

## **СТЕРЖНЕВЫЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ НАГЕЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ. ОСОБЕННОСТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ К РАСЧЕТУ СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ**

*ВАБИЩЕВИЧ Н. И., СИДОРОВИЧ Е. М.*

Белорусский национальный технический университет

**Введение.** Необходимость создания составных элементов деревянных конструкций вызвана ограничениями в сортаменте пиломатериалов, как по длине элементов, так и по площади их поперечного сечения. В составных деревянных конструкциях отдельные брусья или доски соединяются с помощью разнообразных специальных связей нагельного типа. Нагели – это механические связи, работающие преимущественно на сдвиг. Их изготавливают из твердых пород древесины, стали, различных сплавов или пластмасс. К нагелям также относят металлические гвозди, болты, дюбеля, шурупы, скобы и т. п. Они могут вставляться, врезаться, ввинчиваться или запрессовываться в древесину соединяемых элементов.

Все эти механические соединительные устройства должны, в первую очередь, препятствовать взаимному сдвигу соединяемых элементов вдоль плоскостей их взаимного контакта (швов, плоскостей сдвига или скольжения), но, тем не менее, допускают взаимные сдвиги соединяемых элементов из-за упругопластических деформаций как древесины, так и самих соединительных устройств. Поэтому нагельные соединения в составных деревянных конструкциях принято считать податливыми связями. Податливость связей ухудшает работу составного элемента по сравнению с таким же элементом цельного сечения. Поэтому при расчете и проектировании составных элементов податливость связей учитывается в обязательном порядке. Податливость (или жесткость) нагельных соединений того или иного вида определяется в основном экспериментально.

**Опыт применения и развития.** Исследованию составных стержней на податливых связях посвящено необозримое количество теоретических и экспериментальных работ. Исторически сложилось

так, что составные балки и колонны, и не только деревянные, рассчитывались по тем же формулам, что и балки цельного сечения. Но расчетные моменты сопротивления и моменты инерции поперечных сечений составных элементов определялись с учетом поправочных коэффициентов в зависимости от типа нагельных связей, а также в зависимости от величины пролета и количества слоев в составном элементе. Регулярные изменения в значениях поправочных коэффициентов можно проследить в классических учебниках по деревянным конструкциям в зависимости от года их издания и в соответствующих тому времени нормативных документах.

Созданию расчетных моделей составных стержней и разработке методов их расчета также посвящено достаточное количество научных исследований как теоретических, так и, особенно, экспериментальных. Общепринято считать, что наиболее полную аналитическую теорию расчета составных стержней разработал А. Р. Ржаницын [1, 2]. Согласно теории А. Р. Ржаницына, дискретные податливые связи по плоскостям сдвига пакета соединяемых стержней заменяются непрерывно распределенными по всей длине шва податливыми связями, характеризуемыми коэффициентом жесткости, т. е. отношением интенсивности сдвигающих сил, приходящихся на единицу длины шва, к единичному сдвигу смежных волокон двух соседних стержней, соединяемых связями данного шва. При абсолютно жестких поперечных связях стержни всего пакета изгибаются по одной кривой, уравнение которой определяется решением соответствующего дифференциального уравнения изгиба, известного из сопротивления материалов. При известных кривой изгиба и найденных функциях распределения сил сдвига в каждом шве методами сопротивления материалов определяется напряженное состояние каждого стержня в пакете.

По теории составных стержней А. Р. Ржаницына в свое время рассчитывались многие конструкции, в том числе металлические и железобетонные фермы, металлические составные колонны на планках и с решеткой, само собой, составные деревянные балки и колонны, и т. п. Такой подход был вполне обоснован в докомпьютерную эпоху. С появлением и развитием метода конечных элементов, с разработкой и применением современных проектно-вычислительных комплексов отношение к расчету составных стержней резко изменяется.

**Современные положения.** В современных нормативных документах [3] приведены формулы для вычисления несущей способности одного среза нагелей разных видов и указаны правила их расстановки по длине и ширине соединяемых элементов. Там же введен специальный термин: модуль скольжения нагеля  $K_{ser}$  (slip module).

По физическому смыслу модуль скольжения – это сила, воспринимаемая нагелем в плоскости скольжения, при взаимном единичном сдвиге соединяемых элементов. Не путать модуль скольжения с модулем сдвига  $G$ , известным в сопротивлении материалов и в теории упругости как модуль упругости второго рода упругого материала.

