Пример нестрого доказательства – попытка доказать равенство двух множеств с помощью диаграмм (кругов) Эйлера. Вопрос: точки, лежащие на границе кругов, принадлежат множествам? Интуитивный ответ: да, принадлежат. Альтернативный: нет, не принадлежат. Правильный: и принадлежат, и не принадлежат. Предположим, что точки границы принадлежат множеству и рассмотрим разность множеств $A\backslash B$ на кругах Эйлера. Этой разности не принадлежат точки границы, что противоречит сделанному предположению. Аналогично, сделав начальное предположение, что точки границы не принадлежат множеству и рассмотрев ту же разность, снова получаем противоречие предположению: точки границы принадлежат разности $A\backslash B$. Этот результат означает, что диаграммы не могут служить строгим доказательством, а только лишь иллюстрацией отношений (в данном случае, равенства) множеств. Строгое доказательство нужно проводить по определению равенства двух множеств.

Современная математика – это знание об абстрактных структурах, обладающее собственным математическим языком и правилами доказательств, которые должны быть надёжными и непротиворечивыми. Надёжность математической теории означает соответствие предъявляемому уровню теоретической строгости. Надёжность теории выступает гарантом того, что в ней в дальнейшем не появятся опровергающие ее контрпримеры. С появлением компьютерных способов доказательств понятие теоретической строгости стало претерпевать изменения, на практике все чаще стали встречаться нестрогие доказательства, но при этом сохраняющие статус надёжных.

Литература

1. Михайлова, Н.В. Философско-методологические основания постгёделевской математики: монография / Н.В. Михайлова. – Минск: МГВРК, 2009. – 198 с.

УДК 51:53 + 519.21

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ЗНАНИЯМИ ПО ФИЗИКЕ И МАТЕМАТИКЕ

Савчик А.О., Кишкурно М.В.
Научный руководитель – Чепелев Н.И., к.ф.-м.н., доцент

Целью данной работы является исследование закономерностей между баллами, полученными на ЦТ по физике и по математике. Для этого из множества студентов выберем 25, которые сдавали физику и математику.

Обозначим через X–количество баллов, полученных по математике, Y–количество баллов, полученных по физике. В результате получаем двумерную случайную величину (X; Y).

Для того, чтобы доказать зависимость интересующих нас величин, воспользуемся методом подсчёта коэффициента корреляции данных.

Вычислим среднее значение случайной величины X по данной выборке:

$$\overline{x_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum x_i=76$$

Вычислим Y выборочное среднее:

$$\overline{y_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum y_i=77{,}24$$

Вычислим σ_x:

$$\sigma_x = \sqrt{\mathcal{D}(X)} = \sqrt{\overline{X^2} - (\overline{x_{\text{в}}})^2} = 10{,}04788535$$

Вычислим σ_y:

$$\sigma_y = \sqrt{\mathcal{D}(Y)} = \sqrt{\overline{Y^2} - (\overline{y_{\text{в}}})^2} = 13{,}2220422$$

Найдем среднее арифметическое произведений составляющих значений СВ (X, Y):

$$\overline{XY} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i = 5958{,}68$$

Основной оценкой тесноты связи между составляющимиX и Yслужит выборочный коэффициент корреляции $r_{\text{в}}$, который рассчитывается по формуле:

$$r_{\text{в}} = \frac{\overline{XY} - \overline{x_{\text{в}}}\,\overline{y_{\text{в}}}}{\sigma_x \sigma_y} = 0{,}665695351,$$

Проверим нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции генеральнойсовокупности. Для этого вычислим статистику:

$$T_{\text{набл.}} = \frac{r_{\text{в}}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{\text{в}}^2}} = 4{,}27828$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента находим $t_{\text{кр}}$:

$$t_{\text{кр}} = t\left(\frac{\alpha}{2}, \nu\right) = t(0.025, 23) = 2.069,$$

где $\nu = n - 2$число степеней свободы, n– объем выборки, α- уровень значимости.

$|T_{\text{набл.}}| > t_{\text{кр}}$, нулевую гипотезу отвергаем, т.е. коэффициент корреляции генеральной совокупности r$\neq$ 0, следовательно случайные величины X и Y коррелируемы, т.е. между ними существует зависимость, которую требуется найти. Для этого на корреляционном поле откладываем точки с координатами $(x_i,\ y_i)$ и смотрим, около какой линии они группируются (рис.1).

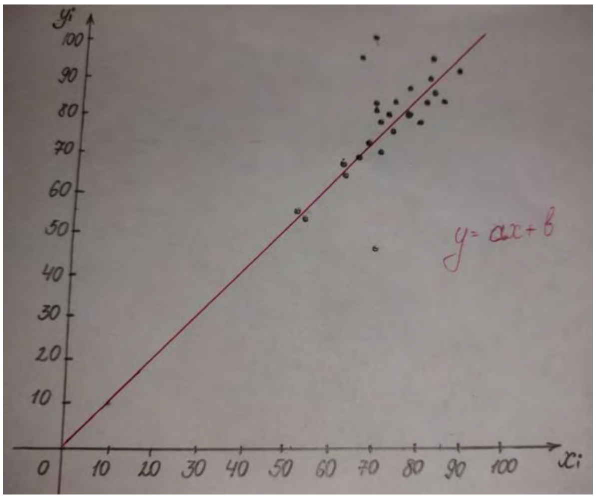

Рис.1. Корреляционное поле и прямая регрессии

Замечаем, что они группируются около прямой с некоторыми незначительными отклонениями, следовательно, между X и Y существует линейная зависимость $\bar{y} = ax + b$. Необходимо определить коэффициенты a и b, а также определить зависимость y от x.

Для определения коэффициентов a и b воспользуемся методом наименьших квадратов:

$$\alpha = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = 0{,}87599$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 10{,}66476$$

Тогда получим уравнение прямой регрессии:

$$y = 0{,}88 * x + 10{,}67$$

Т.е. получаем зависимость среднего значения y от x.

Полученный коэффициент корреляции данных сдачи ЦТ по физике и математике равен 0.6997. Данный результат говорит о стремлении к сильной прямой взаимосвязи между исследуемыми величинами.

На основании исследований установлено:

1. Между случайными величинами X и Y существует корреляционная зависимость;
2. Данная зависимость является линейной;
3. Полученное уравнение прямой регрессии можно использовать для прогнозирования баллов, полученных на физике в зависимости от баллов, полученных на математике.

Литература

1. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике. 11-е издание. /В.Е.Гмурман – 2008 год, переработанное

УДК 519.2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛУЧЕННЫХ НА ЭКЗАМЕНЕ ОТМЕТОК И КОЛИЧЕСТВА ПРОПУЩЕННЫХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

Рахман Д.К., Бобровко В.В.
Научный руководитель – Чепелев Н.И., к.ф.-м.н., доцент

Целью данной работы является исследование закономерностей между отметками, полученными на экзамене и количеством пропущенных занятий по дисциплине “Математика”.

Для этого из множества студентов выберем 28 человек, у которых известны отметки за экзамени количество пропусков за семестр.

Обозначим через Хотметку, полученнуюна экзамене,Y–количество пропущенных занятий. В результате получаем двумерную случайную величину (X; Y).

Определим, существует ли зависимость между составляющими X и Y.Вычислим среднее значение случайной величины X по данной выборке:

$$\overline{x_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum x_i\text{=5,821428571}$$

Вычислим выборочное среднее для Y:

$$\overline{y_{\text{в}}} = \frac{1}{n}\sum y_i\text{=4,214285714}$$

Вычислим σ_{x} (среднеквадратическое отклонение) [2]: