ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В КУРСЕ ФИЗИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

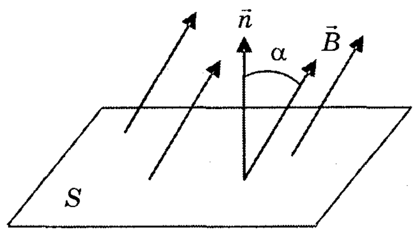
К. А. Петров /orion-22@yandex.by/, ***Т. И. Развина***

В 1820—1821 годах опытами Х. Эрстеда и А. Ампера была установлена связь между электрическими и магнитными явлениями: электрический ток создаёт в пространстве магнитное поле, со стороны магнитного поля на электрический ток или на движущийся электрический заряд действует сила. Спустя 10 лет Дж. Генри и М. Фарадей независимо друг от друга обнаруживают явление возникновения электрического тока с помощью магнитного поля. И хотя Дж. Генри сделал это открытие раньше М. Фарадея, Фарадей первым опубликовал результаты и провёл более детальные исследования открытого явления, названного явлением электромагнитной индукции. Это открытие положило начало колоссальному техническому прогрессу в истории человечества. Все технические изобретения, связанные с переменным током и электромагнитными волнами, являются результатом открытия закона электромагнитной индукции.

Объяснить суть этого явления позволяет простой опыт с витком провода, замкнутого на амперметр, и магнитом, вводимым и выводимым из витка. Вместо витка можно взять катушку (рисунок 1).

При быстром введении магнита в катушку в ней индуцируется ЭДС и течёт электрический ток. При быстром выведении магнита из катушки ток меняет своё направление. Если магнит внутри катушки остановить, ток станет равен нулю. Если магнит оставить неподвижным, а катушку приближать или удалять от него, то в катушке индуцируется ЭДС и течёт ток. Таким образом, чтобы возбудить ЭДС, необходимо движение магнита или изменение положения катушки. При этом неважно, что движется — катушка или магнит.

М. Фарадей количественно исследовал все факторы, влияющие на величину ЭДС индукции и возникающего в замкнутой цепи индукционного тока. Прежде всего им было обнаружено, что ЭДС зависит не только от времени изменения магнитного поля через проводящий контур, но также от площади и положения контура. Таким образом, возникающая в контуре ЭДС оказалась пропорциональной скорости изменения магнитного потока Ф, который определяется как скалярная физическая величина, равная произведению модуля индукции магнитного поля $\vec{B}$, площади контура S, охватываемой потоком, и косинусу угла между нормалью к контуру и направлением вектора магнитной индукции (рисунок 2).



$$\Phi = BS\cos\alpha \quad (1)$$

Рисунок 2

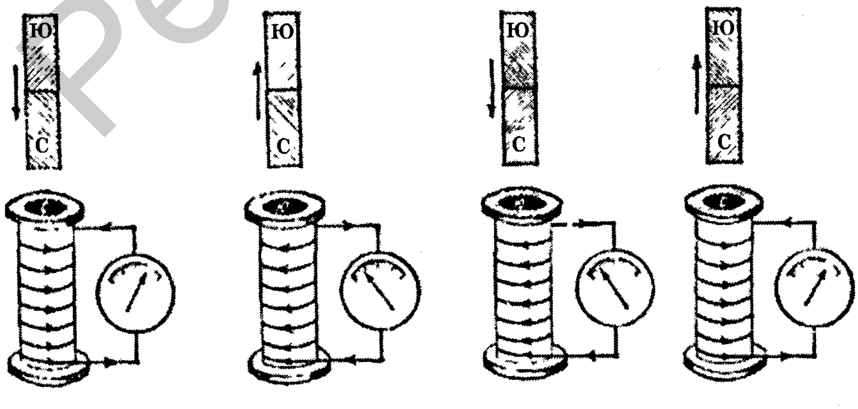


Рисунок 1

Единицей магнитного потока в СИ является вебер (Вб); $1\,\text{Вб} = 1\ \text{Тл}\cdot\text{м}^2$. (В основных единицах СИ $1\,\text{Вб} = 1\,\dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2\text{А}}$). Так как магнитный поток — величина скалярная, то полный магнитный поток равен алгебраической сумме элементарных потоков, пронизывающих данную площадь S.

На основании вышеизложенного суть явления электромагнитной индукции заключается в том, что **в любом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего данный контур, возникает ЭДС индукции, а если контур замкнут, то в нём порождается (возникает, индуцируется) индукционный ток.**

Закон электромагнитной индукции Фарадея имеет следующий вид:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \ (2),$$

т. е. ЭДС индукции в проводящем контуре равна скорости изменения магнитного потока через контур.

