

2. РМГ 29-2013 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.

3. Козаченков, С. А. Перспективы метрологического обеспечения геодезических средств измерений в части поверки линейных характеристик в лабораторных условиях в диапазоне до 300 метров / С. А. Козаченков, Д. А. Соколов. – Сборник: Актуальные проблемы метрологического обеспечения научно-практи-

ческой деятельности. Материалы III Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. Сев. (Арктич.) федер. ун-т. – Архангельск: САФУ, 2019. – 214-217 с.

4. Способ воспроизведения единицы длины в лазерных дальномерах на основе интерферометра Майкельсона : патент РФ 2698699 / С. А. Губин, Д. А. Соколов, В. М. Татаренков. – Опубл. 29.08.2019.

УДК 53.089

## МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ НЕАДДИТИВНОЙ ВЕЛИЧИНЫ (ТЕОРИЯ РЕЙТИНГОВ)

Романчак В.М., Серенков П.С.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь*

**Аннотация.** Предложена модель измерения неаддитивной величины, в частности модель субъективного измерения. Рассмотрена обобщенная структура модели измерения, которая включает эмпирическую систему, математическую систему и гомоморфизм эмпирической системы в числовую систему. Установлено, что основными недостатками классических теорий измерения являются: 1) гомоморфизм не отображает операции в системах, что позволило бы говорить об осмысленности теоретической модели измерений; 2) отсутствует модель эмпирического измерения, которая могла бы подтвердить существование гомоморфизма. Для преодоления недостатков существующих теорий определено уравнение измерения, связывающее результаты отображения эмпирической операции в числовую, а также сформулирована модель эмпирического измерения. Для этого предложено использовать скорректированную модель Стивенса, которая дополнена принципом отражения Дж. Барзилая.

**Ключевые слова:** теория измерений, рейтинг, функция полезности, квалиметрия.

## NON-ADDITIVE QUANTITY MEASUREMENT MODEL (RATING THEORY)

Romanchak V., Serenkov P.

*Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus*

**Abstract.** This work considers a model for measuring non-additive quantities, in particular a model for subjective measurement. For this, a structure was considered that included an empirical system, a mathematical system, and a homomorphism of the empirical system into a numerical system. The main shortcomings of classical measurement theories seem to be: 1) homomorphism does not display operations (in this case, one cannot speak of the meaningfulness of the model); and 2) there is no empirical measurement model that could confirm the existence of a homomorphism. To overcome the shortcomings of existing theories, a definition of the measurement equation is given. As a result, a measurement model is obtained that is free from the shortcomings of classical measurement theories. The model uses the corrected model of S. Stevens and the reflection principle of J. Barzilai.

**Key words:** measurement theory, rating, utility function, qualimetry.

*Адрес для переписки: Романчак В.М., пр. Независимости, 65, Минск 220113, Республика Беларусь  
e-mail: Romanchak@bntu.by*

В настоящее время в теории измерений появились новые тенденции, которые необходимо учитывать для обоснования процесса субъективного измерения [1]. Например, предложена математическая модель эмпирической системы [2, 3]. Недостатком теорий измерения является отсутствие уравнения измерения. Чтобы реализовать на практике процедуру измерения, т. е. проводить эмпирические измерения, необходимо определить модель измерения.

Получена модель измерения, на основании которой сформулирована новая классификация шкал измерения [4, 5]. В новой модели значения величины определены в шкале интервалов, и (или) в шкале лог-интервалов. Шкала отношений – это

шкала интервалов, в которой определен нулевой элемент – начало отсчета. Шкала отношений является вспомогательной шкалой. Кроме того, для модели измерения выполняются принципы:

*Принцип отражения* [2]. Необходимым условием применимости операций над значениями шкалы является существование соответствующей эмпирической операции.

*Принципу эквивалентности* [4]. Результаты измерения, полученные в шкале интервалов и шкале лог-интервалов, эквиваленты.

Из принципа эквивалентности органично следуют:

– эмпирический закон Стивенса в форме парных сравнений [4];

- эмпирический закон Фехнера в форме парных сравнений [4];
- модель Раша [7].

