

## ДИСКРЕТНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗГРУЗКИ ШАХТНОГО ПОДЪЕМНОГО СОСУДА

Николайчик М. А., Матиевская А. В.

*Белорусский государственный университет, Минск*

**Введение.** Метод дискретных элементов (DEM – Discrete Element Method) является обобщением метода конечных элементов (FEM – Finite Element Method). Распространение метода дискретных элементов на решение разнообразных задач, встречающихся в горно-металлургической промышленности, связано с развитием вычислительной техники и появлением соответствующего программного обеспечения. Метод позволяет моделировать поведение большого количества частиц сыпучего вещества в процессе выполнения различных промышленных операций, в том числе в рамках эксплуатации горных объектов. Так например, работа [1] описывает процесс выгрузки горных пород с помощью метода дискретных элементов. Работы [2–4] посвящены калибровке параметров дискретно-элементного моделирования с целью достижения соответствия модели реальному поведению материалу.

В данной статье рассматривается задача моделирования разгрузки скипа – подъемного, саморазгружающегося короба, служащего для подъема сыпучих и мелкокусковых грузов, движущийся с помощью канатов по направляющим приспособлениям скипового подъемника.

**Твердотельная модель скипов.** В рамках исследования рассматривались 2 конструкции подъемных сосудов. В первом варианте (I) рассматривается скип в одним углом наклона бункера величиной в  $35^\circ$ . Во втором варианте (II) рассматриваются 2 угла наклона бункера составляющих соответственно  $35^\circ$  и  $45^\circ$ . Схемы конструкций моделируемых скипов приведены на рисунке 1.

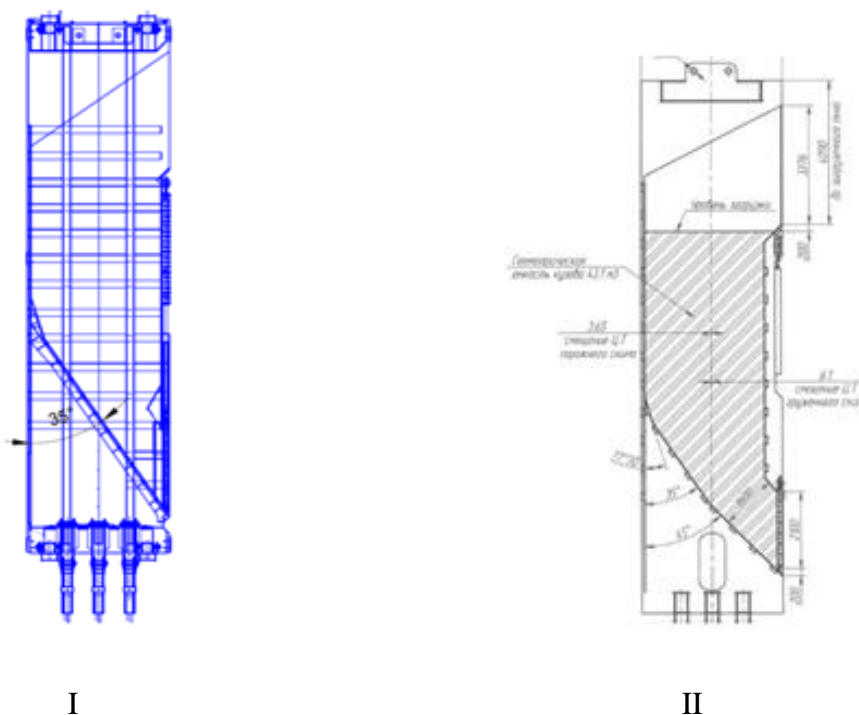


Рис. 1. Схемы конструкций скипов

**Моделирование частиц руды.** Поскольку руда не однородна по размеру частиц, при моделировании использовались частицы с характерными размерами в диапазоне от 0,2 м до 0,35 м. Также для приближения к реально транспортируемой скипами руде использовались частицы в виде многогранников. Геометрические параметры частиц представлены в таблице 1 [4]

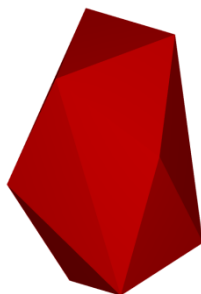


Рис. 2. Модель характерной частицы

Таблица 1 – Геометрические параметры частиц

Размер частиц	0,2–0,35 м
Количество углов многогранника	10
Коэффициент сопротивления качению	0,15

При загрузке скипа было использовано 4673 частиц для I типа и 3910 частиц для II типа.

