

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ В БЕТОНЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОРРОДИРУЮЩЕЙ АРМАТУРЫ

Докт. техн. наук, проф. ЛЕОНОВИЧ С. Н.

Белорусский национальный технический университет

Три последних десятилетия исследования коррозии арматуры в бетоне были весьма интенсивными, о чем свидетельствует множество работ. Тем не менее изучение последних публикаций [1–12] и проектов вновь вводимых стандартов по бетону свидетельствует о том, что современное состояние науки о процессах коррозии и, что наиболее важно, об их воздействии на сопротивление конструкции, остается неудовлетворительным. Воздействие коррозии арматуры на снижение сопротивления конструкции определяется комплексом факторов. Растягивающие напряжения в бетоне возникают под действием давления от ржавчины арматуры. Когда растягивающие напряжения достигают прочности бетона на растяжение или деформация удлинения достигает предельного значения, бетон треснет.

Предельные значения давления, характер образования и развития трещин через защитный слой бетона к арматуре сравниваются с данными экспериментальных исследований, выполненных С. Вильямсоном. В анализе показано, что предлагаемые модели образования и развития продольных трещин в бетоне основываются на корректных предположениях и могут быть применены для оценки состояния железобетонных конструкций с трещинами.

Снижение несущей способности железобетонной конструкции при распространении коррозии арматуры. Распространение коррозии приводит к снижению несущей способности конструкции, поэтому в наибольшей степени интересует инженеров-конструкторов.

Сложность процессов разрушения железобетонных конструкций и распространения коррозии в бетоне и ее воздействия на снижение

несущей способности ограничивает развитие сложных аналитических моделей деструкции конструкций, основанных только на теории. Рациональным является развитие эмпирических моделей снижения несущей способности, основанных на экспериментальных данных.

Жизненный цикл определяется как период времени в течение полного срока службы, по окончании которого требуются мероприятия по содержанию или ремонту железобетонных конструкций, подверженных коррозии арматуры под воздействием хлоридов или при карбонизации. Жизненные циклы характеризуются критериями долговечности и прочности.

Первый жизненный цикл подверженных коррозии железобетонных конструкций, как схематически показано на рис. 1, – это период времени от завершения возведения конструкции до инициирования коррозии в конструкции, обозначен как (O, T_i) . Данному циклу посвящено большинство исследований в области коррозии арматуры, и поэтому он детально не обсуждается в этой работе.

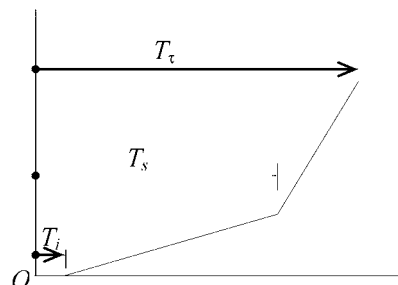


Рис. 1. Схематическая модель жизненных циклов подверженных коррозии железобетонных конструкций

Второй жизненный цикл – это период времени от инициирования коррозии до непригод-

ности к эксплуатации конструкции в результате ее воздействия, обозначается как (T_i, T_s) . Критериями непригодности к эксплуатации являются трещинообразование бетона в результате коррозии и прогиб железобетонного элемента.

Третий жизненный цикл – это период времени от потери пригодности к эксплуатации до окончательного разрушения конструкции, обозначается как (T_s, T_τ) . Разрушение проявляется в потере прочности на изгиб, на срез и т. д.

Для прогноза срока службы подвергаемых коррозии железобетонных конструкций более 20 лет существует хорошо известная модель Tuutti. Для указания срока службы в ней используют степень коррозии. Однако связь степени коррозии с параметрами несущей способности – прочностью и жесткостью – не является прямой, что подтверждено исследованиями.

Очевидно, снижение изгибной прочности конструкции происходит под влиянием комбинации факторов, а не только в связи с уменьшением площади поперечного сечения проржавевших стержней, хотя последнее тесно связано со степенью коррозии. Второе отличие в том, что модель Tuutti предполагает длинный начальный период (около 30 % от срока службы).

