

УДК 621.311

**ФОРМЫ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ В
РАСЧЕТАХ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ
THE SHAPES OF THE FOUR-POLE AND THEIR APPLICATION TO
REPRESENT THE ELEMENTS OF ELECTRICAL NETWORKS IN THE
CALCULATIONS OF STEADY-STATE MODES**

А.И. Васильева

Научный руководитель – А.А. Волков, старший преподаватель
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

A. Vasileva

Supervisor – A. Volkau, Senior Lecturer
Belarusian national technical university, Minsk

Аннотация: проведен расчет методом обобщенных постоянных и найдены значения обобщенных постоянных, а также представлены формы четырехполюсника.

Abstract: the calculation is carried out by the method of generalized constants and the values of generalized constants are found, and the shapes of the four-pole are presented.

Ключевые слова: четырехполюсник, формы четырехполюсника, метод обобщенных постоянных, схема замещения, обобщенные постоянные.

Keywords: four-pole, four-pole forms, generalized constant method, substitution scheme, generalized constants.

Введение

Четырехполюсником называют часть электрической цепи, имеющей две пары зажимов, которые могут быть входными или выходными. К входным зажимам присоединяют источник питания, а к выходным зажимам – приемники энергии. В качестве примеров четырехполюсников можно привести трансформатор, линию электропередач. [1]

Ключевая идея теории четырехполюсников – нахождение токов и напряжений на входе и выходе четырехполюсника, используя обобщенные параметры.

Основная часть

Существует несколько методов электрического расчета электропередач. Один из них – метод обобщенных постоянных, где элемент электропередачи рассматривается как четырехполюсник. В зависимости от входных и выходных параметров существует шесть форм четырехполюсника (таблица 1) [2].

Представим линию электропередачи как четырехполюсник А-формы. Используем уравнение:

$$\underline{U}_{1\phi} = \underline{A} \cdot \underline{U}_{2\phi} + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \quad (1)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C} \cdot \underline{U}_{2\phi} + \underline{D} \cdot \underline{I}_2 \quad (2)$$

Таблица 1 –Формы четырехполюсника

Форма	Уравнение	Связь с коэффициентами основного уравнения
А-форма	$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{A}_{11} &= \underline{A}; \underline{A}_{21} = \underline{C}; \\ \underline{A}_{12} &= \underline{B}; \underline{A}_{22} = \underline{D}. \end{aligned}$
В-форма	$\begin{cases} \underline{U}_2 = \underline{B}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{B}_{12} \cdot \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 = \underline{B}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{B}_{22} \cdot \underline{I}_1 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{B}_{11} &= \underline{D}; \underline{B}_{21} = \underline{C}; \\ \underline{B}_{12} &= \underline{B}; \underline{B}_{22} = \underline{A}. \end{aligned}$
Z-форма	$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} &= \frac{\underline{A}}{\underline{C}}; \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12}; \\ \underline{Z}_{12} &= \frac{1}{\underline{C}}; \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}}. \end{aligned}$
Y-форма	$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \frac{\underline{D}}{\underline{B}}; \underline{Y}_{21} = \underline{Y}_{12}; \\ \underline{Y}_{12} &= -\frac{1}{\underline{B}}; \underline{Y}_{22} = \frac{\underline{A}}{\underline{B}}. \end{aligned}$
H-форма	$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{H}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{H}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{H}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{H}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{H}_{11} &= \frac{\underline{B}}{\underline{D}}; \underline{H}_{21} = -\underline{H}_{12}; \\ \underline{H}_{12} &= \frac{1}{\underline{D}}; \underline{H}_{22} = \frac{\underline{C}}{\underline{D}}. \end{aligned}$
G-форма	$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{G}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{G}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{G}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{G}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$	$\begin{aligned} \underline{G}_{11} &= \frac{\underline{C}}{\underline{A}}; \underline{G}_{21} = -\underline{G}_{12}; \\ \underline{G}_{12} &= -\frac{1}{\underline{A}}; \underline{G}_{22} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}}. \end{aligned}$

где $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ – обобщенные постоянные четырехполюсника, которые определяются:

$$\underline{A} = ch\underline{\gamma}l \tag{3}$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_B \cdot sh\underline{\gamma}l \tag{4}$$

$$\underline{C} = \frac{sh\underline{\gamma}l}{\underline{Z}_B} \tag{5}$$

$$\underline{D} = ch\underline{\gamma}l \tag{6}$$

где \underline{Z}_B – волновое сопротивление линии;

$\underline{\gamma}$ – коэффициент распространения волны, который определяется как:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z}_0 \cdot \underline{y}_0} = \beta + j\alpha, \tag{7}$$

где $\underline{z}_0 = r_0 + jx_0$; $\underline{y}_0 = g_0 + jb_0$ – удельные сопротивления и проводимости.