Это один из фундаментальных законов электромагнетизма. Если в контуре имеется N витков с плотной намоткой, то индуцированные в каждом витке ЭДС складываются и формула (2) примет вид:

$$\mathscr{E}_i = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \ (3).$$

Знак минус в формулах (2) и (3) определяет направление, в котором действует ЭДС индукции, т. е. говорит о её полярности, а следовательно, и направлении индукционного тока: ЭДС индукции возбуждает в контуре индукционный ток, индукция магнитного поля которого всегда противодействует первоначальному изменению магнитного потока ($\Delta\Phi$), — правило Ленца. Это правило хорошо демонстрирует рисунок 3. Изменяющийся магнитный поток индуцирует в витке ЭДС, которая возбуждает в витке электрический ток, а этот ток создаёт собственное магнитное поле. При внесении магнита магнитный поток через виток увеличивается. Чтобы противодействовать увеличению первоначального магнитного потока, поле индукционного тока должно быть направлено вверх. Согласно правилу Ленца направление тока должно быть таким, как показано на рисунок 3, *а*.

При выведении магнита поток через виток уменьшается, индукционный ток создаёт магнитное поле, направленное вниз, тем самым противодействует уменьшению первоначального магнитного потока. Направле-

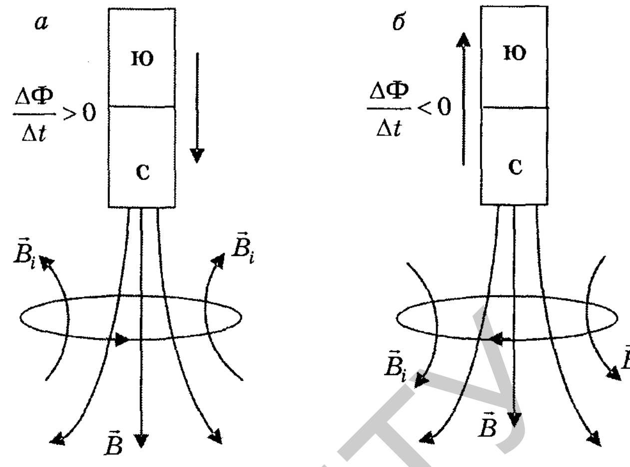


Рисунок 3

ние индукционного тока определяется по правилу правой руки.

Основная задача в явлении электромагнитной индукции — определение ЭДС индукции. Для этого при решении любой задачи необходимо прежде всего выяснить причину изменения магнитного потока, который может изменяться, согласно формуле (1), тремя способами. Первый способ — изменение потока с помощью изменения величины индукции магнитного поля (см. рисунок 3). Второй способ изменения магнитного потока заключается в изменении площади контура. В третьем способе контур поворачивается в магнитном поле, при этом изменяется угол α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к контуру $\vec{n}$, следовательно, изменяется $\cos\alpha$, что приводит к изменению магнитного потока. Этот способ реализуется при вращении рамки (контура) между полюсами магнитов с некоторой угловой скоростью ω (рисунок 4).

Затем следует определить этот магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, как функцию от времени, т. е. $\Phi(t)$. Используя за-

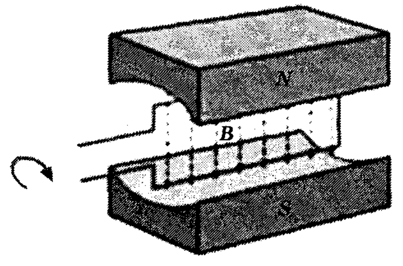


Рисунок 4

кон Фарадея, найти ЭДС индукции и далее определить параметр в проводящем контуре согласно условию задачи: силу индукционного тока $I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \frac{1}{R}$ (4), где R — сопротивление контура; заряд, протекающий в контуре, — $q_i = I_i \Delta t = \frac{|-\Delta\Phi|}{R}$ (5); мощность, выделяющуюся в контуре сопротивлением R, — $P = I_i^2 R = \frac{\mathscr{E}_i^2}{R}$ (6); количество теплоты Q, выделяющейся в проводнике за время Δt, — $Q = I_i^2 R \Delta t = \frac{\mathscr{E}_i^2}{R} \Delta t$ (7), напряжённость E вихревого электрического поля, возникающего в контуре, — $E = \frac{\Delta\varphi}{l} = \frac{\mathscr{E}_i}{l}$, где $\Delta\varphi$ — разность потенциалов, возникающая на концах контура, l — длина контура.

Примечание. Индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещённых в переменное магнитное поле, оказываются замкнутыми в толще проводников и называются вихревыми или токами Фуко. Эти токи, как и индукционные токи в линейных проводниках, подчиняются правилу Ленца и так же, как любые токи, вызывают нагревание проводников. Для уменьшения тепловых потерь якоря генераторов и сердечники трансформаторов делают не сплошными, а из тонких изолированных друг от друга пластин и устанавливают их так, чтобы вихревые токи были направлены поперёк пластин. С другой стороны, Джоулевая теплота, выделяемая вихревыми токами, способна разогреть металлы до плавления, что используется при плавке металлов в индукционных печах.

