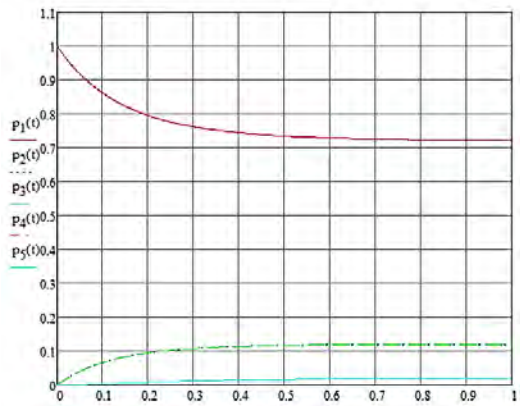

Рис.3.Графики функций вероятности нахождения элементов системы в s_1, s_2, s_3, s_4, s_5.

Полученные функции вероятности $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$, $p_4(t)$, $p_5(t)$ характеризуют вероятность нахождения системы в состояниях s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 соответственно. Вероятности нахождения в состояниях s_2, s_3 и s_4, s_5 совпадают, из-за чего графики функций надежности $p_2(t) = p_3(t)$ и $p_4(t) = p_5(t)$ накладываются.

Таким образом, с помощью данной теории можно оценивать надежность работы системы при тех условиях, что элементы системы отказывают в работе с определенной частотой, а также имеется ремонтная бригада или устройство, выполняющее замену вышедшего из строя оборудования. Примером такой системы может служить высоковольтная ЛЭП, а элементами – выключатели.

Литература

1. Черкесов, Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.: ил.

2. Рудый, А.Н. Элементы математической теории надежности: конспект лекций. – Минск: БНТУ, 2014. – 131 с.

УДК 519.6

О НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЯХ И НЕКОТОРЫХ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Сироткин А. И.
Научный руководитель – Роговцов Н. Н., д. ф.-м. наук, профессор

В математике и её приложениях широко используются конечные и бесконечные суммы и произведения различных величин (чисел, функций и т.д.) и непрерывные (цепные) дроби, которые также могут быть конечными или бесконечными. При этом такого рода конструкции играют важную роль при анализе не только фундаментальных теоретических проблем математики, но и являются неоценимым инструментом при получении строгих или достаточно точных численных решений различных научных и научно-технических прикладных проблем. Следует отметить, что среди указанных выше конструкций наиболее полезными и эффективными являются конечные и бесконечные цепные дроби. По определению непрерывной (цепной) дробью называют следующее выражение (конструкцию):

$$a_0 + \frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{a_2 + \frac{b_3}{a_3 + \cdots}}} = [a_0; \frac{b_1}{a_1}; \frac{b_2}{a_2}; \frac{b_3}{a_3}; \dots](1)$$

Под величинами a_0, a_k, $b_k (k \epsilon N)$ подразумеваются числа или функции. Отношения $a_0 = \frac{a_0}{1}, \frac{b_k}{a_k}$называются звеньями непрерывной дроби (1). Если эта дробь содержит конечное число звеньев, то она называется конечной непрерывной. В противном случае дробь является бесконечной непрерывной. Конечную цепную дробь записывают в виде $[a_0; \frac{b_k}{a_k}]_1^n$. Эту конструкцию (если она существует) можно представить в виде обыкновенной дроби, т.е. представить её в следующем виде:

$$\frac{P_k}{Q_k} = \left[a_0; \frac{b_1}{a_1}; \frac{b_2}{a_2}; \frac{b_3}{a_3}; \dots; \frac{b_k}{a_k}\right], k = \overline{1, n}(2)$$

Здесь отношение $\frac{P_k}{Q_k}$ называют *k-ой*подходящей дробью дроби (1). Величины P_kи Q_kопределяются с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$P_k = a_k P_{k-1} + b_k P_{k-2}; Q_k = a_k Q_{k-1} + b_k Q_{k-2}(3)$$

причём принято считать, что$P_{-1}=0$, $Q_{-1}=0$, $P_0=a_0$, $Q_0=1$.

По определению бесконечная непрерывная дробь (1) называется сходящейся, если существует предел $A = \lim_{n \to +\infty} \frac{P_n}{Q_n}$. В противном случае она является расходящейся.Следует подчеркнуть, что бесконечные суммы (ряды), произведения и непрерывные дроби можно представить в виде пределов при $n \to \infty$позиций следующего вида:

$$S_n(\omega) = s_0 \circ s_1 \circ s_2 \circ \dots \circ s_n(\omega), \text{где } n \,\epsilon\, N_0 = N \cup \{0\} \text{ и } s_n(\omega) = \frac{a_n + c_n\omega}{b_n + d_n\omega}$$

(Здесь под символом $\circ$ подразумевается композиция, а под символами a_n, b_n, c_n, d_n–числа).