**Математические модели взаимодействия частиц.** При моделировании взаимодействия частиц со скипом, а также частиц между собой использовались следующие модели взаимодействия [5]:

А. Модель нормальных сил: Hertzian Spring Dashpot.

Нормальная контактная сила в этой модели состоит из линейной упругой силы отталкивания и демпфирующей силы. Упругая часть основана на классической контактной теории, разработанной Герцем [6]:

$$F_n = \hat{K}_H s_n^{\frac{3}{2}} + \hat{C}_H s_n^4 \dot{s}_n.$$

Жесткость контакта определяется как

$$K = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*}.$$

Эффективный модуль Юнга ( $E_1$  и  $E_2$  – модули Юнга двух контактирующих тел):

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}.$$

Эффективный эквивалентный радиус ( $L_1$  и  $L_2$  – размеры двух контактирующих частиц,  $L$  – размер частицы при контакте частица-граница).

$$\frac{1}{R^*} = \begin{cases} \frac{2}{L_1} + \frac{2}{L_2}, & \text{для контакта частица-частица} \\ \frac{2}{L}, & \text{для контакта частица-граница} \end{cases}$$

Нормальный коэффициент демпфирования:

$$\hat{C}_H = 2\eta_H \sqrt{m^* \hat{K}_H},$$

$$\eta_H = \frac{\sqrt{5}}{2} \eta,$$

где  $\eta$  – коэффициент затухания, безразмерный параметр, значение которого, связанных с коэффициентом реституции (отношение конечной относительной скорости к начальной).

В. Модель касательных сил: Linear Spring Coulomb Limit.

В данной модели касательная сила контакта находится следующим образом:

$$F_{\tau,e}^t = F_{\tau}^{t-\Delta t} - K_{\tau} \Delta s_{\tau},$$

где  $F_{\tau}^{t-\Delta t}$  – касательная сила в предыдущий момент времени,  $\Delta s_{\tau}$  – касательное относительное смещение частиц за временной шаг,  $K_{\tau} = r_k K_{nl}$  – касательная жесткость,  $r_k$  – вводимый параметр Tangential Stiffness Ratio.

С. Модель адгезии: Constant Adhesion.

Сила адгезии выражается следующим образом:

$$F_{n,adh} = \begin{cases} 0, & \text{если } -s_n \geq \delta_{adh} \\ f_{adh} g \min(m1, m2), & \text{если } -s_n < \delta_{adh} \end{cases}$$

где  $\delta_{adh}$  – расстояние, на котором начинает действовать адгезия,  $f_{adh}$  – отношение силы адгезии к силе тяжести,  $s_n$  – ширина контакта,  $g$  – ускорение свободного падения.

D. Модель сопротивления качению: Linear Spring Rolling Limit [7]

Модель включает вязкое демпфирование для сопротивления качению. Касательная жесткость определяется как

$$K_r = R_r^2 K_{\tau}.$$

Радиус вращения:

$$\frac{1}{R_k} = \begin{cases} \frac{2}{|r_1|} + \frac{2}{|r_2|}, & \text{для контакта частица-частица} \\ \frac{2}{|r|}, & \text{для контакта частица-граница} \end{cases}$$

Момент сопротивления вращению частиц в данной модели находится по формуле:

$$M_r^t = \min(|M_{\tau,e}^t|, M_{r,\text{lim}}) \frac{M_{\tau,e}^t}{|M_{\tau,e}^t|},$$

где  $M_{r,\text{lim}}$  – предельный момент сопротивления вращению,  $M_{r,\text{lim}} = \mu_r R_r F_n$ .

**Физико-механические свойства и параметры взаимодействия.** В качестве примера транспортируемой руды рассмотрим сильвинит, добываемый на Старобинском месторождении калийных солей. Материал скипа – сталь 245. Физико-механические свойства скипа и транспортируемой руды приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Физико-механические свойства

	Скип	Сильвинит
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	7800	2200
Модуль Юнга, ГПа	210	2
Коэффициент Пуассона	0,3	0,26

Для описанных выше математических моделей, примененных при решении задачи, и выбранных материалах были приняты следующие параметры контактного взаимодействия, приведенные в таблице 3.