Рассмотрим применение закона электромагнитной индукции на примере решения ряда задач.

1. Изменение индукции магнитного поля с течением времени

1.1. *Два проволочных кольца, различных диаметров расположены в одной плоскости в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. Кольца одинаковой массы и изготовлены из одного и того же материала. Определите, в каком из колец индуцируется больший ток.*

Выразим массу произвольного кольца через плотность материала $\rho_{пл}$ и его размеры: $m = \rho_{пл} \pi d S_{пр}$ (d — диаметр кольца, $S_{пр}$ — площадь поперечного сечения проволоки).

Выразим сопротивление кольца через удельное сопротивление материала кольца $\rho_{уд}$ и его размеры: $R = \rho_{уд} \frac{\pi d}{S_{пр}}$.

Из этих двух выражений получим выражения сопротивления кольца $R = \rho_{пл} \rho_{уд} \frac{\pi^2 d^2}{m}$.

Если индукция магнитного поля равномерно возрастает с течением времени $B = kt$ (k — постоянная), то магнитный поток через кольцо также увеличивается со временем: $\Phi = kt \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cos\alpha$. ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = -\Phi' = \frac{k\pi d^2 \cos\alpha}{4}$. Индукционный ток, возникающий в кольце, из закона Ома, равен: $I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{m\pi d^2 k \cos\alpha}{4\rho_{пл}\rho_{уд}\pi^2 d^2} = \frac{mk\cos\alpha}{4\pi\rho_{пл}\rho_{уд}}$. Как видно из этого выражения, сила индукционного тока не зависит от диаметра кольца $I_i \neq f(d)$, следовательно, индукционные токи в кольцах одинаковы: $I_{i1} = I_{i2}$.

1.2. *Медное* $(\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м})$ *проволочное кольцо диаметром* $d = 4\ \text{см}$ *и площадью поперечного сечения* $S_{пр} = 34\ \text{мм}^2$ *находится в изменяющемся магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости кольца. Определите скорость изменения индукции магнитного поля* $\frac{\Delta B}{\Delta t}$, *если в кольце протекает индукционный ток* $I_i = 150\ \text{мА}$.

Воспользовавшись законами Ома и Фарадея для электромагнитной индукции, запишем: $I_i = \dfrac{\mathscr{E}_i}{R} = \left|-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\dfrac{1}{R} = \dfrac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\dfrac{S}{R} = \dfrac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\dfrac{\pi d^2 S_{\text{пр}}}{4\rho\pi d}$,

где $\dfrac{\pi d^2}{4} = S$ — площадь кольца, $\rho\dfrac{\pi d}{S_{\text{пр}}} = R$ — сопротивление кольца, $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока.

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{4I_i\rho}{dS_{\text{пр}}} = 7{,}5\ \frac{\text{мТл}}{\text{с}}.$$

1.3. *Катушка, содержащая $N = 1000$ витков, находится в магнитном поле, направленном вдоль её оси, и замкнута на конденсатор ёмкостью $C = 10\,\text{мкФ}$. Площадь поперечного сечения катушки $S = 20\,\text{см}^2$. При равномерном изменении индукции магнитного поля $\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \text{const}\right)$ через витки катушки на конденсаторе индуцируется заряд $q = 50\,\text{нКл}$. Определите скорость изменения магнитного поля.*

При изменении индукции магнитного поля через витки катушки в ней индуцируется ЭДС, определяемая законом электромагнитной индукции Фарадея: $\mathscr{E}_i = \left|-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-N\dfrac{\Delta B}{\Delta t}S\cos 0^\circ\right| = N\dfrac{\Delta B}{\Delta t}S$ (8).

Возникающая ЭДС индукции равна напряжению на обкладках конденсатора $\mathscr{E}_i = U_c = \dfrac{q}{C}$ (9). Объединив (8) и (9), получим $N\dfrac{\Delta B}{\Delta t}S = \dfrac{q}{C} \Rightarrow$ скорость изменения индукции магнитного поля $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \dfrac{q}{NCS} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\ \dfrac{\text{Тл}}{\text{с}}$.

1.4. *Замкнутая катушка, содержащая $N = 1000$ витков, помещается в магнитное поле, направленное вдоль оси катушки, индукция которого равномерно изменяется со скоростью $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 3\ \dfrac{\text{мТл}}{\text{с}}$, площадь поперечного сечения катушки $S = 24\,\text{см}^2$, сопротивление её витков $R = 120\,\text{Ом}$. Определите силу индукционного тока, возникающего в катушке, и выделяемую в витках катушки тепловую мощность P.*

Изменение магнитного потока через проводящий контур приводит к возникновению ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\dfrac{\Delta B}{\Delta t}S\cos\alpha$ (угол α между направлением поля и нормалью к витку, в данном случае $\angle\alpha = 0$). Так как контур замкнут, в нём возникает индукционный ток, который определяется из закона Ома: $I_i = \dfrac{\left|\mathscr{E}_i\right|}{R} = N\dfrac{\Delta B}{\Delta t\cdot R}S = 60\,\text{мкА}$. Мощность, выделяемая в витках катушки, $P = I_i^2 R = 3600\cdot 10^{-12}\cdot 120 = 432\ \text{нВт}$.

