

Сравнивая полученные значения целевых функций, можно сказать, что метод минимального элемента предпочтительнее для получения оптимального плана.

На рис. 3 представлена последовательность решения несбалансированной задачи.

На рис. 4 представлено сравнение методов поиска опорного плана транспортной задачи. Каждый из методов имеет свои преимущества и минусы. Для поиска первоначального опорного плана рекомендуется применять метод двойного предпочтения. Этот метод находит более близкое к оптимальному решение транспортной задачи, метод двойного предпочтения учитывает стоимость и по столбцу и по строке матрицы. На рис. 5 показана сравнительная характеристика методов нахождения оптимального опорного плана.

Можно заметить, что применение дельта-метода вместе с методом потенциалов предполагает в более кратчайшие сроки найти оптимальный план [3], к тому же, чем больше параметры таблицы, тем это ощутимее.

Литература

1. Тюхтина, А. А. Математические модели логистики. Транспортная задача: Учебно-методическое пособие / А. А. Тюхтина. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. – 66 с.
2. Болотникова, О. В. Линейное программирование: транспортные и сетевые модели: учеб. пособие / О. В. Болотникова, Д. В. Трасов, Р. В. Тарасов. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2016. – 88с.
3. Лебедева, Г. И. Прикладная математика. Математические модели в транспортной системе / Г.И. Лебедева, Н.А. Микулик. – Мн.: «АСАР», 2009. – 496 с.

УДК 530.182

НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ, ДОПУСКАЮЩЕЕ РАЗЛИЧНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИ НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ

Князев М.А., Климович Т.А.

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь*

Аннотация. Рассмотрено нелинейное уравнение, описывающее распространение нервных импульсов в биологических системах, допускающее решения, относящиеся к различным топологическим классам.

Ключевые слова: Солитон, кинк, прямой метод Хироты.

NONLINEAR EQUATION WITH DIFFERENT TOPOLOGICALLY NONTRIVIAL SOLUTIONS

Knyazev M., Klimovich T.

*Belarussian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus*

Abstract. Nonlinear equation for propagation of the nerve impulse in biological systems is considered. For this equation the solutions of different topological classes are constructed.

Key words: Soliton, kink, Hirota direct method.

*Адрес для переписки: Князев М.А., пр. Независимости, 65, Минск 220013, Республика Беларусь
e-mail: maknyazev@bntu.by*

Как правило, нелинейное уравнение в частных производных имеет топологически нетривиальное решение определенного вида. Это может быть солитон или кинк и их разные комбинации. Случаи, когда нелинейное уравнение имеет решение обоих видов, достаточно редки. В данной работе представлен пример такого уравнения.

Уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[B(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right] - \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \quad (1)$$

где $B(u) = 1 + B_1(u) + B_2 u^2$. Здесь B_1 и B_2 – некоторые константы. Данное уравнение получено в работе [1] при разработке новой теории распространения локальной плотности нервного импульса в мембране аксона (нервного тела).

До недавнего времени для описания распространения нервных импульсов использовалась теория Ходжкина-Хаксли [2]. В этой теории для описания распространения импульсов применялось допущение о равновесии ионных градиентов поперек нервной мембраны. Такое равновесие достигалось благодаря наличию особых белков, переносящих ионы. В свою очередь это приводило к быстрому изменению электрического напряжения. Теория Ходжкина-Хаксли использует диссипативные процессы, вследствие чего является неадиабатической. По сути, она описывает распространение нервных импульсов подобно распространению электрических токов, которые текут по цепям, содержащим конденсаторы (нервные мембраны) и активные сопротивления (ионные каналы).

В качестве альтернативы теории Ходжкина-Хаксли была предложена новая теория распространения нервных импульсов [3]. В математической модели теории используются опытные данные, полученные при фазовых переходах в жидких средах, находящихся при температурах ниже физиологических температур тела. В отличие от теории Ходжкина-Хаксли новая теория объясняет наличие обратимой температуры и изменения тепла, наблюдаемые при распространении нервного импульса. Она верно предсказывает скорости распространения нервных импульсов. В работах [1, 3] константы $B_1 = -16,6$ и $B_2 = 79,5$ определялись из результатов экспериментов. Теперь в уравнении (1) $u(x, t)$ – безразмерная величина, представляющая собой отношение разности поперечной плотности мембраны и ее равновесного эмпирического значения к величине этого равновесного значения.