Вследствие симметрии линии относительно своих концов $\underline{A} = \underline{D}$. Уравнение связи между коэффициентами четырехполюсника [3]: $\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$.

Постоянные $\underline{A}, \underline{D}$ — отвлеченные числа (не имеют наименования). \underline{C} равно проводимости холостого хода в начале схемы, умноженной на коэффициент \underline{A} , т. е. \underline{C} имеет размерность проводимости. \underline{B} равно полному сопротивлению короткого замыкания в конце схемы, умноженному на коэффициент \underline{D} , т. е. \underline{B} имеет размерность сопротивления.

Всякий четырехполюсник может быть представлен П- или Т-образной схемой замещения с сосредоточенными постоянными (рисунки 1 и 2) [3].

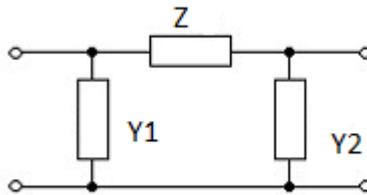


Рисунок 1 – П-образная схема замещения

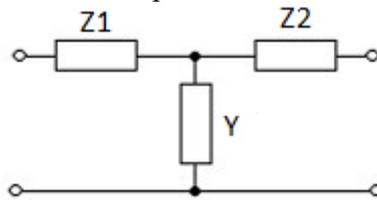


Рисунок 2 – Т-образная схема замещения

Значения параметров П-образной схемы замещения можно выразить через параметры четырехполюсника А-формы:

$$\underline{A} = \frac{U_{1\phi x}}{U_{2\phi x}} = 1 + \underline{Z} \cdot \underline{Y}_2 \quad (8)$$

$$\underline{C} = \frac{I_{1x}}{U_{2\phi x}} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Z} \cdot \underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_2 \quad (9)$$

$$\underline{B} = \frac{U_{1K3}}{I_{2K3}} = \underline{Z} \quad (10)$$

$$\underline{D} = \frac{I_{1K3}}{I_{2K3}} = 1 + \underline{Z} \cdot \underline{Y}_1 \quad (11)$$

Можно решить и обратную задачу: при известных $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ определить $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Z}$:

$$\underline{Z} = \underline{B} \quad (12)$$

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z} \cdot \underline{Y}_2 = 1 + \underline{B} \cdot \underline{Y}_2 \quad (13)$$

$$\underline{D} = 1 + \underline{Z} \cdot \underline{Y}_1 = 1 + \underline{B} \cdot \underline{Y}_1 \quad (14)$$

Отсюда:

$$\underline{Z} = \underline{B} \quad (15)$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{\underline{D}-1}{\underline{B}} \quad (15)$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{\underline{A}-1}{\underline{B}} \quad (17)$$

Для воздушных линий длиной до 300 км постоянные $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Z}$ можно подсчитать без учета равномерности распределения постоянных линии, т. е. по формулам:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 \cdot l \quad (18)$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \frac{\underline{Y}}{2} = \underline{Y}_0 \frac{l}{2} \quad (19)$$

В отличие от схемы замещения ЛЭП П-образная схема замещения трансформатора является несимметричной. Сопротивление и проводимости представляются [4]:

$$\underline{Z} = \frac{R_T + jX_T}{n} \quad (20)$$

$$\underline{Y}_1 = (G_\mu - jB_\mu) + \frac{1-n}{R_T + jX_T} \quad (21)$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{n(n-1)}{R_T + jX_T} \quad (22)$$

Коэффициенты уравнений четырехполосника выражаются как:

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z}\underline{Y}_2 \quad (23)$$

$$\underline{B} = \underline{Z} \quad (24)$$

$$\underline{C} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_1 \underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2 \quad (25)$$

$$\underline{D} = 1 + \underline{Z}\underline{Y}_1 \quad (26)$$

И тогда для трансформатора коэффициенты вычисляются:

$$\underline{A} = n \quad (27)$$

$$\underline{B} = \frac{R_T + jX_T}{n} \quad (28)$$

$$\underline{C} = n(G_\mu - jB_\mu) \quad (29)$$

$$\underline{D} = \frac{1}{n} \left[1 + (R_T + jX_T)(G_\mu - jB_\mu) \right] \quad (30)$$

