

**ДИВЕРГЕНТНАЯ ФОРМА СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ  
ДВУХСКОРОСТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С ОДНИМ ДАВЛЕНИЕМ  
В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ**

**<sup>1</sup>Х.Х. Имомназаров, <sup>2</sup>Г.С. Васильев, <sup>3</sup>Б.Ж. Мамасолиев**

*<sup>1</sup>Институт геологии и минералогии Сибирского отделения РАН,*

*<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики  
Сибирского отделения РАН, Совместный Белорусско-Узбекский  
межотраслевой институт прикладных технических квалификаций*

Система уравнений двухскоростной гидродинамики в одномерном случае, без учета вязкости, в обратимом гидродинамическом приближении, имеет вид [1-5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 v_1) &= 0, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 v_2) &= 0, \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\rho_2}{2\rho} \frac{\partial (v_1 - v_2)^2}{\partial x} - \kappa \frac{\rho_2}{\rho_1} (v_1 - v_2), \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho_1}{2\rho} \frac{\partial (v_1 - v_2)^2}{\partial x} + \kappa (v_1 - v_2), \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{S}{\rho} (\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2) \right) &= \frac{\kappa \rho_2 (v_1 - v_2)^2}{T}, \end{aligned}$$

где  $v_1$  и  $v_2$  --- скорости подсистем соответствующими парциальными плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ ,  $S$  -- энтропия,  $T$  -- температура,  $\kappa$  -- коэффициент межфазного трения (аналог коэффициента Дарси),  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ , данная система замыкается с уравнениями состояния

$$\begin{aligned} p &= p(\rho, (v_1 - v_2)^2, S), \\ T &= T(\rho, (v_1 - v_2)^2, S). \end{aligned}$$

В качестве следствия, данная система допускает закон сохранения энергии [5, 6]. Рассматриваемая математическая модель подходит для описания термодинамических процессов в таких системах, как

## СЕКЦИЯ 4. Полупроводниковая микро- и наноэлектроника в решении проблем информационных технологий и автоматизации

гранулированные системы, неконсолидированные смеси, магматический поток с ксенолитами, кровяные тельца, смесь двух несмешиваемых сред.

Выразим скорости подсистем через консервативные переменные  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $j$ ,  $w$

$$v_1 = \frac{j + \rho_2 w}{\rho}, \quad v_2 = \frac{j - \rho_1 w}{\rho}.$$

С учетом данных выражений, законы сохранения массы примут следующей вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_1 \frac{j + \rho_2 w}{\rho} \right) = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_2 \frac{j - \rho_1 w}{\rho} \right) = 0$$

Вычитая из второго уравнения третье получим следующее уравнение для относительной скорости

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( w \frac{j + \rho_2 w}{\rho} \right) = -\kappa w \frac{\rho}{\rho_1}$$

Аналогичным образом получим уравнение для импульса  $j$ . Таким образом получили следующую дивергентную систему уравнений

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_1 \frac{j + \rho_2 w}{\rho} \right) = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_2 \frac{j - \rho_1 w}{\rho} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( w \frac{j + \rho_2 w}{\rho} \right) = -\kappa w \frac{\rho}{\rho_1},$$

$$\frac{\partial j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{j^2}{\rho} + \frac{\rho_1 \rho_2 w^2}{\rho} + p \right) = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{S}{\rho} j \right) = \frac{\kappa \rho_2 w^2}{T}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант No. 21-51-15002).

**Использованные литературы**

1. Доровский В.Н., Перепечко Ю.В. Теория частичного плавления // Геология и геофизика, 1989, No. 9, С. 56-64.
2. Baishemirov Z., Tang J.-G., Imomnazarov Kh., Mamatqulov M. Solving the problem of two viscous incompressible fluid media in the case of constant phase saturations // Open Engineering, 2020, Vol.~6, issue. 1, pp. 742-745.
3. Sarvar Kuyliev, Kholmatzhon Imomnazarov, and Ilham Iskandarov The regularity of a Stokes-type problem for a stationary system of the two-velocity hydrodynamics on the plane // AIP Conference Proceedings 2365, 070006 (2021).
4. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент, 2012, 212 с.
5. Васильев Г.С., Жиан-Ган Тан, Мамасолиев Б.Ж. Инвариантные подмодели системы уравнений двухскоростной гидродинамики с равновесием фаз по давлению // СЭМИ, 2018, т. 15, с. 585-602.
6. Имомназаров Х.Х., Васильев Г.С., Мамасолиев Б.Ж. Математическое моделирование динамических процессов в двухжидкостной среде с одним давлением. Монография. - Т. Университет, 2020. -102 с.

**SI <N> ТИПЛИ ЯРИМЎТКАЗГИЧЛАРДА ГЕТЕРОСТРУКТУРАЛАР  
ЮЗАГА КЕЛАДИГАНДА ЭЛЕКТРОНЛАРНИ КЎЧИШЛАРДАГИ  
ҚАТЛАМЛАРНИ ҲОСИЛ ҚИЛИШ**

**О.О. Маматкаримов, Б.Х. Қўчқаров, А.А. Абдулхаев, Б.Қ.  
Ньёматуллаев**

*Наманган мухандислик технология институти*

**Аннотация.** Vodород atomlari barqaror Si-H hosil qila oladigan 350<sup>0</sup> C haroratda silikon bog'lanishi o'zaro ta'siri tufaylidir. Yupqa plyonkalardagi nuqsonlarni passivatsiya qilish ya'ni metal yuzasini nuqsonlar korroziyasidan himoyalash uchundir. Ularning shakllanishi energetik jihatdan qulay, chunki kompleksning umumiy energiyasi H<sub>2</sub> umumiy energiyasidan 1,2 eV kamroq ajratilgan neytral vodorod atomlari difuziyalanib o'zini o'zi tutib olishi kuzatiladi. Eng oddiy nuqsonlarni yumshatish, osilgan bog'lanishlarni tiklash bilan birga keladi va vodorodning bog'langan holatidan chiqishi ko'rsatib o'tiladi. Si-H bog'lanishning uzilish energiyasini taxminan 1,8 eV ekanini tashkil qiladi va atom vodorodining diffuziya energiyasi taxminan 0,48 eV ni tashkil qiladi