Расчет железобетонного изгибаемого элемента с учетом потери площади поперечного сечения арматуры. Сопротивление R изгибаемого железобетонного элемента определяется по формуле

$$R(t) = \frac{A_{s,n}^2 f_{s,n}^2}{b_n f_{c,n}} \left[0,5 \varphi_{wc}(t) \varphi_{fc} + \varphi_{wc}(t) \varphi_{fs} \left(\frac{1}{\xi_n} - 1 \right) \right], \quad (1)$$

где $A_{s,n}$ – номинальное значение площади поперечного сечения арматуры m^2 ,

$$A_{s,n} = \frac{\pi}{4} d_{s,n}^2;$$

$f_{s,n}$ – номинальное значение предела текучести арматуры, МПа; $f_{c,n}$ – то же прочности бетона, МПа; b_n – то же ширины поперечного сечения, м;

$$\xi_n = \frac{A_{s,n} f_{s,n}}{b_n \left(h_n - c_n - \frac{d_{s,n}}{2} \right) f_{c,n}}, \quad (2)$$

где h_n – номинальное значение высоты поперечного сечения, м; c_n – то же защитного слоя, мм; $d_{s,n}$ – то же диаметра арматуры, мм;

$$\varphi_{fc} = \frac{f_c}{f_{c,n}}; \quad (3)$$

$$\varphi_{fs} = \frac{f_s}{f_{s,n}}, \quad (4)$$

где f_s – предел текучести арматуры, МПа; f_c – прочность бетона, МПа,

$$\varphi_{wc}(t) = \left(\frac{b_n f_{c,n}^2}{A_{s,n}^2 f_{s,n}^2} \right) \frac{A_s^2(t) f_s^2}{b f_c^2}; \quad (5)$$

$$\varphi_{wc}(t) = \frac{1}{A_{s,n} \left(h_n - c_n - \frac{d_{s,n}}{2} - \frac{A_{s,n} f_{s,n}}{b_n f_{c,n}} \right)} \times A_{st}(t) \left(h - c - \frac{d_s(t)}{2} - \frac{A_s(t) f_s}{b f_d} \right), \quad (6)$$

h – высота поперечного сечения, м; b – ширина поперечного сечения, м; c – защитный слой бетона, м; $d_s(t)$ – диаметр арматуры, зависящий от времени, м; $A_s(t)$ – площадь поперечного сечения арматуры, зависящая от времени, m^2 ,

$$A_s = \frac{\pi}{4} d_s^2. \quad (7)$$

Значения b , c , h , f_c и f_s варьируются в некотором диапазоне. Из (1) видно, что изменение сопротивления $R(t)$ во времени зависит от потери площади поперечного сечения арматуры. Рассмотрены два подхода расчета потери площади поперечного сечения арматуры. Первая коррозионная модель (модель Andrade) – одна из наиболее используемых. Потеря диаметра $d_s(t)$ для общей коррозии определяется по формуле

$$d_s(t) = d_s - 0,0232(t - t_0) i_{corr}, \quad (8)$$

где i_{corr} – плотность коррозионного тока, $\mu A/cm^2$, $1 \mu A/cm^2 = 11,6$ мм/год коррозии; t_0 – время пассивной стадии, год.

По второй модели коррозии (модель Thoft-Christensen) потеря диаметра $d_s(t)$ рассчитывается по формуле

$$d_s(t) = d_s - (t - t_0)r_{corr}, \quad (9)$$

где r_{corr} – скорость коррозии, мм/год.

Плотность коррозионного тока i_{corr} и скорость коррозии r_{corr} измерялись на реальных конструкциях.

Начало изменения сопротивления во времени зависит от длительности пассивной стадии. Процесс диффузии CO_2 , например, описывается вторым законом Fick

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (10)$$

где C – концентрация агрессивной среды; D_{eff} – коэффициент диффузии.

Используется ряд моделей для расчета пассивной стадии. В первой модели продолжительность пассивной стадии зависит от защитного слоя бетона и константы материала D . Продолжительность пассивной стадии определяется по формуле

$$t_0 = \frac{c^2}{2D}, \quad (11)$$

где D – константа материала.

