

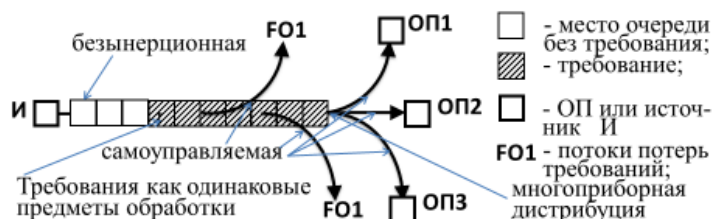
## СИСТЕМНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА ПРИМЕРЕ ТЕОРИИ ОЧЕРЕДЕЙ

Кудрявцев В.И., Зирко О.Ф.

*Минск, БелИСА. Республика Беларусь, olzirko@ya.ru*

Математическое моделирование различных аспектов дискретных производств, к которым относятся теория расписаний, теория управления запасами и теория очередей (ТО) широко применяются в компьютерных имитационных системах. Однако использование его для автоматического управления (АУ) дискретным производством не находит своего применения, что очевидно свидетельствует о системных проблемах такого моделирования в контексте адекватности его реальным производственным процессам и целям управления. Как известно, для АУ должны существовать: основание для управляющего воздействия на объект управления, критерий управления и управляемая величина, для организации обратной связи. Выделим основные свойства моделей очереди требований в ТО, которые могли бы препятствовать использованию ее для АУ этой очереди.

На рисунке 1 представлена схема системной модели очереди в ТО в виде модели системы массового обслуживания (СМО), включающей в себя источник требований И, требования и обслуживающие приборы ОП, с выделением следующих свойств этой модели, препятствующих задачам АУ в очереди, а именно: одинаковость, безынерционность, самоуправляемость и многоприборная дистрибуция.



**Рисунок 1. – Схема модели СМО в теории очередей**

На основе соответствующих свойств определим отступления от них, которые назовем аномалиями, а именно: аномалии одинаковости, аномалии безынерционности, аномалии самоуправляемости и аномалии расчетной оценки, содержание которых отображено в таблице 1.

Таблица 1. - Первоначально выделяемые аномалии модели СМО в теории очередей, востребованные в контексте задач управления очередью

Свойство СМО в ТО	Содержание аномалии свойства
Безынерционность	Задержки требований в СМО вне контекста очереди требований
Самоуправляемость	Сложное поведение требования в очереди вне контекста дисциплины очереди
Одинаковость требований	Описание требования посредством дополнительных внесистемных оценок
Основная расчетная оценка – вероятность реализации требования	Использование вероятностных оценок для автоматического управления очередью

Рассмотрим описанные в таблице 1 аномалии подробнее. Аномалия одинаковости требований представляют собой нарушение принципа объектной одинаковости требований,

отражающих предметы производства в ТО. Одинаковость требований, то есть отсутствие качественных различий между ними, ограничивает возможности АУ в формировании качества продукции и в учете качественных различий в процессе управления обработкой предметов производства.

Попытку включить аномалию одинаковости требований в расчет очереди методами ТО предпринял белорусский исследователь О.М. Тихоненко. Одной из поставленных О.М. Тихоненко целей, представленных в [1], являлась демонстрация аналитических возможностей ТО при решении задач проектирования информационных систем, оперирующих внесистемным параметром информационный объем, то есть качеством, которое отличает одно требование системы от другого, кроме времени его поступления в систему. В примере, взятом им для исследования в [2], информация, поступающая порциями в виде дискретных сообщений, попадает в буферную память, из которой сообщения поступают в концентратор для обработки. Условия, накладываемые на рассматриваемую систему, варьировались, и решалась задача определения информационного объема буферной памяти с учетом риска тех или иных потерь требований.