Здесь учитываются все параметры схемы замещения трансформатора. Коэффициенты четырехполосника для модели, не учитывающей потери холостого хода и мощность намагничивания, равны [4]:

$$\underline{A} = n \tag{31}$$

$$\underline{B} = \frac{R_T + jX_T}{n} \tag{32}$$

$$\underline{C} = 0 \tag{33}$$

$$\underline{D} = \frac{1}{n} \tag{34}$$

При расчете установившегося режима электрических сетей, выполняют эквивалентирование некоторых частей схемы. Последовательно-параллельные преобразования элементов схемы замещения выполняют на основе уравнений четырехполюсников для ЛЭП, трансформаторов и других элементов схемы сети. При каскадном соединении используется А-форма уравнений, а при параллельном – Y-форма (рисунок 3).

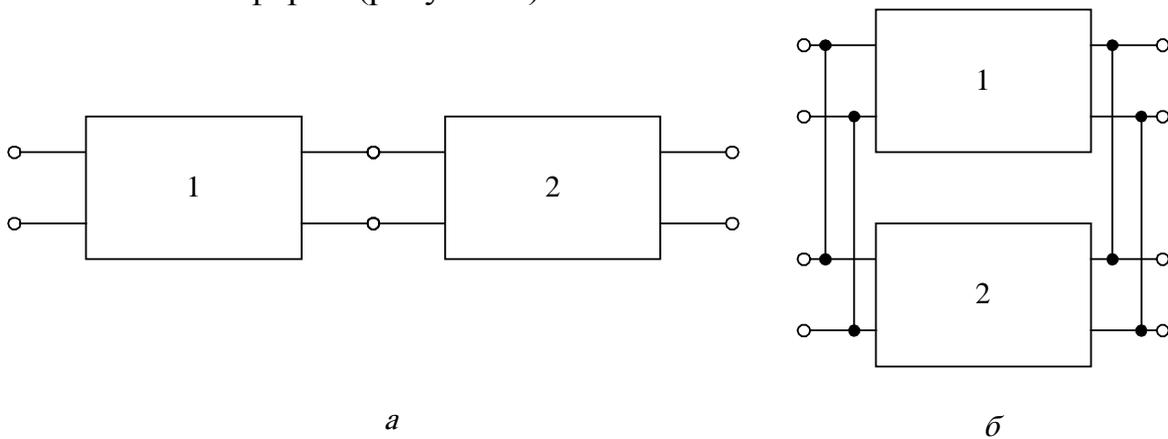


Рисунок 3 –Каскадное, (а) и параллельное, (б) соединения четырехполюсников

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{1,1} & \underline{Y}_{1,2} \\ \underline{Y}_{2,1} & \underline{Y}_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}.$$

Так, при последовательном соединении двух элементов (рисунок 4):

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = (\underline{A}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{C}_2) \cdot \underline{U}_2 + (\underline{A}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{D}_2) \cdot \underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 = (\underline{C}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{C}_2) \cdot \underline{U}_2 + (\underline{C}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{D}_2) \cdot \underline{I}_2. \end{cases}$$

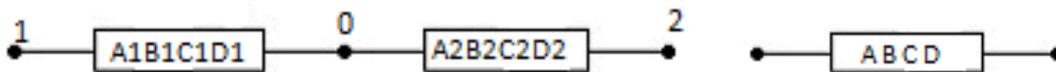


Рисунок 4 – Объединение четырехполюсников

Для объединенной схемы замещения получаем:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{C}_2; & \underline{C} &= \underline{C}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{C}_2; \\ \underline{B} &= \underline{A}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{D}_2; & \underline{D} &= \underline{C}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{D}_2. \end{aligned}$$

Приведем пример расчета методом обобщенных постоянных.

Условие: от шин подстанции питается электрическая сеть номинальным напряжением 110 кВ, используется провод марки АС-240/32, длина линии составляет 47 км, тип трансформатора ТМН-2500/110, напряжение в узле 2 электропередачи составляет 10 кВ, а нагрузка в этом же узле равна $S_2 = 2 + j1 \text{ МВ} \cdot \text{А}$. Необходимо найти напряжение и мощность S_1 в узле 1.

Рассмотрим отдельно трансформатор и линию, каждый элемент будем представлять П-образной схемой замещения (рисунок 5).