Вторая модель Фреу более точная, чем первая модель, но есть ряд трудностей по определению констант.

Глубина слоя карбонизации во времени определяется по формуле

$$d_k = \left(e^{Aw^2} - 1 \right) \left(1 - e^{-w\sqrt{t}} \right), \quad (12)$$

где A , w – константы, зависящие от условий окружающей среды.

Продолжительность пассивной стадии $t = t_0$ рассчитывается по (12), когда $d_k = c$ (защитный слой бетона). Значения h , b , c , d_s , f_c , f_s , i_{corr} и r_{corr} в приведенных соотношениях варьируются по закону нормального распределения.

Предельные состояния и остаточный ресурс железобетонных конструкций с корродирующей арматурой. Имеющиеся предложения по совершенствованию методов расчета сопротивления железобетонных элементов, поврежденных коррозией, немногочисленны и ориентированы на решение относительно уз-

кого набора задач частного вида. Необходимо применять нетривиальные модели деградации бетона и арматуры и рассмотреть вопрос расширения номенклатуры предельных состояний.

Продольные трещины в бетоне, пересекающие арматуру, могут часто наблюдаться в железобетонных конструкциях. Одной из главных причин образования и развития таких трещин является коррозия стальной арматуры. Из-за электрохимической коррозии под действием агрессивной среды толщина слоя ржавчины вокруг арматурного стержня увеличивается. Под действием продуктов коррозии развиваются растягивающие напряжения в бетоне. Бетон трещит, если величина этого напряжения у арматурного стержня достигает прочности бетона или деформации бетона достигают предельного значения. Выполнено незначительное количество исследований образования и развития таких трещин. Более глубоко было исследовано влияние коррозии стальной арматуры на прочность контактной зоны бетона и арматуры. Процесс коррозии арматуры зависит от многих факторов, включая качество защитного слоя бетона и диаметр арматуры.

На основе результатов экспериментальных и аналитических исследований возможна разработка рекомендаций для более точной оценки поведения железобетонных конструкций и прогноза их долговечности. Экспериментальное и аналитическое моделирование образования и развития таких трещин очень сложно. Сложностей моделирования образования и развития трещин можно избежать, если принять соответствующую предысторию кинетики процессов трещинообразования.

Физическая модель образования и развития продольной трещины. Известны два альтернативных подхода моделирования формирования продольных трещин:

- поперечное сечение арматурного стержня представляется круглым отверстием, контур которого загружен равномерно распределенным предельным давлением от ржавчины;
- вокруг ржавеющего арматурного стержня возникают соответствующие деформации в бетоне.

Для создания физической модели согласно первому подходу принимаются следующие допущения:

- зона с корродирующей арматурой представляет собой пластину единичной толщины неограниченных размеров с ослаблением в месте расположения арматурного стержня – круглое отверстие (искусственный надрез), по контуру которого формируются первые радикальные трещины;

- под действием предельного давления p_0 ржавчины перпендикулярно оси X радиальные трещины являются симметричными относительно центра надреза, их общая длина с надрезом $2l_0 = 2r + 2\Delta r$ ($\Delta r \ll r$) и толщина δ_{\min} не влияет на начало трещин (особенно, если $\delta_{\min} \geq 2r$);

- защитный слой бетона трещит, когда $\Delta l = l_{cr}$, где l_{cr} – критическая длина трещины;

- когда трещина закрывается на контуре надреза, возможно применение критериев линейной механики разрушения.

Предельное давление ржавчины рассчитаем по формуле

$$K_{lc} \sqrt{\pi l_0} = \int_{-l_0}^{l_0} \frac{\rho_0(x) \sqrt{l^2 - x^2}}{l - x} dx, \quad (13)$$

где K_{lc} – критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины. Этот коэффициент характеризует трещинообразование бетона (константа материала).

Если $\rho_0(x) = \rho_0 \sqrt{r^2 - x^2} / r$, то из (13) может быть получено предельное давление в начале трещинообразования

$$\rho_0 = \frac{K_{lc} \sqrt{\pi l_0}}{1,67r + 0,33r^3 / l_0^2}. \quad (14)$$

Если $l_0 \approx r$, то $\rho_0 = 1,25K_{lc} / \sqrt{2r}$.