В [3] приведены формулы для вычисления модуля скольжения одного среза нагеля и даны рекомендации по применению значений модуля при расчете составных элементов по предельным состояниям несущей способности и эксплуатационной пригодности. Именно эти данные, содержащиеся в современных нормативных документах, позволяют рассматривать каждое нагельное соединение как отдельный конструктивный элемент и рассчитывать составные стержни и конструкции из них современными методами строительной механики стержневых систем.

**Стержневая модель нагельного соединения.** В данной работе ставится цель разработать стержневую модель (конечно-элементную модель) дискретного нагельного соединения и показать особенности ее применения к оценке напряженно-деформированного состояния составных стержней. При этом, не будем различать разные расчетные ситуации и разные предельные состояния. Рассматриваться будет конкретное напряженно-деформированное состояние конкретной расчетной схемы конкретного сооружения с известными размерами его элементов и известными свойствами материала при конкретных внешних нагрузках или воздействиях.

Дискретный нагель будем рассматривать как некоторое механическое устройство, соединяющее две смежные точки (два смежных узла) сплавляемых призматических стержней. Полагаем, что такое устройство состоит из двух независимых связей: продольной (направленной вдоль шва сплачивания и параллельной осям соединяемых стержней) и поперечной (направленной поперек шва сплачивания и перпендикулярной осям соединяемых стержней).

Соединяемые стержни (слои пакета) моделируются прямыми (или кривыми, для арочных конструкций) линиями, совпадающими с осями стержней. Оси слоев могут подразделяться узлами на любое количество участков (конечных элементов).

Поперечная связь препятствует отрыву либо прижатию соединяемых связью точек (узлов) смежных слоев стержня. Расчетной моделью поперечной связи будет обычный шарнирно присоединенный к узлам стержень (эквивалент стержню фермы).

Продольная связь должна воспринимать усилия сдвига, препятствуя взаимному смещению вдоль шва соединяемых дискретной связью смежных узлов составного стержня (взаимному смещению его слоев), и передавать на эти узлы сосредоточенные моменты. Соответствующая стержневая модель, соединяющая два смежных узла двух смежных слоев, представлена на рис. 1.

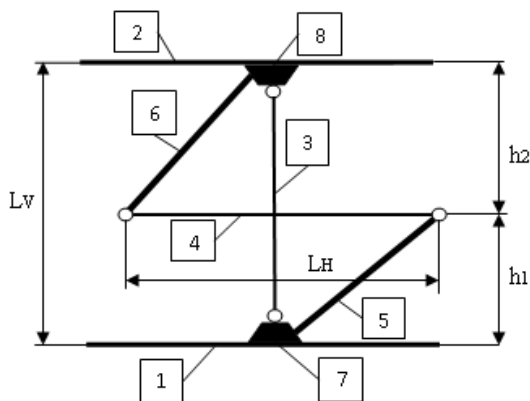


Рисунок 1. Стержневая модель дискретного нагеля:

- 1 и 2 – оси соответственно нижнего и верхнего слоя (соединяемые стержни);
- 3 – поперечная связь как стержень фермы, работающая на отрыв или прижатие слоев; 4 – продольная связь как стержень фермы, воспринимающая усилие сдвига;
- 5 и 6 – вспомогательные консоли большой жесткости, передающие как стержни рамы сосредоточенные моменты соответственно на нижний и верхний узлы стыка;
- 7 и 8 – смежные узлы соответственно нижнего и верхнего соединяемых слоев

Продольная связь 4 лежит в плоскости шва. Ее длина  $L_h$  и ее расположение в плоскости шва по горизонтали могут назначаться произвольно. Осевая жесткость продольной связи  $EA$  как стержня

фермы связаны с модулем скольжения и ее длиной следующей зависимостью:

$$EA = K_{ser} L_H$$

Осевая жесткость поперечной связи 3 задается конкретным значением в соответствии с механической конструкцией соединения или достаточно большой, если связь полагать недеформируемой, «абсолютно жесткой». Подобные поперечные связевые стержни можно расставлять произвольно по длине параллельных соединяемых стержней, если ставится цель выявить знак контакта: прижимаются слои или отрываются один от другого.

Вспомогательные консоли 5 и 6 задаются достаточно большой осевой и изгибной жесткости. Их назначение – передать на смежные узлы 7 и 8 сосредоточенные моменты, вызываемые усилиями сдвига, имеющими эксцентриситеты  $h_1$  и  $h_2$  относительно осей соединяемых слоев.