1.5. *Проволочный виток, имеющий площадь S, разрезан в некоторой точке, и в разрез включён конденсатор ёмкостью C. Виток помещается в однородное магнитное поле, линии которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля равномерно убывает со скоростью $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$. Определите заряд конденсатора.*

Так как изменяется магнитная индукция, через контур, то изменяется и магнитный поток: $\Delta\Phi = \Delta BS\cos\alpha$; $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$. Тогда $\Delta\Phi = \Delta BS$. В результате возникает ЭДС индукции: $\mathscr{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{\Delta BS}{\Delta t}$. Процесс зарядки $\mathscr{E}_i$ будет происходить до тех пор, пока разность потенциалов на обкладках конденсатора не станет равна ЭДС индукции. Заряд конденсатора равен $q = C\mathscr{E}_i = \dfrac{\Delta BSC}{\Delta t}$.

1.6. *Виток провода площадью $S = 200\,\text{см}^2$ расположен перпендикулярно линиям индук-*

ции магнитного поля, изменяющейся по закону $B = at^3 - ct^2$ *(* $a = 1\,\frac{\text{Тл}}{\text{с}^3}$, $c = 6\,\frac{\text{Тл}}{\text{с}^2}$, t *— время). Сопротивление витка* $R = 20$ мОм. *Определите зависимость от времени силы индукционного тока. В какой момент времени сила тока максимальна и каково её значение?*

В проводящем витке, расположенном в меняющимся магнитном поле, возникает ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}S = -B'S = (2ct - 3at^2)S$. Из закона Ома сила индукционного тока $I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{(2ct - 3at^2)S}{R}$. С учётом данных задачи зависимость силы индукционного тока от времени будет иметь вид $I_i(t) = 12t - 3t^2$.

Максимальное значение силы индукционного тока определим, взяв первую производную силы тока по времени и приравняв её к нулю: $I_i' = 12 - 6t = 0$. Время, когда сила тока максимальна, $t = 2$ с, его максимальное значение $I_{i\max} = 12$ А.

1.7. *В магнитном поле, имеющем вертикальную составляющую индукции магнитного поля, изменяющуюся с высотой* h *по закону* $|B| = B_0(1 + \alpha h)$, *с большой высоты падает проводящее кольцо диаметром* d, *массой* m *и сопротивлением* R. *Плоскость кольца всё время горизонтальна. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите установившуюся скорость кольца.*

Во время падения при изменении высоты меняется магнитный поток через плоскость кольца $\Delta\Phi = \frac{B_0\alpha\Delta h\pi d^2}{4}$. В кольце индуцируется ЭДС индукции $|\mathscr{E}_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B_0\alpha\pi d^2\Delta h}{4\Delta t} = \frac{B_0\alpha\pi d^2}{4}\cdot v$, где $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ — установившаяся скорость падения кольца.

Индукционный ток, протекающий в кольце, из закона Ома равен: $I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{B_0\alpha\pi d^2 v}{4R}$.

Согласно закону Джоуля—Ленца количество теплоты, выделяющееся в кольце за время падения $\Delta t = \frac{\Delta h}{v}$, определяется $Q = I_i^2 R\Delta t = \frac{B_0^2\alpha^2\pi^2 d^4 R\Delta h}{16R^2 v} = \left(\frac{B_0\alpha\pi d^2}{4}\right)^2 \frac{v\Delta h}{R}$.

При установившийся скорости падения кольца его кинетическая энергия не изменяется, а потенциальная энергия убывает. Это убывание потенциальной энергии обусловлено переходом её во внутреннюю энергию, т. е. $|\Delta E_n| = Q$ или $mg\Delta h = \left(\frac{B_0\alpha\pi d^2}{4}\right)^2 \frac{v\Delta h}{R} \Rightarrow$ $v = \frac{16mgR}{\left(B_0\alpha\pi d^2\right)^2}$.

2. Изменение площади контура

2.1. *Гибкий замкнутый проводник сопротивлением* $R = 100$ Ом *в форме квадрата со стороной* $a = 15$ см *расположен в однородном магнитном поле с индукцией* $B = 5$ мТл, *направленном перпендикулярно плоскости квадрата. Определите заряд, протекающий по проводнику, если квадрат преобразовать в равносторонний треугольник, не меняя плоскости его расположения.*

Заряд, протекающий в проводнике, определяется по формуле $q = \frac{|-\Delta\Phi|}{R}$. Изменение магнитного потока происходит за счёт изменения площади контура: $\Delta\Phi = B(S_2 - S_1)$. Площадь квадрата $S_1 = a^2$, площадь равностороннего треугольника $S_2 = \frac{4\sqrt{3}}{9}a^2$ получена с учётом того, что периметр квадрата $4a$ останется равным периметру треугольника $3в$ ($в$ — сторона треугольника, $в = \frac{4}{3}a$).