Из-за влияния временного фактора на трещиностойкость бетона константа материала уменьшается в $\sqrt{1 + 2E_b(1 - \nu^2)C(\infty, \tau)}$, где E_b – модуль упругости бетона; ν – коэффициент Пуассона; $C(\infty, \tau)$ – мера ползучести бетона.

Физическая модель трещины (рис. 2б), после того как начал трещать защитный слой бетона, базируется на следующих предпосылках:

- на контур надреза перпендикулярно оси X в двух противоположных направлениях действуют две равные результирующие силы F предельного давления, и макротрещина подвергается стабильному развитию в поперечном сечении;

- продольная трещина и цилиндрический надрез суммируются в одну макротрещину, длина которой равна l_0 и круговой надрез не влияет на будущее развитие трещины;

- ширина раскрытия трещины на контуре надреза пропорциональна расстоянию от вершины трещины.

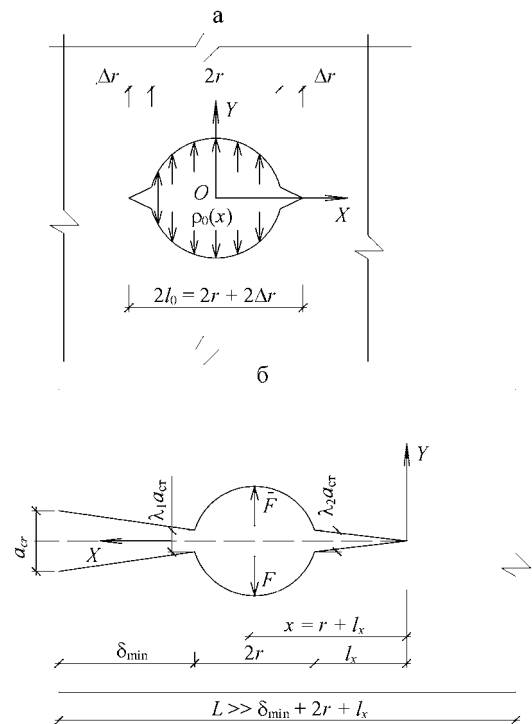


Рис. 2. Схемы физических моделей: а – образования; б – развития трещины

Рассчитаем результирующую силу предельного напряжения

$$F = 2prt = K_{lc} + \sqrt{0,5\pi x} \psi(\xi_1, \xi_2, \dots) = 1,25K_{lc} + \sqrt{r + l_x} \psi(\xi_1, \xi_2, \dots), \quad (15)$$

где t – толщина элемента; $\psi(\xi_1, \xi_2, \dots)$ – функция, учитывающая влияние масштабного фактора на величину предельного давления. Оце-

нено также снижение коэффициента интенсивности напряжений из-за ползучести бетона.

Если продольные трещины пересекают несколько арматурных стержней, то возможно моделирование их образования и развития исходя из тех же самых предпосылок. Таким образом может быть также установлена зависимость между предельным давлением ржавчины и параметрами трещины.

Численная модель формирования и развития продольной трещины. Использовалась современная компьютерная программа метода конечных элементов для анализа образования и развития продольной трещины. Анализ выполнялся исходя из предпосылки плоской деформации. В этой модели были учтены пластические деформации и ниспадающая ветвь диаграммы «напряжение – деформация». Математическое выражение диаграммы сжатия бетона принималось в соответствии с рекомендациями Еврокод 2. Для растянутого бетона использовалась следующая формула:

$$\frac{\sigma_{bt}}{R_{bt}} = 2\eta - \eta^2, \quad (16)$$

где

$$\eta = \frac{\varepsilon_{bt} E_b}{2R_{bt}}; \quad (17)$$

σ_{bt} – напряжение растяжения бетона; R_{bt} – предельное напряжение бетона на растяжение; ε_{bt} – деформация удлинения бетона.

