Удельная нагрузка будет равна:

$$p = \frac{R}{S} \quad \text{МПа}.$$

Таким образом, зная конструктивные и геометрические параметры прессовых валов и используя представленную физико-математическую модель можно определить изнашивание опорной поверхности вала. Кроме того, определив удельную нагрузку в месте контакта «опорная поверхность вала - буксовая втулка», можно прогнозировать работоспособность полученного покрытия в зависимости от его прочности сцепления с основой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алябьев,А.Я. Фреттинг-коррозия и ее структурно-энергетическое описание. – В сб.: «Надежность и долговечность авиационных газотурбинных двигателей». Киев, изд-во КИИТА, вып. 1, 1971. 2. Алябьев,А.Я. и др. Структурные изменения при фреттинг-коррозии. – ФХММ, 1969, №6. 3. Алябьев,А.Я. и др. Энергетический анализ фреттинг-коррозии. – ФХММ, 1970, №5. 4. Иванова,В.С. и др. Усталость и хрупкость металлических материалов. – М.: Наука, 1968. -452с. 5. Титченер,Э.Л., Бевер М.Б. Скрытая энергия при наклепе. – В сб.: «Успехи физики металлов». М.: Металлургиздат, Т.4, 1961. 6. Голего,Н.Л., Алябьев,А.Я.. Шевеля В.В. Фреттинг-коррозия металлов. – Киев: «Техніка», 1974 – 272с. 7. Хаазе, Р. Термодинамика необратимых процессов. – М., 1967. – 532с. 8. Сверлин,Р.А. Термодинамика твердого состояния. – М.: Металлургиздат, 1963. – 520с. 9. Эйдлин,И.Я. Бумагоделательные и отделочные машины, 2 изд. – М., 1962. – 564с.

УДК 539.3

Чигарев А.В., Беляцкая Л.Н.

КВАЗИСТАТИЧЕСКАЯ ПЕНЕТРАЦИЯ ИНДЕНТОРА В НЕОДНОРОДНОЕ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО ПРИ УСЛОВИИ ПОЛНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Рассмотрим вдавливание осесимметричного идентора в неоднородное жесткопластическое полупространство. Выберем цилиндрическую систему координат (рисунок 1) так что предел текучести $k = k(\rho, \theta, z)$б тогда относительные к пределу текучести компоненты напряжений σ_{ij} являются функциями двух координат ρ, z.

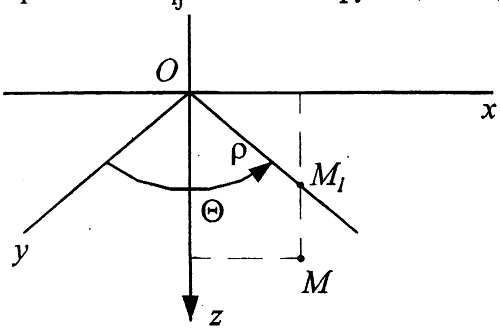

Рисунок 1

Рассмотрим условия полной пластичности:

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{3,4}, \quad \sigma_3 = \sigma_1 + 2k, \qquad (1)$$

где σ_i – компоненты главных напряжений, k – предел текучести.

Рассматривается пластическая неоднородность произвольного вида $k(\rho, \theta, z)$. Предел текучести полагается функцией трех координат точек пространства $k(\rho, \theta, z) = k_0 G(\rho, \theta, z)$, где $G = (\rho, \theta, z)$ – непрерывная дифференцируемая произвольная функция $k_0 = \text{const}$. За единицу напряжения принимается $2k_0 = 1$.

Предположим

$$\sigma_\rho = \tilde{\sigma}_\rho(\rho, z)G(\rho, \theta, z),\ \tau_{\rho\theta} = \tilde{\tau}_{\rho\theta}(\rho, z)G(\rho, \theta, z),$$
$$\sigma_\theta = \tilde{\sigma}_\theta(\rho, z)G(\rho, \theta, z),\ \tau_{\rho z} = \tilde{\tau}_{\rho z}(\rho, z)G(\rho, \theta, z), \quad (2)$$
$$\sigma_z = \tilde{\sigma}_z(\rho, z)G(\rho, \theta, z),\ \tau_{\theta z} = \tilde{\tau}_{\theta z}(\rho, z)G(\rho, \theta, z),$$

где $\tilde{\sigma}_\rho$, $\tilde{\tau}_{\rho\theta}$, ... – компоненты напряжений, отнесенные к $k(\rho, \theta, z)$.

Далее ниже в соотношениях будут только отнесенные к пределу текучести компоненты напряжений, для простоты записи знак "волны" будем опускать.