Тогда $q = \frac{-B\left(\frac{4\sqrt{3}}{9}a^2 - a^2\right)}{R} = \frac{Ba^2\left(9 - 4\sqrt{3}\right)}{9R}$, или $q = 260$ нКл.

2.2. *Прямоугольную проводящую рамку со сторонами а и в, сопротивлением R перемещают с постоянной скоростью v через область однородного магнитного поля перпендикулярно вектору магнитной индукции $\vec{B}$, как показано на рисунке 5.*

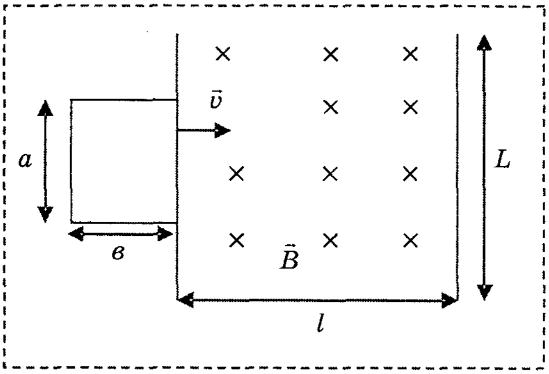


Рисунок 5

Стороны рамки а и в много меньше ширины области магнитного поля l, а также поперечного размера поля L. Определите количество теплоты Q, выделяемое в рамке за время движения. Постройте график зависимости возникающей ЭДС индукции от времени.

Проанализируем движение рамки в магнитном поле (рисунок 6, *а*). По мере проникновения рамки в магнитное поле магнитный поток через неё в течение времени $t_1 = \frac{в}{v}$ возрастает от 0 до $B \cdot a \cdot в$ (рисунок 6, *б*). Далее в промежуток времени от $t_1 = \frac{в}{v}$ до $t_2 = \frac{l - в}{v}$ магнитный поток остаётся постоянным, равным $B \cdot a \cdot в$, и в интервале времени от $t_2 = \frac{l - в}{v}$ до $t_3 = \frac{l}{v}$ магнитный поток, пронизывающий плоскость рамки, уменьшается и становится равным 0, когда рамка полностью вышла за пределы поля.

ЭДС индукции в рамке будет возникать на этапах вхождения её в поле и выхода из поля, т. е. в интервалах времен от 0 до t_1 и от t_2 до t_3, которые равны $\Delta t = \frac{в}{v}$. Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея $\mathscr{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t}$ на первом участке магнитный поток увеличивается, следовательно, ЭДС отрицательна. На втором участке, где изменение магнитного потока равно нулю, ЭДС индукции равна нулю. На последнем участке магнитный поток уменьшается до нуля, ЭДС положительна (рисунок 6, *в*).

Количество теплоты в рамке выделяется в течение двух равных промежутков времени $\Delta t = \frac{в}{v}$ и равно $Q = 2\frac{\mathscr{E}_i^2}{R}\cdot\Delta t = 2\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)^2\frac{\Delta t}{R} = 2\frac{(Bав)^2 v}{вR} = 2\frac{B^2a^2вv}{R}$.

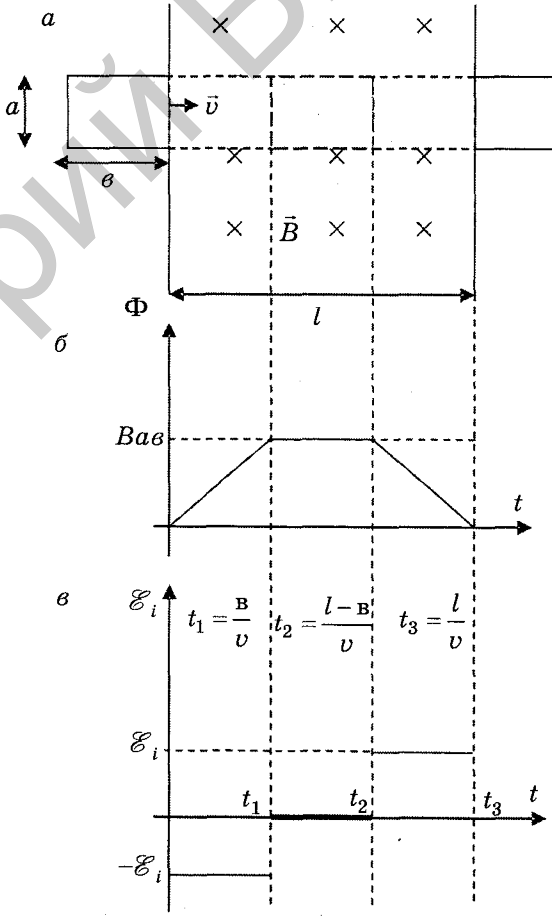


Рисунок 6

2.3. *Изолированный провод сопротивлением R сложен в виде квадрата со стороной а и помещён в однородное магнитное поле ин-*

дукцией $\vec{B}$, направленное перпендикулярно плоскости квадрата (рисунок 7). Определите заряд, который пройдёт по проводу, если его сложить в виде двух одинаковых квадратов, для двух случаев: 1) квадраты складывают в однородном магнитном поле; 2) магнитное поле, пронизывающее сложенные квадраты, выключают.