Один из авторов, О.Ф. Зирко, под руководством О.М. Тихоненко, провела одно из таких исследований с варьированием условий данного примера. В нем буферная память, сопряженная с концентратором, рассматривалась как СМО типа  $M/M/n/m$ , то есть с марковскими потоками требований на входе СМО из И и на выходе из СМО, который представлен  $n$  ОП. Предельное количество мест в очереди равно  $m$ . Для данной СМО было определено, что время обслуживания не зависит от значения внесистемного параметра требования, представляющего информационный объем сообщения. При этом на очередь накладывалось ограничение по времени ожидания требованием реализации в ОП или ограничение по времени пребывания требования в СМО, включая его обработку в ОП. Оно означало, что требование превысившее это ограничение покидает буферную память и не будет обслужено в ОП. Также ее покидает требование, внесистемный параметр, которого превышает верхнее ограничение суммарного значения всех внесистемных параметров, находящихся в буферной памяти одновременно. Были получены выражения, позволяющие рассчитать вероятность реализации требований в такой системе, что при установленном верхнем ограничении на вероятность реализации требования в накопителе формально позволило оптимизировать его информационную емкость. Однако в целом задача была выполнена некорректно с точки зрения как адекватности логике технического процесса, так и адекватности отображения технической системы, а также по форме расчетного моделирования.

С точки зрения логики технического процесса введение в очередь нового разметочного параметра – информационного объема требования  $Q$  существенно меняет описание структуры очереди и ее запись для данного примера в форме  $M/M/m/n(\tau, QS)$ , где  $M$  – обозначает марковский входной и выходной потоки требований из очереди,  $m$  – предельное количество мест в очереди,  $n$  – количество обслуживающих приборов,  $\tau$  – предел времени ожидания требованием очереди обслуживания в обслуживающем приборе,  $QS$  – суммарный информационный объем требований очереди, неверна. В этом случае запись должна быть  $M/M/Q_{min}/n(\tau, QS)$ , где  $Q_{min}$  – минимальный информационный объем сообщения, поскольку предельное количество мест очереди теперь определяется новым разметочным параметром очереди  $m=QS/Q_{min}$ .

Однако в очередь может быть внесено дополнительное ограничение мест очереди, связанное с ограничением актуальности сообщений, обслуживаемых в концентраторе. Это означает, что количество мест в очереди дополнительно ограничивается в связи с тем, что количество сообщений при размещении в очереди нового сообщения может оказаться таким, что вероятность своевременного его обслуживания будет слишком мала. Однако в этом случае дополнительное ограничение  $m$  определяется значениями  $\tau$  и вероятности реализации требования в отдельном вычислительном процессе. Тогда сначала следует определить дополнительное ограничение количества мест очереди, связанное с требованиями

актуальности обслуживания сообщений, а затем определить требуемое суммарное значение разметочного параметра очереди, определяемое ограничением значения риска потерь актуальных требований, связанных с недостатком информационного объема, то есть недостаточного значения суммарного разметочного параметра очереди. Из этого следует что перед нами регламент оптимизации состоящий из двух последовательных расчетов, имеющих отношение к двум последовательно соединенным системам: системе с отказами и системе очереди. Между тем такое последовательное соединение систем игнорируется в формулировке задачи на расчет и в форме представления расчета в виде математического выражения, где параметры, относящиеся к разным системам не разделены и не разделены во времени процесс обслуживания требований в системе с отказами и процесс ожидания обслуживания в очереди, что ставит под вопрос корректность такого выражения и его адекватность решаемой технической задаче. Во многом такая ситуация связана с допущением, что определение соответствия информационного объема ограничению его суммарного значения в очереди возможно уже при чтении заголовка первого пакета поступающего сообщения и длительностью этого процесса можно пренебречь. Но и при этом допущении невозможно игнорировать сам факт обслуживания, который связан не только с отказом от размещения сообщения в очереди, но и, например, с формированием сообщения из пересылаемых пакетов сообщений на месте очереди, а поскольку это процесс многофакторный, и зависит в том числе от состояния передающей сети, его длительностью пренебречь нельзя.

