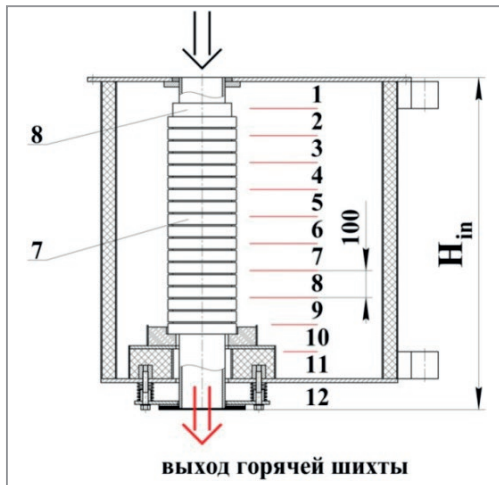


Рис. 3. Схема нагрева стружки в муфеле индуктора

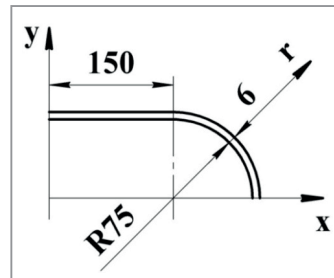


Рис. 4. Схема поперечного сечения муфеля индуктора (в симметрии)

Стружка нагревается в горячем муфеле путем прямого контактного теплообмена, а также в пространстве муфеля за счет конвективного теплообмена с газами – преимущественно парами масла. Сам муфель и поток стружки в нем нагреваются в индукторе под воздействием переменного электромагнитного поля заданной частоты. При этом температура муфеля постоянна и равномерно распределена по высоте  $H_{in}$ . Применение такого интенсивного комплексного нагрева обеспечивает полную очистку стружки от остатков масла и других органических примесей, уменьшение габаритов, повышение производительности и КПД нагревательной печи.

Как и в предыдущей задаче, для решения данной задачи применим зональную модель и для каждого элементарного участка зоны нагрева запишем нестационарное двумерное уравнение теплопроводности. В силу симметрии муфеля и схемы нагрева рассмотрим только четверть сечения муфеля (рис. 4). При этом рассмотрим два вида данного уравнения: в декартовых координатах для расчета температуры в прямоугольной области и в полярных – для расчета температуры в округлой области:

$$\begin{cases} x = R \cos \varphi + r, \\ y = R \sin \varphi. \end{cases}$$

Данный переход позволяет существенно упростить модель путем исключения деления этой области на несколько частей с простой геометрией.

Таким образом, нестационарное двумерное уравнение теплопроводности принимает следующий вид:

$$(C_{p,s}\rho_s)_{eff} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_{eff} \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right), \quad (41)$$

$$(C_{p,s}\rho_s)_{eff} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_{eff} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_s}{\partial \varphi^2} \right). \quad (42)$$

На границе нагревателя задается его температура, а на границе муфеля и стружки – тепловой поток через стенку. Следовательно, граничное условие на стенке муфеля:

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{\lambda_w}{d_w} (T_{heater} - T|_{r=R}) \text{ и } \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=R} = \frac{\lambda_w}{d_w} (T_{heater} - T|_{y=R}). \quad (43)$$

Граничное условие на границе симметрии:

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \text{ и } \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} = 0. \quad (44)$$

Начальным условием для первого участка зоны индукционного нагрева (100 мм) является распределение температуры стружки (и степени конверсии топлива в случае неполного сгорания) на выходе из зоны газопламенного нагрева (последний элементарный участок в предыдущей задаче). Как и в предыдущей задаче, разностная аппроксимация дифференциальных уравнений теплопроводности реализуется методом конечных объемов. Численная реализация осуществляется методом переменных направлений.

Таким образом, полученные в настоящей работе уравнения тепло- и массопереноса являются замкнутыми и позволяют решить поставленную задачу – определить температуру нагрева стружки на выходе из зоны газопламенного нагрева, состав и остаточное содержание в ней жидкой фазы, а также отыскать оптимальную высоту и температуру муфеля индуктора в зоне индукционного нагрева, габариты и электрические параметры индуктора.

Численный расчет модели и оптимизация параметров печи будут представлены в следующем сообщении.

### Выводы

1. Выполнено моделирование процесса нагрева стружки в зонах газопламенного и индукционного нагрева проходной муфельной печи. В результате анализа тепло- и массопереноса в пористом стружковом теле и рабочем пространстве печи получена система уравнений для расчета температурных и концентрационных полей и полей интенсивности теплового излучения в зависимости от заданной производительности печи, расхода природного газа и концентрации масла в СОЖ.