Выделение четырех шкал измерения было проведено С.С. Стивенсом еще в 1946 году. Позже С.С. Стивенс добавил к ним пятую – шкалу логарифмических интервалов, однако потом посчитал ее бесполезной и в настоящее время ее не применяют. Модель Стивенса можно рассматривать с позиции концепции современного реализма [1]. Например, Дж. Мишель считает, что эмпирические структуры, поддерживающие измерение, должны естественным образом создавать, а не присваивать действительные числа. Такую эмпирическую структуру рассматривал в 1923 г. академик А. Фридман. Аналогичные структуры использовал С.С. Стивенс в качестве уравнения измерения.

Следует отметить, что хотя шкала измерений Стивенса была включена в репрезентативную теорию измерений, модель измерения Стивенса до недавнего времени в теории измерений не рассматривалась. Это привело к тому, что появились многочисленные варианты обработки экспертных оценок, которые не опираются на адекватную модель измерений.

На первый взгляд концепция шкалирования С.С. Стивенса выглядит убедительно и только наличие «ненужной» пятой шкалы нарушает логику изложения. По мнению С.С. Стивенса шкала лог-интервалов интересна с математической точки зрения, но, как и многие математические модели, она доказала свою эмпирическую бесполезность.

Покажем, что такое утверждение является спорным. Для этого достаточно сравнить между собой значения неаддитивной величины. Плотность является примером неаддитивной величины. Например, если значения плотности двух образцов равны  $1 \text{ кг/м}^3$  и  $2 \text{ кг/м}^3$ , то непонятно что будет означать сумма значений.

По определению С.С. Стивенса шкала отношений – это шкала, в которой значения величины определены с точностью до постоянного множителя [4]. Ее числовые значения могут быть преобразованы (например, из метров в сантиметры). Плотность является неаддитивной величиной, поэтому ее нельзя измерить в шкале отношений. Плотность можно определить в шкале лог-интервалов, так как для плотности определены отношения значений. Поэтому есть основания считать, что модель Стивенса требует исправления.

Установлено, что в теории измерений нет уравнения измерения, определяющего естественную связь между эмпирической и математической системами. Реалистический принцип получения масштабных значений формируется на основе модели Стивенса.

Исправленная модель Стивенса является обоснованием классификации шкал измерений. Тем самым решена проблема выбора шкалы измерений, так как шкала измерений должна соответствовать уравнению измерений. Значения величины определены в шкале интервалов, если определяют разности значений, и в шкале лог-интервалов, если определяют отношения значений.

Из модели измерения Стивенса следует, что обе шкалы измерения могут использоваться одновременно для измерения одной и той же величины. При этом результаты измерений в этом случае эквивалентны. На этом основании формулируется принцип эквивалентности. Из которого следует, что противоречия между эмпирическими законами Фехнера и Стивенса не существует. Показано, что они эквивалентны. Поэтому предложенная модель измерения имеет убедительное экспериментальное подтверждение.

Дано определение уравнения измерения. Уравнение измерения отображает эмпирическую систему в числовую систему. Из уравнения измерения следует определение шкалы измерений. В целом сформирована концепция измерения, рассматривающая субъективные и объективные измерения с единой точки зрения.

Кроме того показано, что расширенный анализ экспертных оценок может быть выполнен с использованием предложенной модели измерения. Предлагаемая модель измерения, может найти применение в теории принятия решений, теории полезности, квалиметрии при проведении экспертных оценок.

## Литература

1. Michell, J. Quantitative science and the definition of measurement in psychology / J. Michell // *British Journal of Psychology*. – 1997. – № 88. – P. 355–383.
2. Barzilai, J. Inapplicable Operations on Ordinal, Cardinal, and Expected Utility / J. Barzilai // *Real-World Economic Review*. – 2013. – № 63. – P. 98–103.
3. Barzilai, J. Preference function modelling: the mathematical foundations of decision theory / J. Barzilai // *Trends in multiple criteria decision analysis*. – 2010. – С. 57–86.
4. Романчук, В. М. Измерение нефизической величины / В. М. Романчук // *Системный анализ и прикладная информатика*. – 2017. – № 4. – С. 39–44.
5. Романчук, В. М. Субъективные измерения (теория рейтингов) // В. М. Романчук // *Журнал Белорусского государственного университета. Философия. Психология*. – 2020. – № 3. – С. 87–98.
6. Briggs, D. C. Interpreting and visualizing the unit of measurement in the Rasch Model / D. Briggs // *Measurement*. – 2019. – Vol. 146. – P. 961–971.
7. Lubashevsky, I. Psychophysical laws as reflection of mental space properties / I. Lubashevsky // *Phys. Life Rev.* – 2019. – № 31. – P. 276–303.