Но даже если не подвергать сомнению допущения и считать, что две последовательно соединенные системы в расчете можно считать одной, то при рассмотрении логики технического функционирования системы следует рассмотреть функцию отказа размещения требования в следующей очереди. При описанных ограничениях она очевидно уже не заключается только в оценке возможности размещения требования в очереди по значению разметочного параметра данного требования, но и в проверке на соответствие номеру этого требования в текущей очереди, имея ввиду вероятность своевременной его реализации в очереди. Однако актуальность информации, заключенной в сообщении, то есть в требовании, определяется не временем ожидания требованием своей реализации в очереди, а общим временем существования сообщения и зависит также от времени его формирования и времени его доставки по сети. Таким образом, вероятность реализации каждого требования должна быть оценена на соответствие ее нижней допустимой границе этой вероятности для сообщений, что обесмысливает предварительный расчет предельного количества мест очереди гарантирующего своевременную реализацию требований с заданной надежностью. При этом сама функция отказа осуществляется в два этапа. На первом определяется возможность размещения сообщения в очереди, а на втором возможность его своевременной реализации в этой очереди в ходе выполнения специального трудоемкого расчета. Затем для части требований следует процесс размещения требования в очереди, включающий в себя процесс сборки сообщения.

Очевидно, что для актуальности формирования такой функции системы с отказами, а тем более для допущения игнорирующего длительность осуществления этой функции в расчете, следует определить более убедительный пример, чем система накопителя с концентратором в виде обслуживающего прибора, поскольку функция распределения сообщений в концентраторе заключается в чтении заголовков пакетов сообщения и послышки их в соответствии с прочитанным адресом, то есть она проще функции описанной системы с отказами на один этап, причем связанный с существенным вычислительным процессом.

Таким образом в любом ракурсе моделирования рассматриваемой технической системы ее огрубление является неоправданным.

Отдельным аспектом огрубления рассматриваемого расчета является включение в него так называемых потерь требований из очереди накопителя. Предполагается, что сообщение, потерявшее актуальность удаляется из очереди накопителя. При этом данный процесс рассматривается вне контекста какого-либо технического регламента, то есть

осуществляется самопроизвольно и мгновенно. Между тем, такое удаление может быть осуществлено множеством различных способов, включая отбраковку сообщений уже в концентраторе, что обесмысливает представление потерях требований из очереди и искажает расчет.

Тем не менее, рассматриваемый расчет дал основания для дальнейшего исследования его на предмет включения в него аномалий, необходимых для управления. В частности, он доказал, что для включения внесистемного параметра в расчет очереди, что нарушает принцип одинаковости требований, он должен быть одновременно системным, как, например, информационный объем сообщения, который с одной стороны имеет смысл за пределами системы накопителя, а с другой стороны используется для разметки пространства накопителя с целью создания очереди. Или же внесистемный параметр тем или иным образом должен определять системный параметр очереди. Кроме того, доказана возможность, хотя и не доказана целесообразность в конкретном примере, представления расчета двух систем в виде одной с целью совместного расчета. Тогда, опираясь на структуру рассматриваемого расчета вероятности реализации требования с суммарным ограничением системного параметра, авторами с целью исследования возможностей расчета был предложен расчет очереди, в состав которой был включен дополнительный процесс и соответственно дополнительный обслуживающий прибор для восстановления требований очереди перед реализацией их в обслуживающем приборе замыкающим очередь. Оба процесса должны были соответствовать ограничению на время пребывания требования в системе. Длительность обслуживания требований обоими обслуживающими приборами в расчете не игнорировалась.

Особенностью такого модельного эксперимента является то, что в ТО используется понятие однородности событий потока требований как однотипных событий, например, событий попадания требования в очередь. При этом требования в потоке событий принимаются одинаковыми с отсутствием влияния любого качества требования на параметры входного потока требований, кроме параметра времени [3]. Характер распределения интервалов времени между однородными событиями определяет характер входного потока. В данном же подходе, вытекающем из расчета О.М. Тихоненко, следует рассматривать не одинаковость, а однородность требований. Однородность требований предполагает возможность нахождения в очереди или реализации требований в обслуживающем приборе в соответствующих ограничениях очереди или прибора, притом что свойства требований в пределах этих ограничений могут оказывать влияние на процесс нахождения в очереди или реализации его в обслуживающем приборе.