В соответствии с нелинейно-упругой моделью определим напряжение

$$\sigma = [D_{sec}(E_{sec}, \nu)] \varepsilon, \quad (18)$$

где D_{sec} – секущая матрицы бетона; E_{sec} – секущий модуль бетона; ν – коэффициент Пуассона. Вектор общей деформации ε используется для того, чтобы рассчитать эффективную деформацию ε_{ef} :

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1-\nu}{(1-\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2) + \frac{2\nu}{(1-\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}^2, \quad (19)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – линейные деформации в двух взаимно-перпендикулярных направлениях; γ_{xy} – угловая деформация.

Секущий модуль бетона для каждого конечного элемента определяется по формуле

$$E_{sec} = \frac{E_{sec,c} + E_{sec,t}}{2} + \theta \frac{E_{sec,c} - E_{sec,t}}{2}, \quad (20)$$

где $E_{sec,c}, E_{sec,t}$ – соответственно секущие модули бетона при сжатии и растяжении; θ – отношение, рассчитанное следующим образом:

$$\theta = \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_{ef}(1-2\nu)} \text{ при } -1 \leq \theta \leq 1, \quad (21)$$

где ε_v – объемная деформация бетона.

Компьютерные модели для анализа образования и развития продольной трещины составлены таким образом, что размеры конечных элементов в зонах наивысших напряжений были малы. Расчет каждого образца выполнялся много раз с постепенным ростом иницирующего давления от коррозии арматуры. Если главное напряжение в каком-то конечном элементе достигает прочности бетона на растяжение или деформация удлинения достигает максимального значения, то трещина возникает в том месте, которое включено в модель для следующей стадии расчета.

Давление трещинообразования $\rho_{0,cal2}$, приложенное перпендикулярно контуру надреза и определенное с помощью метода конечных элементов (МКЭ), сравнивалось с экспериментальным давлением $\rho_{0,max}$ (табл. 1). Значения предельного давления $\rho_{0,cal}$ уменьшаются в сравнении с экспериментальными данными $\rho_{0,max}$, когда увеличивается соотношение d , потому что с повышением этого соотношения разница между предельным давлением старта трещинообразования (это относится к $\rho_{0,cal1}$ и $\rho_{0,cal}$) и экспериментальным давлением $\rho_{0,max}$ на стадии полного разрушения увеличивается. Относительные увеличения предельных давлений (рис. 3), рассчитанных МКЭ и определенных экспериментально, очень близки.

Аналогичные результаты получены при расчете предельного давления $\rho_{0,cal1}$ по выраже-

нию (2), принимая длину трещины $l_0 = r$. Если $\delta_{\min}/d = 0,5$, то значения давления $\rho_{0,calc}$ выше, так как они рассчитываются, признавая действительными изгибные трещины и не относясь к наклонным трещинам. Для получения более точных значений необходимо оценить увеличение предельного давления в той трещине, в которой возникает критическая длина.

Таблица 1

Сравнение экспериментальных данных трещинообразования бетона С. Вильямсона и расчетного предельного значения давления [1, 6]

| δ_{\min} , мм | $\frac{\delta_{\min}}{d}$ | E_b , МПа | R_{bt} , МПа | $\rho_{0,max}$, МПа | $\frac{\rho_{0,calc1}}{\rho_{0,max}}$ | $\frac{\rho_{0,calc2}}{\rho_{0,max}}$ |
|----------------------|---------------------------|-------------|----------------|----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 4 | 0,5 | 31200 | 2,16 | 4,15 | 1,24 | 0,67 |
| 8 | | 39750 | 3,14 | 3,30 | 1,49 | 0,91 |
| 8 | 1 | 31200 | 2,16 | 7,42 | 0,69 | 0,63 |
| 16 | | 39750 | 3,14 | 6,8 | 0,73 | 0,71 |
| 16 | 2 | 31200 | 2,16 | 13,10 | 0,39 | 0,38 |