Площадь контура в виде квадрата $S_0 = a^2$. Магнитный поток $\Phi_0 = Ba^2$.

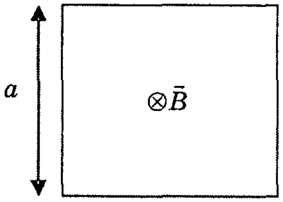


Рисунок 7

Преобразовать этот квадратный контур в два квадратных контура можно двумя способами: не перегибая провода (рисунок 8, *а*), перегибая контур (рисунок 8, *б*).

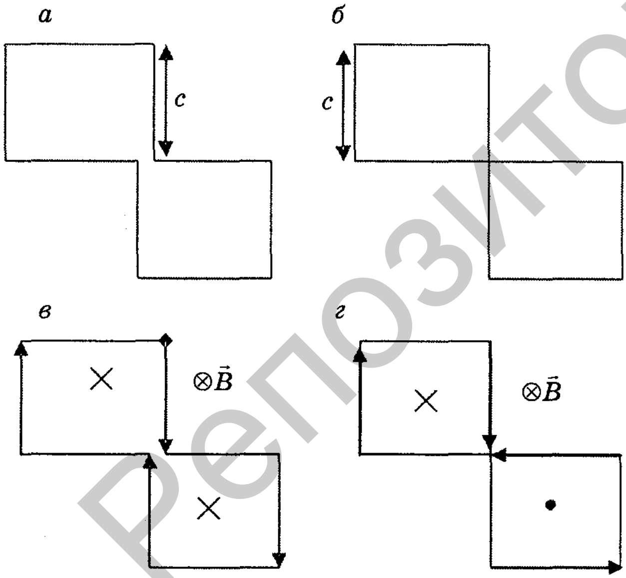


Рисунок 8

Сторону *с* каждого малого квадратного контура определим из условия постоянства длины провода $4a = 2\cdot 4c \Rightarrow c = \frac{a}{2}$. Площадь S каждого из этих двух равных контуров $S = c^2 = \frac{a^2}{4}$.

При изменении площадей проводящих контуров в однородном магнитном поле изменяется магнитный поток через контуры $\Delta\Phi = B\Delta S$. Это приводит к возникновению в контуре ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$, индукционного тока I_i и, следовательно, протеканию заряда

$$q = I_i\Delta t = \frac{\mathscr{E}_i}{R}\Delta t = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta t}{R} = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{B(S_1 - S_0)}{R}.$$

1. Рассмотрим способ образования квадратных контуров без перегибания провода (см. рисунок 8, *а*). Магнитный поток через такой контур $\Phi_1 = B\cdot 2S = B\cdot 2\frac{a^2}{4} = \frac{Ba^2}{2}$. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0 = -\frac{Ba^2}{2}$.

Магнитный поток уменьшается. Согласно правилу Ленца токи в обоих контурах протекают в одном направлении, как указано на рисунке 8, *в*, так что внешнее поле сонаправлено с индуцированным магнитным полем. Заряд $q = \frac{Ba^2}{2R}$.

В случае образования двух квадратных контуров с перегибанием провода в перевёрнутом квадратном контуре потоку приписывается противоположный знак. Общий поток через квадрат станет равным нулю. Тогда изменение потока определится $\Delta\Phi = -\Phi_0 = -Ba^2$. Заряд $q = \frac{Ba^2}{R}$.

2. При выключении магнитного поля через контур в виде двух квадратов, образованных без перегибания провода, изменение магнитного потока составит $\Delta\Phi = -B\cdot 2S = -\frac{Ba^2}{2}$. Заряд, прошедший через контур, равен $q = \frac{Ba^2}{2R}$.

При выключении магнитного поля, пронизывающего два квадратных проводящих контура, образованных перегибанием провода, изменение магнитного потока $\Delta\Phi = 0$, так как в перевёрнутом контуре потоку необходимо приписывать противоположный знак, вследствие этого результирующий поток через два квадратных контура станет равным нулю. После выключения магнитного поля магнитный поток тоже станет равным нулю. Поэтому $q=0$.

