

На рис. 1 представлена поверхность решения.

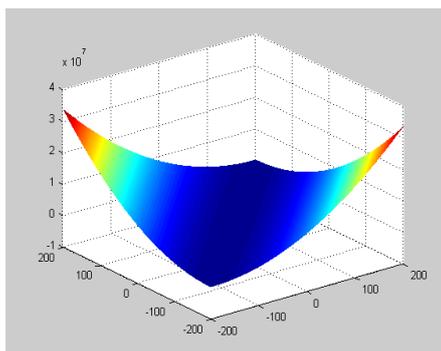


Рисунок 1 – Поверхность решения

Таким образом, входными параметрами описанного алгоритма являлись целевая функция,

начальная точка и погрешность, позволяющая завершить цикл.

Отметим, что скорость сходимости метода снижается при приближении к минимальному значению.

#### Литература

1. Iusem, A. N. A proximal regularization of the steepest descent method / A. N. Iusem, B. F. Svaiter. – 1995.
2. Ryan Tibshirani. Convex Optimization: Lecture 5: Gradient Descent [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.stat.cmu.edu>. – Дата доступа : 29.09.2022.
3. Linge, S. Programming for Computations Python: A Gentle Introduction to Numerical Simulations with Python / S. Linge, Hans Petter Langtangen. – 2016.
4. Guttag, J. V / Introduction to Computation and Programming using Python / J. V. Guttag, J. Sussman. – 2016.

УДК 535.317

### АНАЛИЗ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ОПОРНОГО ПЛАНА ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

Бокуть Л.В., Климович Т.А.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь*

**Аннотация.** Работа посвящена проблеме формирования опорного плана транспортной задачи. Представлена сравнительная характеристика методов ее решения. Проведен также анализ формирования оптимального опорного плана различными методами.

**Ключевые слова:** транспортная задача, опорный план, оптимальный план, граф.

### ANALYSIS OF METHODS FOR FORMING A REFERENCE PLAN FOR A TRANSPORT TASK

Bokut L., Klimovich T.

*Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus*

**Abstract.** The work is devoted to a problem of formation of the basic plan of a transport task. Comparative characteristic of methods of its decision is presented. Also the analysis of formation of the optimum basic plan is carried out by various methods.

**Key words:** transport task, basic plan, optimum plan, graph.

*Адрес для переписки: Климович Т.А., пр. Независимости, 65, Минск 220113, Республика Беларусь  
e-mail: tanya.tatina.klimovich@mail.ru*

Одной из главных задач математического моделирования транспортных перевозок является построение оптимального плана перевозок. Для решения транспортных задач можно применить симплексный метод. Так как матрица системы ограничений транспортной задачи очень своеобразна, то для нахождения ее решения применяют специфические методы. Они, как и симплексный метод, позволяют находить начальное опорное решение, а затем, улучшая его, получить оптимальное решение. В зависимости от способа постановки условий данной задачи, транспортная задача может быть представлена в сетевой и матричной (табличной) форме. Математическая модель сбалансированной транспортной задачи имеет следующий вид:

$$Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = a_i, \quad i \in \overline{1, m};$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i,j} = b_j, \quad j \in \overline{1, n};$$

$$x_{i,j} \geq 0, \quad i \in \overline{1, m}; j \in \overline{1, n}.$$

Транспортная задача является канонической задачей линейного программирования с переменными  $x_{ij}$  и  $m$ n ограничениями. Транспортная задача может быть представлена в сетевой (графовой) форме [1]. На примере одной и той же задачи

можно показать преимущество метода нахождения опорного плана транспортной задачи. Для данной задачи есть исходные данные (запасы / потребности / тарифы перевозок), они внесены в табл. 1. Нахождение опорного плана по методу северо-западного угла представлено на рис. 1.

Таблица 1. Исходные данные

| Пункты отправления<br>$A_i$ | Пункты потребления, $B_j$ |       |       |       | Запасы, усл. ед. |
|-----------------------------|---------------------------|-------|-------|-------|------------------|
|                             | $B_1$                     | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ |                  |
| $A_1$                       | 5                         | 8     | 1     | 2     | 210              |
| $A_2$                       | 2                         | 5     | 4     | 9     | 170              |
| $A_3$                       | 9                         | 2     | 3     | 1     | 65               |
| Потребность, усл. ед.       | 125                       | 90    | 130   | 100   |                  |

| Пункты отправления<br>$A_i$ | Пункты потребления, $B_j$ |        |       |       | Запасы, усл. ед. |
|-----------------------------|---------------------------|--------|-------|-------|------------------|
|                             | $B_1$                     | $B_2$  | $B_3$ | $B_4$ |                  |
| $A_1$                       | 5                         | 8      | 1     | 2     | 210/85/0         |
| $A_2$                       | 2                         | 5      | 4     | 9     | 170/165/35/0     |
| $A_3$                       | 9                         | 2      | 3     | 1     | 65/0             |
| Потребность, усл. ед.       | 125/0                     | 90/5/0 | 130/0 | 100/0 |                  |

Рисунок 1 – Метод северо-западного угла

Первым шагом, для нахождения опорного плана, является проверка задачи на сбалансированность:

$$210 + 170 + 65 = 445;$$

$$125 + 90 + 130 + 100 = 445.$$

Запасы равны потребностям, задача является сбалансированной. Получаем опорный план  $X_{ij}$

$$X_{i,j} = \begin{matrix} 125 & 85 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 130 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 65 \end{matrix}$$