Рассматриваемые стержневые модели дискретных соединений нагельного типа легко кодируются в любых проектно-вычислительных комплексах, оперирующих стержневыми конечными элементами, плоскими или пространственными. Они легко трансформируются в соответствии с решаемыми задачами. Их расположение и количество для современных компьютеров не ограничивается.

**Примеры применения.** В качестве объекта исследования рассмотрим составной брус из двух одинаковых трехметровых сосновых брусьев квадратного поперечного сечения 10 x 10 см, объединяемых стальными болтами, количество которых и шаг расстановки будет принят разным для разных расчетных схем. Соответственно назначаем:

$L_V = 10$  см – расстояние между осями слоев пакета;

$L_H = 2$  см – длина стержня горизонтальной связи одного болтового нагеля, симметрично расположенной по отношению к оси поперечной связи нагеля;

$h_1 = 5$  см – эксцентриситет нижнего стержня пакета;

$h_2 = 5$  см – эксцентриситет верхнего стержня пакета.

Приведенные выше размеры полностью определяют размеры стержневой модели одноболтового нагеля в соответствии с рис. 1.

Упругие свойства рассматриваемого нагеля определяем следующими параметрами.

В соответствии с [1] модуль скольжения одного среза болтового соединения в данной работе примем округленно равным  $K_{ser} = 4 \text{ кН} / \text{мм}$ , что соответствует обобщенному болту диаметром около 8–9 мм. Жесткость продольной связи как стержня фермы принимаем равной:

$$EA_H = K_{ser} L_H = 4 \text{ кН} / \text{мм} \times 20 \text{ мм} = 80 \text{ кН} .$$

Поперечную связь болтового нагеля рассматриваем как деревянный стержень сечением 10 x 10 см и длиной  $L_V = 10$  см. Вспомогательные подкосы также рассматриваем как деревянные стержни повышенной жесткости сечением 20 x 20 см.

Модуль упругости древесины в соответствии с [1]  $E = 12$  ГПа.

Трехметровый составной брус общим сечением 10 x 20 см опираем по торцам на горизонтальные опорные площадки площадью 10 x 10 см., следовательно, пролет такой простой шарнирно опертой балки равен 290 см. Слои составной балки подразделяем на 30 участков. На границах участков размещаем болтовые нагели, всего 29 штук с шагом 10 см. Для тестового расчета загружаем балку 29 сосредоточенными силами, приложенными к верхнему слою на границах участков. Составляем конечно-элементную расчетную модель составной балки с указанными параметрами и модель реферативной эквивалентной балки цельного поперечного сечения. Выполняем расчеты полученных моделей с помощью ПК.

При заданной равномерной нагрузке по всему пролету с суммарным значением 29 кН прогиб составной балки в середине пролета равен 22,026 мм, а прогиб реферативной балки цельного сечения – 11,514 мм.

Обнуляем жесткости продольных связей 29 нагелей и, выполнив расчет, получаем прогиб в середине пролета составной балки из двух несвязанных брусьев (отсутствие связей, препятствующих взаимному сдвигу), равный 46,056 мм, что в четыре раза больше, чем прогиб реферативной балки цельного сечения, как и должно быть. Продолжая тестирование модели, назначаем жесткость продольных связей нагельных соединений на 8 порядков выше принятого ранее значения (вариант абсолютно жестких связей сдвига). В

результате получаем прогиб составной балки в 11,549 мм, что практически равно прогибу реферативной балки цельного поперечного сечения. Таким образом, работоспособность предлагаемой стержневой модели нагеля полагаем проверенной.

Характер распределения изгибающих моментов и продольных сил в слоях составной балки на болтовых нагелях, равномерно расставленных по длине балки, при равномерной нагрузке полностью отвечает работам [2, 3] (рис. 2 и 3).

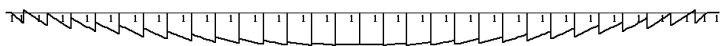


Рисунок 2. Эпюра изгибающих моментов в нижнем слое составной балки при равномерной нагрузке

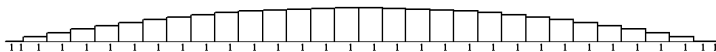


Рисунок 3. Эпюра продольных сил в нижнем слое составной балки при равномерной нагрузке

На рис. 4 продемонстрировано отсутствие зоны чистого изгиба в симметрично нагруженной двумя силами  $F = 1$  кН симметричной составной балке. Наибольшие изгибающие моменты в слоях возникают не в середине пролета симметрично нагруженной балки, а под силами.



