ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

А.М. Икрамов, А.М. Полатов, С.П. Жуманиёзов, Ш.О. Сапаев
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Задача о распределении тепла в различные моменты времени решается в плоской постановке. Для нахождения температурного поля в двумерной области решается нестационарная задача теплопроводности на основе уравнения [1,2]:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial t} = K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где

$\lambda = c\rho$ - удельная объемная теплоемкость; c - удельная теплоемкость материала;

ρ - плотность; K_{xx}, K_{yy} - коэффициенты теплопроводности в соответствующих направлениях.

Рассматривается процесс распространения тепла при контактном взаимодействии бесконечной стальной балки, нагретой до температуры 1500°C, с поверхностью земли, имеющей температуру 20°C.

В этом случае решение задачи сводится к минимизации функционала [1]:

$$\chi = \int_V \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\lambda \frac{\partial T}{\partial t} T \right] dV + \int_{S_1} \frac{h}{2} (T - T_\infty)^2 dS, \quad (2)$$

где S_1 - площадь поверхности, где происходит конвективный обмен тепла.

Для сетки конечных элементов записывается система обыкновенных дифференциальных уравнении [1,5]:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K]\{T\} + \{F\} = 0, \quad (3)$$

где

$$[C] = \sum_e [c^e]; \quad [K] = \sum_e [k^e]; \quad [F] = \sum_e [f^e].$$

Здесь

$$[c^e] = \int_{V^e} \lambda [N][N]^T dV, \quad (4)$$

$$[k^e] = \int_{V^e} [B^e][D^e][B^e]^T dV + \int_{S_2} h[N][N]^T dS, \quad (5)$$

$$\{f^e\} = \int_{S_1} q[N]^T dS - \int_{S_2} hT_\infty [N]^T dS, \quad (6)$$

где

V^e - объем конечного элемента;

$[N]$ - матрица, которая содержит функции формы;

$[B^e]$ - матрица, которая содержит производные от функции формы;

$[D^e]$ - матрица свойств материала, содержащая коэффициенты теплопроводности.

Заменяя производную по времени в уравнении (3) ее конечно-разностным аналогом, получим неявную разностную схему для решения уравнения теплопроводности методом конечных элементов [1,3]:

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} + [K]\right)\{T\}^{n+1} = \frac{[C]}{\Delta t}\{T\}^n - \{F\}^{n+1} \quad (7)$$

Таким образом, если известен вектор температуры $\{T\}^n$ в момент времени t_n, то температура пластины в момент времени $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, формируется в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (7) методом квадратных корней.

Для подтверждения правильности полученных решений на рис. 1, приведены графики сравнения с результатами, полученными на основе системы ANSYS Fluent [4]. Совпадение результатов показывает правильность разработанного алгоритма и программного комплекса.

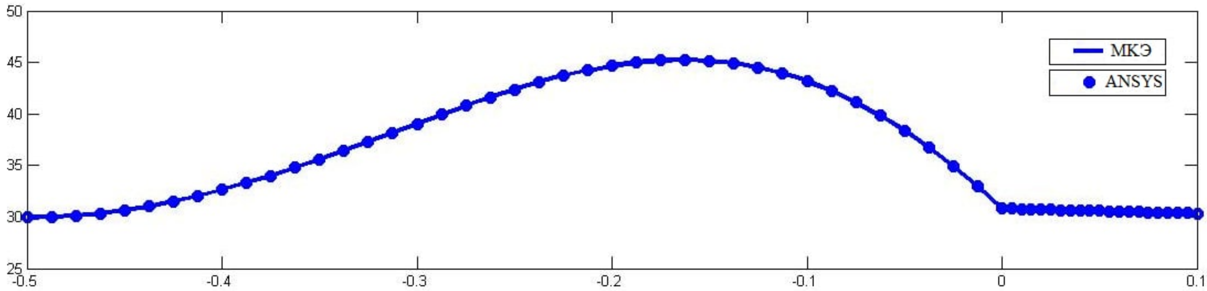


Рис.1. Сравнения результатов расчета.

Приведем ряд иллюстраций протекания процесса в полной области рассматриваемой задачи (рис. 2). Из иллюстраций видно, что в начальный момент времени вся тепловая энергия сконцентрирована в стальном блоке. Затем с течением времени тепловая энергия блока стали частично распределяется по участку земли, а также частично идет теплообмен с окружающей средой.

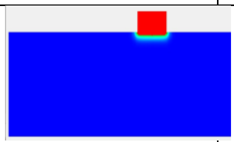
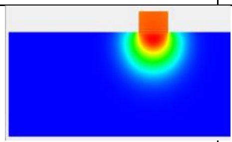
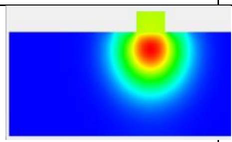
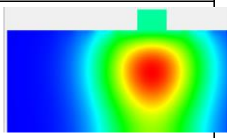
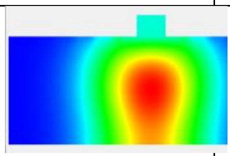
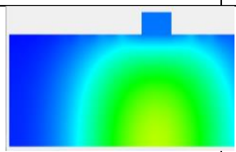
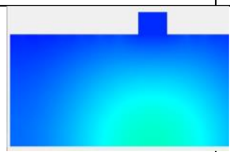
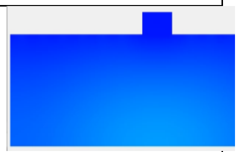
t=0.5 час.	t=10 час.	t=20 час.	t=50 час.
			
t=60 час.	t=100 час.	t=200 час.	t=300 час.
			

Рис.2. Иллюстрация протекания процесса

Так как коэффициент температуропроводности у земли меньше, то она более инертна и тепло постепенно накапливается и распространяется по всей толще земли, а затем частично возвращается в блок стали и частично идет теплообмен земли и воздуха. В конечном итоге вся система приходит к тепловому балансу, так как вся тепловая энергия была передана окружающей среде (воздуху).

Использованные литературы

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир,1979.– 392с.

2. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача Изд-во М.: Едиториал, УРСС, 2003. – 784 с.

3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

4. ANSYS Fluent User’s Guide (2015) ANSYS, Inc.

5. Икрамов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О. Компьютерное моделирование двумерных стационарных задач теплопроводности с учетом точечных источников тепла МКЭ//Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2021, 3 (33). С. 44 – 53.