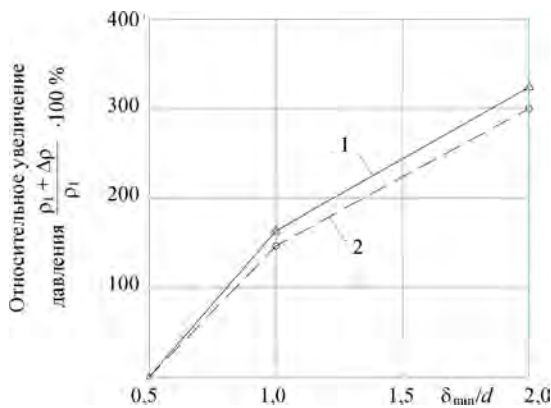


Рис. 3. Изменение давления растрескивания защитного слоя бетона в зависимости от соотношения δ_{\min}/d : 1 – экспериментальные данные С. Вильямсона при $R_{bt} = 2,16$ МПа; 2 – то же при $R_{bt} = 3,14$ МПа

Для этой цели необходимо знать вид бетона и размер крупного заполнителя испытываемых кубов. Если толщина защитного слоя $\delta_{\min} = 4$ мм, то возможно принять размер крупного заполнителя $d_{\max} = 4$ мм. Таким образом, критическая длина нестабильной трещины $l_{cr} =$

$= (1,2 - 1,7)(2 - 4) \approx 3,0 - 7,0$ мм. Согласно предложенному методу критическая ширина раскрытия трещины $\delta_c = 0,00012a^3\sqrt{d}$, где $a = \delta_{\min} + r = 8$ мм; $d = 2r = 8$ мм.

Была рассчитана константа

$$K_{Ic} = \sqrt{E_b R_{bt} \delta_c / (1 - \nu^2)}$$

и определена по (2) зона вариации давления ρ_0 , ставшего причиной разрушения образцов. Экспериментальные данные вариации давления в интервале $\delta_{\min}/d = 1-2$ в рассчитанной по (2) зоне изменения значений давления показаны на рис. 3. Если $\delta_{\min}/d = 0,5$, расчет давления ρ_0 производился с учетом минимума длины критической трещины ($l_{cr} = 0$ и $l_{cr} = 3$ мм).

Анализ образования и развития трещины. Для анализа образования трещины были использованы экспериментальные исследования С. Вильямсона. В его исследованиях испытаны бетонные кубы $150 \times 150 \times 150$ мм с двумя полыми цилиндрами диаметром 8 и 16 мм на их сторонах. К внутренней поверхности было приложено давление масла, чтобы воспроизвести расширяющийся эффект продуктов коррозии стали. В табл. 1 включены характеристики бетонных кубов и примеры разрушения трещинами. Были использованы также метод конечных элементов и модель нелинейной упругости для анализа трещинообразования защитного слоя бетона.

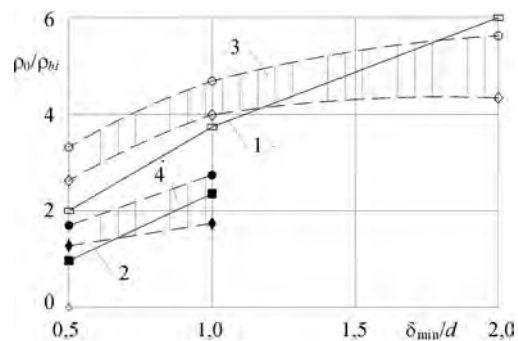


Рис. 4. Относительное увеличение давления в зависимости от соотношения δ_{\min}/d при прочности бетона на растяжение $R_{bt} = 2,16$ МПа: 1 – экспериментальные данные С. Вильямсона; 2 – результаты расчета МКЭ (ρ_1 – давление при $\delta_{\min}/d = 0,5$; 3–4 – зоны значений давления, рассчитанные по (14) [1]

Если давление прикладывается к полному контуру, то характер разрушения образцов трещинами в соответствии с результатами анализа МКЭ аналогичен определенному экспериментально. Если отношение $\delta_{\min}/d \leq 1$, то начало трещинообразования бетона по результатам анализа МКЭ почти совпадает с разрушением защитного слоя бетона толщиной δ_{\min} . В этом случае трещина развивается нестабильно. Образцы (примеры) разрушения бетона показывают, что если соотношение δ_{\min}/d невелико, имеют большую возможность появляться наклонные трещины. Если соотношение δ_{\min}/d выше, предельное давление трещинообразования в бетоне также выше.

