ЛИТЕРАТУРА

1.Инструменты из сверхтвердых материалов / Под ред. Н.В. Новикова. Киев: ИСМ НАНУ, 2001.-528с. 2. Сверхтвердые материалы: синтез, свойства, применение: Докл. междунар. семинара.- Киев, 1983.-236с. 3.Высокие технологии в машиностроении: сборник научных работ НТУ «ХПИ» .- Харьков, 2003.- Вып.2 (7).-158с. 4. Ящерицын П. И., Аканович В. А., Пустовойт Г. В., Забавский М. Т. Исследование путей совершенствования алмазно-абразивного инструмента // Синтетические алмазы – ключ к техническому прогрессу: Тез. докл. науч. конф.- Киев, 1974. 5. Чуприна В.Г., Шаля И.М., Шурхал В.В. Формирование на алмазе хромомедных покрытий// Порошковая металлургия, 1993.- №9-10.- С.51-55. 6. Илясов В.В., Рыжкин А.А., Шучев К.Г. Влияние металлизации кубического нитрида бора на интенсивность изнашивания лезвийного режущего инструмента// Трение и износ.- 1998.- №6.- С. 793-798. 7. Люлько В.Г., Заверняев Б.Г., Олейников Д.В. Металлизация алмазных порошков в вибрирующей среде//Сверхтвердые инструментальные материалы на рубеже тысячелетий.- Киев, 2001. -С. 168.

УДК 621.88.024

Кузьмин А.В.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ОДИНОЧНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ ВОЛНЫ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

В работе [1] сделана попытка охарактеризовать одиночную поперечную волну неким обобщающим параметром, количественно оценивающим главное свойство такой волны- переносить массу среды, в которой она распространяется. На примерах некоторых видов одиночных поперечных волн, используемых в различных технических устройствах было показано, что в качестве такого параметра можно принять коэффициент k, названный условно кратностью волны, который представляет собой отношение разности (обозначаемой ΔS) дуги контура волны и ее основания (подошвы) к высоте волны. Разница ΔS показывает, насколько длиннее основания окажется контур волны, если его выпрямить. Значения этих коэффициентов для наиболее распространенных типов поперечных волн подсчитаны и приведены в работе [1]. Однако желательно показать, как коэффициент k определить для некоторой обобщенной модели волны, которую можно принять в качестве универсальной. то есть пригодной для характеристики волн любой формы.

Визуально и аналитически в качестве контура такой волны было бы удобно принять широко известную и хорошо изученную кривую нормального распределения случайных величин, описываемую законом Гаусса, а точнее - ее центрированный вариант (когда центр группировки случайной величины помещен в начало координат). Она удобна тем, что ее характеристики фактически зависят от одного параметра- среднего квадратического отклонения и легко подсчитываются и анализируются. Контур волны (подобный морской волне) в этом случае очерчивается кривой плотности нормального распределения

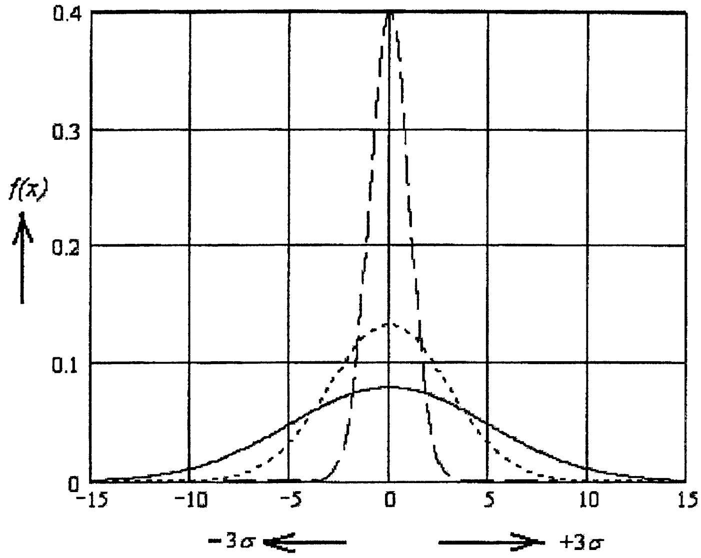

Рис. 1. График f(x): штриховая линия- $\sigma = 1$; пунктирная - σ=3; сплошная- $\sigma = 5$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},$$

где x- случайная величина, σ- ее среднее квадратическое отклонение, представляющее собой характеристику разброса величины x относительно ее среднего значения. Установлено, что все значения x укладываются в диапазон -3σ до +3σ с вероятностью, равной 0,997.

Хорошо известный в теории вероятностей график $f(x)$ показан на рис. 1 для различных значений $\boldsymbol{\sigma}$. Видно, что контур кривой наиболее естественную для волны форму приобретает при $\boldsymbol{\sigma = 5}$. Максимальная ордината функции $f(x)$: $\quad h = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ может быть представлена как высота волны. По оси абсцисс в требуемой линейной размерности отложены размеры основания волны в долях от $\boldsymbol{\sigma}$.