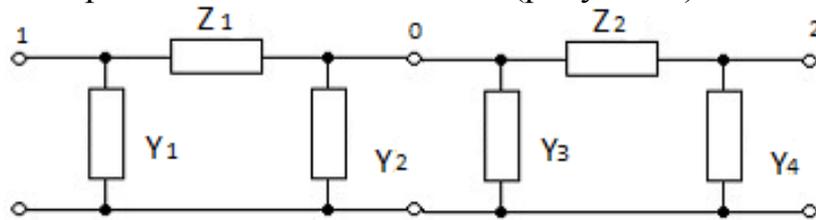


Рисунок 5 – Схема замещения электрической сети

Сопротивления и проводимости будут равны:

$$Z_2 = \frac{R_2 + jX_2}{n} = \frac{42,6 + j508,2}{10} = 4,26 + j50,82 \text{ Ом};$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = 5,687 + j19,035 \text{ Ом};$$

$$Y_3 = (G_2 - jB_2) + \frac{1-n}{R_2 + jX_2} = (4,545 \cdot 10^{-7} - j3,1 \cdot 10^{-6}) + \frac{1-10}{42,6 + j508,2} =$$

$$= -1,474 \cdot 10^{-3} + j0,018 \text{ См};$$

$$Y_4 = \frac{n(n-1)}{R_2 + jX_2} = \frac{10 \cdot (1-10)}{42,6 + j508,2} = 0,015 - j0,176 \text{ См};$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{B_1}{2} = \frac{1,3207 \cdot 10^{-4}}{2} = 6,603 \cdot 10^{-5} \text{ См}.$$

Ток в конце электропередачи может быть найден как

$$\underline{I}_2 = \frac{S_2^*}{\sqrt{3} \cdot U_2^*} = 0,115 - j0,058 \text{ кА}.$$

Находим параметры схемы замещения элементов электропередачи, параметры четырехполюсника и, используя уравнения А-формы (таблица 1), находим напряжения и токи:

$$\underline{U}_0 = 105,934 + j9,738 \text{ кВ}; \quad \underline{U}_1 = 106,108 + j10,089 \text{ кВ};$$

$$\underline{I}_0 = 0,012 - j0,006 \text{ кА}. \quad \underline{I}_1 = 0,011 + j0,002 \text{ кА}.$$

Находим мощность

$$\underline{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_1^* \cdot \underline{U}_1 = \sqrt{3} \cdot (0,011 - j0,002) \cdot (106,108 + j10,089) = 2,029 - j0,201 \text{ МВ} \cdot \text{А}.$$

Модули напряжений равны

$$U_0 = 106,38 \text{ кВ};$$

$$U_1 = 106,59 \text{ кВ}.$$

Проверим результаты ручного расчета с помощью программы Rastr (рисунок 6).

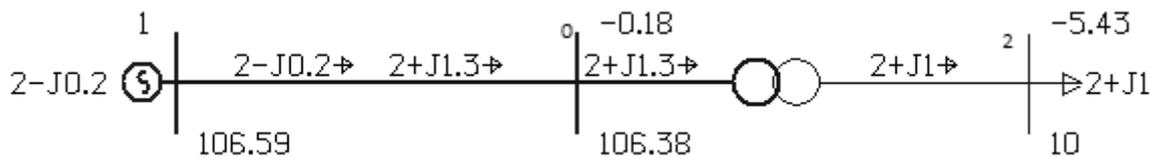


Рисунок 6 – Схема электрической сети с рассчитанными параметрами в RASTR

Заключение

В ходе работы рассмотрен метод обобщенных постоянных. Это один из способов расчета электропередачи, где применение четырехполюсника значительно упрощает задачу нахождения напряжений, токов.

Выполнен расчет контрольного примера, в результате которого определены напряжения, токи и потоки мощности в электрической сети, состоящей из последовательно соединенных линии электропередачи и понижающего трансформатора при задании мощности и напряжения в узле нагрузки.

Литература

1. Татур, Т. А. Основы теории электрических цепей / Т.А. Татур. – М.: Высш. школа, 1980. –271 с.
2. Пассивные четырехполюсники[Электронный ресурс] / www.toehelp.ru - Режим доступа : <https://www.toehelp.ru/theory/toe/lecture14/lecture14.html>.- Дата доступа : 10.10.2022.
3. Поспелов, Г.Е. Электрические системы и сети: Учебник / Г.Е. Поспелов, В.Т. Федин, П.В. Лычев. – Минск: УП «Технопринт», 2004. –720 с.
4. Лыкин, А.В. Математическое моделирование электрических систем и их элементов: учебно-методическое пособие / А.В. Лыкин. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. - 227 с.