2. Система уравнений, представляющая собой модель процессов тепло- и массопереноса, является замкнутой и позволяет решить поставленную задачу – определить температуру нагрева стружки на выходе из зоны газопламенного нагрева, состав и остаточное содержание в ней жидкой фазы, а также отыскать оптимальную высоту и температуру муфеля индуктора в зоне индукционного нагрева, габариты и электрические параметры индуктора.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Дьяконов, О.М.** Моделирование процесса нагрева стружко-порошковых дисперсий черных металлов в проходной муфельной печи горячего брикетирования. Сообщение 1 / О.М. Дьяконов, А.А. Литвинко, В.Ю. Середа // Литье и металлургия. 2022. С. 59–67.
2. **Блох, А.Г.** Теплообмен излучением: справ. / А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. М.: Энергоатомиздат, 1991. 431 с.
3. **Лисиенко, В.Г.** Зональная модель теплообмена при нагреве металла в пламенных печах / В.Г. Лисиенко // Изв. вузов. Черная металлургия. 1972. № 8. С. 154–158.
4. **Лыков, А.В.** Теплообмен: справ. / А.В. Лыков. М.: Энергия, 1973. 480 с.
5. **Юреньев, В.Н.** Теплотехнический справочник: в 2-х т / В.Н. Юреньев, П.Д. Лебедев; под ред. В.Н. Юреньева. М.: Энергия, 1975. Т. 1. 744 с; 1976. Т. 2. 896 с.
6. **Вильямс, Ф.А.** Теория горения / Ф.А. Вильямс. М.: Наука, 1971. 616 с.
7. **Варнатц, Ю.** Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ / Ю. Варнатц, У. Маас, Р. Диббл. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 352 с.
8. **Казанцев, Е.И.** Промышленные печи: справочное руководство для расчетов и проектирования / Е.И. Казанцев. М.: Металлургия, 1975. 368 с.
9. **Мартыненко, О.Г.** Свободно-конвективный теплообмен / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин. Минск: Наука и техника, 1982. 400 с.

### REFERENCES

1. **Dyakonov O.M., Litvinko A.A., Sereda V. Ju.** Modelirovanie processa nagreva struzhko-poroshkovykh dispersij chernyh metallov v prohodnoj mufel'noj pechi gorjachego briketirovanija. Soobshhenie 1. [Modeling of the process of heating of chip-powder dispersions of ferrous metals in the pass-through muffle furnace of hot bricetting. Message 1]. *Lit'e i metallurgija = Foundry production and metallurgy*, 2022, pp. 59–67.



2. **Bloh A. G., Zhuravlev Ju. A., Ryzhkov L. N.** *Teploobmen izlucheniem* [Heat transfer by radiation]. Moscow, Jenergoatomizdat Publ., 1991, 431 p.
3. **Lisienko V. G.** Zonal'naja model' teploobmena pri nagreve metalla v plamennyh pechah [Zonal model of heat transfer during metal heating in flame furnaces]. *Izvestija vuzov. Chernaja metallurgija = Proceedings of universities. Ferrous metallurgy*, 1972, no. 8, pp. 154–158.
4. **Lykov A. V.** *Teplomassoobmen* [Heat and mass transfer]. Moscow, Jenergija Publ., 1973, 480 p.
5. **Juren'ev V. N., Lebedev P. D.** *Teplotehnicheskij spravochnik v 2 tomah* [Thermotechnical reference book in 2 volumes]. Moscow, Jenergija Publ., 1975, vol. 1, 744 p., 1976, vol. 2, 896 p.
6. **Vil'jams F. A.** *Teorija gorenija* [Combustion theory]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 616 p.
7. **Varnatc Ju., Maas U., Dibbl R.** *Gorenie. Fizicheskie i himicheskie aspekty, modelirovanie, jeksperimenty, obrazovanie zagrijaznjajushhh veshhestv* [Combustion. Physical and chemical aspects, modeling, experiments, generation of pollutants]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2003, 352 p.
8. **Kazancev E. I.** *Promyshlennye pechi: spravochnoe rukovodstvo dlja raschetov i proektirovanija* [Industrial Furnaces: A Reference Guide for Calculations and Design]. Moscow, Metallurgija Publ., 1975, 368 p.
9. **Martynenko O. G., Sokovishin Ju. A.** *Svobodno-konvektivnyj teploobmen* [Free convective heat transfer]. Minsk, Nauka i tehnika Publ., 1982, 400 p.