Уравнение (1) представляет некоторое обобщение известного уравнения Буссинеска [4]. Решение этого уравнения в виде солитона, распространяющегося без дилатации, при некоторых значениях скорости, меньших скорости звука, может быть получено в аналитическом виде:

$$u(x - \beta t) = 2a_+ a_- \quad (2)$$

$$\left\{ (a_+ + a_-) + (a_+ - a_-) \cosh \left[(x - \beta t) \sqrt{1 - \beta^2} \right] \right\},$$

$$\text{где } a_{\pm} = -\frac{B_1}{B_2} \left(1 \pm \sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_0^2}{1 - \beta_0^2}} \right), \quad \beta_0 = \sqrt{1 - \frac{B_1^2}{6B_2^2}},$$

β – скорость распространения солитона; $|\beta| > \beta_0$.

Решение (2) описывает обычный режим распространения солитона. Первоначально в некоторой точке системы возбуждение отсутствует. Затем в эту точку приходит солитон и система переходит в возбужденное состояние. После того как солитон прошел эту точку, система возвращается в исходное состояние. Такое поведение общепринято для описания распространения нервных импульсов в биологических системах.

Однако уравнение (1) допускает и другое решение. Это решение типа кинка. Чтобы найти такое решение мы использовали прямой метод Хироты решения нелинейных уравнений в частных производных [5], который был определенным образом модифицирован [6]. Обычно в методе Хироты проводят замену зависимой переменной типа преобразования Коула-Хопфа

$$u(x, t) = \sigma \frac{F_x}{F}, \quad (3)$$

где $F = F(x, t)$ – новая неизвестная функция, σ – параметр, который определяют по ходу решения, $F_x = \partial F / \partial x$. Если метод Хироты применим к нелинейному уравнению, то подстановка соотношения (3) в это уравнение, как правило, приводит его

к так называемой билинейной форме (все члены этого уравнения будут квадратными функциями от F или ее производных).

Для уравнения (1) это сделать не удастся, и преобразованное уравнение принимает трилинейный вид (каждый член нового уравнения является функцией третьего порядка от F и ее производных). Однако, применение метода Хироты позволяет построить точное решение в виде кинка, если учесть зависимость между параметрами решения, которая вытекает из вида функции F для одиночного кинка. В итоге можно записать новое решение

$$u(x, t) = \frac{\sigma k}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{kx - \omega t + \eta^0}{2} \right) \right], \quad (4)$$

где k , ω и η^0 – параметры решения. Параметр η^0 описывает положение кинка в начальный момент времени и, без потери общности, может быть принят равным нулю.

Хотя уравнение (1) не удастся записать в билинейном виде, предложенная модификация позволяет точно определить σ , k и ω :

$$\sigma = \sqrt{\frac{6}{B_2}}, \quad k = -\frac{B_1}{6B_2},$$

ω находим из дисперсионного соотношения

$$\omega^2 = k^2 - k^4.$$

То, что параметр ω допускает неоднозначное определение, дополнительно позволяет получать новые решения. Особенно интересны случаи движения кинка (или антикинка) в сторону, противоположную направлению их движения согласно определениям этих состояний.

Решение (4) описывает новый возможный тип распространяющегося нервного импульса. Теперь профиль возмущения имеет не форму колокола, а определяется гиперболическим тангенсом, сдвинутым по оси ординат на постоянную величину. Теперь после прохождения возмущения через некоторую точку в системе, последняя не возвращается в первоначальное состояние, в котором она находилась до прихода возмущения. Достаточно долгое время система остается в новом состоянии, которое было вызвано приходом импульса возмущения. Формально, казалось бы, что это состояние будет сохраняться бесконечно долго. Это не так. В такой сложной системе, как нервная сеть биологического объекта, всегда спонтанно появляются факторы, которые вносят дополнительные возмущения, и новое состояние со временем разрушится, а система может или вернуться в исходное состояние, или перейти в некоторое другое возмущенное состояние.

Расчет топологических зарядов [7], соответствующих решениям (2) и (4), показывает, что состояния, описываемые этими решениями, относятся к различным топологическим классам, т.е.

нельзя перейти от одного решения к другому путем непрерывной деформации профиля графика функции. Например, в случае решений (2) и (4) потребовался бы переход от функции секанса к функции гиперболического тангенса, что сделать не удастся, т.к. эти функции по-разному ведут себя на пространственной бесконечности.