Компоненты напряжений, отнесенные к пределу текучести, при условии полной пластичности, используя соотношения для направляющих косинусов, приводятся к виду:

$$\sigma_\rho = \sigma \mp \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}(1+\cos\psi)\cos^2\xi,\ \tau_{\rho\theta} = \pm\frac{1}{2}\sin\psi\cos\xi,$$
$$\sigma_\theta = \sigma \mp \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}(1-\cos\psi),\ \tau_{\rho z} = \pm\frac{1}{2}(1+\cos\psi)\sin\xi\cos\xi,$$
$$\sigma_z = \sigma \mp \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}(1+\cos\psi)\sin^2\xi,\ \tau_{\theta z} = \pm\frac{1}{2}\sin\psi\sin\xi, \quad (3)$$
$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z),\ \sigma = \sigma_2 \pm \frac{1}{3}.$$

Уравнения равновесия запишутся в виде

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial z} + R_1 = 0,\ \frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\rho} + \frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial z} + R_3 = 0,\ \frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial\rho} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + R_2 = 0, \quad (4)$$

где

$$R_1 = \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} + \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\sigma_\rho\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho} + \frac{\tau_{\rho\theta}}{\rho}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\theta} + \tau_{\rho z}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial z} + F_1\right] =$$
$$= \pm\frac{1}{2\rho}\left[(1+\cos\psi)\cos^2\xi - (1-\cos\psi)\right] +$$
$$+ \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\left(\sigma \mp \frac{1}{3} \pm (1+\cos\psi)\cos^2\xi\right)\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho} \pm \right. \quad (5)$$
$$\left. \pm \frac{\sin\psi\cos\xi}{2\rho}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\theta} \pm \frac{1}{2}(1+\cos\psi)\sin\xi\cos\xi\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial z} + F_1\right],$$

$$R_2 = \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} + \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\tau_{\rho z}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho} + \frac{\tau_{\theta z}}{\rho}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\theta} + \sigma_z\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial z} + F_3\right] =$$
$$= \frac{(1+\cos\psi)\sin\xi\cos\xi}{2\rho} + \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\left(\pm\frac{1}{2}(1+\cos\psi)\sin\xi\cos\xi\right)\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho} \pm \right.$$
$$\left. \pm \frac{\sin\psi\sin\xi}{2\rho}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\theta} + \left(\sigma \mp \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}(1+\cos\psi)\sin^2\right)\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial z}\right], \quad (6)$$

$$R_3 = \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} + \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\tau_{\rho\theta}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho} + \frac{\sigma_\theta}{\rho}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\theta} + \tau_{\theta z}\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial z} + F_2\right] =$$
$$= \pm\frac{\sin\psi\cos\xi}{\rho} + \frac{1}{G(\rho, \theta, z)}\left[\left(\pm\frac{1}{2}\sin\psi\cos\xi\right)\frac{\partial G(\rho, \theta, z)}{\partial\rho},\right.$$

$$+\frac{1}{\rho}\left(\sigma \mp \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}(1-\cos\psi)\right)\frac{\partial G(\rho,\theta,z)}{\partial\theta} \pm \frac{1}{2}\sin\psi\sin\xi\frac{\partial G(\rho,\theta,z)}{\partial z} + F_2\Bigg]. \qquad (\ldots)$$

Рассмотрение неоднородности вида $G(\rho,\theta,z) = a^{m\theta}G(\rho,z)$, где $m = \mathrm{const}$, $a \in R_+ \setminus \{1\}$, $G(\rho,z) > 0$ – непрерывная дифференцируемая функция, позволяют исключить компоненты θ в уравнениях равновесия. При $m \neq 0$ для исключения θ потребуется пренебречь воздействием массовых сил $F_i = 0$ $(i = 1,2,3)$.

При решении задачи о вдавливании осесимметричных штампов с учетом сдвигающих усилий $\psi \neq 0$ получается три семейства характеристик и дифференциальные соотношения вдоль них:

$$\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_{\alpha,\beta} = \mathrm{tg}\left[\xi \mp \left(\frac{\pi}{4}+\mu\right)\right],\ \mathrm{tg}2\mu = \frac{1-\cos\psi}{2\sqrt{\cos\psi}}, \qquad (\ldots)$$

соотношение вдоль α характеристики

$$d\sigma \mp \frac{1}{2}\frac{1+\cos\psi}{\sqrt{\cos\psi}}d\xi + \left(R_1 + R_2\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_a + \frac{\sin\psi}{C_a\sqrt{\cos\psi}}R_3\right)d\rho = 0, \qquad (\ldots)$$

соотношение вдоль β характеристики

$$d\sigma \mp \frac{1}{2}\frac{1+\cos\psi}{\sqrt{\cos\psi}}d\xi + \left(R_1 + R_2\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_a + \frac{\sin\psi}{C_a\sqrt{\cos\psi}}R_3\right)d\rho = 0, \qquad (1\ldots)$$

где $C_{\alpha,\beta} = \cos\xi\sqrt{\cos\psi} \pm \sin\xi$.