2.4. *Проводящее кольцо длиной l и сопротивлением R расположено перпендикулярно однородному магнитному полю индукцией $\vec{B}$. Определите электрический заряд, который пройдёт по проводу, если кольцо превратить в "восьмёрку", состоящую из двух колец с соотношением радиусов 1 : 2 следующими способами:*

а) не перекручивая провод;

б) перекручивая малое кольцо;

в) перекручивая большое кольцо.

Плоскость образуемой "восьмёрки" перпендикулярна магнитному полю.

Общим в решении трёх задач является то, что при изменении площади ΔS проводящего контура в однородном магнитном поле, изменяется магнитный поток через контур. В данном случае $\Delta\Phi = B\Delta S$. Изменение магнитного потока через проводящий контур приводит к возникновению явления электромагнитной индукции. В контуре индуцируется ЭДС, определяемая скоростью изменения потока: $\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t}$. В замкнутом контуре протекает индукционный ток, равный согласно закону Ома $I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\frac{1}{R} = -\frac{B\Delta S}{R\Delta t}$. Заряд, прошедший в контуре, $q = I_i\Delta t = \frac{B\Delta S}{R}$.

Определим радиус кольца и образованных из него любым способом двух колец "восьмёрки": $l = 2\pi r_0 = 2\pi r + 2\pi 2r \Rightarrow r_0 = \frac{l}{2\pi}$, $r = \frac{l}{6\pi}$, $2r = \frac{l}{3\pi}$.

Тогда площади большого кольца $S_0 = \pi r_0^2 = \frac{l^2}{4\pi}$, малого кольца "восьмёрки" — $S_м = \pi r^2 = \frac{l^2}{36\pi}$, большого кольца "восьмёрки" — $S_б = 4r^2\pi = \frac{l^2}{9\pi}$.

а) Образуем "восьмёрку", не перегибая провод (рисунок 9).

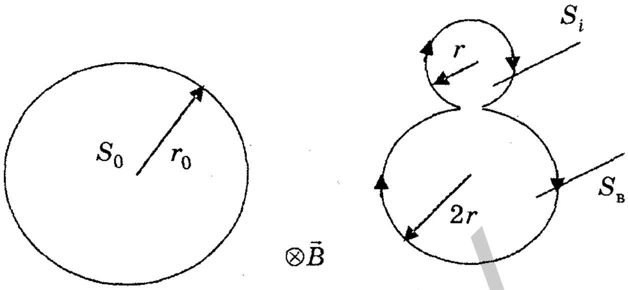


Рисунок 9

$$\Delta S = S_м + S_б - S_0 = \frac{l^2}{36\pi} + \frac{l^2}{9\pi} - \frac{l^2}{4\pi} = -\frac{4l^2}{36\pi} = -\frac{l^2}{9\pi}.$$

Площадь контура уменьшается. Заряд, прошедший в контуре: $q = \frac{Bl^2}{9\pi R}$.

б) "Восьмёрка" образуется перекручиваем малого кольца (рисунок 10).

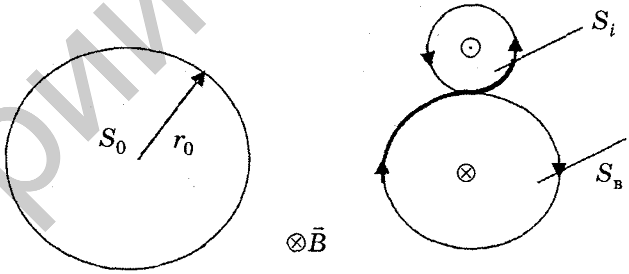


Рисунок 10

В перевернутой петле магнитному потоку приписывается противоположный знак. Изменение магнитного потока оказывается равным:

$$\Delta\Phi = \Phi_б - \Phi_м - \Phi_0 = B\left(\frac{l^2}{9\pi} - \frac{l^2}{36\pi} - \frac{l^2}{4\pi}\right) = -\frac{Bl^2}{6\pi}.$$

Заряд $q = \frac{Bl^2}{6\pi R}$.

в) "Восьмёрка" образуется перекручиваем большого кольца (рисунок 11).

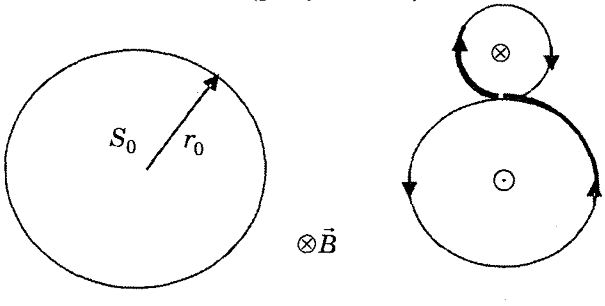


Рисунок 11

Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = -\Phi_б + \Phi_м - \Phi_0 = B\left(-\frac{l^2}{9\pi}+\frac{l^2}{36\pi}-\frac{l^2}{4\pi}\right) = -\frac{Bl^2}{3\pi} \Rightarrow q = \frac{Bl^2}{3\pi R}$.