ВЫВОДЫ

1. Численная модель, описанная в статье, приемлема для анализа образования и раскрытия трещин защитного слоя бетона из-за ржавления стержней арматуры. Эта модель корректно оценивает характер трещинообразования при коррозии арматуры и позволяет более точно сформулировать предпосылки для физической модели трещинообразования.

2. Физическая модель образования продольной трещины (рис. 2а) корректно оценивает главные тенденции трещинообразования защитного слоя арматуры, если соотношение $\delta_{\min}/d \geq 1$. Структура бетона, свойства, давления ржавчины, параметры δ_{\min} и d влияют на образование и развитие трещины защитного слоя.

3. Если $\delta_{\min}/d \geq 1$, давление ржавчины прилагается только в направлении оси Y (рис. 2а). Развитие трещины по сечению после трещинообразования защитного слоя бетона может быть оценено по физической модели, в которой давление ржавчины прикладывается в направлении оси Y и изменяется результирующими давлениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Jokūbaitis, V.** Cracking and repair of reinforced concrete structures (Gelžbetoninių konstrukcijų pleišėjimas ir remontas) / V. Jokūbaitis, Z. Kamaitis. – Vilnius: Technika, 2000. – 155 p.
2. **Kovacs, T.** Deterioration of reinforced concrete repair mortar layers / T. Kovacs // Periodica Polytechnica. Ser. Civ. Eng., 44, 2. – 2000. – P. 197–206.
3. **Sulaimani, G. J.** Influence of Corrosion and Cracking on Bond Behavior and Strength of Reinforced Concrete Members / G. J. Sulaimani, M. Kaleemullah, I. A. Basunbul // ACI Structural Journal, 87, 2. – 1990. – P. 220–231.
4. **Clark, L. A.** Effect of Corrosion on Reinforced Bond Strength / L. A. Clark, M. Saifullah // Proceedings of 5th International Conference on Structures Faults and Repair, 1993. – Vol. 3. – P. 113–119.
5. **Rasheeduzzafar, A.** Corrosion Cracking in Relation to Bar Diameter, Cover and Concrete Quality / A. Rasheeduzzafar, S. S. Saadoun, A. S. Gahtani // Journal of Materials in Civil Engineering, 4, 4. – 1992. – P. 327–342.
6. **Williamson, S.** Influence of Cover Concrete Quality on the Effect of Reinforcement Corrosion / S. Williamson, L. A. Clark // Proceedings of the 7th International Conference on Structures Faults and Repair. – 1997. – Vol. 23. – P. 441–446.
7. **Piradov, K. A.** Physical and mechanical fundamentals of durability of concrete and reinforced concrete / K. A. Piradov, E. A. Guzeev // Concrete and reinforced concrete. – 1998. – No 1. – P. 25–26.
8. **Jefferson, A. D.** Stepped Softening Function for Concrete Fracture in Finite Element Analysis / A. D. Jefferson, H. D. Wright // Computers & Structures, 41, 2. – 1991. – P. 331–344.
9. **Kupfer, H. B.** Behavior of Concrete under Biaxial Stress / H. B. Kupfer, H. K. Hilsdorf, H. Rusch // Journal ACI, 66, 8, Aug. – 1969. – P. 151–159.
10. **COSMOS/M.** Finite element analysis system. Basic FEA System. User guide. Structural Research & Analysis Corp. – Los Angeles, 1995. – 760 p.
11. **Eurocode 2:** Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings, 1991. – 259 p.
12. **Du, Y. G.** Analysis of Concrete Cracking due to Steel Corrosion / Y. G. Du, A. H. C. Chan, S. Williamson, L.A.FEM Clark // Proc., EURO-C 1998. – Computational Modeling of Concrete Structures, Badgastein, Austria, March 31 – April 3, 1998. – P. 481–490.

Поступила 02.12.2009