В общем случае, при $\psi \neq 0$ имеет место третья характеристика:

$$\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_r = \mathrm{tg}\xi, \qquad (1\ldots)$$

соотношение вдоль γ характеристики имеет вид:

$$d\sigma \mp \frac{1}{2}\mathrm{ctg}\frac{\psi}{2}d\psi + \left(R_1 + R_2\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_\gamma - \frac{\mathrm{ctg}\frac{\psi}{2}}{\cos\xi}R_3\right)d\rho = 0, \qquad (1\ldots)$$

где R_1, R_2, R_3 определяются соотношениями.

Рассмотрим вывод характеристических соотношений, позволяющих определить поле скоростей перемещений для задачи о вдавливании осесимметричных штампов с учетом сдвигающих усилий $\psi \neq 0$ в случае однородного материала $G(\rho,\theta,z) = 1$.

Составим систему из условия несжимаемости:

$$\varepsilon_\rho + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0, \qquad (1\ldots)$$

и условия изотропии:

$$\varepsilon_\rho + \varepsilon_{\rho\theta}\frac{n_2}{n_1} + \varepsilon_{\rho z}\frac{n_3}{n_1} = \varepsilon_{\rho\theta}\frac{n_2}{n_1} + \varepsilon_\theta + \varepsilon_{\theta z}\frac{n_3}{n_2},$$
$$\varepsilon_{\rho z}\frac{n_1}{n_3} + \varepsilon_{\theta z}\frac{n_2}{n_3} + \varepsilon_z = \varepsilon_\rho + \varepsilon_{\rho\theta}\frac{n_2}{n_1} + \varepsilon_{\rho z}\frac{n_3}{n_1}. \qquad (1\ldots)$$

Полученная система дифференциальных уравнений вместе с формулами Коши относительно неизвестных u, v, w скоростей перемещений принадлежит к гиперболическому типу. Аналогично задаче определения поля напряжений имеет три характеристики (9), (10), (11) и три дифференциальных соотношения вдоль этих характеристик:

$$du+\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_{\alpha,\beta,\gamma}dw+f_{\alpha,\beta,\gamma}dv+\frac{1}{1-n_2^2}\left[n_3^2(S_1+S_2)+\left(n_3^2-n_1^2\right)S_3-\right.$$

$$\left.-2\tau_1\tau_3\left(S_1+S_2+2S_3\right)\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_{\alpha,\beta,\gamma}+\left(n_1^2S_1-n_3^2S_2-\left(n_3^2-n_1^2\right)S_3\right)\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_{\alpha,\beta,\gamma}^2\right]d\rho,$$

$$f_{\alpha,\beta,\gamma}=\frac{n_2\left(1-2n_2^2\right)}{n_1\left(1-2n_1^2\right)+n_3\left(1-2n_3^2\right)\left(\frac{dz}{d\rho}\right)_{\alpha,\beta,\gamma}},$$

$$S_1=\frac{u}{\rho},\ S_2=-\frac{n_2}{2\rho n_1}v,\ S_3=\frac{u}{\rho}+\frac{n_2^2-n_1^2}{2\rho n_1n_2}v, \qquad (15)$$

где n_1, n_2, n_3 – направляющие косинусы главного напряжения $\sigma_{3,1}$ при условиях полной пластичности (1):

$$n_1=\cos\frac{\psi}{2}\cos\xi,\ n_2\sin\frac{\psi}{2},\ n_3=\cos\frac{\psi}{2}\sin\xi. \qquad (16)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Чигарев А.В., Чигарев Ю.В., Беляцкая Л.Н., Миклашевич И.А. Классический хаос и самоорганизация в волновых и деформационных полях // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике. – Мн., 2001. – С. 458-462. 2. Кузнецов А.И. Плоская деформация неоднородных пластических тел // Вестник Ленинградского университета, 1958, № 13. – Вып.3. – С.112-131.

УДК 621.7

Шелег В.К., Александров В.М., Сягло И.С.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПРОНИЦАЕМЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Научно-исследовательский институт импульсных процессов с опытным производством
Минск, Беларусь

Моделирование структуры проницаемого композиционного материала (ПКМ) своей конечной целью ставит определение зависимости свойств ПКМ от каркасных и структурных факторов и, в большинстве случаев, рассматривается как единственно возможный способ описания реального проницаемого материала на базе некоторых гипотетических представлений о нем.

Применение моделей для исследования свойств пористых материалов предполагает обоснование и использование численных параметров, характеризующих строение их порового пространства. В результате исследований определяется взаимосвязь этих параметров, а также их влияние на гидравлические, физико-механические, фильтровальные, акустические и ряд других свойств. Модели, применяемые для исследования свойств пористых материалов, весьма многочисленны и разнообразны. Они строятся в виде совокупности частиц одинаковой геометрической формы и размера, расположенных в пространстве по определенным