Таблица 3 – Параметры контактного взаимодействия

	Частица-частица	Частица-граница
Коэффициент трения покоя	1	0,4
Коэффициент трения скольжения	0,95	0,35
Расстояние действия адгезии, м	0,002	0,002
Коэффициент восстановления	0,15	0,15

**Результаты моделирования.** При проведении расчетов в качестве установочного параметра был использован коэффициент отношения силы адгезии к силе тяжести ( $k_1$  – для взаимодействия частицы-скип,  $k_2$  – для взаимодействия частицы-частицы). Варьирование данного коэффициента имитировало различные варианты последствий движе-

ния скипа с ускорением и, как следствие, консолидацию частиц транспортируемого груза. Время выгрузки для различных вариантов отношения силы адгезии к силе тяжести между частицами и частицами и скипом представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Время выгрузки в зависимости от отношения силы адгезии к силе тяжести

	I тип, сек	II тип, сек
$k_1 = 2, k_2 = 0,5$	10,4	13,4
$k_1 = 1,8, k_2 = 0,45$	8,4	12,2
$k_1 = 1,6, k_2 = 0,4$	7,5	11,5
$k_1 = 1,5, k_2 = 0,3$	7,3	10,9
$k_1 = 1,3, k_2 = 0,3$	7	10,4

Ниже представлены графики выгрузки для различных скипов при разных отношениях силы адгезии к силе тяжести при взаимодействии частиц со скипом и между друг другом за период времени 70 секунд.

