

составления СКНФ и МКНФ. Значительное сокращение обусловлено положением переменной  $f$ . Если она имеет значение "Ложь" – не будет выполнено все выражение. Убедимся в этом путем удаления элемента  $f$  (Рис. 4.).

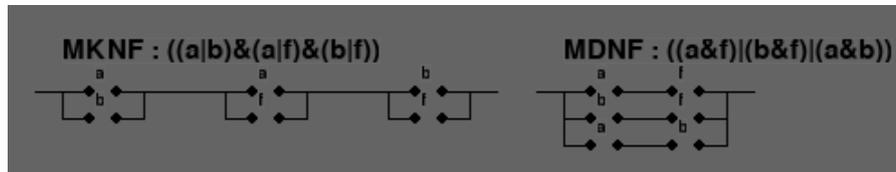


Рис. 4. Результат упрощения формулы  $(f \wedge (((((a \wedge b) \vee f) \wedge b) \wedge (b \vee a)) \vee f) \wedge (a \vee (b \wedge f))))$

Как видно из примера выше, в итоге формула сократилась до 6 элементов.

Подводя итог, можно сказать, что разработанный алгоритм подходит для работы с выражениями, имеющими в своем составе до 7 различных элементов. При превышении данного ограничения результат выполнения программы требует значительного времени. Алгоритм отображения в свою очередь является универсальным для любого количества переменных и их вариативности.

### Литература

1. Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов. – М.: Высшая школа, 1987.
2. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2001.

УДК 519.10

## ТЕРНАРНЫЕ ОПЕРАЦИИ В ЗАДАЧАХ ПОИСКА КРИТИЧЕСКИХ ПУТЕЙ В ГРАФЕ

Халецкий Е.С.

Научный руководитель- Корзников А.Д., к.ф.-м.н., доцент

В задачах теории расписаний, сетевого планирования, возникает проблема поиска путей между вершинами графа, длина которых максимальна. Известными методами решения задач такого типа, в основном являются графическими, что значительно затрудняет их решение задачи при большом количестве вершин и дуг[1,2].

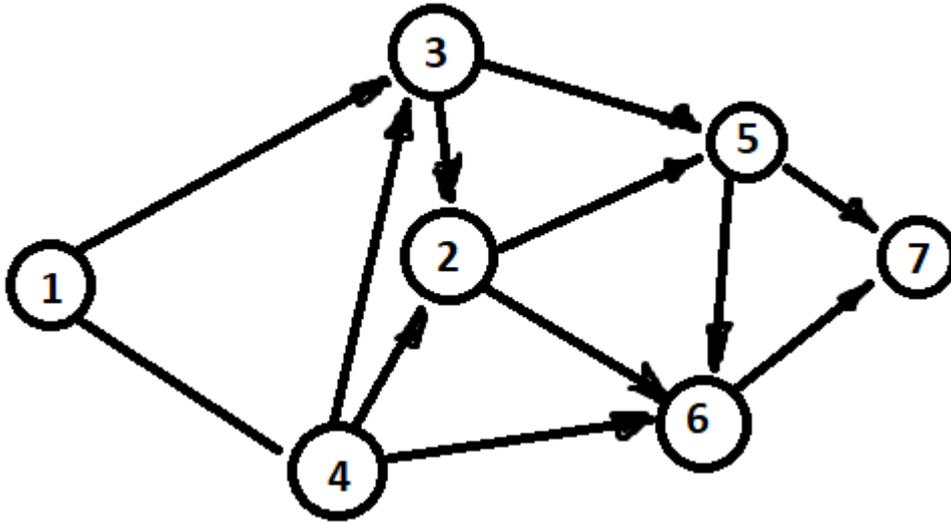


Рис. 1. Графическое представление графов

В работе предложен алгоритм, основанный на выполнении тернарных операций над вершинами графа для отыскания критических путей, не использующий их графического представления.

Рассмотрим ориентированный граф  $G(V, U)$ , не содержащий циклов, с  $n$  вершинами ( $|V|=n$ ) и множеством дуг  $U$ . Каждой дуге поставлено в соответствие число  $c_{ij}$  - вес дуги (длина дуги)  $(i, j)$  ( $c_{ij} = \infty$ , если дуга отсутствует). Под весом (длиной) любого пути, ведущего из вершины  $i$  в вершину  $j$ , примем сумму весов (длин) всех дуг  $\sum_{(i,j) \in (U)} c_{ij}$ , которые входят в

этот путь. Известно, что граф можно определить матрицей порядка  $n \times n$  дуговых весов. Определим тернарную операцию [3] над матрицей по элементу  $k$

$$c_{ij} := \begin{cases} c_{ij}, & \text{если } c_{ij} \neq \infty \text{ и } c_{ij} \geq c_{ik} + c_{kj}, \text{ либо } c_{ik} + c_{kj} = \infty \\ c_{ik} + c_{kj}, & \text{если } c_{ik} + c_{kj} \neq \infty \text{ и } c_{ij} < c_{ik} + c_{kj}, \text{ либо } c_{ij} = \infty \end{cases} \quad (1)$$

для всех  $i \neq j \neq k$ . В полученной в результате выполнения тернарных операций по всем элементам  $k=1, \dots, n$  матрицы  $C = \|c_{ij}\|_{n \times n}$ , элемент  $c_{ij}$  будет равен максимальному из весов всех путей ведущих из вершины  $i$  в вершину  $j$ .