Вычислим значение целевой функции, то есть общие затраты на перевозку:

$$L(X) = 125 \cdot 5 + 85 \cdot 8 + 5 \cdot 5 + 130 \cdot 4 + 35 \cdot 9 + 65 \cdot 1 = 2230.$$

Нахождение опорного плана методом минимального элемента представлено на рис. 2.

| Пункты отправления<br>$A_i$ | Пункты потребления, $B_j$ |       |       |       | Запасы, усл. ед. |
|-----------------------------|---------------------------|-------|-------|-------|------------------|
|                             | $B_1$                     | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ |                  |
| $A_1$                       | 5                         | 8     | 1     | 2     | 210              |
| $A_2$                       | 2                         | 5     | 4     | 9     | 170              |
| $A_3$                       | 9                         | 2     | 3     | 1     | 65               |
| Потребность, усл. ед.       | 125                       | 90    | 130   | 100   |                  |

Рисунок 2 – Метод минимального элемента

Получаем опорный план  $X_{ij}$

$$X_{i,j} = \begin{matrix} 0 & 45 & 130 & 35 \\ 125 & 45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 65 \end{matrix}$$

$$L(X) = 125 \cdot 2 + 45 \cdot 8 + 45 \cdot 5 + 130 \cdot 1 + 35 \cdot 2 + 65 \cdot 1 = 1100.$$



Рисунок 3 – Несбалансированная задача



Рисунок 4 – Характеристика методов



Рисунок 5 – Сравнение методов

Сравнивая полученные значения целевых функций, можно сказать, что метод минимального элемента предпочтительнее для получения оптимального плана.

На рис. 3 представлена последовательность решения несбалансированной задачи.

На рис. 4 представлено сравнение методов поиска опорного плана транспортной задачи. Каждый из методов имеет свои преимущества и минусы. Для поиска первоначального опорного плана рекомендуется применять метод двойного предпочтения. Этот метод находит более близкое к оптимальному решение транспортной задачи, метод двойного предпочтения учитывает стоимость и по столбцу и по строке матрицы. На рис. 5 показана сравнительная характеристика методов нахождения оптимального опорного плана.

Можно заметить, что применение дельта-метода вместе с методом потенциалов предполагает в более кратчайшие сроки найти оптимальный план [3], к тому же, чем больше параметры таблицы, тем это ощутимее.

#### Литература

1. Тюхтина, А. А. Математические модели логистики. Транспортная задача: Учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. – 66 с.
2. Болотникова, О. В. Линейное программирование: транспортные и сетевые модели: учеб. пособие / О. В. Болотникова, Д. В. Трасов, Р. В. Тарасов. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2016. – 88с.
3. Лебедева, Г. И. Прикладная математика. Математические модели в транспортной системе / Г.И. Лебедева, Н.А. Микулик. – Мн.: «АСАР», 2009. – 496 с.

УДК 530.182

### НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ, ДОПУСКАЮЩЕЕ РАЗЛИЧНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИ НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ

Князев М.А., Климович Т.А.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь*

**Аннотация.** Рассмотрено нелинейное уравнение, описывающее распространение нервных импульсов в биологических системах, допускающее решения, относящиеся к различным топологическим классам.

**Ключевые слова:** Солитон, кинк, прямой метод Хироты.

### NONLINEAR EQUATION WITH DIFFERENT TOPOLOGICALLY NONTRIVIAL SOLUTIONS

Knyazev M., Klimovich T.

*Belarussian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus*

**Abstract.** Nonlinear equation for propagation of the nerve impulse in biological systems is considered. For this equation the solutions of different topological classes are constructed.

**Key words:** Soliton, kink, Hirota direct method.

*Адрес для переписки: Князев М.А., пр. Независимости, 65, Минск 220013, Республика Беларусь  
e-mail: maknyazev@bntu.by*

Как правило, нелинейное уравнение в частных производных имеет топологически нетривиальное решение определенного вида. Это может быть солитон или кинк и их разные комбинации. Случаи, когда нелинейное уравнение имеет решение обоих видов, достаточно редки. В данной работе представлен пример такого уравнения.

Уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ B(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right] - \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \quad (1)$$

где  $B(u) = 1 + B_1(u) + B_2 u^2$ . Здесь  $B_1$  и  $B_2$  – некоторые константы. Данное уравнение получено в работе [1] при разработке новой теории распространения локальной плотности нервного импульса в мембране аксона (нервного тела).

До недавнего времени для описания распространения нервных импульсов использовалась теория Ходжкина-Хаксли [2]. В этой теории для описания распространения импульсов применялось допущение о равновесии ионных градиентов поперек нервной мембраны. Такое равновесие достигалось благодаря наличию особых белков, переносящих ионы. В свою очередь это приводило к быстрому изменению электрического напряжения. Теория Ходжкина-Хаксли использует диссипативные процессы, вследствие чего является неадиабатической. По сути, она описывает распространение нервных импульсов подобно распространению электрических токов, которые текут по цепям, содержащим конденсаторы (нервные мембраны) и активные сопротивления (ионные каналы).