То, что решения (2) и (4) принадлежат к различным топологическим классам, указывает что, соответствующие нервные импульсы в биологической системе существуют по-отдельности и не могут встречаться одновременно.

Литература

1. Lautrup, B. The stability of solitons in biomembranes and nerves / B. Lautrup, A. D. Jackson and T. Heim

burg [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://xxx.lanl.gov> (arXiv: physics/05101[physics.bio-ph]).

2. Hodgkin, A. L. Quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve / A. L. Hodgkin and A. F. Huxley // J. Physiol. – 1952. – Vol. 117. – P. 500–544.

3. Heimburg, T. On soliton propagation in biomembranes and nerves / T. Heimburg and A. D. Jackson // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. – 2005. – Vol. 102. – P. 9790–9795.

4. Уизем, Дж. Линейные и нелинейные волны / Дж. Уизем. – Москва: Мир, 1977. – 624 с.

5. Солитоны и нелинейные уравнения / Р. Додд [и др.]. – Москва: Мир, 1988. – 694 с.

6. Князев, М. А. Кинки в скалярной модели с затуханием / М. А. Князев. – Минск: Тэхналогія, 2003. – 115 с.

7. Раджараман, Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля / Р. Раджараман. – Москва: Мир, 1985. – 416 с.

УДК 538.915

ВЛИЯНИЕ ВЕРХНЕГО ОКСИДНОГО СЛОЯ В ОПТИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ НА ОСНОВЕ НИТРИДА КРЕМНИЯ

Пархоменко И.Н.¹, Власукова Л.А.¹, Комаров Ф.Ф.², Романов И.А.¹, Альжанова А.Е.³
Демидович С.А.⁴, Ковальчук Н.С.⁴

¹Белорусский государственный университет

²НИУ «Институт прикладных физических проблем имени А.Н. Севченко» БГУ

³Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

⁴ОАО «Интеграл» – управляющая компания холдинга «Интеграл»,

Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Структуры $\text{SiN}_x/\text{SiO}_x$ и $\text{SiO}_x/\text{SiN}_x/\text{SiO}_x$ были изготовлены на кремниевых подложках методами химического осаждения (PECVD, LPCVD). Показано, что верхний слой оксида кремния защищает нижележащий нитридный слой от непреднамеренного окисления во время быстрого термического отжига в инертной среде (1100 °C, 3 мин). Кроме того, верхний слой оксида кремния увеличивает выход фотолюминесценции от слоя нитрида кремния в три раза. Обсуждается различие слоев оксида кремния, образующегося при высокотемпературном отжиге SiN_x и слоя SiO_2 , нанесенного на слой нитрида кремния методом PECVD.

Ключевые слова: нитрид кремния, оксид кремния, быстрый термический отжиг, ИК-спектроскопия, фотолюминесценция.

THE EFFECT OF UPPER OXIDE LAYER IN OPTICAL CAPACITOR BASED ON SILICON NITRIDE

Vlasukova L.¹, Parkhomenko I.¹, Komarov F.², Romanov I.¹, Alzhanova A.³, Demidovich S.⁴, Kovalchuk N.⁴

¹Belarusian State University

²A.N. Sevchenko Institute of Applied Physics Problems of Belarusian State University

³L.N. Gumilev Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhtan

⁴Joint Stock Company "Integral"

Minsk, Republic of Belarus

Abstract. The $\text{SiN}_x/\text{SiO}_x$ and $\text{SiO}_x/\text{SiN}_x/\text{SiO}_x$ structures were fabricated on silicon substrates by chemical vapour deposition (PECVD, LPCVD). It was shown that top silicon oxide layer protects underlying nitride layer from unintended oxidation during rapid thermal annealing in inert ambient (1100 °C, 3 min). Furthermore, upper silicon oxide layer enhances photoluminescence yield from silicon nitride layer in three times. The difference of silicon oxide layer unintentionally formed on SiN_x film during high-temperature annealing silicon oxide layer deposited on SiN_x by PECVD has been discussed.

Key words: silicon nitride, silicon oxide, rapid thermal annealing, IR spectroscopy, photoluminescence.

Адрес для переписки: Власукова Л.А., ул. Курчатова, 5, Минск 220045, Республика Беларусь

e-mail: vlasukova@bsu.by

Введение. Нитрид кремния является основным материалом для создания пассивирующих и барьерных слоев в интегральных микросхемах.

Благодаря широкому спектральному диапазону прозрачности, светоизлучающим свойствам, сверхвысокой добротности нитрид кремния