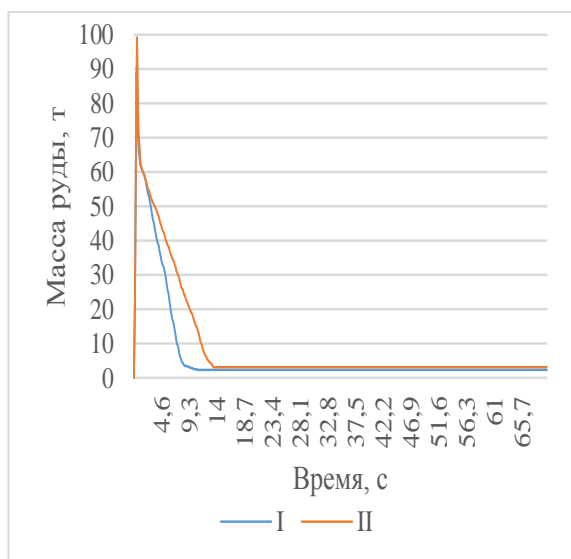


Рис. 3. График выгрузки руды при  $k_1 = 2,$   
 $k_2 = 0,5$

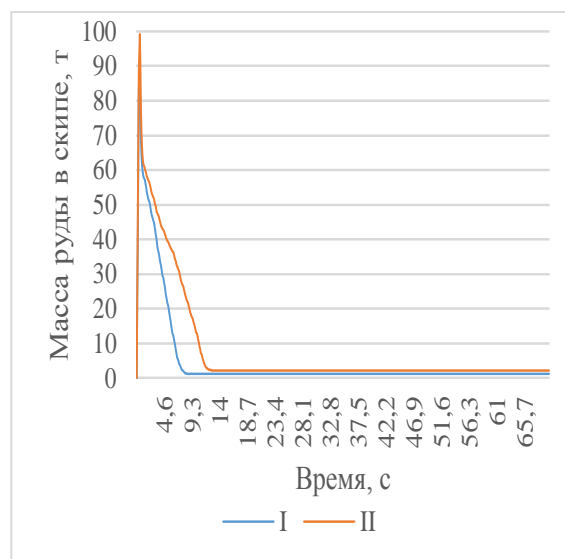


Рис. 4. График выгрузки руды при  $k_1 = 1,8,$   
 $k_2 = 0,45$

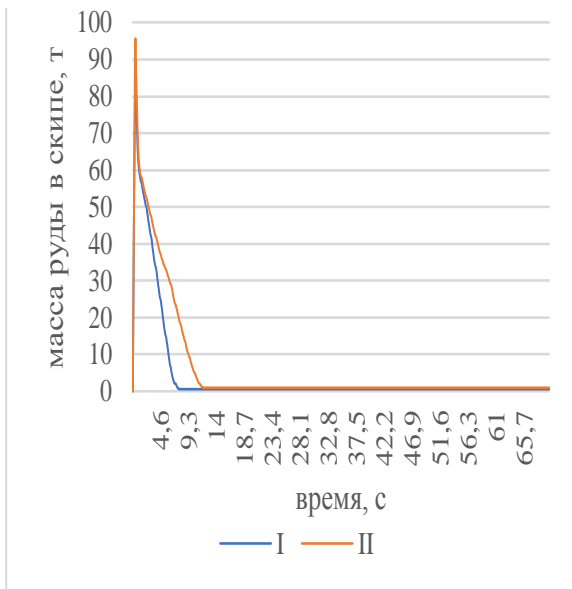


Рис. 5. График выгрузки руды при  $k_1 = 1,6$ ,  $k_2 = 0,4$

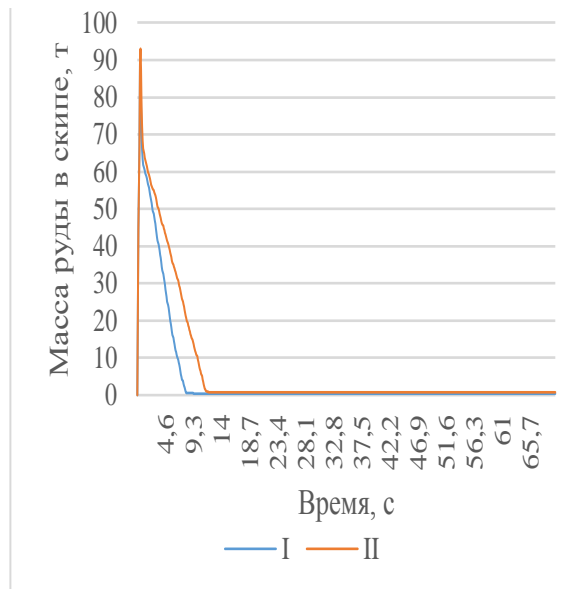


Рис. 6. График выгрузки руды при  $k_1 = 1,5$ ,  $k_2 = 0,3$

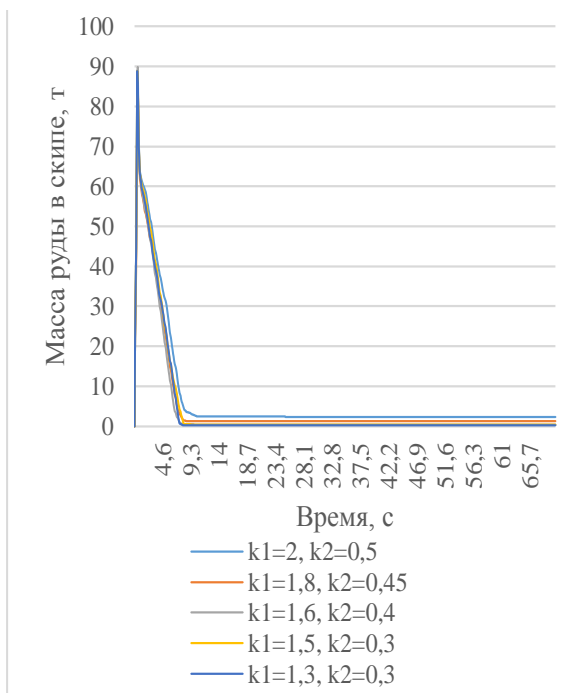


Рис. 7. Графики выгрузки руды из скипа типа I при различных  $k_1$  и  $k_2$

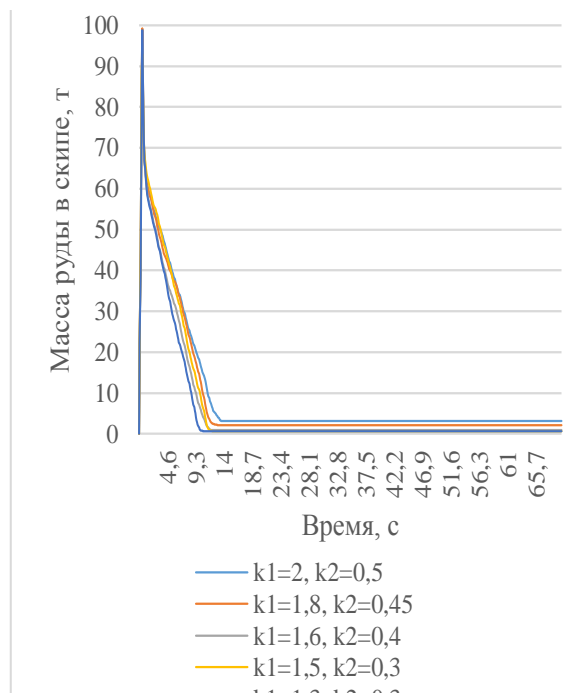


Рис. 8. Графики выгрузки руды из скипа типа II при различных  $k_1$  и  $k_2$

Таблица 5 – Масса частиц, оставшихся в бункере после окончания разгрузки

	I		II	
	Масса, кг	Отношение к первоначальной массе, %	Масса, кг	Отношение к первоначальной массе, %
$k_1 = 2,$ $k_2 = 0,5$	2372,572	2,766	3130,750	3,156
$k_1 = 1,8,$ $k_2 = 0,45$	1270,61	1,481	2145,545	2,163
$k_1 = 1,6,$ $k_2 = 0,4$	466,1	0,543	972,046	0,980
$k_1 = 1,5,$ $k_2 = 0,3$	443,675	0,517	657,36	0,662
$k_1 = 1,3,$ $k_2 = 0,3$	177,36	0,206	610	0,615

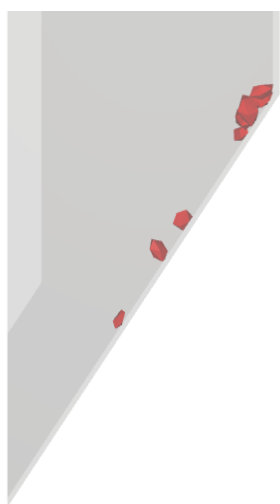


Рис. 10. Результат слеживания для скипа I типа при  $k_1 = 1,5$ ,  $k_2 = 0,3$

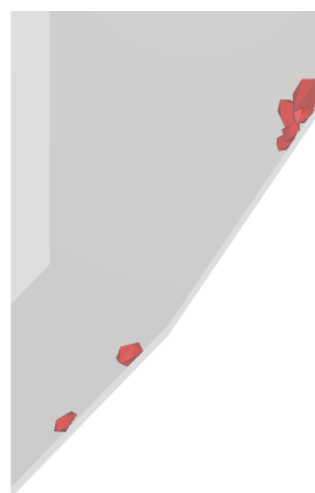


Рис. 11. Результат слеживания для скипа II типа при  $k_1 = 1,5$ ,  $k_2 = 0,3$

Сравнение результатов показанных на рисунках 3–9, а также приведенных в таблице 5 показывают, что скип I типа имеет более оптимальные эксплуатационные свойства в сравнении со скипом II типа с точки зрения времени разгрузки и слежавшейся массы руды.