Таблица 1

Результаты вычислений кратности волны

σ	Длина основания (подошвы) волны 6σ	Высота волны h	Длина дуги контура волны L	Разница $\Delta S = L - 6\sigma$	Кратность волны $k = \Delta S / h$
0,1	0,6	4,0	7,936	7,34	1,835
0,15	0,9	2,67	5,399	4,5	1,68
0,25	1,5	1,6	3,695	2,135	1,33
0,50	3,0	0,8	3,493	0,493	0,615
1,0	6,0	0,4	6,07	0,07	0,175
3,0	18,0	0,133	18,003	0,003	0,022
5,0	30,0	0,08	30,001	0,001	0,0125
7,5	45,0	0,053	45,000	0,000	0,000

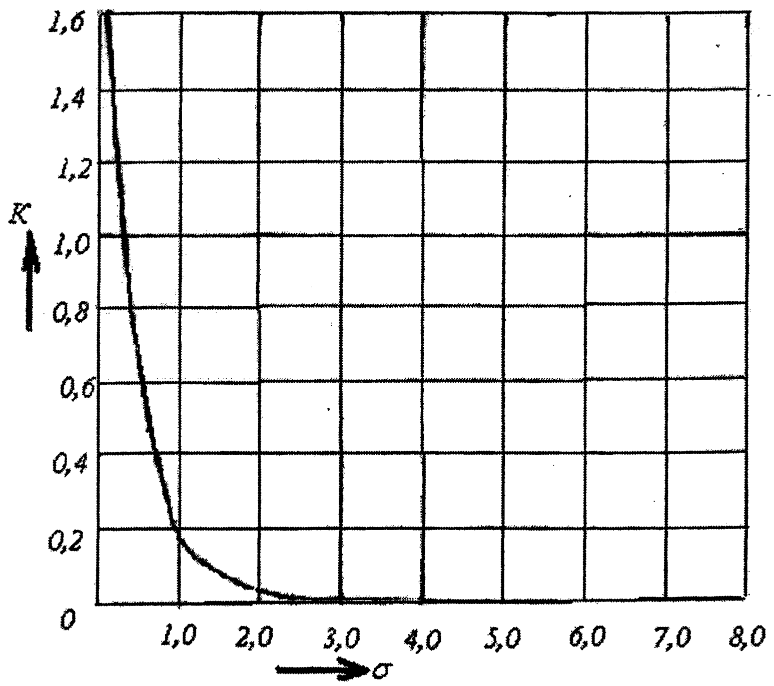

Рис. 2. Зависимость k от σ

Для того, чтобы определить коэффициент k- кратность волны, необходимо вычислить длину кривой контура волны L. Известно, что в общем случае длина дуги кривой

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx,$$

где a и b – пределы интегрирования, в нашем случае a= -3σ, b=$+3\sigma$, $f'(x)$- первая производная функции $f(x)$. Из-за наличия корня аналитически взять указанный интеграл нелегко, поэтому воспользуемся программой Mathcad, позволяющей вычислять интегралы с помощью разложения в ряды Маклорена или Тейлора. В таблице 1 приведены результаты вычислений кратности волны, а на рис. 2 показан график, построенный по данным этой таблицы.

Анализируя полученные зависимости и приведенный график можно сделать заключение, что величина k находится в диапазоне значений от 0 до 2. Крайние значения этого диапазона можно проиллюстрировать на простом примере поперечной волны на нити с любой конечной длиной. Если нить выпрямлена, то есть не имеет прогиба, то ΔS=0 и, следовательно , k =**0.** Если придать нити максимально возможный прогиб, сложив ее вдвое, то получим некую волну экстремальной формы с высотой h, равной половине длины нити. В этом случае при выпрямлении нити получим $\Delta S=2h$ и $k=\Delta S/h=2$.

Для технических устройств с поперечной одиночной волной произвольной формы, перемещающейся вдоль нити (трос, ремень, цепь и т. п.) введение коэффициента k позволяет легко определять перемещение конца нити при распаде волны в конце ее движения: $\Delta S = kh$. Этот же коэффициент можно использовать для определения соотношения между силами в устройстве: поперечной к нити силе F_y и продольной (вдоль нити) силе F_x . По законам механики (без учета потерь на преодоление жесткости нити и трения в опорах устройства) будем иметь [1]: F_y=F_xk или F_x =F_y/k . Таким образом, коэффициент k можно интерпретировать как своеобразное передаточное число переменной величины, показывающее, какой выигрыш или проигрыш в силе мы получим с помощью устройства в зависимости от параметра механизма. Так, при σ = **5** и k =**0,0125** (см. табл.1) найдем, что F_x=$80F_y$, то есть имеем выигрыш в силе в 80 раз. При σ=**0,1 и** k=**1,835** получим F_x=$0{,}545F_y$, то есть имеем проигрыш в силе.

Изложенный здесь метод может быть применен для оценки объемных волн, то есть имеющих разные размеры и формы в различных сечениях. Для этого может быть использована теория многомерных распределений случайных величин, достаточно хорошо разработанная в теории вероятностей. В частности для двумерного распределения получим поверхность нормального распределения в виде одиночного горба волнообразной формы подобного солитону.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин А.В. О моделировании и некоторых характеристиках поперечных механических волн. Республиканский межведомственный сборник научных трудов “Современные методы проектирования машин”, вып.2, том 3 “Проектирование приводов машин.“- Минск: “ УП Технопринт“, 2004, с.35-43.