

конференции / редкол.: С. Е. Кравченко (гл. ред.) [и др.]; сост. В. А. Ходяков. – Минск: БНТУ, 2021. – С. 201-207.

2. Скрыпицына, Т.Н., Курс лекций по дисциплинам «Основы архитектурной фотограмметрии» и «Архитектурная фотограмметрия» : учебное пособие / Т.Н. Скрыпицына, А.В. Уколова. – М. : МИИГАиК, 2020. – 127 с.

3. Фотограмметрия : учеб. для вузов / А.Г. Чибуничева [и др.]; под общ. ред. А. Г. Чибуничева. – М. : МИИГАиК, 2016. – 294 с.

УДК 3054

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕГРАЛОВ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

студент Р.В. Будай, студент А.И. Лаппо, студент И.С. Ахалли  
(Научный руководитель Б.А. Бадак)

Белорусский национальный технический университет,  
пр. Независимости, 65, 220030, г. Минск, Беларусь, ftk75@bntu.by

Понятие интеграл является одним из важнейших понятий математического анализа. Из определения данного понятия следует, что интеграл - это сумма числа бесконечно малых слагаемых. Элементы интегрального исчисления широко используются во многих аспектах астрономии, биологии, медицине, а также при строительстве различных сооружений. В зависимости от пространства, на котором задана подынтегральная функция, интеграл может быть двойной, тройной, криволинейный, поверхностный и так далее.

Первоначально, использование интегралов Френеля применялось при вычислении интенсивности электромагнитного поля в среде, где свет огибает непрозрачные объекты. Относительно недавно они начали использоваться при проектировании автомобильных и железных дорог и их переходных зон кривизны.

**Ключевые слова:** автомобильные дороги; интеграл; строительство; освещение; уплотнение.

Автомобильные дороги – транспортная система, имеющая двухполосное, многополосное и встречное направления движения транспортных средств. Экономика любого государства не может успешно функционировать без транспорта. Из-за его отсутствия не будет происходить нормальное функционирование различных промышленных предприятий, возникнут затруднения в освоении новых экономических районов, ослабнет оборона государств и так далее. Так как интегралы активно используются при строительстве автомобильных дорог, то можно сделать вывод, что они довольно важная составляющая в развитии экономики и социальной жизни.

Одной из главных дорог города Минска является магистраль М9 (также - Минская кольцевая автомобильная дорога).

При проектировании закруглений дорог, наряду с известными переходными кривыми используются новые типы кривых, задаваемых посредством переменного радиуса кривизны. [4, стр. 283]

Рассмотрим несколько примеров применения интегралов при строительстве автомобильных дорог:

- Светотехника (яркость), изучаемая в спец. дисциплине “Диагностика автомобильных дорог“

Яркость освещаемых поверхностей зависит от коэффициентов яркости или коэффициентов отражения. Эти коэффициенты изменяются в зависимости от угла падения и отражения света и от оптических свойств поверхности, отражающей световой поток.

Учитывая направление освещения и отражения светового потока, используются несколько разновидностей коэффициентов яркости и коэффициентов отражения, одним из которых является интегральный коэффициент отражения при рассеянном освещении. [2, стр. 153-154]



Рис. 1. Магистраль М9

Коэффициент яркости рассеянного освещения иногда используется для расчетов яркости проезжей части дорог и улиц. С помощью коэффициента рассеянного и полурассеянного отражения оценивают светотехнические характеристики различных поверхностей. Для общей оценки отражательной способности дорожного покрытия можно использовать интегральный коэффициент отражения. [2, стр. 153-154]

- Уплотнение однородного грунта, изучаемое в спец. дисциплине “Дорожное грунтоведение и механика земляного полотна”

Уплотнение грунта приводит к его осадке, поэтому, зачастую, чтобы вычислить осадку используются формулы теории линейнодеформируемых тел. Вертикальная деформация элементарного объема линейнодеформируемого грунта толщиной  $dz$ , расположенного на глубине  $z$  от поверхности массива, равна

$$ds = \frac{dz}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Взяв интеграл этого выражения относительно глубины сжатия, получим

$$S = \frac{1}{E} \int_z^0 [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] dz$$

Подставив значения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  в данное выражение, по формуле Буссинеска и проинтегрировав выражение, получим

$$S = \frac{P(1 - \nu^2)}{2\pi E} \left( \frac{2}{R} + \frac{1}{1 - \nu} \frac{Z^2}{R^3} \right)$$

Данное выражение характеризует осадку для любой точки однородного грунта. [1, стр. 156-157]

- Статистическая обработка результатов при определении количества цемента для укрепления грунта, изучаемая в спец. дисциплине “Технология строительства дорог”

Цементогрунт или грунт, укрепленный цементом, представляет собой искусственно созданный строительный материал, в котором грунтовые частицы связаны в монолит цементным камнем, взятым в количестве не менее 4 % и не более 20 % от общей массы. Статистическая обработка заключается в определении следующих показателей:

-среднеарифметическое значение:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

-среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

-коэффициент вариации:

$$C_v = \frac{100\sigma}{\bar{X}}$$

-средняя ошибка определения среднеарифметического значения величины:

$$m = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$$

где  $t$  - гарантийный коэффициент, определяемый по интегралу вероятности Лапласа. [3, стр. 230]

Рассмотрим решение одной из задач с использованием определённого интеграла, которая применяется для нахождения расстояния.

Условие:

Скорость автомобильного крана с телескопической стрелой марки КС-35715 (МАЗ) изменяется по закону  $v = 100 + 8t$  (где  $v$  выражается в м/мин). Какой путь пройдёт автомобильный кран за промежуток времени  $[0;10]$ ?

Решение:

Взяв определённый интеграл данного выражения на промежутке  $[0;10]$ , получим

$$\int_0^{10} (100 + 8t) dt = \int_0^{10} 100 dt + \int_0^{10} (8t) dt = 100(10 - 0) + 8 \left( \frac{10^2}{2} - 0 \right) = 1400 \text{ м.}$$

Ответ: 1400 м.

Как видно из приведённых примеров, рассмотренных в предложенных спец. дисциплинах, применение интегралов при строительстве автомобильных дорог достаточно широкое.

#### Литература

1. Бабаскин Ю.Г. “Дорожное грунтоведение и механика земляного полотна” (2015).
2. И.И. Леонович, С.В. Богданович, И.В. Нестерович. “Диагностика автомобильных дорог” (2011).
3. Ю.Г. Бабаскин, И.И. Леонович. “Технология строительства дорог. Практикум” (2010).
4. Материалы научно-технической конференции. “Дорожное строительство и его инженерное обеспечение” (2020).