В ходе исследования модели расчета описанной системы выяснилось, что при определении системных параметров требования через внесистемные, само требование целесообразно определять как процесс, параметры которого формируются в ходе производственных операций измерения или обработки. При этом уровень неопределенности связанных с формированием этих параметров является основанием для использования их в расчете ТО. Кроме того, выявлены некоторые возможности моделирования аномальных задержек требований в очереди, что представляет собой аномалию безынерционности очереди. Однако такие возможности демонстрировали чрезвычайную негибкость такого моделирования.

Также были выявлены особенности существующих систем расчета в ТО, которые в принципе не позволяют моделировать в нем ряд процессов дискретных производств. В частности, при попытке включить в рассматриваемый пример второй встроенный процесс не удалось распространить на него верхнее ограничение времени пребывания требования в системе, которое для первого встроенного процесса трансформировалось в верхний предел времени ожидания в этой процессе, а для второго встроенного процесса такого соответствия установить не удалось. Кроме того, в существующих системах расчета ТО невозможно устанавливать индивидуальные ограничения по времени ожидания или пребывания для каждого требования, что позволило бы учитывать в них влияние внесистемных параметров

требований. И, наконец, в существующих системах расчета ТО невозможно моделировать конвейеризованную обработку требований, поскольку в расчете отсутствует независимое от требований определение мест очереди, относительно которых можно было бы моделировать расположение обслуживающих приборов встроенных производственных процессов.

Для исследования возможности включения в расчет аномалии самоуправляемости, а значит и возможности сочетания его с процессом управления очередями, был проведен расчет для системы очередей, в которых управляющий процесс мог нарушать их дисциплину в любом порядке определяемом целью оптимизации работы системы в целом. При этом данная система очередей была обозначена как часть большой производственной системы, с которой взаимодействовала с помощью организованного процесса «потерь» требований из очередей системы. В примере не рассматривались иные аномалии, включая аномалию одинаковости требований и аномалию безынерционности.

Процесс учитывается в структуре расчета ТО посредством дополнительной переменной *CONT* и отражает действие соответствующих обслуживающих приборов, осуществляющих перестановки или изъятие требований. Эти ОП находятся вне рассматриваемой очереди. При этом изъятие требования должно производиться, имея ввиду не только потребности в изъятии требований, но и возможности их дальнейшей обработки, а также готовность обслуживающего прибора и связанных с ним систем к осуществлению управляющего воздействия на планируемый момент времени изъятия требования.

Выяснено переменная *CONT* в рассматриваемом случае должна так или иначе представлять тот или иной конкретный план перестановок или изъятий требований для передачи их во внешние системы обработки требований, что ставит под вопрос саму возможность получения для нее функции распределения. Таким образом, рассматриваемый расчет с использованием такой переменной не имеет перспектив применения в контексте определения управляющего воздействия в рассматриваемых в данном исследовании системах и процессах очередей.

Задание управляемой величины, в данном случае порогового значения вероятности реализации требования, определяющего то или иное управляющее воздействие на него, представляет собой отдельную проблему, поскольку не может быть выведено из рассмотрения последствий того или иного варианта развития событий в процессе управления перестановкой произвольного требования системы очередей или изъятия требования. Дело в том, что вероятность реализации всех требований очереди зависит от количества и расположения относительно друг друга изымаемых, переставляемых и остающихся требований в очередях. Соответственно от совокупности этих вероятностей зависят последствия процесса управления требованием в очереди. Для расчета и выбора оптимального управляющего воздействия необходимо иметь расчет управляемой величины и соответственно управляющего воздействия с определением значения управляемой величины в той или иной ситуации управления. Однако осуществить это в рассмотренных динамических моделях, где сложные процессы последствий перестановки требования предлагается моделировать посредством функции распределения по переменной *CONT* в расчете очереди, невозможно.