Заметим, что выполнение тернарных операций по всем вершинам сети даёт матрицу весов максимальных путей, но не сами пути. Для отыскания этих путей воспользуемся вспомогательной матрицей  $R = \|r_{ij}\|_{n \times n}$ , элементы которой на начальном этапе равны  $r_{ij} = j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ . Одновременно с осуществлением тернарных операций по элементу  $k$  матрицы  $C$ , элементы матрицы  $R$  будут изменяться следующим образом:

$$r_{ij} := \begin{cases} r_{ij}, & \text{если } c_{ij} := c_{ij} \\ r_{ij}, & \text{если } c_{ij} := c_{ik} + c_{kj} \end{cases} \quad (2)$$

После выполнения тернарных операций по всем вершинам сети элемент  $r_{ij}$  матрицы  $R$  будет указывать индекс вершины  $i_l$  следующей за вершиной  $i_b$  ( $i - j$ )-пути максимального веса.

После осуществления тернарных операций (1) по всем элементам  $k=1,2,\dots, n$ , выполняя одновременно операции (2), получаем матрицу максимальных весов путей между всеми парами вершин. Сами пути находим с помощью вспомогательной матрицы  $R$  следующим образом. Для любого ( $i - j$ )-пути последовательно находим  $r_{ij}=i_1, r_{i_1j}=i_2, \dots, r_{i_{k-1}j}=j$ . Искомый путь максимального веса между вершинами  $i$  и  $j$  проходит через вершины ( $i, i_1, i_2, \dots, i_k, j$ ).

Задачи упорядочения носят самый общий характер. Они возникают повсюду, где существует возможность выбора той или иной очередности выполнения некоторых операций [2]. Зачастую, в задачах теории расписаний и сетевого планирования, описание комплекса работ требует задания довольно сложного графа, определяющего отношение порядка и характеризующего ограничения на предшествование среди операций данного комплекса. Графы можно использовать для задания отношения порядка как между вершинами, так и между дугами.

Рассмотрим задачу упорядочения элементов некоторого конечного множества  $U=\{a_i\}$  мощности  $n$ . Для каждого элемента  $a_i$  определено отношение порядка, то есть задано множество  $U_i \subseteq U$  элементов, которым элемент  $a_i$  непосредственно предшествует ( $a_i \prec a_j, \forall a_j \in U_i$ ). Если каждому элементу  $a_i \in U$  поставить в соответствие вершину  $i$  некоторого графа и соединить её с вершиной  $j$  ориентированной дугой  $(i,j)$  для всех  $a_j \in U_i$ , тогда наличие пути из вершины  $i_1$  в  $i_k$ , содержащего дуги  $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)$ , указывает на существование отношения порядка между элементами:  $a_{i_1} \prec a_{i_2} \prec \dots \prec a_{i_k}$ . В этом случае говорят, что  $a_i$  предшествует  $a_{ik}$  ( $a_{i_1} \prec \dots \prec a_{i_k}$ ).

Таким образом, заданный вышеописанным способом граф с вершинами может быть использован для определения отношения порядка между элементами конечного множества. Для этого достаточно присвоить всем дугам  $(i,j)$  одинаковые веса (например, равные 1), если  $a_i \prec a_j$ , а веса остальных дуг положить равными бесконечности.

Применив тернарные операции (1) к матрице весов и выполнив операции (2) получим матрицу критических путей между всеми парами вершин  $(i, j)$ . Если элемент  $c_{ij}$  конечен, то это означает, что элемент  $a_i$  предшествует элементу  $a_j$  ( $a_i \prec a_j$ ), а вся цепочка непосредственно предшествующих друг другу элементов (критический путь)

восстанавливается с помощью вспомогательной матрицы  $R$ , как это было показано выше. Так, если  $c_{ij}=1$ , то  $a_i < a_j$ , если элемент  $c_{i_1 i_2}$  равен  $k$ , ( $1 < k < n$ ), то  $a_{i_1} < a_{i_2}$ , причём  $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_{k-1}} < a_{i_k} < a_j$ , где  $i_2=r_{i_1 j}, \dots, i_k=r_{i_{k-1} j}, r_{i_k j}=j, r_{i_1 j}$  соответствующие элементы матрицы  $R$ .

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет решить широкий круг задач, допускающих формулировку в терминах теории графов, не используя при этом графического представления.

### *Литература*

1. Форд, Л.Р. Потоки в сетях/Л. Р. Форд, Д.Р. Форкенсон. - М.: Мир, 1996.-276с.
2. Конвей, Р.В. Теория расписаний/В. Л. Максвелл, Л. В.Миллер. - М.: Наука, 1975.-360 с.
3. Корзников, А.Д. Тернарные операции в задачах оптимального преобразования сети/ А.Д. Корзников // Проблема прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: сб.- Минск, 2004.- С.-49.

УДК 336.76

## **ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ В ИНВЕСТИЦИОННЫХ ЦЕЛЯХ**

Сидоренко К.Р., Михайлов М.В.

Научный руководитель - Воронович Г.К., к.т.н, доцент

### ***Введение***

В современном развивающемся мире растёт популярность такого явления, как заработок на акциях компаний. Суть заключается в том, что человек покупает акции компании за минимальную стоимость, и продаёт за максимальную. Разницу между суммой покупки и суммой продажи акций называют прибылью. Соответственно, чем больше прибыль, тем лучше. Но просто так акции покупать бессмысленно, поэтому следует проанализировать финансовое состояние компании и спрогнозировать будущее состояние цен акций на рынке. Чем мы и займёмся!

Произведем поверхностный разбор Alibaba, владеющей интернет-магазином Aliexpress(Китай). Сегодня Alibaba не просто интернет-магазин. Это то, что получится, если взять все функции, связанные с ритейлом, и объединить в расширяющуюся, основанную на данных онлайн-сеть продавцов, маркетологов, поставщиков услуг, логистических компаний и