3. Изменение угла между направлением индукции магнитного поля и вектором нормали к площади контура

3.1. *Проволочное кольцо радиусом r лежит на столе. Сопротивление материала кольца R, вертикальная составляющая индукции магнитного поля земли, пронизывающего плоскость кольца, $B_\perp$. Определите заряд, который проходит по кольцу при его повороте на угол: 1) 60°, 2) 90°, 3) 180° (процесс поворота кольца считать быстротечным).*

Заряд, протекающий в любом проводнике, определяется формулой $q = I\Delta t$ (10). В данном случае при изменении ориентации кольца относительно направления магнитного поля изменяется магнитный поток Φ через площадь кольца, что приводит к возникновению в нём ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$. Согласно закону Ома для замкнутого контура в нём начинает протекать индукционный ток $I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R}$ (11). Из закона электромагнитной индукции Фарадея $\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ или $\mathscr{E}_i = -\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}$ (12). Объединив (10) — (12) запишем выражение для индуцируемого в проводнике заряда: $q_i = I_i\Delta t = -\frac{\mathscr{E}_i}{R}\Delta t = -\frac{\Phi_2-\Phi_1}{R}$ (13).

Определим изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ для каждого случая, учитывая, что первоначальный поток (рисунок 12): $\Phi_1 = B_\perp S\cos 0^\circ = B_\perp \pi r^2$, где $S = \pi r^2$ — площадь витка.

При повороте плоскости кольца на угол $\alpha = 60^0$ (рисунок 13) магнитный поток через виток станет $\Phi_2 = B_\perp S\cos\alpha = \frac{1}{2}B_\perp\pi r^2$. Изменение магнитного потока составит $\Delta\Phi = \frac{1}{2}B_\perp\pi r^2 - B_\perp\pi r^2 = -\frac{1}{2}B_\perp\pi r^2 \Rightarrow q_i = \frac{B_\perp\pi r^2}{2R}$ (14).

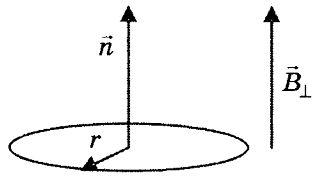


Рисунок 12

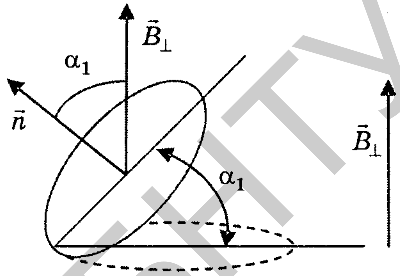


Рисунок 13

2) При повороте витка на угол $\alpha = 90^\circ$ (рисунок 14) магнитный поток через виток станет $\Phi_2 = B_\perp S\cos 90^\circ = 0$. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = -B_\perp\pi r^2$, заряд, индуцируемый в витке, $q_i = \frac{B_\perp\pi r^2}{R}$ (15).

3) Если перевернуть виток с одной стороны на другую ($\alpha = 180^\circ$) (рисунок 15), изменение магнитного потока составит $\Delta\Phi = B_\perp\pi r^2\cos 180^\circ - B_\perp\pi r^2 = -2B_\perp\pi r^2$. Заряд, протекающий в витке, $q_i = \frac{2B_\perp\pi r^2}{R}$ (16).

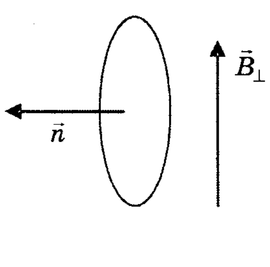


Рисунок 14

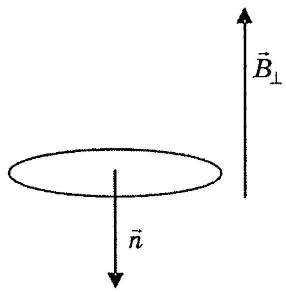


Рисунок 15

Примечание. Определим заряд, протекающий по кольцу при его повороте на угол $\Delta\alpha = 30^\circ$, при этом начальный угол между нормалью к плоскости кольца и направлением вектора магнитной индукции составляет $\alpha_1 = 30^\circ$.

Алгоритм решения тот же:

$$\Delta\Phi = B_\perp \pi r^2 \left(\cos 60^\circ - \cos 30^\circ\right) \Rightarrow$$

$$q_i = -\frac{B_\perp \pi r^2 \left(\cos 60^\circ - \cos 30^\circ\right)}{R} = \frac{B_\perp \pi r^2 \left(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ\right)}{R}.$$

Список использованных источников

1. *Черноуцан, А. И.* Физика. Задачи с ответами и решениями / А. Н. Черноуцан. — М. : КДУ, 2005. — 352 с.
2. Физика: 3800 задач для школьников и поступающих в вузы. — М. : Дрофа, 2000. — 672 с.