Вообще говоря, при ряде событий в очереди, например, реализации впереди стоящих требований, или просто с течением времени до момента реализации рассматриваемого требования значение вероятности реализации данного требования в очереди изменяется, а, следовательно, оно должно пересчитываться. Однако, поскольку расчету подлежат все требования очереди, такой пересчет может оказаться неприемлемым из-за большого объема вычислений в реальном времени, особенно если он не приводит к изменению плана управляющих воздействий на очередь или к слишком частому изменению этого плана. Кроме того, и это самое важное, трудно определить, насколько верно было определено то или иное управляющее воздействие на требование. Дело в том, что вероятность реализации требования является агрегационной величиной. Его фактическое значение, которое можно

было бы сравнить с расчетным, может быть определено только по отношению к нескольким реализованным требованиям с расчетными характеристиками идентичными рассматриваемому. Это невозможно осуществить в производственных условиях. Таким образом, контроль качества управления, который мог бы приводить к изменению и совершенствованию расчета, также затруднен для управляемой величины в виде вероятности реализации требования, на которую ориентировано динамическое моделирование процессов очереди.

Затем было исследовано сочетание моделирования расчета в ТО с концептуальным моделированием предметной области, в данном случае дискретного производства. Поскольку в ТО используются две системные модели, одна на уровне СМО, а другая на уровне сети массового обслуживания (МО), которые могут быть представлены с использованием орграфов, была предпринята попытка соединить эти две системные концептуальные модели, из которых модель СМО определена как собственно системная, поскольку моделирует отдельный процесс, а модель сети МО определена как собственно концептуальная, поскольку моделирует дискретное производство в целом. Соединение было произведено посредством орграфов между обслуживающими приборами и источниками разных очередей с целью создать единое адресуемое пространство для любого требования в любой точке системы с возможностью определить вероятность его обработки в любой другой точке системы. Однако, особенность расчета в ТО, а точнее его системной модели, которая предусматривает возможность обслуживания требований многими приборами препятствует такой возможности, поэтому были предложены изменения в концептуальную и системную модели очереди. Первая целесообразно описывать как комплексный орграф с узлами, представляющими собой сочетание обслуживающего прибора и источника, а в системной модели целесообразно ограничить соединение источника посредством очереди не более чем с одним обслуживающим прибором.

Последним направлением исследования было определение эффективности сочетания модели расчета ТО с производственными данными с целью управления. Выявлено, что моделирование дискретных потоков требований не может быть поддержано с целью управления процессами дискретных производств, поскольку особенностью этих потоков является то, что значения интенсивности этих потоков определяет не значение скорости поступления отдельных требований в систему или не только скорость, но скважность такого поступления. Соответственно мгновенные значения интенсивности таких потоков непосредственно измерены быть не могут, а могут быть вычислены некие агрегатные значения соответствующие такой интенсивности спустя некоторое время задержки, зависящее от значения выборки требований, по которой определяется агрегатное значение интенсивности. Это ставит под вопрос своевременность управления определяемого и соответственно применимость в расчете данных, характеризующих дискретные потоки требований. Кроме того, именно модель дискретного потока требований нивелирует индивидуальные особенности требований, мешает конкретизации причинно-следственных связей между очередями и является одной из причин установления свойства одинаковости требований системной модели СМО в ТО. Еще одним существенным недостатком расчета ТО является то, что он часто ориентирован на использование в нем априорных коэффициентов, а также сложных функций с обилием операций над исходными данными при том, отсутствует механизм контроля за изменением достоверности такого расчета, связанным с ограниченной достоверностью исходных данных и ошибками расчета в реальных вычислительных устройствах.

Таким образом, выявлены системные проблемы математического моделирования процессов дискретного производства на основе ТО по направлениям, связанным с повышением адекватности такого моделирования реальным производственным процессами и целям управления, а также при сочетании математического моделирования с концептуальной моделью моделируемой области и с производственными данными. Впоследствии в качестве решения этих проблем авторами предложены новая системная и

расчетная модели очереди требований, а также различные модели расчета очереди и методология использования результатов расчета в автоматическом управлении очередями требований.

Литература:

1. Джейсуол, Н. Очереди с приоритетами / Н. Джейсуол. – М.: Мир, 1973. – 280 с.
2. Тихоненко, О. М. Модели обслуживания неоднородных требований и их применение для расчета объема памяти систем обработки информации: автореф. дис. на соискание ученой степени д-ра техн.наук: 05.13.16 / О. М. Тихоненко; Томский гос. Ун-т. – Томск, 1991. – 38 с.
3. Кокс, Д. Теория очередей / Д. Кокс, У. Смит. – М.:Мир, 1966. – 220 с.