Первый результат по теории непрерывных дробей был получен Р. Бомбелли в 1572 г. Вскоре результат был найден П. Каталди в 1613 г. Они получили приближённые значения чисел $\sqrt{13}$ и $\sqrt{18}$ с помощью конечных непрерывных дробей, хотя фактически этот результат являлся приближённым значением для частных случаев бесконечной цепной дроби следующего вида:

$$\sqrt{a^2+b} = \left[a; \frac{b}{2a}; \frac{b}{2a}; \dots\right], a > 0, a^2+b > 0 \ (4)$$

В исследованиях учёных в качестве пары чисел (a; b) брались пары (3; 4), (4; 2). Формулу (4) несложно вывести, используя свойство инвариантности, фактически отмеченное ещё в 18 веке Л. Эйлером. Пусть $y = \left[0; \frac{b}{2a}; \frac{b}{2a}; \dots\right]$.Тогда должно иметь место равенство $y = \frac{b}{(2a+y)}$. Это квадратное уравнение имеет 2 корня $y_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2+b}$. Поскольку *y*– положительная величина, то следует брать y_1. Следовательно, $\left[a; \frac{b}{2a}; \frac{b}{2a}; \dots\right] = a + \left(-a+\sqrt{a^2+b}\right) == \sqrt{a^2+b}$.

С помощью теории бесконечных непрерывных дробей можно объяснить закономерности частот октавы. Экспериментальным путём было установлено, что музыкальная шкала вместе с частотой f_0должна содержать частоты $2f_0$, $3f_0$, $\frac{1}{2}f_0, \frac{3}{2}f_0, \frac{5}{4}f_0, \frac{4}{3}f_0, \frac{5}{3}f_0, \frac{9}{8}f_0, \frac{15}{8}f_0$ от них. Поэтому число ступенекm в одной октаве $(f_0; 2f_0)$ должно быть выбрано так, чтобы некоторые из них как можно ближе совпадали с указанными частотамиМожно показать, что если обозначить $A = \log_2 f_0$, то логарифм частоты *k-ой* ступеньки есть $A + \frac{k}{m}$, а логарифм частоты $\frac{3}{2}f_0$ есть $A + \log_2\frac{3}{2}$.Отсюда получаем уравнение: $\log_2\frac{3}{2} = \frac{k}{m}$.Поскольку это уравнение не имеет целочисленных решений, то придётся последовательно для каждой частотыискать значения логарифмов, а затем с помощью аппарата непрерывных дробей находить их рациональные приближения. Для того, чтобы погрешность не улавливалась на слух, она должна быть не более 0.004 (соответствует 1Гц). Исходя из расчётов, такое приближение может дать двенадцатиступенчатая шкала. Она до сих пор применяется в музыкальных инструментах

С помощью бесконечных цепных дробей можно получать очень точные приближённые значения трансцендентных чисел, каковыми являются, например, πи e. Аппарат теории непрерывных дробей является одним из важнейших орудий математического анализа, теории чисел, теории вероятностей, механики и теории управления (при решении проблемы устойчивости). Он применяется также при эффективном вычислении значений различных функций, построении асимптотических разложений, решении конечных и бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Кроме этого теория бесконечных цепных дробей позволила решить в аналитической и численной формах некоторые интегральные уравнения Фредгольма и краевые задачи для интегро-дифференциального уравнения переноса излучения. Важную роль эта теория сыграла при решении проблемы моментов. Следует также отметить свойство устойчивости при вычислении бесконечных непрерывных дробей, что позволяет производить корректные оценки точности численных решений, полученных с использованием таких конструкций.

Литература

1. Хинчин А. Я. Цепные дроби/А. Я. Хинчин. – М.: Физматгиз, 1978.
2. Скоробогатько В. Я. Теория ветвящихся цепных дробей и её применение в вычислительной математике/В. Я. Скоробогатько. – М.: Наука, 1983.
3. Rogovtsov N. N. Differential Equation, 2015, V. 51 № 2, pp. 268.
4. Шилов Г. Е. Простая гамма. Устройство музыкальной шкалы/ Г. Е. Шилов. – М.: Наука, 1980.

УДК 657.01

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

Жданович Н.Д.
Научный руководитель – Чепелева Т.И., к. т. н., доцент

Статистический анализ себестоимости продукции весьма важен для государства, поскольку себестоимость относится к числу важнейших качественных экономических показателей, отражающих практически все стороны хозяйственной деятельности различных предприятий, в особенности их недостатки и достижения. Снижение себестоимости продукции способствует росту доходов и накоплений предприятий, а тем самым и отраслей государства[1,2]. Уровень себестоимости значительно влияет на эффективность производства, на размер прибыли и рентабельности [3]. Показатель себестоимости весьма важен для прогнозирования развития экономики государства, поскольку себестоимость является частью стоимости продукции, так как цена на продукцию или стоимость продукции равна сумме себестоимости продукции и прибыли от реализации, и показывает, во что обходится производство продукции для предприятия в целом и для отдельных отраслей, отдельных секторов экономики. Себестоимость продукции, услуг или работ –это есть выраженные в денежной форме затраты природных ресурсов, трудовых ресурсов, а также сырья, топлива, основных фондов и других ресурсов, затраченных на производство и реализацию продукции. Себестоимость рассматривается как обобщающий показатель эффективности использованных затрат. Если предприятия