**Заключение.** В рамках проведенного исследования разработаны твердотельные модели различных конструкций скипов. Построена дискретно-элементная модель транспортируемой руды. В соответствии с фактическими свойствами груза и скипа определены физико-механические свойства материалов и параметры контактного взаимодействия. Произведена оценка скорости разгрузки различных конструкций скипов и величин массы полезного груза, которая остается в скипе после разгрузки.

Разработанная методика позволяет выбрать оптимальную конструкцию шахтного скипа с точки зрения времени разгрузки и минимизации эффектов слеживания транспортируемого груза. Также, приведенный в статье подход может быть использован при исследовании процессов движения и взаимодействия частиц как в горнодобывающей отрасли, так и в других сферах промышленности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Laptev, V.. (2019). Numerical modelling of fragmented mined rock flow during ore drawing using the ROCKY DEM programm. Vestnik MGTU.
2. Dominik Müller, Eric Fimbinger, Clemens Brand. Algorithm for the determination of the angle of repose in bulk material analysis. Powder Technology 383 (2021) 598–605 .
3. Thomas Roessler, André Katterfeld. DEM parameter calibration of cohesive bulk materials using a simple angle of repose test. Particuology 45 (2019) 105–115.
4. Y. C. Zhou, B. H. Xu, A. B. Yu, P. Zulli. An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. Powder Technology 125 (2002) 45–54.
5. DEM Technical Manual, ESSS (2021).
6. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теория упругости. – М.: Наука, 1987. – 246 с.
7. Ai. J. Chen J. F. Rotter, J. M. and Ooi J. Y. (2010). Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. Powder Technology, 206:269–282.

*Поступила: 30.01.2022*