Рисунок 4. Эпюра изгибающих моментов в верхнем слое составной однопролетной балки при двух симметричных силах

Рис. 5 демонстрирует факт, что в составной балке на ненагруженных консольных свесах также возникают внутренние силы. В расчетной схеме рисунка 5 опорные вертикальные связи поставлены в узлах нижнего слоя на расстоянии 50 см от обоих торцов составной балки. Балка имеет пролет 200 см и по торцам две консоли по 50 см. В этой же расчетное схеме с ненагруженными консолями распределение продольных сил (рис. 6) в слоях составной бал-

ки оказалось подобным распределению продольных сил в составной балке, работающей всей длиной (рис. 3).

Распределение сдвигающих сил в нагельных связях (в рассматриваемой расчетной схеме это продольные силы в стержнях 4 (рис. 1)) в составной балке с ненагруженными консолями и двумя симметрично приложенными в четвертях пролета сосредоточенными силами по методике расчета составных стержней с распределенными связями сдвига [2, 3] определить оказывается не так-то просто. Дискретная расчетная модель нагельного соединения позволяет это сделать без особых затруднений (рис. 7).

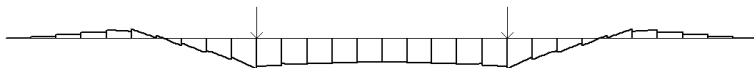


Рисунок 5. Эпюра изгибающих моментов в верхнем слое составной балки с двумя ненагруженными консолями вылетом по 50 см при двух симметричных силах



Рисунок 6. Эпюра продольных сил в верхнем слое составной балки с двумя ненагруженными консолями по 50 см при двух силах



Рисунок 7. Распределение внутренних сил сдвига в продольных связях составной балки с консолями при 29 нагелях

Рассмотрим вариант разреженной расстановки нагелей по длине соединяемых брусьев. Поставим болтовые нагели группами по 9 штук с шагом 10 см, начиная с торцов, в приопорных зонах однопролетной балки. В соответствии с проведенными расчетами при равномерном нагружении всего пролета 29 силами по 1 кН прогиб в середине пролета составил 22,89 мм, что мало отличается от прогиба значением 22,026 мм в такой же балке с нагелями по всей длине. Распределение изгибающих моментов и продольных сил в слоях составной балки показано на рис. 8 и 9. В центральной зоне состав-



ной балки, где отсутствуют нагели, эпюры изгибающих моментов не имеют скачков, а продольные силы постоянны.



Рисунок 8. Эпюра изгибающих моментов в нижнем слое составной балки при нагрузке по всему пролету и отсутствии связей сдвига в центральной части



Рисунок 9. Эпюра продольных сил в нижнем слое составной балки при нагрузке по всему пролету и отсутствии связей сдвига в центральной части

При загрузении последней расчетной схемы составной балки только двумя единичными силами прогиб в середине пролета составил 2,127 мм, что незначительно больше в сравнении с прогибом в 2,047 мм при нагелях по всей длине балки. Соответствующие эпюры изгибающих моментов и продольных сил приведены на рис. 10 и 11.



Рисунок 10. Эпюра изгибающих моментов в верхнем слое составной балки при двух силах и отсутствии связей сдвига в центральной части



Рисунок 11. Эпюра продольных сил в верхнем слое составной балки при двух силах и отсутствии связей сдвига в центральной части

**Заключение.** По результатам проведенных в данной работе исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложенная стержневая модель нагельного соединения позволяет применять для расчета составных многослойных элементов современные проектно-вычислительные комплексы и другие

подобные программные продукты, основанные на работе со стержневыми конечными элементами.

2. Количество слоев и характер расстановки соединительных элементов не лимитируется.

3. Составные элементы могут работать на поперечный изгиб, либо на растяжение-сжатие с изгибом при произвольных условиях закрепления и соединения.

#### Список использованных источников:

1. СП 5.05.01-2021. Деревянные конструкции. 01.06.2021
2. Ржаницын, А. Р. Составные стержни и пластинки / А. Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.
3. Ржаницын, А. Р. Строительная механика / А. Р. Ржаницын. – М.: Высш. шк., 1991. – 439 с.